ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΙΣ ΔΙΑΚΛΑΣΕΩΝ ΕΙΣ ΤΗΝ ΥΠΑΙΘΡΟΝ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑΝ ΕΝΟΣ ΘΕΟΔΟΛΙΧΟΥ *

ΥΠΟ

ΣΤΑΥΡΟΥ Γ. ΑΡΤΟΠΟΥΛΟΥ **

Περίληψις.— Εἰς τὴν παροῦσαν ἐργασίαν ἐκτίθεται μία νέα μέθοδος ἡ ὁποία, μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς Θεοδολίχου ἐπιτρέπει ὅπως, γεωτεχνικῶς σημαντικαὶ παράμετροι διακλάσεων καὶ ἄλλων διατμητικῶν ἐπιφανειῶν τῶν πετρωμάτων ὡς διεύθυνσις, κλίσις, διεύθυνσις κλίσεως, μέγεθος (ἐμβαδόν), μετρηθοῦν καὶ ἀξιολογηθοῦν ποσοτικῶς, ἀπ' εὐθείας εἰς τὴν ὕπαιθρον μὲ μόνην παρεμβολὴν ἑνὸς ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ, ἀκόμη καὶ εἰς τοποθεσίας μὴ προσιτὰς εἰς τὴν διὰ γεωλογικῆς πυξίδος μέτρησιν.

Διὰ τῆς ὡς ἄνω ἁπλῆς μεθόδου, ἀποφεύγεται ἐπίσης ἡ χρησιμοποίησις πολυπλόκων καὶ δαπανηρῶν φωτογραμμετρικῶν μεθόδων. Ὅπως ἔδειξεν ἡ ἐπαλήθευσις τῆς μεθόδου εἰς τὴν πρᾶξιν, ἡ ἀκρίβεια εἶναι ἄκρως ἱκανοποιητική, τὰ δὲ ἀποτελέσματα ἀξιόπιστα.

Ἀναφέρονται ἐπίσης περαιτέρω δυνατότητες ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου ταύτης.

Zusammenfassung.— Es wird die Arbeitsweise einer neuen Aufnahmemethode im Gelände beschrieben, welche mit Hilfe eines Tachymeters ermöglicht, geotechnisch wichtige Kluftflächenkennwerte wie Raumstellung und Grösse der Flächen quantitiv durch den Einsatz eines Rechenprogrammes zu erfassen, ohne auf die Hilfe komplizierter Photogrammetrischer Verfahren und Ausrüstungen angewiesen zu sein.

Wie die Prüfung der Präzision und der Genauigkeit der Methode in der Praxis zeigt, sind die erhaltenen Ergebnisse sicher und zuverlässig.

Möglichkeiten für weitere Aussagen bei der Anwendung der Tachymeteraufnahme sind angegeben.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ἡ σημασία τῶν διακλάσεων, ὡς διατμητικῶν ἐπιφανειῶν τῶν βραχωδῶν μαζῶν, λόγῳ τῆς ἐπιδράσεώς των ἐπὶ τῆς ἀντοχῆς τῶν τεχνικῶν κατασκευῶν, ὡς καὶ τοῦ συντελεστοῦ ἀσφαλείας τούτων εἶναι εἰς γενικὰς γραμμὰς γνωστή. Ὁ βαθμὸς οὗτος τῆς ἐπιδράσεως τῶν διακλάσεων ἐξάγεται κατὰ τὸ μεγαλύτερον μέρος του ἀπὸ τὴν ὅσον τὸ δυνατὸν πληρεστέραν συλλογὴν στοιχείων ἀφορώντων

---

* ST. ARTOPOULOS.— Zur Erfassung von Gesteinstrennflächen im Gelände mit Hilfe eines Reduktions - Tachymeters.

** Institut für Geologie (Geotechnik). Ruhr Universität, 463 Bochum, Postfach 2148, Deutschland.

τὴν θέσιν καὶ ἐξάπλωσιν τῶν διακλάσεων εἰς τὰς βραχώδεις μάζας τῆς μελετωμένης περιοχῆς.

Ἡ μέθοδος διὰ τὴν συλλογὴν τῶν στοιχείων τούτων πρέπει νὰ ἐπιτρέπῃ ἄμεσα καὶ ἀπρόσκοπτα τὴν ἐξαγωγὴν ποσοτικῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν, ἀφορώντων τὴν θέσιν καὶ ἐξάπλωσιν τῶν διατμητικῶν τούτων ἐπιφανειῶν τῶν βραχωδῶν μαζῶν, αἱ ὁποῖαι πολλὰς φορὰς μειώνουν εἰς τὸ ἐλάχιστον τὴν ἀντοχὴν τῶν πετρωμάτων, εἰς τρόπον ὥστε οἱ κατασκευασταὶ μηχανικοὶ νὰ δύνανται νὰ χρησιμοποιήσουν τὰ στοιχεῖα ταῦτα ἀπ' εὐθείας εἰς τοὺς ὑπολογισμούς των.

Αἱ μέχρι τοῦδε ὑφιστάμεναι μέθοδοι πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν βασίζονται εἰς γραφικάς, γραφικὰς - ἀριθμητικὰς καὶ φωτογραμμετρικάς, ἀριθμητικὰς - φωτογραμμετρικὰς μεθόδους. Ἡ χρῆσις τῶν τελευταίων εἰς τὴν πρᾶξιν προϋποθέτει μίαν ἐξειδίκευσιν εἰς τὴν τεχνικὴν τῆς ὑπαιθρίου Φωτογραμμετρίας (Terrestrial Photogrammetry). Περισσοτέρας λεπτομερείας ἀφορώσας τὰς μεθόδους αὐτάς, δύναται νὰ εὕρῃ ὁ ἀναγνώστης εἰς τὴν Βιβλιογραφίαν ἡ ὁποία παρατίθεται εἰς τὸ τέλος τῆς παρούσης ἐργασίας (**1, 2, 4, 7, 8, 9**).

Εἰς τὸ σχετικῆς σημασίας πλεονέκτημα τῶν μεθόδων τούτων, ὅσον ἀφορᾷ τὸν περιορισμὸν τῆς ἐργασίας εἰς τὴν ὕπαιθρον, ἀντιτάσσονται πολλὰ μειονεκτήματα τὰ ὁποῖα προκύπτουν κατὰ τὴν ἀξιολόγησιν τῶν στερεοφωτογραφιῶν.

α. Ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος διὰ τὴν σωστὴν τοποθέτησιν καὶ προσανατολισμὸν τῶν στερεογραφιῶν εἰς φωτογραμμετρικὰ ὄργανα ἀκριβείας διακυμαίνεται ἀπὸ 30′ - 1 $^1/_2$ ὥραν ἀναλόγως τῆς ἐμπειρίας τοῦ χειριστοῦ (**1**, σελ. 345).

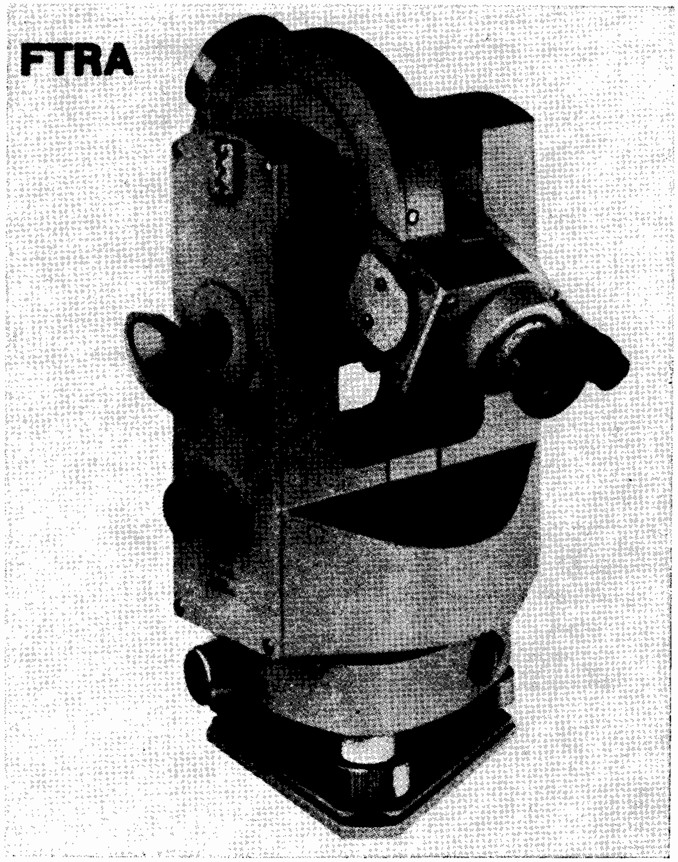
β. Ἀπαιτεῖται μετατροπὴ τοῦ συστήματος συντεταγμένων τοῦ ὀργάνου εἰς τὸ σύστημα συντεταγμένων (Β - Ν) ποὺ ἰσχύει διὰ ἕκαστον ζεῦγος στερεοφωτογραφιῶν (**1**, σελ. 345 - 346).

γ. Ὑψηλὸν κόστος τῶν φωτογραμμετρικῶν ὀργάνων τόσον τῶν διὰ τὴν μέτρησιν, ὅσον καὶ τῶν διὰ τὴν ἐξαγωγὴν τῶν ἀποτελεσμάτων (**9**).

δ. Πληθώρα εἰδικῶν συσκευῶν (**9**, σελ. 85).

ε. Πολύπλοκα προγράμματα δι' ἠλεκτρονικοὺς ὑπολογιστάς (**8**).

Διὰ νὰ ἀποκομίσῃ κανεὶς μίαν περισσότερον ὁλοκληρωμένην εἰκόνα ὅσον ἀφορᾷ τὴν θέσιν καὶ τὴν ἐξάπλωσιν τῶν διατμητικῶν αὐτῶν ἐπιπέδων ἢ ἄλλως πως διακλάσεων εἰς τὰς βραχώδεις μάζας, πρέπει νὰ μελετηθῇ ἐπισταμένως ὅλη ἡ περιοχὴ ἡ ὁποία εἶναι ἄμεσα συνδεδεμένη μὲ τὸ ἑκάστοτε ἔργον. Ἔτσι πολὺ συχνὰ εἶναι ἀναγκαῖον νὰ συλλεγοῦν στοιχεῖα διὰ διακλάσεις αἱ ὁποῖαι εὑρίσκονται εἰς τὰ ὑψηλότερα τμήματα ἑνὸς μεγάλου πρανοῦς (rock slope) ἢ ἑνὸς λατομείου διὰ νὰ διαπιστωθῇ ἐὰν καὶ κατὰ πόσον αἱ ὑπάρχουσαι διακλάσεις εἶναι δυνατὸν νὰ προκαλέσουν ὀλίσθησιν τῶν τμημάτων τούτων ἢ ἐπίσης διὰ μὴ προσιτὰς διακλάσεις βραχωδῶν μαζῶν, εἰς τὰς ὁποίας πρόκειται νὰ στηριχθῇ ἓν φράγμα διὰ νὰ διαπιστωθῇ κατὰ πόσον ἔχει μειωθῇ ἡ ἀντοχὴ τῶν πετρωμάτων λόγῳ τῶν διακλάσεων αὐτῶν κ.λ.π. Δεδομένου δέ, ὅτι ἡ διεξαγωγὴ μετρήσεων καὶ ἡ συλλογὴ στοιχείων διὰ τὰς διακλάσεις ὑπὸ τοιαύτας συνθήκας ἀκόμη καὶ μὲ τὴν χρῆσιν μεθόδων Φωτογραμμετρικῶν μόνον ὑπὸ προϋποθέσεις εἶναι δυνατή, ἀνεπτύχθη, εἰς τὰ πλαίσια μιᾶς εὐρυτέρας ἐρευνητικῆς ἐργασίας, ἡ ὁποία διεξάγεται ὑπὸ τοῦ συγγραφέως εἰς τὸ Ruhr Universität Bochum καὶ ἡ ὁποία ἀσχολεῖται μὲ τὴν δυνατότητα τοῦ ὑπολογισμοῦ τοῦ μεγέθους τῶν ἑκάστοτε διακλά-



Σχ. 1. Ὁ Θεοδόλιχος FTRA.

σεων τῶν ὑπαρχουσῶν εἰς βραχώδεις μάζας καὶ τὴν ἔκφρασιν τοῦ «βαθμοῦ διαχωρισμοῦ» τούτων ἕνεκα τῶν διακλάσεων (Degree of Separation, Durchtrennungsgrad), ἡ παροῦσα μέθοδος, ἡ ὁποία μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς Θεοδολίχου ἐπιτρέπει τὴν συλλογὴν καὶ ἀξιολόγησιν τῶν παραμέτρων, ὅλων τῶν γεωτεχνικῶς σπουδαίων διακλάσεων, μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν, ἀκόμη καὶ ὑπὸ ἀρκετὰ δυσμενεῖς μορφολογικὰς συνθήκας ἐδάφους.

2. Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΓΕΩΛΟΓΙΚΩΝ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑΝ ΤΟΥ ΘΕΟΔΟΛΙΧΟΥ

2.1. Ὁ Θεοδόλιχος.

Εἶναι ἓν εἶδος γωνιομέτρου, τὸ ὁποῖον ἔχει ἐπινοηθῆ διὰ κατ' ἐξοχὴν τοπογραφικὰς ἐργασίας. Ὁ χειρισμὸς τοῦ ὀργάνου τούτου εἰς τὰ πλαίσια τῆς παρούσης μεθόδου οὐδεμίαν σχεδὸν πεῖραν ἢ ἐξάσκησιν τοῦ χειριστοῦ προϋποθέτει. Πρὸς τοῦτο ἀρκοῦν αἱ ὁδηγίαι χειρισμοῦ τοῦ ὀργάνου ἀπὸ τὸν κατασκευαστήν του.

Διὰ τὴν διεξαγωγὴν τῶν ἰδίων μετρήσεων ἐχρησιμοποιήθη ὁ ὑφιστάμενος Θεοδόλιχος εἰς τὸ Ἰνστιτοῦτον Γεωλογίας - Γεωτεχνίας τοῦ Ruhr Universitaet Bochum, Reduktionstachymeter FTRA τοῦ ἐργοστασίου Fennel Kassel μὲ ὑποδιαίρεσιν κύκλου εἰς 400^g (νέοι βαθμοί). Ἡ τεχνικὴ ὅμως τῆς παρούσης μεθόδου ἐπιτρέπει τὴν χρησιμοποίησιν ὅλων τῶν γνωστῶν Θεοδολίχων μὲ ὑποδιαίρεσιν κύκλου εἰς 400^g ἢ 360^0.

Ἡ ἀξιολόγησις τῶν στοιχείων καὶ ὁ ὑπολογισμὸς τῶν ἐπιθυμητῶν παραμέτρων ἐπιτελεῖται χωρὶς τὴν παρεμβολὴν οἱουδήποτε ἄλλου ὀργάνου, ἐκτὸς ἑνὸς ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ, ὁ ὁποῖος ἐπὶ τῇ βάσει ὑφισταμένου ὑπολογιστικοῦ προγράμματος, δίδει ἀπ' εὐθείας τὴν θέσιν, προσανατολισμὸν καὶ μέγεθος δι' ὅλας τὰς ἐπιθυμητὰς διακλάσεις ἐπὶ τῇ βάσει τῶν γενομένων μετρήσεων εἰς τὴν ὕπαιθρον.

Τὸ μικρὸν σχετικῶς βάρος καὶ διαστάσεις τοῦ Θεοδολίχου (ὁ χρησιμοποιηθεὶς ζυγίζει 5,5 kgr., τὸ δὲ τρίποδον 7 kgr.) καθιστοῦν τὸ ὅλον ὄργανον εὔχρηστον.

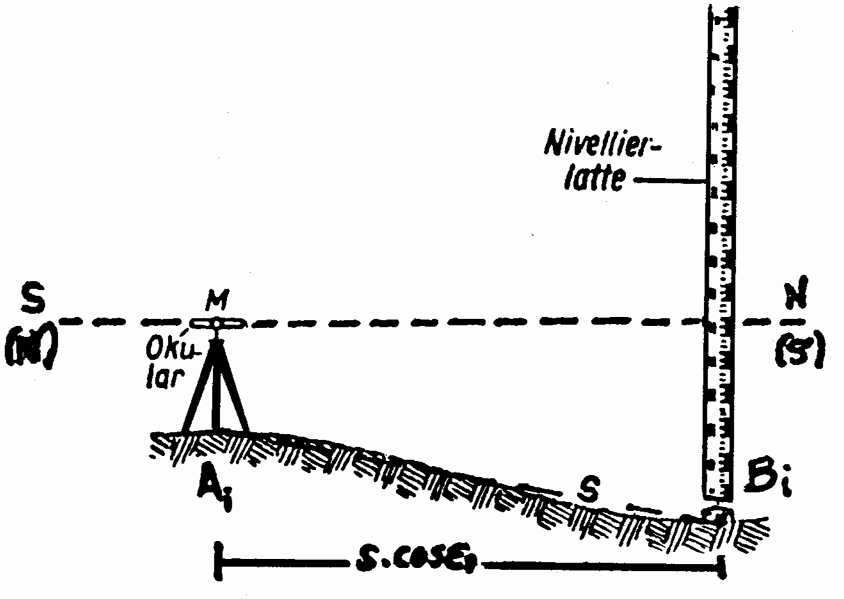
2.2. Μέτρησις διὰ τοῦ Θεοδολίχου.

2.2.1. Τεχνικὴ τῆς μετρήσεως.

Διὰ τὴν ἐγκατάστασιν τοῦ ὀργάνου εἰς τὸ ὕπαιθρον πρέπει κατ' ἀρχὴν νὰ ἐπιλεγῇ ἓν «σημεῖον στάσεως» ἐπὶ τοῦ ἐδάφους A_i κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ ὑπάρχῃ ἀπ' εὐθείας ὀπτικὴ «ἀνταπόκρισις» μεταξὺ τοῦ ὀπτικοῦ σωλῆνος τοῦ Θεοδολίχου καὶ ὅλων τῶν ἐπιφανειακῶς κειμένων διακλάσεων, αἱ ὁποῖαι πρόκειται νὰ μετρηθοῦν. Ἡ ἀπόστασίς του ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς βραχώδους μάζης πρέπει νὰ εἶναι τοιαύτη, ὥστε τά, διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ ἐφ' ἑκάστης ἐπιφανειακῶς κειμένης διακλάσεως, ἐπιλεχθέντα σημεῖα νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ ἀναγνωρισθοῦν καὶ διὰ μέσῳ τοῦ ὀπτικοῦ σωλῆνος τοῦ Θεοδολίχου. Ἡ ἀπόστασις αὕτη, διὰ νὰ μὴ μειωθῇ ἡ ἀκρίβεια, δὲν θὰ πρέπει νὰ ὑπερβαίνῃ πάντως τὰ 40 μ.

Συνιστᾶται πρὸ τῆς διεξαγωγῆς τῆς μετρήσεως, νὰ συνταχθῇ εἰς «φωτογραφικὸς χάρτης» τῆς ἐπιφανείας τῆς βραχώδους μάζης, ἀποτελούμενος ἀπὸ συνεχομένας ἁπλᾶς φωτογραφίας αἱ ὁποῖαι ἔχουν ληφθῇ μὲ μίαν ἁπλῆν φωτογραφικὴν μηχανὴν ἢ μίαν Polaroid μηχανὴν καὶ ἐπὶ τοῦ ὁποίου χάρτου νὰ ἔχουν ἐπισημανθῆ ὅλαι αἱ πρὸς μέτρησιν ἐπιφάνειαι διακλάσεων μὲ τὰ ἐπ' αὐτῶν ἐπιλεγέντα σημεῖα ἢ δυνατὸν μὲ χρωματιστὰς κοκκίδας. Ὁ ἀριθμὸς τῶν σημείων τούτων πρέπει νὰ κυμαίνεται μεταξὺ 7 - 15 δι' ἑκάστην διάκλασιν, κείμενα κατὰ προτίμησιν εἰς τὴν περιφέρειαν ταύτης.

Μετὰ τὴν ἐγκατάστασιν τοῦ ὀργάνου εἰς τὸ ἐπιλεγὲν σημεῖον A_i , ἀκολουθεῖ ὁ προσανατολισμὸς τοῦ Ο τῆς ὁριζοντίου κλίμακος τοῦ ὀργάνου εἰς τὴν διεύ-

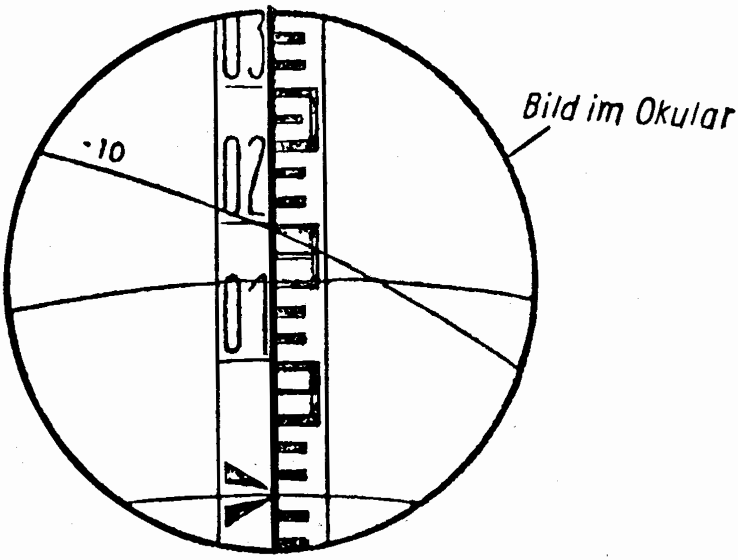


Σχ. 2. Προσανατολισμὸς τῆς κλίμακος τοῦ Θεοδολίχου εἰς τὴν διεύθυνσιν N - S, κι' ἐκλογὴ τοῦ «σημείου στάσεως» E ;

θυνσιν τοῦ Βορρᾶ (N) μὲ τὴν βοήθειαν μιᾶς γεωλ. πυξίδος καὶ μιᾶς σταδίας (σχ. 2). Ἀπὸ τὸ «σημεῖον στάσεως» A_i , μετρεῖται κατόπιν διὰ ὅλα τὰ σημεῖα ἑκάστης διακλάσεως μία ὁριζοντία a_i' καὶ μία κατακόρυφος γωνία ε_i', μὲ ἄλλα λόγια ἡ ἀπόκλισις ἑκάστου σημείου ἀπὸ τὸν Βορρᾶ (δεξιοστρόφως) καὶ ἡ ὑψομετρική του γωνία ἀπὸ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον τοῦ Θεοδολίχου (σχ. 4).

Κατόπιν ἐκλέγεται ἕνα δεύτερον σημεῖον στάσεως B_i , στρέφοντας τὴν ὁριζοντίαν κλίμακα τοῦ Θεοδολίχου εἰς τὴν ὑποδιαίρεσιν 200^g (ἢ τὸ ἴδιον 180^0) καὶ εἰς τὴν διεύθυνσιν τότε τοῦ ὀπτικοῦ σωλῆνος ἢ ἄλλως πως διεύθυνσιν N - S μὲ τὴν βοήθειαν μιᾶς σταδίας, τῆς ὁποίας τὸ μηδὲν ἔχει τοποθετηθῆ εἰς τὸ ὕψος τοῦ ὀπτικοῦ σωλῆνος τοῦ Θεοδολίχου, ἐκλέγεται τὸ δεύτερον σημεῖον στάσεως B_i (σχ. 2). Δι' αὐτοῦ τοῦ τρόπου ἐπιτυγχάνεται ὅπως ἀμφότερα τὰ «σημεῖα στάσεως» κεῖνται ἐπὶ τῆς διευθύνσεως N - S (σχ. 4), ὡς ἐπίσης και ἡ κατ' εὐθεῖαν μέτρησις διὰ τοῦ Θεοδολίχου τῆς ὑψομετρικῆς διαφορᾶς καὶ ἀποστάσεως τῶν δύο σημείων στάσεως A_i , B_i ἐπὶ τῆς Σταδίας (σχ. 3). Ἡ εὐθεῖα ἡ ὁριζομένη ὑπὸ τῶν σημείων στάσεως A_i B_i καλεῖται γραμμὴ βάσεως.

Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο «σημείων στάσεως» πρέπει νὰ ἐπιλεγῇ ἔτσι ὥστε καὶ ἀπὸ τὸ σημεῖον B_i νὰ ὑπάρχῃ ὀπτικὴ ἀνταπόκρισις μὲ τὰ ἤδη μετρηθέντα ἀπὸ τὸ A_i σημεῖα. Εἰς τὰς περισσοτέρας τῶν περιπτώσεων 10 - 20 μ. μῆκος διὰ τὴν γραμμὴν βάσεως, ἀρκοῦν.



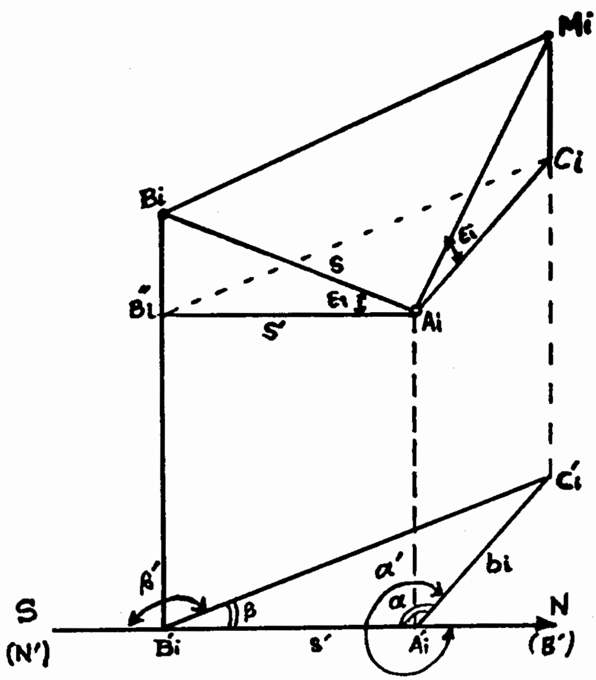
Σχ. 3. Παράδειγμα ὑπολογισμοῦ τῆς ὑψομετρικῆς διαφορᾶς καὶ τῆς ἀποστάσεως τῶν δύο σημείων στάσεως A_i, B_i. (ἐκ τοῦ σχ. 2). Ἀπόστασις 15,9 μ. Ὑψομετρικὴ διαφορὰ 1.93 μ.

Ἀπὸ τὸ σημεῖον B_i τώρα, μετρεῖται γιὰ ὅλα τὰ ἐπιλεγέντα σημεῖα ἑκάστης διακλάσεως μία μόνον ὁριζοντία γωνία β'_i , δηλαδὴ ἡ ἀπόκλισις ἑκάστου σημείου ἀπὸ τὸν Βορρᾶν μετρηθεῖσα ἀπὸ τὸ «σημεῖον στάσεως» B_i .

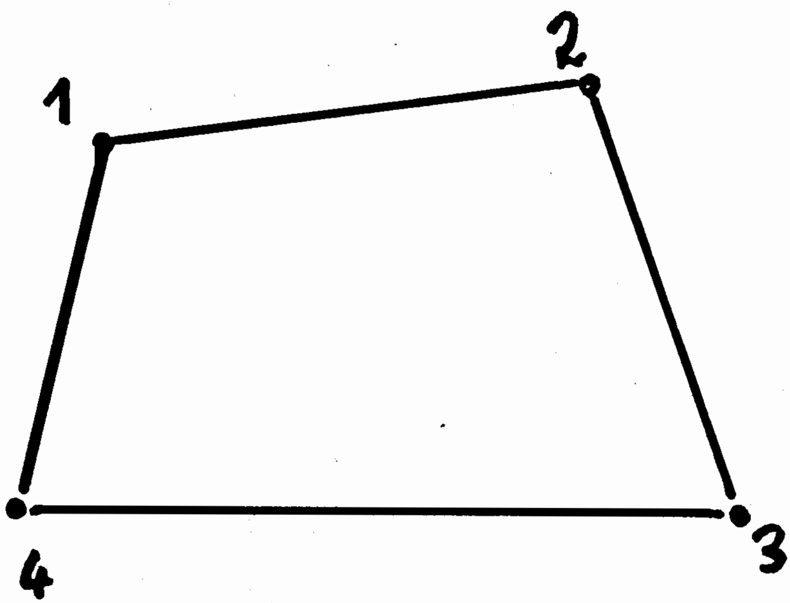
Τὸ ὕψος τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονος τοῦ Θεοδολίχου εἰς ἀμφότερα τὰ σημεῖα στάσεως A_i , B_i πρέπει νὰ παραμένῃ τὸ αὐτόν.

2. 2. 2. Ἀκρίβεια μετρήσεων.

Ἡ ἀκρίβεια τῆς προαναφερθείσης τεχνικῆς διαφαίνεται ἀπὸ τὸ ἀκολουθοῦν παράδειγμα, κατὰ τὸ ὁποῖον μία ἐπιφάνεια ἐμετρήθη πειραματικῶς μὲ τὸν Θεοδόλιχον, αἱ δὲ ὑπολογισθεῖσαι παράμετροι ταύτης, ἤτοι τὸ μῆκος τῶν τεσσάρων πλευρῶν της (ἐμβαδόν), διεύθυνσις, κλίσις καὶ διεύθυνσις κλίσεως συγκρίνονται μὲ τὰς τοιαύτας μετρηθείσας ἀπ' εὐθείας μὲ γεωλ. πυξίδα καὶ μετροταινίαν.



Σχ. 4. Γωνιομέτρησις ἑνὸς σημείου M_i μιᾶς ἐπιφανείας ἀπὸ τὰ σημεῖα στάσεως τῆς κεκλιμένης γραμμῆς βάσεως A_i B_i.



Σχ. 5. Περίγραμμα τῆς πειραματικῶς μετρηθείσης ἐπιφανείας.

ΠΙΝΑΞ 1.

Σύγκρισις ὑπολογισθέντων καὶ κατ' εὐθεῖαν μετρηθέντων στοιχείων τῆς πειραματικῶς μετρηθείσης ἐπιφανείας.

	Ὑπολογισμὸς διὰ τοῦ Θεοδολίχου	Κατ' εὐθεῖαν μέτρησις
$l_{1,2}$	1,3307 μ	1,34 μ
$l_{2,3}$	0,83 μ	0,82 μ
$l_{3,4}$	1,5513 μ	1,56 μ
$l_{1,4}$	0,5639 μ	0,56 μ
Κλίσις.	25,222°	25°
Διεύθυνσις κλίσεως	157,7873°	158°
Διεύθυνσις . . .	67,7873°	68°

Τὸ περίγραμμα τῆς μετρηθείσης ἐπιφανείας, ὡς καὶ αἱ συγκρίσεις ὑπολογισθέντων καὶ κατ' εὐθείαν μετρηθέντων παραμέτρων ταύτης, δίδονται ὑπὸ τοῦ σχ. 5 καὶ πίνακος 1, ἀντιστοίχως. Ὡς διαφαίνεται ἐκ τῆς παρατιθεμένης συγκρίσεως, ἡ σύμπτωσις τῶν ἀποτελεσμάτων εἶναι προφανής.

Ἡ ἐξέτασις τῆς ἀκριβείας τῆς παρούσης μεθόδου θὰ ὁλοκληρωθῇ μὲ τὴν ἀνάλυσιν τῶν σφαλμάτων, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται κατὰ τὴν μέτρησιν (Fehlerberechnung-error Analysis). Ἡ ἐξέτασις τῆς ἀκριβείας κατὰ τὴν ἐξαγωγὴν τῶν ἀποτελεσμάτων κατὰ τὰ διάφορα στάδια διὰ μέσῳ τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ θὰ ἀναφερθῇ εἰς ἄλλον κεφάλαιον τῆς παρούσης ἐργασίας.

Τὰ σφάλματα τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὴν μέτρησιν εἶναι δύο εἰδῶν, τὰ αἴτιά των ἔγκεινται ἀφ' ἑνὸς μὲν εἰς τὴν ἀκρίβεια τοῦ Θεοδολίχου, ὡς ὀργάνου, καὶ καλοῦνται σφάλματα ὀργάνου (Instrumentfehler, Instrument Errors) καὶ τὰ ὁποῖα εἶναι εἴτε σταθερὰ (μόνιμα) ἢ συστηματικὰ σφάλματα, ἀφ' ἑτέρου δὲ προκύπτουν ὡς αὐθαίρετα σφάλματα κατὰ τὴν ἐγκατάστασιν τοῦ ὀργάνου εἰς τὰ «σημεῖα στάσεως», εἴτε ἀκόμη κατὰ τὴν ἀνάγνωσιν τῶν μετρήσεων ὑπὸ τοῦ χειριστοῦ καὶ ὡς ἐκ τούτου καλοῦνται ὑποκειμενικὰ ἢ τυχαῖα σφάλματα ἢ καὶ σφάλματα παρατηρητοῦ (Beobachterfehler, Observer errors).

Τὰ σφάλματα ὀργάνου δίδονται κατὰ κανόνα ὑπὸ τοῦ κατασκευαστοῦ ὡς μέσα σφάλματα. Ἐν προκειμένῳ διὰ τὸν χρησιμοποιηθέντα Θεοδόλιχον FTRA τὰ σφάλματα ὀργάνου εἶναι διὰ μὲν τὴν μέτρησιν ἀποστάσεων $\pm$ 0,1 ἕως $\pm$ 0,2 μ. στὰ 100 μ., διὰ τὴν μέτρησιν δὲ ὑψομετρικῶν διαφορῶν, ἀνάλογα μὲ τὴν ἑκάστοτε χρησιμοποιουμένην καμπύλην τῆς μετρικῆς κλίμακος μὲ τὰς σταθερὰς 10, 20 ἢ 50, μέσα σφάλματα $\pm$ 0,03 ἕως $\pm$ 0,10 μ.

Τὰ μέσα σφάλματα, τέλος, τοῦ ὀργάνου τὰ ὁποῖα προκύπτουν κατὰ τὴν «σκόπευσιν» τῶν διευθύνσεων εἶναι μικρότερα τῶν $\pm 15^{cc}$ ἢ $\pm 5''$

Δεδομένου, ὅτι ἡ ἀκρίβεια τῶν τελικῶν ἀποτελεσμάτων ἐξαρτᾶται, κατὰ τὸ μεγαλύτερον μέρος, ἀπὸ τὰ σφάλματα τὰ ὁποῖα περιλαμβάνουν τὰ ἀρχικῶς συλλεγέντα στοιχεῖα, δέον ὅπως πιστοποιηθοῦν καὶ ὑπολογισθοῦν τὰ σφάλματα ὀργάνου ὡς καὶ τὰ σφάλματα παρατηρητοῦ εἰς τὴν πρᾶξιν.

Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν ἐπελέγησαν ἐπὶ μιᾶς διακλάσεως 6 περιφερειακῶς κείμενα σημεῖα, τὰ ὁποῖα ἐμετρήθησαν ἀνὰ τρεῖς φορὰς διαδοχικῶς ὑπὸ δύο διαφορετικῶν παρατηρητῶν, ἀπὸ δύο «σημεῖα στάσεως» μὲ τὴν αὐτὴν ἀκρίβειαν ὀργάνου δηλ. ἡ θέσις τοῦ ὀργάνου εἰς τὰ δύο «σημεῖα στάσεως» διετηρήθη ἑκάστοτε σταθερὰ διὰ τοὺς δύο παρατηρητάς. Ὁ εἷς τῶν παρατηρητῶν ἦτο ἄπειρος. Ἔστωσαν $\alpha_{1,i}$, $\alpha_{2,i}$, $\alpha_{3,i}$ αἱ μετρηθεῖσαι τιμαὶ ἑκάστης γωνίας δι' ἕκαστον σημεῖον M_i τῆς διακλάσεως. Κατόπιν τούτου ἰσχύει $\alpha_{1,i} = \alpha_i$, $\alpha_{2,i} = \alpha_i$, $\alpha_{3,i} = \alpha_i$. Δεδομένου, ὅτι ἡ μέτρησις ἐπανελήφθη ἑκάστοτε τρεῖς φορὰς ὑπὸ ἀμφοτέρων τῶν παρατηρητῶν εἰς ἕκαστον «σημεῖον στάσεως», χωρὶς νὰ μετακινηθῇ τὸ ὄργανον, ἡ ἐπίδρασις τῶν σφαλμάτων τοῦ ὀργάνου εἰς τὰς μετρήσεις αἱ ὁποῖαι ἔγιναν εἰς ἕκαστον «σημεῖον στάσεως» κεχωρισμένως, παρέμεινε σταθερά, δηλαδὴ αἱ μετρήσεις ἀμφοτέρων τῶν παρατηρητῶν εἰς τὴν αὐτὴν θέσιν τοῦ ὀργάνου ὑπόκεινται εἰς τὸ αὐτὸ σφάλμα, ἔχουν δηλαδὴ τὴν αὐτὴν «ὀντότητα» $P_1 = P_2 = P_3 = 1$. Μὲ ἄλλα λόγια τὸ σφάλμα ἑκάστης μεμονωμένης μετρήσεως μετέχει ἰσότιμα εἰς τὸ ἄθροισμα τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων τῶν σφαλμάτων. Τὸ ἄθροισμα τοῦτο ὡς καὶ ἡ ἐπίλυσίς του ὡς πρὸς τὸν ἄγνωστον α_i ἔχει ὡς ἑξῆς:

$$S = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{3} (\alpha_{j,i} - \alpha_i)^2$$

ἢ

$$\frac{\partial s}{\partial \alpha_i} = -\frac{2}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{3} (\alpha_{j,i} - \alpha_i) \text{ ἢ } \sum_{i=1}^{3} (\alpha_{j,i} - \alpha_i) = 0 \tag{1}$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει

$$\hat{\alpha}_i {}^{*} = \bar{\alpha}_i = \frac{\alpha_{1,i} + \alpha_{2,i} + \alpha_{3,}{}^{i}}{3} \tag{2}$$

Τὸ μέσον σφάλμα ἑκάστης μετρήσεως εἶναι

$$\Delta\bar{\alpha}_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3} (\alpha_{j,i} - \bar{\alpha}_i)^2}{n-1}} \tag{3}$$

Εἰς τοὺς παρακειμένους πίνακας 2 καὶ 3 δίδονται αἱ κατὰ προσέγγισιν τιμαὶ διὰ τὰς μετρηθείσας γωνίας α′, β′, ε′, ὡς ἐπίσης καὶ αἱ μέσαι τιμαὶ τούτων δι' ἕκαστον μετρηθὲν σημεῖον. Ἐπίσης δίδονται καὶ τὰ ἑκάστοτε μέσα σφάλματα τῶν μετρήσεων.

---

* $\hat{\alpha}_i$: σημαίνει προσεγγιστικὴν τιμὴν γιὰ τὸ α_i .

ΠΙΝΑΞ 2.

Διαδοχικὴ μέτρησις τῶν σημείων μιᾶς διακλάσεως, ὑπὸ πεπειραμένου παρατηρητοῦ — ὑπολογισμὸς τοῦ μέσου σφάλματος.

	1	2	3	4	5	6
I α′	37,282	37,750	38,880	39,778	38,830	37,705
I ε′	86,565	85,650	87,480	89,389	89,840	38,080
I β′	84,139	85,290	87,490	88,803	87,270	85,164
II α′	37,285	37,750	38,880	39,780	38,829	37,708
II ε′	86,750	85,650	87,480	89,390	89,839	88,080
II β′	84,140	85,285	87,490	88,810	87,260	85,160
III α′	37,288	37,750	38,880	39,780	38,825	37,708
III ε′	86,570	85,650	87,480	89,390	89,840	88,080
III β′	84,150	85,285	87,489	88,808	87,262	85,160
Μέσαι τιμαὶ $\bar{\alpha}'$, $\bar{\beta}'$, $\bar{\varepsilon}'$	$\bar{\alpha}'$ 37,2850	37,7500	38,8800	39,7793	38,8280	37,7070
	$\bar{\varepsilon}'$ 86,5683	85,6500	87,4800	89,3896	89,8396	88,0800
	$\bar{\beta}'$ 84,1430	85,2860	87,4890	88,8070	87,2640	85,1613
Μέσον σφάλμα ἑκάστης μετρήσεως	Εα′ $0{,}3 . 10^{-2}$	0	0	$0{,}1155422 . 10^{-2}$	$0{,}26457513 . 10^{-2}$	$0{,}173205 . 10^{-2}$
	Εε′ $0{,}288704 . 10^{-2}$	0	0	$0{,}0583095 . 10^{-2}$	$0{,}0583095 . 10^{-2}$	0
	Εβ′ $0{,}6082762 . 10^{-2}$	$0{,}3 . 10^{-2}$	$0{,}1 . 10^{-2}$	$0{,}36055512 . 10^{-2}$	$0{,}52915026 . 10^{-2}$	$0{,}230976 . 10^{-2}$

Μέση τιμὴ τῶν μέσων σφαλμάτων κατὰ τὴν μέτρησιν γωνιῶν $\bar{\varepsilon} = 0{,}1881999702 . 10^{-2}$, ὅπου s : 13,82 μ. γραμμὴ βάσεως, ε_1 : 0,373129°, ὑψομετρικὴ διαφορὰ τῶν «σημείων στάσεως» εἰς μοίρας.

Π Ι Ν Α Ξ 3.

Διαδοχικὴ μέτρησις τῶν σημείων τῆς ἰδίας διακλάσεως (πίν. 2) ὑπὸ μὴ πεπειραμένου παρατηρητοῦ ὑπολογισμὸς τοῦ μέσου σφάλματος.

		1	2	3	4	5	6
	α′	37,281	37,750	38,880	39,775	38,814	37,715
I	ε′	85,568	85,650	87,480	89,381	89,830	88,080
	β′	84,140	85,290	87,495	88,805	87,250	85,180
	α′	37,289	37,750	38,880	39,772	38,830	37,716
II	ε′	86,580	85,650	87,480	89,388	89,835	88,080
	β′	84,137	85,290	87,489	88,810	87,267	85,173
	α′	37,282	37,750	38,880	39,770	38,820	37,720
III	ε′	86,575	85,650	87,480	89,385	89,83	88,077
	β′	84,132	85,285	87,490	88,800	87,245	85,180
Μέσαι		$\overline{\alpha'}$ 37,284	37,750	38,880	39,7723	38,8213	37,717
τιμαὶ		$\overline{\varepsilon'}$ 86,5743	85,650	87,480	89,3846	89,83166	88,079
$\overline{\alpha'}$, $\overline{\beta'}$, $\overline{\varepsilon'}$		$\overline{\beta'}$ 84,1363	85,2883	87,4913	88,805	87,254	85,1776
Μέσον σφᾶλμα		$E\alpha'$ 0,4358898 10^{-2}	0	0	0,2516942 . 10^{-2}	0,80820 . 10^{-2}	0,2645751 . 10^{-2}
ἑκάστης		$E\varepsilon'$ 0,0027857 10^{-2}	0	0	0,3512833 . 10^{-2}	0,288616 . 10^{-2}	0,17320508 . 10^{-2}
μετρήσεως		$E\beta'$ 0,4041658.10^{-2}	0,288704 . 10^{-2}	0,3214809 . 10^{-2}	0,5020 . 10^{-2}	1,153250 . 10^{-2}	0,4043376 . 10^{-2}

Μέση τιμὴ τῶν μέσων σφαλμάτων κατὰ τὴν μέτρησιν γωνιῶν $\bar{\varepsilon} = 0{,}3471246988 \cdot 10^{-2}$ διὰ τὴν αὐτὴν γραμμὴν βάσεως s_1, καὶ ὑψομετρικὴν διαφορὰν ε_1 τῶν «σημείων στάσεως» (πίναξ 2).

Ἡ μέση τιμὴ τῶν μέσων σφαλμάτων δεικνύει τὴν τάξιν μεγέθους τοῦ σφάλματος μὲ τὸ ὁποῖον εἶναι ἐπιβεβαρυμέναι αἱ ἀρχικαὶ μετρήσεις. Ὡς φαίνεται καὶ ἀπὸ τοὺς πίνακας 2 καὶ 3 τοῦτον εἶναι σχεδὸν διπλάσιον διὰ τὸν ἄπειρον παρατηρητήν, ἀπ' ὅτι διὰ τὸν πεπειραμένον, εἶναι ἐν τούτοις καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις τόσον μικρόν, ὥστε νὰ παραμεληθῇ συνηγορῶντας διὰ τὴν μεγάλην ἀκρίβειαν τῶν ἐν ὑπαίθρῳ συλλεγέντων μετρήσεων.

2. 2. 3. Ἀπαιτούμενος χρόνος.

Ἡ διεξαγωγὴ μετρήσεων ἐν ὑπαίθρῳ μὲ τὸν Θεοδόλιχον, ἄλλως πώς Ταχυμετρία, ἀπαιτεῖ ἐλάχιστον χρόνον, ἐξ οὗ ἄλλωστε καὶ τὸ ὄνομα Ταχυμετρία. Βασικά, ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἔκτασιν τῶν ἀπαιτουμένων μετρήσεων, ὡς ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὴν ἐμπειρίαν τοῦ παρατηρητοῦ. Ἐπὶ παραδείγματι, ὁ ἀπαιτηθεὶς χρόνος διὰ τὴν διεξαγωγὴν τῶν μετρήσεων τῶν ἀναφερομένων εἰς τοὺς πίνακας 2 καὶ 3, ἦτο διαφορετικός. Ἡ πλήρης ἀνάπτυξις καὶ τοποθέτησις τοῦ ὀργάνου εἰς ἓν «σημεῖον στάσεως» μέχρι τῆς ἐνάρξεως τῶν μετρήσεων ἀπήτησε καὶ διὰ τοὺς δύο παρατηρητὰς περὶ τὰ 3′. Ἡ πλήρης μέτρησις τῆς διακλάσεως ἀπήτησε διὰ μὲν τὸν πεπειραμένον παρατηρητὴν 2 - 3′ διὰ δὲ τὸν ἄπειρον 5 - 6′. Μικρὴ ὅμως ἐξάσκησις καὶ ἐξοικίωσις μὲ τὸν Θεοδόλιχον συντελοῦν ὥστε ὁ χρόνος νὰ περιορισθῇ εἰς τὸ ἐλάχιστον.

3. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΙΣ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Ἡ σύμπτωσις τῆς γραμμῆς βάσεως μὲ τὴν διεύθυνσιν Βορρᾶ-Νότου διευκολύνει τὴν εἰσαγωγὴν ἑνὸς τρισδιαστάτου συστήματος συντεταγμένων, ἤδη ἐν ὑπαίθρῳ, τὸ ὁποῖον πρὸς ἀποφυγὴν συγχύσεως εἰς τοὺς μετέπειτα ὑπολογισμοὺς ἔχει τὸν συμβολισμὸν RST. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο λοιπὸν τῶν συντεταγμένων, ἡ γραμμὴ βάσεως A_i B_i ἢ ἀλλοιῶς ἡ N - S διεύθυνσις παριστᾶ τὸν R - ἄξονα, καθέτως πρὸς αὐτὸν καὶ ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ἐκτείνεται ὁ S - ἄξων, κατακορύφως δὲ πρὸς τοὺς δύο προηγουμένους ἐκτείνεται ὁ T - ἄξων. Ἐν συσχετισμῷ λοιπόν πρὸς τὸ σύστημα αὐτὸ τῶν συντεταγμένων ἀκολουθεῖ μία σειρὰ ὑπολογισμῶν ἡ σχηματικὴ παράστασις τῶν ὁποίων ἔχει ὡς ἑξῆς:

Διεξαγωγὴ τῶν μετρήσεων εἰς τὴν ὕπαιθρον

↓

Παλαιαὶ συντεταγμέναι

↓

Νέαι συντεταγμέναι καὶ ἐξίσωσις τοῦ ἐπιπέδου

↓

Ἐπίπεδοι συντεταγμέναι

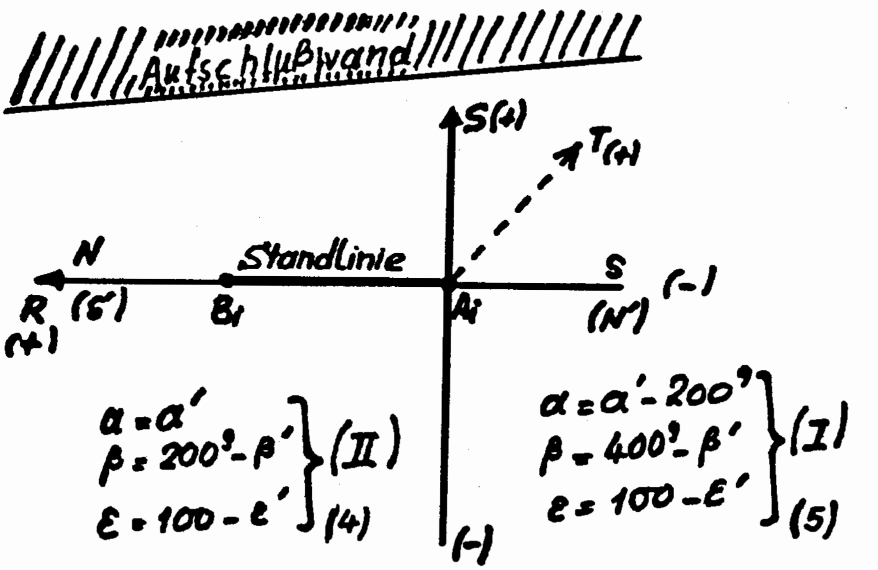
↓

Ὑπολογισμὸς κλίσεως, διευθύνσεως κλίσεως, διευθύνσεως, ἐμβαδοῦ ἐπιφανείας

Διὰ τὴν ἁπλουστέραν καὶ ταχυτέραν ἐκτέλεσιν τῶν ὑπολογισμῶν αὐτῶν, ἔχει γραφῆ ἓν πρόγραμμα δι' ἠλεκτρονικὸν ὑπολογιστήν, τὸ ὁποῖον ἐπιτρέπει τὸν ὑπολογισμὸν τῶν προαναφερθεισῶν παραμέτρων τῶν διακλάσεων ἐντὸς ἐλαχίστου χρόνου. Αἱ ἀρχαὶ καὶ τὰ μαθηματικὰ ὑπόβαθρα τούτου, θὰ ἐξετασθοῦν εἰς τὰς ἑπομένας παραγράφους.

3.1. Διαδικασία τῆς ἀξιολογήσεως.

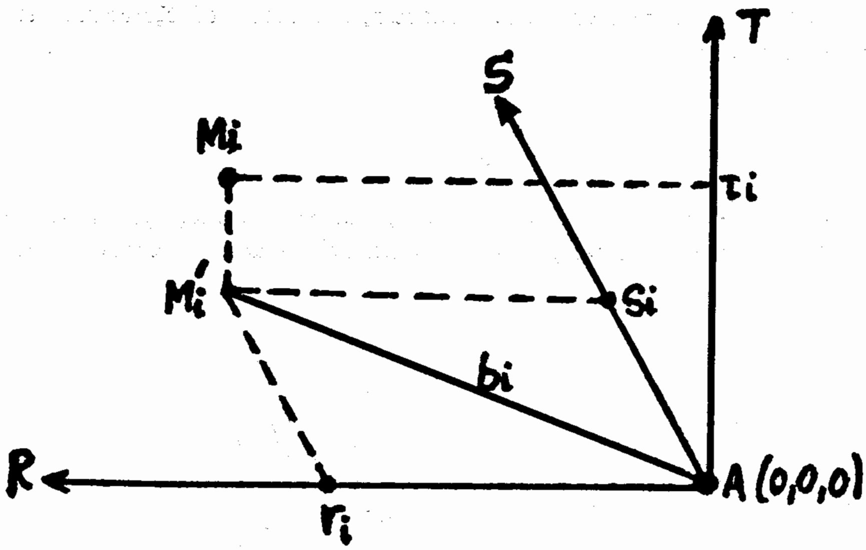
'Απὸ τὰς δύο ὁριζοντίας γωνίας α', β', καὶ τὴν κατακόρυφον γωνίαν ε' αἱ ὁποῖαι ἐμετρήθησαν συνολικῶς δι' ἕκαστον ἐπιλεγὲν σημεῖον, ὑπολογίζονται κατ'



Σχ. 6. 'Υπολογισμὸς τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἀπὸ τὰς ἐν ὑπαίθρῳ μετρηθείσας γωνίας.

ἀρχὰς αἱ γωνίαι βάσεως τοῦ ἐπιπέδου τριγώνου $A_i' B_i' C_i'$ (σχ. 4) κατὰ τοὺς τύπους (4) ἢ (5), ἀναλόγως ἂν ἡ διεύθυνσις τοῦ Βορρᾶ ἀριστερὰ (II) ἢ δεξιὰ (I) τῆς βραχώδους ἐπιφανείας ἐκτείνεται (σχ. 6). 'Η φορὰ ἀπὸ A_i πρὸς B_i λαμβάνεται σταθερῶς ὡς θετικὴ φορά, τὸ δὲ «σημεῖον στάσεως» A_i ὡς τὸ 0 τοῦ συστήματος συντεταγμένων.

Κατόπιν τούτου ὑπολογίζονται αἱ συντεταγμέναι χώρου δι᾽ ἕκαστον σημεῖον συμφώνως πρὸς τοὺς τύπους (6) καὶ (7) καὶ τὰ σχ. 4 καὶ 7.



Σχ. 7. Ὑπολογισμὸς τῶν συντεταγμένων χώρου, ἢ «παλαιῶν συντεταγμένων» δι' ἕκαστον σημείων μιᾶς ἐπιφανείας.

$$b_i = s \frac{\sin\beta_i \,.\, \cos\varepsilon_i}{\sin(\alpha_i + \beta_i)} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} r_i &= b_i \,.\, \cos\alpha_i \\ s_i &= b_i \,.\, \sin\alpha_i \\ t_i &= b_i \,.\, \tan\varepsilon_i \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

3. 2. Διάκλασις ἢ διατμητικὴ ἐπιφάνεια πετρώματος ὡς ἐπίπεδον.

Αἱ διακλάσεις, ὅπως οἱαδήποτε διατμητικὴ καὶ ἄλλη γεωλογικὴ ἐπιφάνεια, οὐδέποτε εἶναι τέλεια ἐπίπεδα. Συνήθως παρουσιάζουν ἐπιφανειακὰς ἀνωμαλίας καὶ καμπυλότητας. Ἡ παρουσίασις λοιπὸν τούτων ὡς ἐπιπέδων, προϋποθέτει τὸν ὑπολογισμὸν τῶν «ἐξισωτικῶν των ἐπιπέδων» (regression plan), ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἐπ' αὐτῶν ἐπιλεγέντων καὶ μετρηθέντων σημείων.

Ὡς συντεταγμέναι χώρου τῶν σημείων τούτων θὰ λαμβάνωνται πλέον αἱ συντεταγμέναι χώρου τῶν προβολῶν των ἐπὶ τοῦ ἐξισωτικοῦ των ἐπιπέδου, καλούμεναι νέαι συντεταγμέναι. Οὕτω πως διευκολύνεται ὁ ὑπολογισμὸς καὶ ἐπιτυγχάνεται μεγαλυτέρα ἀκρίβεια κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς κλίσεως, διευθύνσεως κλίσεως, διευθύνσεως καὶ ἐμβαδοῦ τῶν ἐπιφανειῶν τούτων. Ὁ μαθηματικὸς ὑπολογισμὸς τοιούτων ἐξισωτικῶν ἐπιπέδων, τὰ ὁποῖα ἐκφράζονται μὲ μίαν μαθηματικὴν ἐξίσωσιν, ὡς καὶ ἡ μετάβασις ἀπὸ τὰς συντεταγμένας χώρου τῶν σημείων εἰς τὰς δυσδιαστάτους συντεταγμένας ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων τούτων ἐκτίθενται εἰς τὰς προσθήκας Α καὶ Β. Εἰς τὰ ἑπόμενα, λοιπόν, ἑκάστη ἐπιφάνεια διακλάσεως θὰ νοῆται συνταυτισμένη μὲ τὸ ἐξισωτικὸν ἐπίπεδον διὰ τῶν ἐπ' αὐτῆς μετρηθέντων σημείων εἰς τὸν χῶρον.

Ἡ παραδοχὴ ταύτη ἐπιτρέπει, σὺν τοῖς ἄλλοις, τὴν ἀποκόμισιν μιᾶς πρώτης ἐντυπώσεως, ὅσον ἀφορᾶ τὴν καμπυλότητα ἢ μὴ κανονικότητα τοῦ ἐπιπέδου τῆς διακλάσεως, ἀφοῦ ὑπολογίσει κανεὶς τὰς ἀποστάσεις τῶν μετρηθέντων σημείων ἀπὸ τὸ ἐξισωτικόν των ἐπίπεδον καὶ τὸ ὁποῖον ἔχει ἤδη προβλεφθῆ εἰς τὸ ὑπάρχον πρόγραμμα διὰ τὸν ἠλεκτρονικὸν ὑπολογιστήν.

3.2.1. Ὑπολογισμὸς τῶν παραμέτρων.

Ὁ ὑπολογισμὸς οὗτος γίνεται ἐπὶ τῇ βάσει τῆς μαθηματικῆς ἐξισώσεως τοῦ ἐξισωτικοῦ ἐπιπέδου ἑκάστης ἐπιφανείας ὡς καὶ τῶν ἐπιπέδων συντεταγμένων τῶν σημείων της.

3.2.2. Κλίσις.

Ἔστω $ar_i + bs_i + ct_i = -1$ ἡ ἐξίσωσις ἑνὸς τοιούτου ἐπιπέδου (ἰδὲ προσθήκη). Ἡ κλίσις τούτου, φ_i δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\cos\varphi_i = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \tag{8}$$

ὡς συνάγεται ὑπὸ τοῦ σχ. 8, ἡ γωνία κλίσεως φ_i εἶναι ἡ γωνία μεταξὺ τοῦ δεδομένου ἐπιπέδου $ar_i + bs_i + ct_i = -1$ καὶ τοῦ ἐπιπέδου συντεταγμένων RS ἢ ἄλλως πως $T = 0$.

3.2.3. Διεύθυνσις καὶ διεύθυνσις κλίσεως.

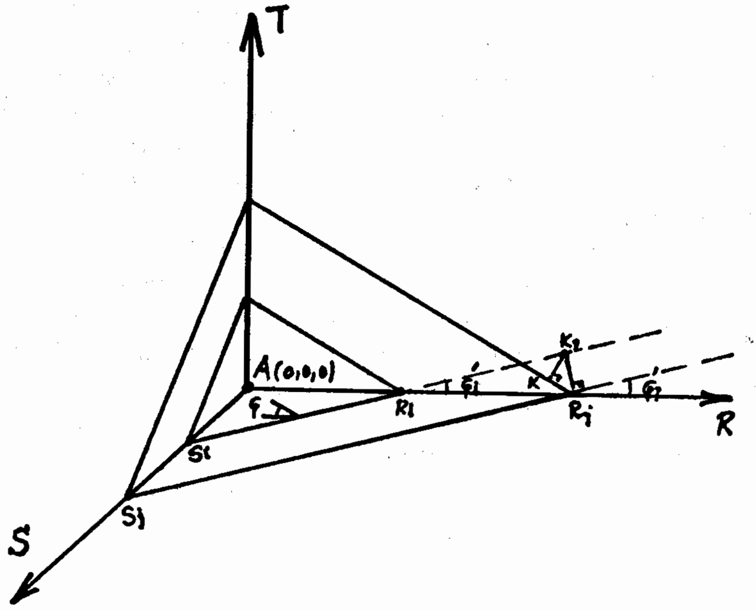
Ἡ διεύθυνσις $\varphi_{1,i}$ προκύπτει ἀπὸ τὴν γωνίαν φ_i' τοῦ δεδομένου ἐπιπέδου $ar_i + bs_i + ct_i = -1$ καὶ τῆς διευθύνσεως τοῦ Βορρᾶ, δηλ. τοῦ R— ἄξονος τοῦ συστήματος συντεταγμένων (σχ. 8), καὶ τὸ ὁποῖον δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$\cos\varphi_i' = \frac{r_i}{\sqrt{r_i^2 + s_i^2}} \tag{9}$$

Ἡ διεύθυνσις $\varphi_{1,i}$ προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου:

$$\varphi_{1,i} = 180^\circ - \varphi_i' \tag{10}$$

Ἐνῷ ἡ διεύθυνσις κτίσεως $\varphi_{2,i}$ προκύπτει ἀναλόγως τῆς ὑφισταμένης ἐκ τῶν προαναφερθεισῶν περιπτώσεων (σχ. 6) ὡς ἑξῆς:



Σχ. 8. Σχηματικὴ ἀπεικόνισις τῆς γωνίας κλίσεως φ_i καὶ τῆς γωνίας φ_i' πρὸς ὑπολογισμὸν τῆς διευθύνσεως καὶ τῆς διευθύνσεως κλίσεως,

$$\left.\begin{array}{llllll}
\multicolumn{6}{l}{\text{Περίπτωσις I (σχ. 6)}}\\
\text{i} & \text{μὲ } \cos\varphi_i'\text{: ἀρνητικόν,} & \text{ἐὰν} & \varphi_i < 90^0 & \text{τότε} & \varphi_{2,i} = 90^0 + \varphi_{1,i}\\
 & & & \varphi_i > 90^0 & & \varphi_{2,i} = 270^0 + \varphi_{1,i}\\
\text{ii} & \text{μὲ } \cos\varphi_i'\text{: θετικόν,} & \text{ἐὰν} & \varphi_i < 90^0 & \text{τότε} & \varphi_{2,i} = \varphi_{1,i} - 90^0\\
 & & & \varphi_i > 90^0 & & \varphi_{2,i} = 90^0 + \varphi_{1,i}\\
\multicolumn{6}{l}{\text{Περίπτωσις II (σχ. 6)}}\\
\text{iii} & \text{μὲ } \cos\varphi_i'\text{: ἀρνητικόν,} & \text{ἐὰν} & \varphi_i < 90^0 & \text{τότε} & \varphi_{2,i} = 270^0 + \varphi_{1,i}\\
 & & & \varphi_i > 90^0 & & \varphi_{2,i} = 90^0 + \varphi_{1,i}\\
\text{iv} & \text{μὲ } \cos\varphi_i'\text{: θετικόν,} & \text{ἐὰν} & \varphi_i < 90^0 & \text{τότε} & \varphi_{2,i} = 90^0 + \varphi_{1,i}\\
 & & & \varphi_i > 90^0 & & \varphi_{2,i} = \varphi_{1,i} - 90^0
\end{array}\right\} \quad (11)$$

3. 2. 4. Ἐμβαδὸν ἐπιφανείας.

Αἱ συντεταγμέναι τῶν προβολῶν τῶν σημείων τοῦ περιγράμματος μιᾶς διακλάσεως ἐπὶ τοῦ ἐξισωτικοῦ της ἐπιπέδου, ἐπιτρέπουν διὰ τῆς ἀνασυνθέσεως τοῦ περιγράμματος ταύτης, τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ἐμβαδοῦ της ἐκ τοῦ γεωμετρικοῦ της σχήματος ἀπ' εὐθείας ὑπὸ τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ, (ἰδὲ σελ. 21, 26 ὡς καὶ σχ. 10, 11).

3. 3. Ἀκρίβεια τῆς μεθόδου ἀξιολογήσεως.

Τὰ τελικὰ ἐξαγόμενα κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν διαφόρων παραμέτρων πρέπει νὰ ληφθοῦν, θεωρητικά, ὡς προσεγγιστικαὶ τιμαί. Αἱ ἀποκλίσεις των ἀπὸ τὰς πραγματικὰς ἢ ἀπολύτους τιμὰς μᾶς δίδουν τὴν ἀκρίβειαν τῶν ὑπολογισμῶν. Ἐξετάζει κανεὶς τὰ τρία βασικὰ στάδια τῆς ἀξιολογήσεως ἢ ὑπολογισμῶν, ἤτοι:

α. Ὑπολογισμὸς συντεταγμένων χώρου.
β. Ὑπολογισμὸς ἀποστάσεων τῶν σημείων ἀπὸ τὸ ἐξισωτικόν των ἐπίπεδον δι' ἑκάστην ἐπιφάνειαν.
γ. Ὑπολογισμὸς τῶν ἐπιπέδων συντεταγμένων.

Οὕτω ἔχει κανεὶς ἀντὶ τῶν ἀπολύτων ἢ πραγματικῶν τιμῶν π.χ. $x_1, x_2 \ldots x_\nu$ τὰς προσεγγιστικὰς τιμὰς $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu$.

Δέον λοιπὸν ὅπως ὑπολογισθῇ τὸ σφάλμα μὲ τὸ ὁποῖον ἐπιβαρύνεται ἡ ὅλη διαδικασία τοῦ ὑπολογισμοῦ, ἂν βασισθῇ ὁ ὑπολογισμὸς τῶν παραμέτρων εἰς τὰς προσεγγιστικὰς ἢ σχετικὰς αὐτὰς τιμάς.

Ἂν αἱ σχετικαὶ αὐταὶ τιμαὶ θεωρηθοῦν ὡς ἐπιβεβαρυμέναι ἑκάστη μ' ἓν σφάλμα, τότε ἰσχύει $\varepsilon_1 = \alpha_1 - x_1$, $\varepsilon_2 = \alpha_2 - x_2, \ldots, \varepsilon_\nu = \alpha_\nu - x_\nu$, ὅπου ε_ν ($\nu = 1, 2 \ldots$) τὸ σφάλμα ἑκάστης ὑπολογισθείσης τιμῆς. Τὰ σφάλματα ταῦτα εἶναι πολὺ μικροῦ μεγέθους ἐν σχέσει πρὸς τὰς τιμὰς τῶν $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu$.

Ἂν θεωρήσῃ κανεὶς τὰς πραγματικὰς ὑπολογισίμους τιμὰς ὡς συνάρτησιν ν μεταβλητῶν $f(x_1, x_2, \ldots, x_\nu)$ τότε ἰσχύει $f(x_1, x_2, \ldots, x_\nu) = f(\alpha_1 - \varepsilon_1, \alpha_2 - \varepsilon_2, \ldots \alpha_\nu - \varepsilon_\nu)$ ἡ ὁποία δίδει συμφώνως μὲ τοὺς κανόνας τοῦ διαφορικοῦ λογισμοῦ.

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_\nu) = f(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu) - \varepsilon_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} - \varepsilon_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} - \ldots - \varepsilon_\nu \frac{\partial f}{\partial x_\nu}$$

κατ' αὐτὴν τὴν ἔκφρασιν προκύπτει τὸ ἀπόλυτον σφάλμα τοῦ τελικοῦ ἀποτελέσματος συμφώνως πρὸς τὸν τύπον

$$\varepsilon = f(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\nu) - f(x_1, x_2, \ldots, x_\nu) = \varepsilon_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \varepsilon_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \ldots + \varepsilon_\nu \frac{\partial f}{\partial x_\nu} \quad (12)$$

εἰς τὴν ὁποίαν τὰ μερικὰ διαφορικὰ τῆς $f(x_1, x_2, \ldots, x_\nu)$ πρέπει νὰ ληφθοῦν εἰς τὰς θέσεις $x_1 = \alpha_1$, $x_2 = \alpha_2, \ldots, x_\nu = \alpha_\nu$.

Εἰς ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω καὶ διὰ νὰ διαπιστωθῇ ποίαν ἐπίδρασιν ἔχουν τυχὸν σφάλματα εἰς τὰς ἀρχικὰς μετρήσεις ἐπὶ τῶν τελικῶν ἀποτελεσμάτων, ἐλήφθη ἡ εἰς τὸν πίνακα 2 ἀναφερομένη διάκλασις, ἡ ὁποία ὑπελογίσθη δύο φοράς. Μίαν φορὰν ἐλήφθησαν αἱ προσεγγιστικαὶ ἢ μέσαι τιμαὶ (ἰδὲ ἐξίσ. 2) διὰ τὰς γωνίας α΄, β΄, ε΄, τὴν δὲ ἄλλην αἱ τιμαὶ διὰ τὰς γωνίας ταύτας αἱ συλλεχθεῖσαι κατὰ τὴν δευτέραν μέτρησιν. Ὡς προέκυψεν ἀπὸ τὴν ἀκολουθήσασαν σύγκρισιν, ἀλλαγὴ εἰς τὴν τρίτην μετὰ τὸ κόμμα θέσιν εἰς τὰς ἀρχικὰς μετρήσεις ἐπιδρᾷ εἰς τὴν τετάρτην μετὰ τὸ κόμμα θέσιν τῶν ὑπολογιζομένων ἐξ αὐτῶν νέων συντεταγμένων, εἰς τὴν πέμπτην θέσιν μετὰ τὸ κόμμα εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τετραγώνων τῶν ἀποστάσεων τῶν σημείων ἀπὸ τὸ ἐξισωτικόν των ἐπίπεδον, εἰς τὴν τετάρτην θέσιν μετὰ τὸ κόμμα εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἐπιπέδων συντεταγμένων τῶν σημείων.

Ὁ ἀναλυτικὸς ὑπολογισμὸς τῶν ἐπὶ μέρους σφαλμάτων εἰς τὰ διάφορα στάδια τῆς διαδικασίας ταύτης, ὡς καὶ ὁ τῆς μέσης τιμῆς τῶν μεμονωμένων σφαλμάτων, ἔχει ὡς ἑξῆς:

	Ὑπολογισμὸς μὲ τὰς μέσας ἢ προσεγγιστικὰς τιμὰς			Ὑπολογισμὸς μὲ τὰς τιμὰς ἐκ τῆς δευτέρας μετρήσεως		
	α. Νέαι συντεταγμέναι					
	R	S	T	R	S	T
1.	16.6075	10.9930	4.2720	16.6083	10.9935	4.2714
2.	16.4287	11.0766	4.5417	16.4287	11.0764	4.5418
3.	16.0718	11.2687	3.9058	16.0715	11.2687	3.9058
4.	15.8348	11.4006	3.2872	15.8345	11.4008	3.2868
5.	16.1087	11.2664	3.1624	16.1084	11.2671	3.1626
6.	16.4540	11.0809	3.7561	16.4545	11.0819	3.7562

Κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (12) ἂν $\alpha_1, \ldots, \alpha_6$ ληφθῶσιν ὡς αἱ τιμαὶ ἐκ τῆς δευτέρας μετρήσεως καὶ $x_1, \ldots, x_6$ αἱ τιμαὶ ἐκ τοῦ ὑπολογισμοῦ μὲ τὰς προσεγγιστικὰς τιμάς, ἐπειδὴ

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{1}{n} \tag{13}$$

ἔχομεν $\varepsilon_1 = 1.66666 \,.\, 10^{-4}$

β. Ὑπολογισμὸς τῶν τετραγώνων τῶν ἀποστάσεων τῶν σημείων ἀπὸ τὸ ἐξισωτικό των ἐπίπεδον.

$0.4356 \,.\, 10^{-2}$	$0.4322 \,.\, 10^{-2}$

ἐκ τῶν (12) καὶ (13) ἔχομεν

$$\varepsilon_2 = 3{,}4 \,.\, 10^{-5}$$

γ. Ὑπολογισμὸς τῶν ἐπιπέδων συντεταγμένων

	X	Y	X	Y
1.	0.0	0.0	0.0	0.0
2.	0.3343	0	0.3350	0.0
3.	0.0602	—0.7025	0.0608	—0.7027
4.	—0.2783	—1.2864	—0.2789	—1.2870
5.	—0.5602	—1.1140	—0.5596	—1.1136
6.	—0.3121	—0.4472	—0.3143	—0.4471

ἐκ τῶν (12) καὶ (13) ἔχομεν

$$\varepsilon_3 = 2{,}8 \,.\, 10^{-4}$$

Ἡ μέση τιμὴ τῶν μεμονωμένων σφαλμάτων εἶναι

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad \text{ἤτοι} \quad \bar{\varepsilon} = 1.60222 \,.\, 10^{-4}$$

Συμφώνως πρὸς τὴν μαθηματικὴν θεωρίαν σφαλμάτων, διὰ νὰ θεωρηθῇ ὀρθὴ μία ὑπολογιστικὴ διαδικασία, πρέπει τὸ σφάλμα τῶν τελικῶν ἐξαγομένων νὰ εἶναι μικρότερον, μάλιστα δὲ τὸ $^1/_{10}$ τοῦ σφάλματος τῶν ἀρχικῶν δεδομένων (ἐκ τοῦ πίν. 2). Ἡ ἀκολουθοῦσα σύγκρισις τῶν δύο σφαλμάτων

$0{,}188999702 \,.\, 10^{-2} > 0{,}160222 \,.\, 10^{-3}$ δεικνύει ὅτι ἡ συνθήκη ταύτη πληροῦται ἐν προκειμένῳ.

Περαιτέρω διερευνᾶται ἡ ἐπίδρασις τοῦ τελικοῦ τούτου σφάλματος εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἐπιθυμητῶν παραμέτρων.

i Κλίσις

$$\varphi_i = 88.887^0 \quad | \quad \varphi_i = 88.809^0$$
$$\text{ἤτοι} \quad \Delta\varphi_i = 0{,}078^0$$

Διεύθυνσις

$$\varphi_{1,i} = 153.444^0 \quad | \quad \varphi_{1,i} = 153.586^0$$
$$\text{ἤτοι} \quad \Delta\varphi_{1,i} = 0{,}142^0$$

Διεύθυνσις κλίσεως

$$\varphi_{2,i} = 63.444^0 \quad | \quad \varphi_{2,i} = 63.586^0$$
$$\text{ἤτοι} \quad \Delta\varphi_{2,i} = 0{,}142^0$$

Ἐμβαδὸν

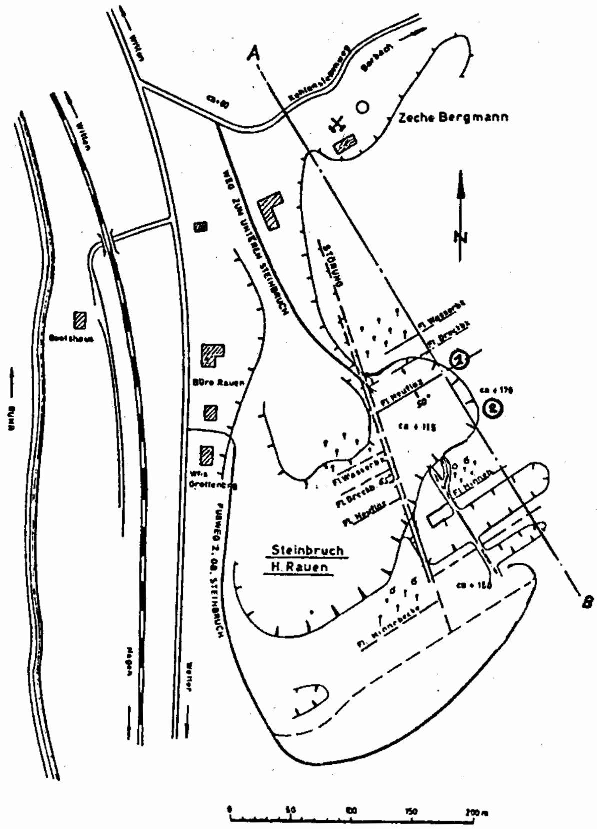
$$F = 0{,}66592 \quad | \quad F = 0{,}66704$$
$$\text{ἤτοι} \quad \Delta F = 1{,}12 \,.\, 10^{-3}\ m^2$$

4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΕΙΣ ΤΗΝ ΥΠΑΙΘΡΟΝ

Ἡ πρώτη ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου εἰς τὴν πρᾶξιν, ἐξ ἧς καὶ τὰ ἑπόμενα παραδείγματα, ἔγινε εἰς τὸ λατομεῖον H. Rauen περὶ τὰ 1 $^1/_2$ χλμ. ΝΔ. τῆς πόλεως Witten εἰς τὴν κοιλάδα τοῦ ποταμοῦ Ruhr. Τὰ στρώματα, ψαμμῖται καὶ ψαμμιτικοὶ ἕως ἀργιλικοὶ σχιστόλιθοι περικλείουν στενὰς ἀνθρακοφόρους ζώνας (kohlenfloeze) τοῦ Ἀνωτέρου Λιθανθρακοφόρου τῶν καλουμένων sproeckhoeveler schichten (5).

Οἱ ψαμμῖται εἶναι, τοπικῶς, κροκαλοπαγοῦς ὑφῆς, ἀνοικτοῦ γκρίζου ἕως ἀνοικτοῦ γκρίζου - μπλὲ χρώματος, ὑποδηλοῦντος ηὐξημένη περιεκτικότητα εἰς πυρίτιον καὶ ὡς ἐκ τούτου ἐνισχυμένην ἀνθεκτικότητα. Ἡ ἐμφάνισις αὕτη ἀπαντᾷ εἰς παχείας στρώσεις, οἱ δὲ κόκκοι τοῦ ψαμμίτου εἶναι ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον μέσου μεγέθους. Τὰ στρώματα κλίνουν μὲ 45° - 50° πρὸς ΒΔ, διευθύνονται δὲ πρὸς ΝΔ - ΒΑ.

Ἐμετρήθησαν αἱ θέσεις 1, 2 (σχ. 9) εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὡς ἄνω λατομείου. Οἱ διακλάσεις κλίνουν σχεδὸν κατακορύφως παρουσιάζουν δὲ τοπικὰς διαφοράς. Εἰς τὴν θέσιν 1 (ἀριστερὰ πλευρὰ) αἱ ἐπιφάνειαι διακλάσεων εἶναι καλῶς



Σχ. 9. Σχεδιάγραμμα τοῦ Λατομείου H. Rauen
μὲ τὰς θέσεις τῶν μετρήσεων.
Γεωλογ. χάρτης Witten Nr. 4509
Gaus - Krüger Συντεταγμέναι $\left\} \begin{array}{l} H = {}^{57}99.450 \\ R = {}^{25}94.400 \end{array} \right.$

ἀποτυπωμέναι, ὀλίγον διαβρωμέναι, οὐδόλως δὲ τεκτονικῶς παραμορφωμέναι. Ἡ περιφέρειά των εἶναι ἐλλειψοειδοῦς μορφῆς, φέρουν δὲ καλῶς ἀποτυπωμένας φτεροειδεῖς ἐμφανίσεις καὶ ἀκτινωτὰ ὑβώματα (Plumose. Structures, Federstrukturen) (3). Εἰς τὴν θέσιν 2 (δεξιὰ πλευρά), εἰς τὴν περιοχὴν ἑνὸς διαγωνίου ρήγματος, ἀπαντοῦν ἀκανόνιστοι διακλάσεις, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν, ἐνίοτε, ἰσχυρὰς ἀποκλίσεις ἀπὸ τὴν μέσην διεύθυνσίν των. Μία παραλληλότης τῶν διακλάσεων τῆς αὐτῆς ὁμάδος καὶ δημιουργία ἐμφανῶν διακλαστικῶν πυρήνων (Kluftkoerper) εἰς τὴν θέσιν ταύτην κατὰ τὸν MUELLER (6) εἶναι περιωρισμένη. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν οἱ συνηθέστερον ἀπαντώμενοι διακλαστικοὶ πυρῆνες εἶναι σφηνοειδοῦς μορφῆς καὶ τὸ συνηθέστερον σχῆμα τῆς περιφερείας τῶν ἐπιφανειῶν διακλάσεων εἶναι γραμμικόν, (ἔναντι τῆς ἐλλειπτικῆς μορφῆς ποὺ παρουσιάζουν αἱ διακλάσεις τῆς ἀριστερᾶς πλευρᾶς τοῦ λατομείου).

4.1. Παραδείγματα ἀπὸ τὴν μέτρησιν καὶ ἀξιολόγησιν (ὑπολογισμὸν) ἐπιφανειῶν εἰς τὴν ὕπαιθρον.

Ὅλαι σχεδὸν αἱ ἐπιφάνειαι διακλάσεων, αἱ ὁποῖαι τόσον εἰς τὴν βραχώδη ἐπιφάνειαν τοῦ λατομείου, ὅσον καὶ εἰς τὸν φωτογραφικὸν χάρτην αὐτοῦ, ἐπεδείκνυον μίαν ἐλλειπτικῆς μορφῆς περιφέρειαν, ἀπεδόθησαν τόσον ὑπολογιστικῶς, ὅσον καὶ γραφικῶς, ὑπὸ τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ἐγκεφάλου ὡς γεωμετρικαὶ ἐλλείψεις μὲ μεγάλην ὑπολογιστικὴν ἀκρίβειαν (ὡς δεικνύεται κατωτέρω) τῆς τάξεως τοῦ 10^{-9} (τάξις μεγέθους τοῦ ὑπολογιστικοῦ σφάλματος).

Αἱ ἐπιφάνειαι διακλάσεων αἱ ἐμφαίνουσαι γραμμικὴν περιφέρειαν, ὑπελογίσθησαν ἀναλόγως.

Εἰς τὰ ἑπόμενα θὰ δειχθῇ ὁ τρόπος ὑπολογισμοῦ δύο ἐκ τῶν ὑπολογισθεισῶν ἐπιφανειῶν (ἐλλειπτικοῦ ὡς καὶ γραμμικοῦ περιγράμματος, σχ. 10, 11).

XBG, BEN = 130501 Artopoulos, TSB = 80, PSB = 150, KSB = 32.
Auftrag 645 AM 02.11.73 UM 18:1 MV 140016
Gib Kommandos □ : □ el, system □ tue, system □ Arto □ .
Eingeschl : System (0001.00) BKZ : Artopoulos
Ende tue (6.00) 0.09
Gib Kommandos □ : □ Convert, Daten = /
8.30, 2.969665,

	(α_i')	(β_i')	(ε_i')
1. 2.	95.480,	115.450,	79.440,
2. 2.	96.460,	115.980,	79.510,
3. 2.	97.100,	116.300,	79.400,
4. 2.	97.540,	116.600,	79.210,
5. 2.	99.120,	117.520,	77.680,
6. 2.	99.800,	118.040,	76.680,
7. 2.	102.320,	119.340,	73.750,
8. 2.	100.530,	117.880,	69.520,
9. 2.	98.980,	117.150,	70.750,
10. 2.	97.750,	116.370,	71.660,

11.	2.	96.840,	115.740,	72.620,
12.	2.	95.980,	115.280,	73.630,
13.	2.	95.070,	114,580,	74.550,
14.	2.	94.160,	113.880,	76.400,
0.	□.			

Start Convert

Geaendert. & STDDB Convert (0001.00)

Stop

Ende Convert 0.31

Gib Kommandos □ : □ Ellipse, Daten = Convert □.

Start STDHP (1.00)

Alte und Neue Koordinaten

Nr	R	S	T	R	S	T	Abstand
1	1.8498	86.0094	8.7266	1.9824	26.1559	8.6985	0 199641
2	1.4784	26.5596	8.8700	1.5202	26.6057	8.8612	0.062845
3	1.2893	86.9670	9.0534	1.1995	26.9342	9.0597	—0.044760
4	1.0490	27.1332	9.1967	1.0313	27.1137	9.2005	—0.026688
5	0.3869	27.9847	10.2353	0.3435	27.9368	10.2445	—0.065242
6	0.0885	28.1599	10.8028	0.1446	28.2219	10.7909	0.084497
7	—1.0908	29.9196	13.0958	—1.1574	29.8462	13.1099	—0.100110
8	—0.2463	29.5863	15.3576	—0.3114	29.5145	15.3714	—0.097898
9	0.4547	28.3742	14.0406	0.5478	28.4771	14.0208	0.140226
10	0.9824	27.7853	13.2647	1.0571	27.8677	13.2489	0.112358
11	1.3631	27.4388	12.6023	1.3766	27.4537	12.5994	0.020308
12	1.7018	26.9149	11.8569	1.7514	26.9696	11.8464	0.074629
13	2.0700	26.6774	11.3056	2.0212	26.6235	11.3159	—0.073446
14	2.4319	26.4363	10.3186	2.2485	26.2336	10.3575	—0.076129

Summe der arstandsquadrate: 0.1974 E + 00

Ebenengleichung: — 0.3445D —01 ⋆ R + —0.3805D —01 ⋆ S + 0.7308D —
— 02 ⋆ T = — 1

Rechenkontrolle: 0.2253 E — 09

Erene Koordinaten

Nr	X	Y
2	0.6652	0.0
3	1.1587	0.0811
4	1.4314	0.1584
5	2.7213	0.9178

6	3.1859	1.3690
7	5.7562	3.1310
8	5.4971	5.5544
9	3.8682	4.5618
10	2.9135	4.0006
11	2 2526	3.4921
12	1.4807	2.9039
13	0 9293	2.4915
14	0.2734	1.6596
1	0.0	0.0

Basisvektoren des ebenen koordinatensystems

A = (—0.69493 0.67621 0.24456) B = (0.27478 —0.06457 0.95934)

Gib punktnummern □ : 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 8, 9, 10, 11, 13, 14, □.

Ellipse durch die punkte

1 2 3 4 5 7 8 8 9 10 11 13 14

Loesung des gleichunssystems

0.5707D + 00 0.1000D + 01 — 0.2035D + 00 — 0.1199D + 01 — 0.1311D +
+ 01 — 0.2040D + 00

Determinanten : Delta — 0.33462 D + 00 D 0.14109 D + 00

Nach hauptachsentransformation mit PHI = 35.93282

0.9565 D — 01 0.1475 D + 01 — 0.8685 D + 00 — 0.8516 D + 00
0.5170 D — 25 — 0.2040 D + 00

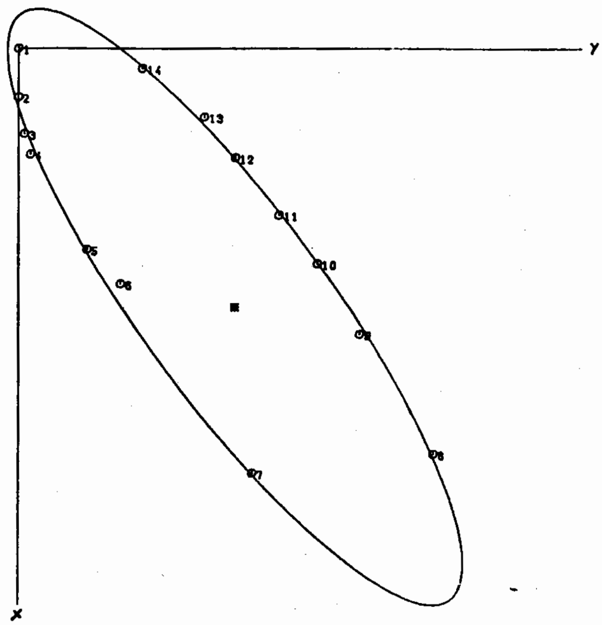
Parameter der ellipse

Xnull	Ynull	A	B	PHI	Flaeche
30.50652	2.89786	4.90185	1.24826	35.93282	19.22273

Schaetzwert fuer abstaende

1	— 0.2040 E + 00	0.4685 E — 01
2	— 0.8087 E — 01	0.6231 E — 02
3	0.1124 E + 00	0.7486 E — 02
4	0.2119 E + 00	0.2197 E — 01
5	— 0.6282 E — 01	0.9124 E — 02
6	— 0.5447 E + 00	0.5117 E — 01
7	— 0.4332 E — 01	0.4674 E — 03
8	0.8827 E — 01	0.3840 E — 02
9	— 0.2437 E + 00	0 9639 E — 02
10	— 0.2434 E — 01	0.4466 E — 04

11	— 0.7129 E — 01	0.4856 E — 03
12	0.5984 E — 01	0.6691 E — 03
13	0.2843 E + 00	0.2184 E — 01
14	— 0.4771 E — 01	0.1338 E — 02



Σχ. 10. Διάκλασις ἐλλειψοειδοῦς περιγράμματος εἰς τὸ Λατομεῖον H. Rauen. Κλίμαξ: 1 : 50,28.

Gib 1, wenn gezeichnet werden soll, sonst 0□ : 1□.
Einfallen (κλίσις): 81.896°
Streichen (διεύθυνσις): 137.842°
Richtung des Einfallens διεύθυνσις κλίσεως): 227.842°
Fläche (ἐμβαδὸν): 19.2227 m²
Gib Kommandos □ : □ Convert, Daten = /
13.30, 2.40

	(α_i')	(β_i')	(ε_i')
1, 2,	84.57,	120.57,	82.97,
2, 2,	85.755,	120.65,	81.63,
3, 2,	84.015,	119.75,	79.735,
4, 2,	85.55,	120.44,	77.7,
5, 2,	90.69,	123.62,	84.27,
6, 2,	89.295,	122.73,	86.05,
7, 2,	91.63,	124.34,	91.34,
8, 2,	92.86,	125.14,	89.8,
0, □.			

Start Convert
Geaendert : & STDDB. Convert (0001.00)
Stop

Ende Convert 0.19
Gib Kommandos □ : □ Ellipse, Daten = Convert □ .

Start STDHP (1.00)
Alte und neue koordinaten

Nr	R	S	T	R	S	T	Abstand
1	5.6441	22.8290	6.4453	5.7582	22.9552	6.4274	0.171024
2	5.3635	23.5685	7.1750	5.2893	23.4864	7.1866	— 0.111353
3	5.9064	23.0865	7.8335	5.9033	23.0230	7.8340	— 0.004736
4	5.4461	23.5802	8.8419	5.4454	23.5794	8.8420	— 0.001011
5	3.6494	24.7763	6.3170	3.6835	24.8140	6.3117	0.051116
6	4.1559	24.4817	5.5301	4.0549	24.3699	5.5459	— 0.151470
7	3.2885	24.8679	3.4335	3.2373	24.8112	3.4415	— 0.076746
8	2.8269	25.0998	4.0819	2.9120	25.1940	4.0686	0.127622

Summe der abstandsquadrate : 0.8941 E — 01

Ebenengleichung :

— 0.3317 D — 01 * R + 0.3670 D — 01 * S + 0.5191 D — 02 * T = — 1

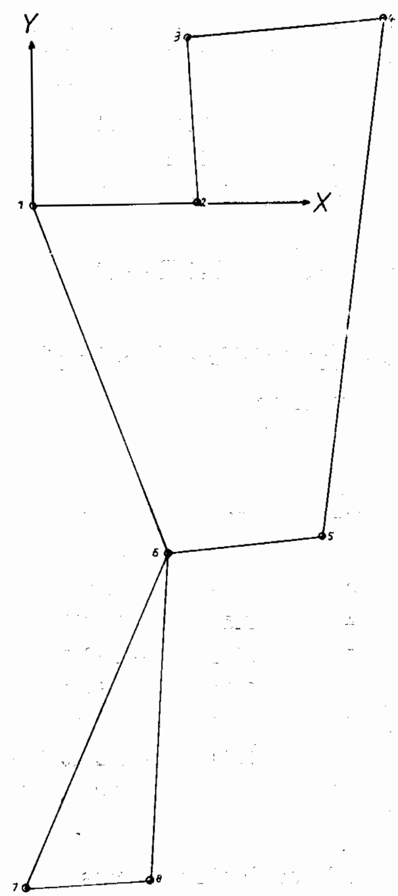
Rechenkontrolle : 0.1257 E — 09
Ebene koordinaten

Nr	X	Y
2	1.0385	0.0
3	0.9975	1.0046
4	2.2258	1.1678
5	1.8031	— 2.1265
6	0.8484	— 2.2271
7	— 0.0952	— 4.3251
8	0.7060	— 4.2636
1	0.0	0.0

Basisvektoren des ebenen koordinatensystems
A = (— 0.45153 0.51154 0.73105) B = (0.59278 — 0.44040 0.67429)
Gib punktnummern □ : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, □
8 - Eck durch die Punkten 1 2 3 4 5 6 7 8

Einfallen (κλίσις) : 84.0088^0
Streichen (διεύθυνσις) : 137.8909^0
Richtung des Einfallens (διεύθυνσις κλίσεως): 227.8909^0
Fläche (ἐμβαδὸν): 4.750 m^2
Gib 1, wenn ein 8 - Eck gezeichnet werden soll, sonst 0 □ : 1 □ (σχ. 11)
Gib punktnummern □ : 0□.

Stop
Ende STDHP (1.00) 1.05
Ende Zeichne (16.01) 0.04



Σχ. 11. Διάκλασις γραμμικοῦ περιγράμματος εἰς τὸ Λατομεῖον H. Rauen. Κλῖμαξ: 1 : 20.

5. ΕΠΙΛΟΓΟΣ

5.1. Πλεονεκτήματα ἐκ τῆς διὰ τοῦ Θεοδολίχου χρήσεως εἰς τὴν γεωτεχνικήν.

i ῾Ο Γεωλόγος μηχανικὸς ἢ ὁ μηχανικὸς δύνανται μόνοι των ἢ τῇ βοηθείᾳ ἐλαχίστου προσωπικοῦ νὰ μετρήσουν καὶ νὰ ὑπολογίσουν προσοτικῶς τὴν θέσιν εἰς τὸν χῶρον, προσανατολισμὸν καὶ μέγεθος διακλάσεων καὶ ἄλλων σημαντικῶν διατμητικῶν τοῦ πετρώματος ἐπιπέδων ἐπιδρώντων μεγίστως εἰς τὴν ἀντοχὴν τούτου.

ii ῾Η συγκομιδὴ τῶν στοιχείων ἀπ' εὐθείας εἰς τὴν ὕπαιθρον ἐπιτρέπει ταυτοχρόνως τὴν ἐξοικίωσιν μὲ τὰς ἑκάστοτε ὑφισταμένας συνθήκας καὶ τὴν ἔκφρασιν τῶν ἐπιθυμητῶν παραμέτρων εἰς τὸ πνεῦμα τῶν συνθηκῶν αὐτῶν.

iii Διὰ τῆς διὰ τοῦ Θεοδολίχου μεθόδου διευκολύνεται καὶ ἁπλοποιεῖται μεγίστως ἡ μέτρησις καὶ ἀξιολόγησις ὅλων τῶν μὴ προσιτῶν εἰς τὴν διὰ χειρὸς μέτρησιν διακλάσεων καὶ ἄλλων διατμητικῶν ἐπιπέδων τῶν βραχωδῶν μαζῶν, παλλαὶ τῶν ὁποίων εἶναι ἀποφασιστικῆς σπουδαιότητος διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀντοχῆς τοῦ πετρώματος.

5.2. Περαιτέρω δυνατότητες ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου.

i ῾Ο ὑπολογισμὸς τῶν ἐμβαδῶν τῶν μεμονωμένων διακλάσεων ἐπιτρέπει τὴν ἐκτίμησιν τοῦ βαθμοῦ «διαχωρισμοῦ» ἢ διατμήσεως τῶν πετρωμάτων ἕνεκα τούτων.

ii Τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν ἀποστάσεων τῶν σημείων ἀπὸ τὸ ἐξισωτικόν των ἐπίπεδον δι' ἑκάστην διάκλασιν, ἐπιτρέπει τὴν ἐκτίμησιν τῆς καμπυλότητος ἢ τῆς μὴ «ἐπιπεδότητος» τῶν διακλάσεων βασικῆς αἰτίας διὰ τὴν ὕπαρξιν τριβῆς, δυνάμεως ἀντιτιθεμένης εἰς τὴν κίνησιν διατετμημένων βραχωδῶν μαζῶν.

ΠΡΟΣΘΗΚΗ Α

῾Υπολογισμὸς τοῦ ἐξισωτικοῦ ἐπιπέδου

῾Ο ὑπολογισμὸς τοῦ ἐξισωτικοῦ ἐπιπέδου γίνεται διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων τῶν σφαλμάτων (The least Square method - methode der Kleinsten Fehlerquadrate). Κατ' αὐτήν, δεδομένων τῶν συντεταγμένων χώρου ὅλων τῶν σημείων M_i (r_i, s_i, t_i) ἑκάστης διακλάσεως, ὑπολογίζεται τὸ ἐπίπεδον ἐκεῖνον

$$U_1 r_i + U_2 s_i + U_3 t_i = 1 \tag{14}$$

ὅπου U_1, U_2, U_3 = σταθερὸν ἄνυσμα $\neq 0$ διὰ τὸ ὁποῖον τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν καθέτων ἀποστάσεων τῶν σημείων εἶναι ἐλάχιστον

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} (U_1 r_i + U_2 s_i + U_3 t_i - 1)^2 = \text{Min} \qquad (15)$$

ἡ παράστασις α ἔχει δι᾿ ἐκείνας τῶν τιμῶν τῶν U_1, U_2, U_3 ἕνα ἐλάχιστον διὰ τὰς ὁποίας ἰσχύει

$$\frac{\partial\alpha}{\partial U_1} = 2\sum_{i=1}^{n} (U_1 r_i + U_2 s_i + U_3 t_i - 1)\, r_i = 0$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial U_2} = 2\sum_{i=1}^{n} (U_1 r_i + U_2 s_i + U_3 t_i - 1)\, s_i = 0$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial U_3} = 2\sum_{i=1}^{n} (U_1 r_i + U_2 s_i + U_3 t_i - 1)\, t_i = 0$$

ἢ

$$2 \underbrace{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} r_i^2 & \sum_{i=1}^{n} r_i s_i & \sum_{i=1}^{n} r_i t_i \\ \sum_{i=1}^{n} r_i s_i & \sum_{i=1}^{n} s_i^2 & \sum_{i=1}^{n} s_i t_i \\ \sum_{i=1}^{n} r_i t_i & \sum_{i=1}^{n} s_i t_i & \sum_{i=1}^{n} t_i^2 \end{vmatrix}}_{M} \begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} r_i \\ \sum_{i=1}^{n} s_i \\ \sum_{i=1}^{n} t_i \end{vmatrix} \qquad (16)$$

᾿Εφ᾿ ὅσον $\det M \neq 0$, ὑπολογίζει κανεὶς ἐκ τῆς (16) τὰ U_1, U_2, U_3 καὶ ἐκ τῆς (14) παρέχεται τὸ ἐξισωτικὸν ἐπίπεδον.

᾿Εὰν εἶναι $\det M = 0$, τότε ὑπάρχουν μόνον ἐξισωτικὰ ἐπίπεδα διὰ τοῦ 0 τοῦ συστήματος τῶν συντεταγμένων. Ἡ ἐξίσωσις τοιούτων ἐξισωτικῶν ἐπιπέδων εἶναι τῆς μορφῆς

$$U_1 r_i + U_2 s_i + U_3 t_i = 0 \qquad (17)$$

Καὶ αὐτὰ τὰ ἐπίπεδα ὑπολογίζονται ὡς ἀνωτέρω.

Ἡ προβολὴ τῶν σημείων εἰς τὸ ἐξισωτικόν των ἐπίπεδον (διὰ τὴν περίπτωσιν $\det M \neq 0$) προκύπτει ἂν ὑπολογίσῃ κανεὶς δι᾿ ὅλα τὰ σημεῖα M_i (r_i , s_i , t_i) μιᾶς διακλάσεως τὰ ἐξαγόμενα

$$U_1 r_i + U_2 s_i + U_3 t_i = \Delta_i \qquad (18)$$

καὶ προσθέσῃ εἰς r_i , s_i , t_i ἓν πολλαπλάσιον (λ - σιον) τοῦ ἀνύσματος (U_1, U_2, U_3), οὕτως ὥστε τὰ σημεῖα

$$(r_i, s_i, t_i) + \lambda_i (U_1, U_2, U_3) = (r_i + \lambda_i U_1, s_i + \lambda_i U_2, t_i + \lambda_i U_3) \qquad (19)$$

νὰ κεῖνται ἐπὶ τοῦ ἐξισωτικοῦ ἐπιπέδου. Τὸ λ_i δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$\lambda_i = \frac{-(1+\Delta_i)}{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2} \tag{20}$$

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ὑπολογίζεται καὶ ἡ προβολὴ τῶν σημείων εἰς τὴν περίπτωσιν $\det M = 0$.

ΠΡΟΣΘΗΚΗ Β

Μετάβασις εἰς τὰς ἐπιπέδους συντεταγμένας.

Ἔστωσαν Α, Β τὰ βασικὰ ἀνύσματα (ἀνύσματα ὁρισμοῦ) τοῦ ἐπιπέδου διὰ μέσου τοῦ 0 τοῦ συστήματος τῶν συντεταγμένων. Ἔστωσαν A_q, B_q τὰ βασικὰ ἀνύσματα ἑνὸς ἐπιπέδου παραλλήλου πρὸς τὸ προηγούμενον. Ἡ ἐξίσωσις τούτου ἔχει:

$$xA_q + yB_q + c' - p = 0 \tag{21}$$

ὅπου:

$$A_q = (r_2 - r_1,\ s_2 - s_1,\ t_2 - t_1)\frac{1}{\sqrt{(r_2 - r_1)^2 + (s_2 - s_1)^2 + (t_2 - t_1)^2}}$$

$$c' = (r_1,\ s_1,\ t_1)$$

$$p = (r,\ s,\ t)$$

Διὰ τὸ ἄνυσμα B_q πρέπει νὰ ἰσχύῃ $B_q \perp A_q$, $|B_q| = 1$, $B_q + c' \in$ εἰς τὸ ἐξισωτικὸν ἐπίπεδον.

Περαιτέρω ἰσχύει $x_i A_q + y_i B_q + (r_i\ s_i\ t_i) \in$ εἰς τὸ ἐξισωτικὸν ἐπίπεδον (22) ὅπου x_i, ψ_i εἶναι αἱ ἐπίπεδοι συντεταγμέναι τοῦ σημείου $(r_i\ s_i\ t_i)$. Διὰ τὴν ἐπίλυσιν τῆς ἐξισώσεως ἐλλείπει ὁ παράγων (ἄνυσμα) B_q ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ὁποίου γίνεται ἐκ τοῦ ἀκολούθου συστήματος ἐξισώσεων:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{i} & (r_i + b_1)U_1 + (s_i + b_2)U_2 + (t_i + b_3)U_3 + 1 = 0 \\ \text{ii} & \alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \alpha_3 b_3 = 0 \\ \text{iii} & b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = 1 \end{array}\right\} \tag{23}$$

ἐκ τῆς 23, ii ἔχομεν $$b_1 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} b_2 - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} b_3 \tag{24}$$

ἐκ τῆς 23, i: $$b_2\left((U_2 - U_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) + r_i U_1 + s_i U_2 + (t + b_3) -$$

$$- \frac{\alpha_3}{\alpha_1} b_3 U_1 + 1 = 0$$

θέτοντες $\left(U_2 - U_1 \dfrac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) = f^*$

λαμβάνομεν

$$b_2 f^* + b_3 \left(U_3 - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} U_1 \right) + r_i U_1 + s_i U_2 + t_i U_3 + 1 = 0 \qquad (25)$$

θεωροῦντες $b_3 = 1$ (26) ἐπιλύεται ἡ ἡ (25) ὡς πρὸς b_2.

Ἀντικατάστασις τῶν b_3 καὶ b_2 εἰς τὴν 23, iii δίδει τὸ b_1·

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. ADLER, R. k. ä.— Anwendung der Photogrammetrie zur Erfassung tektonischer Daten. Clausthaler Tektonische Hefte, Nr. 10 «Computer-Einsatz in der Geologie» (s. 337 - 358) 1970.
2. ADLER, R., BODECHTEL, I.— Tektonische Datenerfassung aus terrestrisch - Photogrammetrischen Aufnahmen sowie deren Weiterverarbeitung in der EDV. «Bildmessung + Luftbildwessen, s. 267 - 272 5/1970.
3. BANKWITZ, P.— Üder Klüfte I, Beobachtungen im Thüringischen Schiefergebirge. Geologie, 14, Berlin 1965/a.
4. FINSTERWALDER, R., HOFMANN, W.— «Photogrammetrie» De Gruyter Verlag, Berlin, s. 455. 1968.
5. HAHNE, C. k. ä.— Lehrreiche geologische Aufschlüsse in Ruhrrevier Verlag Glückauf GmbH Essen, s. 83 - 89. 1958.
6. MÜLLER, L.— Der Kluftkörper Geologie und Bauwesen, Jg 18, H 1, s. 57.
7. PREUSS, H, D.— Nummerisch-Photogrammetrische Kluftmessung. Διάλεξις εἰς τὰ πλαίσια τοῦ XXI Kolloquium τῆς Αὐστριακῆς Ἑταιρείας Γεωμηχανικῆς. Salzburg, Ὀκτώβριος 1972.
8. —— Προσωπικὴ συζήτησις Bochum, Σεπτέμβριος 1973.
9. ZEISS.— Τεχνικὰ ἔντυπα (πληροφοριακὰ) τοῦ ἐργοστασίου Carl Zeiss, Oberkochen Wuertt σ. 143.