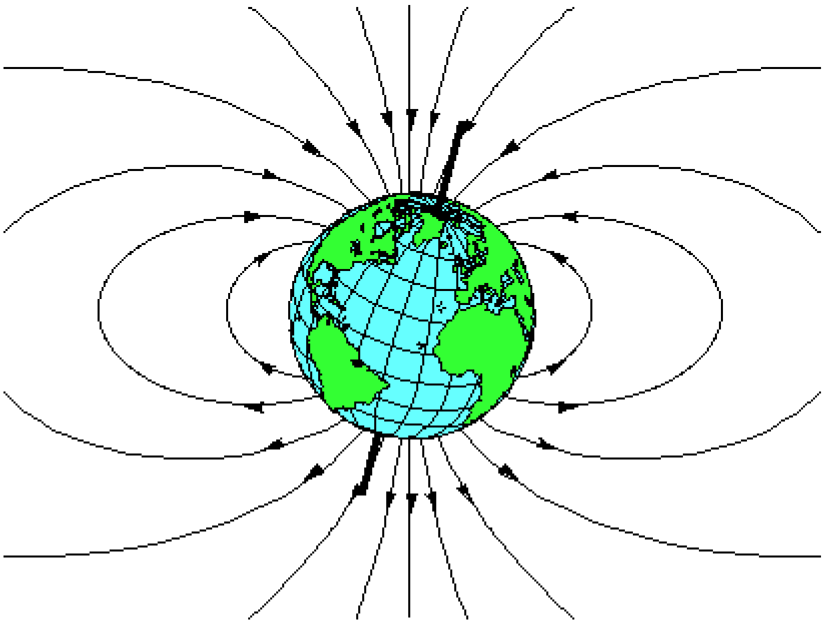
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ – ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ

Θέμα διατριβής ειδίκευσης

Μιγαδικά χαρακτηριστικά Ανωμαλιών Που Προκαλούνται Από Λαξεύματα



Μεταπτυχιακός φοιτητής:
ΜΙΛΕΑ ΧΡΗΣΤΟΣ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:
ΤΣΟΚΑΣ ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ, Καθηγητής Γεωφυσικής
ΠΑΠΑΖΑΧΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ, Αναπληρωτής Καθηγητής Γεωφυσικής
ΤΣΟΥΡΛΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ, Επίκουρος Καθηγητής Γεωφυσικής

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2007

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος

Η παρούσα διατριβή ειδίκευσης με τίτλο «Μιγαδικά χαρακτηριστικά ανωμαλιών που προκαλούνται από λαξεύματα» εκπονήθηκε στο πλαίσιο του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών του τομέα Γεωφυσικής του τμήματος Γεωλογίας του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης. Η ανάθεση της διατριβής έγινε από τον καθηγητή του τομέα Γεωφυσικής, κύριο Γ. Ν. Τσόκα το Νοέμβριο του 2006.

Ο κύριος στόχος της παρούσας διατριβής ήταν η μελέτη των μιγαδικών χαρακτηριστικών από μαγνητικές ανωμαλίες που δημιουργούνται από λαξεύματα. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκε αρχικά κώδικας Fortran για τον υπολογισμό τόσο της μαγνητικής ανωμαλίας, όσο και των μιγαδικών χαρακτηριστικών, για διάφορα μοντέλα λαξευμάτων. Επίσης δημιουργήθηκε και δεύτερος κώδικας Fortran, με σκοπό τον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας. Έτσι δοκιμάστηκε η αποτελεσματικότητα της μεθόδου των μιγαδικών χαρακτηριστικών και σε πραγματικά δεδομένα, με τελικό σκοπό την εφαρμογή της μεθόδου στην αρχαιομετρία.

Στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής γίνεται μία εισαγωγή στη θεωρία του αναλυτικού σήματος, καθώς και στη μέθοδο των μιγαδικών χαρακτηριστικών. Παρουσιάζονται για το σκοπό αυτό οι αντίστοιχες εξισώσεις, ο φορμαλισμός και η μέθοδος που θα ακολουθηθεί στο υπόλοιπο της διατριβής.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μελέτη του ευθέος προβλήματος, όπου χρησιμοποιούνται οι αναλυτικές εξισώσεις που παρατέθηκαν στο πρώτο κεφάλαιο, για τον υπολογισμό της μαγνητικής ανωμαλίας και των μιγαδικών χαρακτηριστικών σε διάφορα πολυγωνικά μοντέλα, τα οποία προσομοιάζουν (προσεγγιστικά) λαξεύματα. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται μέσα από πρόγραμμα Fortran, η δομή του οποίου περιγράφεται αναλυτικά. Στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται μία σύγκριση του προγράμματος με άλλα διαθέσιμα προγράμματα και παρατίθενται τα πρώτα συμπεράσματα σχετικά με τις δυνατότητες που έχει η χρήση των μιγαδικών χαρακτηριστικών του αναλυτικού σήματος σε ότι αφορά το ευθύ πρόβλημα.

Το τρίτο κεφάλαιο αναφέρεται στον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας. Αναλύονται οι αριθμητικές μέθοδοι για την εύρεση της οριζόντιας και κατακόρυφης παραγώγου της μαγνητικής ανωμαλίας, οι οποίες οδηγούν στον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών. Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται και το δεύτερο πρόγραμμα Fortran που δημιουργήθηκε για την εκτέλεση των παραπάνω υπολογισμών. Στη συνέχεια μελετάται η εφαρμογή του κώδικα σε συνθετικά δεδομένα, τα οποία προέκυψαν από τα ίδια μοντέλα λαξευμάτων που χρησιμοποιήθηκαν και στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στο τέλος του κεφαλαίου ακολουθούν τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παραπάνω μελέτη.

Ένα σημαντικό κομμάτι της παρούσας διατριβής, που παρουσιάζεται στο τέταρτο κεφάλαιο, είναι η μελέτη δύο ειδών σφαλμάτων που υπεισέρχονται στη μέθοδο μελέτης των μιγαδικών χαρακτηριστικών. Το πρώτο είδος αφορά τα σφάλματα που εισάγουν τα όργανα μέτρησης και το δεύτερο αφορά τα σφάλματα λόγω διακριτοποίησης του σήματος (της μαγνητικής ανωμαλίας). Αρχικά γίνεται μία αναφορά στο είδος κάθε σφάλματος. Στη συνέχεια εξετάζεται η επίδραση της καθεμίας από τις δύο κατηγορίες στα μιγαδικά χαρακτηριστικά ξεχωριστά, αλλά και το συνολικό τους αποτέλεσμα και παρατίθενται οι καμπύλες ολικού σφάλματος-βήματος δειγματοληψίας. Επίσης γίνεται μία προκαταρκτική μελέτη της επίδρασης που έχουν στα μιγαδικά χαρακτηριστικά ενός μαγνητισμένου σώματος μικρά γειτονικά μαγνητισμένα σώματα που είναι διασκορπισμένα γύρω του. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των σφαλμάτων στα μιγαδικά χαρακτηριστικά και προτείνονται, με βάση τις καμπύλες ολικού σφάλματος– βήματος δειγματοληψίας, τρόποι βελτιστοποίησης των συνθηκών έρευνας στην αρχαιομετρία, όσον αφορά το είδος του οργάνου και το βήμα δειγματοληψίας των μετρήσεων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή της μεθόδου από πραγματικά δεδομένα μαγνητικών μετρήσεων, από την περιοχή του Μακρύγυαλου Πιερίας. Αρχικά γίνεται μία ανασκόπηση της έρευνας των Tsokas et al. (1997) στο Μακρύγυαλο Πιερίας. Κατόπιν η μέθοδος των μιγαδικών χαρακτηριστικών εφαρμόζεται κατά μήκος δύο οδεύσεων ενός κελιού, όπου από μαγνητικές μετρήσεις ολικού πεδίου εξάγονται τα μιγαδικά χαρακτηριστικά. Στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται μία εκτίμηση της αποτελεσματικότητας της μεθόδου σε πραγματικά δεδομένα.

Μετά και το πέμπτο κεφάλαιο ακολουθεί μία σύνοψη όλων των συμπερασμάτων που προέκυψαν σε όλη τη διατριβή. Αρχικά παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που αφορούν τις μορφές των μιγαδικών χαρακτηριστικών που προκύπτουν από τη λύση του ευθέος προβλήματος για συγκεκριμένα μοντέλα λαξευμάτων. Στη συνέχεια εκτίθενται τα συμπεράσματα της εύρεσης των μιγαδικών χαρακτηριστικών με αριθμητικές μεθόδους, από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας και ακολουθούν αυτά της μελέτης της επίδρασης του θορύβου στη μέθοδο των μιγαδικών χαρακτηριστικών. Τέλος παρουσιάζονται τα συμπεράσματα από τη μελέτη των μιγαδικών χαρακτηριστικών σε πραγματικά δεδομένα.

Στο τέλος της παρούσας διατριβής εκτίθεται ένα παράρτημα, στο οποίο περιλαμβάνονται οι δύο κώδικες των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν για τις ανάγκες της διατριβής.

Η ολοκλήρωση της παρούσας διατριβής ειδίκευσης δε θα ήταν δυνατή χωρίς τη συμβολή ορισμένων ανθρώπων. Πρώτα από όλους θέλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, τους γονείς μου Μίρτσεα και Πασχαλίτσα και την αδερφή μου Μαρία, για τη συνεχή οικονομική και ψυχική υποστήριξη τους σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, χωρίς την οποία τίποτα από όλα αυτά δε θα ήταν εφικτό. Ελπίζω η όλη πορεία μου μέχρι τώρα, εντός και εκτός πανεπιστημίου, να αποτελεί την ελάχιστη ηθική επιβράβευση για την αμέριστη συμπαράσταση τους καθ’ όλη τη διάρκεια της ζωής μου.

Θέλω να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή Γεωφυσικής κύριο Γρηγόρη Τσόκα για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε με την ανάθεση του θέματος της διατριβής ειδίκευσης χωρίς να έχουμε συνεργαστεί ποτέ στο παρελθόν. Επίσης θέλω να τον ευχαριστήσω για την άριστη συνεργασία που είχαμε καθ’ όλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών μου σπουδών και για την κάθε είδους βοήθεια και γνώση που μου παρείχε. Στα εναπομείναντα μέλη της τριμελούς μου επιτροπής οφείλω επίσης ένα μεγάλο ευχαριστώ. Στον αναπληρωτή καθηγητή Κωνσταντίνο Παπαζάχο για τη στενή συνεργασία μας για την ολοκλήρωση του τέταρτου κεφαλαίου της παρούσας διατριβής, καθώς και για τη βοήθεια του για την ανάπτυξη των προγραμμάτων. Στον επίκουρο καθηγητή Παναγιώτη Τσούρλο για τις σημαντικές υποδείξεις και παρατηρήσεις του σε διάφορα σημεία της διατριβής. Ευχαριστώ επίσης το μέλος του μόνιμου προσωπικού του εργαστηρίου Γεωφυσικής Αλέξανδρο Σταμπολίδη για την βοήθεια που μου παρείχε σε διάφορα θέματα της διατριβής αυτής και για την γενικότερη επικοινωνία που είχαμε. Ακόμα θέλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή Γεωφυσικής κύριο Richard Hansen για την πολύτιμη βοήθεια του στην αρχή της διατριβής, καθώς και για το γενικό ενδιαφέρον που έδειξε καθ’ όλη τη διάρκεια ανάπτυξης της παρούσας διατριβής.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ στην τρομερή παρέα μου στο μεταπτυχιακό, Ανθυμίδη Μάριο, Καραμήτρου Αλεξάνδρα, Μπάλλα Δημήτρη, Ρίγα Μιχάλη, Συμιρδάνη Κλεάνθη, όχι μόνο για την κάθε είδους επιστημονική βοήθεια που μου προσέφεραν, αλλά και για το κατόρθωμα τους να με ανεχτούν αυτά τα δύο χρόνια των μεταπτυχιακών μου σπουδών. Ελπίζω να αντέξουν πολύ ακόμα. Να ευχαριστήσω ακόμα όλους τους φίλους μου, Μαργαρίτα, Ελένη, Μιχάλη, Χριστίνα, Βιβή, Γιάννη, Κώστα, που ήταν κοντά μου όλα αυτά τα χρόνια. Τέλος να ευχαριστήσω όλους τους συναδέλφους του σταθμού και του νέου κτιρίου για την άψογη συνεργασία που είχαμε και τις ευχάριστες στιγμές που περάσαμε. Η συνεισφορά τους ήταν σημαντική στο να μείνουν αυτά τα δύο χρόνια αξέχαστα.

Μίλεα Χρήστος,
Ιούνιος 2007

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο
Μέθοδος Του Αναλυτικού Σήματος

1. 1 *Εισαγωγή*

Οι μαγνητικές μέθοδοι γεωφυσικής διασκόπησης αποτελούν τις παλαιότερες γεωφυσικές μεθόδους διασκόπησης. Αν και ξεκίνησαν ως μέθοδοι εύρεσης κοιτασμάτων σιδήρου στη Σουηδία το 1630, το εύρος εφαρμογών τους έχει διευρυνθεί πλέον αρκετά, περιλαμβάνοντας την έρευνα πετρελαίου, τη μεταλλευτική έρευνα, τη γεωλογική χαρτογράφηση, τη μελέτη γεωθερμικών πηγών και την αρχαιομετρία. Όπως αναφέρθηκε και στον πρόλογο το πεδίο εφαρμογής της παρούσας διατριβής είναι η αρχαιομετρία.

Παρ' όλη την ευρεία χρήση των μαγνητικών μεθόδων διασκόπησης, η ερμηνεία των μαγνητικών δεδομένων παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες. Οι λόγοι είναι:

1. Η διπολική φύση του μαγνητικού πεδίου
2. Ασύμμετρες μαγνητικές ανωμαλίες που προκαλούνται από μη κατακόρυφη διεύθυνση της μαγνήτισης των μαγνητισμένων σωμάτων
3. Ασύμμετρες μαγνητικές ανωμαλίες λόγω της κλίσης των επιφανειών των μαγνητισμένων σωμάτων
4. Μικρές τιμές των μαγνητικών ανωμαλιών (π.χ. ανωμαλία μέγιστης έντασης 30 nT στα 46000 nT του ολικού πεδίου της Γης αποτελεί ένα ποσοστό ανωμαλίας 0,065%)
5. Μεγάλη ευαισθησία των μετρήσεων από το σύνολο των μαγνητικών αντικειμένων της περιοχής, καθιστώντας δύσκολη όχι μόνο τη δειγματοληψία των μαγνητικών δεδομένων αλλά και την ερμηνεία τους εξαιτίας του θορύβου που εισάγεται.

Τα παραπάνω προβλήματα που συνοδεύουν τις μαγνητικές μεθόδους διασκόπησης οδήγησαν και στην ανάπτυξη μεθόδων ελαχιστοποίησης αν όχι πλήρους επίλυσης τους. Μερικές από τις πιο γνωστές μεθόδους είναι η "*αναγωγή στον πόλο*" (Baranov and Naudy, 1964), που αναιρεί την ασύμμετρη ανωμαλία εξαιτίας της μη κατακόρυφης μαγνήτισης και ο *μετασχηματισμός ψευδοβαρύτητας* (Baranov 1957), ο οποίος μετασχηματίζει το διπολικό πεδίο σε μονοπολικό.

Οι *παράγωγοι του πεδίου* χρησιμοποιούνται για την εύρεση των ορίων των μαγνητισμένων σωμάτων ενώ τα *φίλτρα αντιστροφής* (Tsokas et al. 1991, Tsokas and Papazachos 1992, Tsokas 1993) χρησιμοποιούνται για τη χαρτογράφηση των στόχων.

Βεβαίως οι παραπάνω μέθοδοι αντιμετώπισης των προβλημάτων του μαγνητικού σήματος δεν οδηγούν στην πλήρη ερμηνεία των μαγνητικών δεδομένων, που είναι η εύρεση των χαρακτηριστικών των πηγών, αλλά χρησιμοποιούνται πολλές φορές αποτελούν αρχικά στάδια διαφόρων μεθόδων ερμηνείας. Για την ερμηνεία των μαγνητικών δεδομένων χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι που εκτίθενται στη συνέχεια.

Η μέθοδος της επίλυσης του *ευθέος προβλήματος* είναι μία διαδικασία κατά την οποία υποθέτουμε ένα αρχικό μοντέλο της πηγής και λύνοντας τις αναλυτικές εξισώσεις συγκρίνουμε τη συνθετική ανωμαλία που προκύπτει με την πειραματική. Ανάλογα με την ακρίβεια που επιθυμούμε αναπροσαρμόζουμε με κάποιο τρόπο το μοντέλο της πηγής μέχρι να επιτευχθεί κάποιος βαθμός ταύτισης.

Το *αντίστροφο πρόβλημα* περιλαμβάνει την επίλυση της εξίσωσης Fredholm πρώτου είδους που έχει τη μορφή (Blakely 1995)

$$f(P) = \int_R s(Q) \cdot \psi(P,Q) dV \quad , \tag{1.1}$$

όπου *s(Q)* είναι η συνάρτηση κατανομής της μαγνήτισης της πηγής και *ψ(P,Q)* συνάρτηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών μεταξύ του σημείου της πηγής Q και του σημείου παρατήρησης P, η οποία δίνει την ανωμαλία που προκαλείται από μοναδιαία τιμή μαγνήτισης, δηλαδή πρόκειται για μια συνάρτηση Green. Το ευθύ πρόβλημα συνίσταται στη λύση της σχέσης (1.1) για δοσμένες συναρτήσεις *s* και *ψ*. Λύνοντας την εξίσωση (1.1) ως προς τη συνάρτηση *s(Q)* θεωρώντας εκ των προτέρων μία συνάρτηση Green αναφερόμαστε στο λεγόμενο *γραμμικό αντίστροφο πρόβλημα* ενώ αν λύσουμε τη σχέση (1.1) ως προς τη συνάρτηση Green *ψ(P,Q,)* για σταθερή κατανομή μαγνήτισης, έχουμε το λεγόμενο *μη γραμμικό αντίστροφο πρόβλημα*.

Η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος μας δίνει τα χαρακτηριστικά της πηγής απευθείας από τα μαγνητικά δεδομένα. Υπάρχουν και μέθοδοι ερμηνείας που δίνουν τα χαρακτηριστικά της πηγής πάλι απευθείας από τα δεδομένα χωρίς όμως να λύνουν την εξίσωση Fredholm. Μία τέτοια κατηγορία αποτελούν οι *τεχνικές* *καθορισμού βάθους πηγής* (βέβαια δεν υπολογίζεται μόνο το βάθος της πηγής αλλά και τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της πηγής, όπως η επιδεκτικότητα και οι κλίσεις των πλευρών της). Στις τεχνικές αυτές ανήκουν η *αποσυνέλιξη Euler* (Tompson 1982) και η *αποσυνέλιξη Werner* (Werner 1953, Hartman et al. 1971), καθώς και οι τεχνικές του *αναλυτικού σήματος* (Nabighian 1972, 1974) και του *SPI* (*Source Parameter Imaging*-Thurston and Smith 1997, Thurston et al. 1998, 2002), με τις οποίες και ασχοληθήκαμε στην παρούσα διατριβή.

1. 2 *Αναλυτικό Σήμα*

Το 1972 ο Nabighian εισήγαγε την έννοια του αναλυτικού σήματος στις μαγνητικές μεθόδους γεωφυσικής διασκόπησης, εμπνευσμένος από το αναλυτικό σήμα που χρησιμοποιούνταν στη θεωρία επικοινωνιών. Μέχρι τότε είχαν γίνει αρκετές προσπάθειες για την εκμετάλλευση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην αυτοματοποιημένη ερμηνεία ανωμαλιών δισδιάστατων δομών (Hartman et al. 1971, O' Brien 1971, Naudy 1971), όλες όμως βασίζονταν στην υπόθεση μίας αρχικής δομής της πηγής, χωρίς να επιτρέπουν στη μορφή της πηγής να «αναδυθεί» από μόνη της. Αντίθετα στη νέα μέθοδο που εγκαινίασε ο Nabighian δε γίνεται καμία αρχική υπόθεση για την πηγή, εκτός από:

(α) Την ***ομοιόμορφη μαγνήτιση***

(β) Την υπόθεση ότι τα μαγνητισμένα σώματα μπορούν να αναπαρασταθούν από ***πολύγωνα τα οποία εκτείνονται σε πεπερασμένο ή άπειρο βάθος***.

1. 2. 1 Ορισμός αναλυτικού σήματος

Ο Nabighian (παρακάτω χρησιμοποιείται ο συμβολισμός από Nabighian (1972)) χρησιμοποίησε το μοντέλο του *πεπερασμένου βήματος, ή άλλως της επαφής,* όπως φαίνεται στο σχήμα (1.2.1.1). Η μαγνητική ανωμαλία ΔΜ που δημιουργεί η επαφή ΑΒ είναι

$$\Delta \mathrm{M}(x) = 2kFc \cdot \sin d \left[(\theta_1 - \theta_2)\cos\phi + \sin\phi \ln\frac{r_1}{r_2} \right] , \qquad (1.2)$$

όπου

k είναι η αντίθεση επιδεκτικότητας της επαφής με το περιβάλλον πέτρωμα

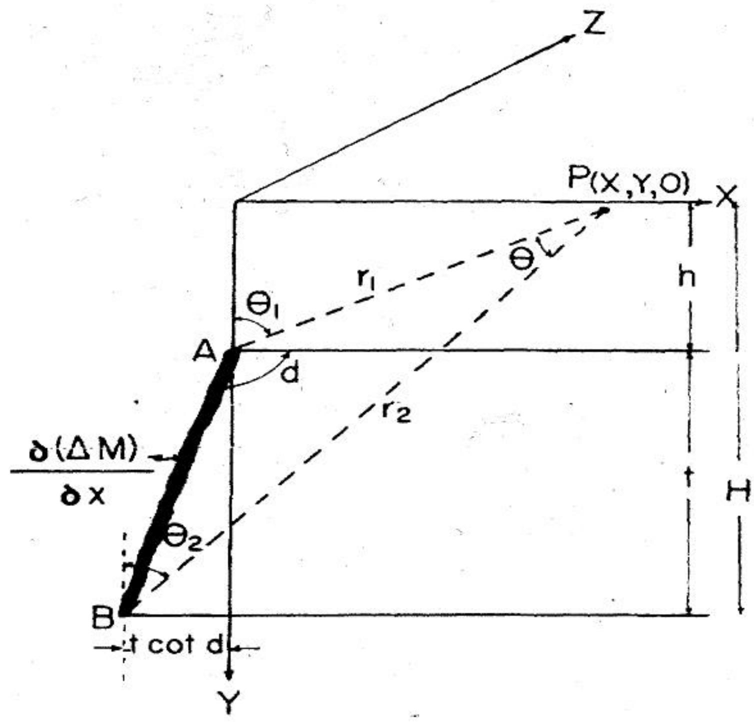
F το μαγνητικό πεδίο της Γης

c και *φ* σταθερές που δίνονται στον πίνακα (1.2.1.Ι)

i είναι η έγκλιση του γεωμαγνητικού πεδίου

A η γωνία μεταξύ μαγνητικού βορρά και θετικού άξονα x (αζιμούθιο)

tanI = tani / cosA



Σχήμα 1.2.1.1: Μοντέλο μαγνητισμένης επαφής σε βάθος h, όπως αυτή σχηματίζεται από το κατώτερο μαγνητισμένο στρώμα πάχους t. Τα υπόλοιπα γεωμετρικά στοιχεία φαίνονται στο σχήμα. Η μαγνητική ανωμαλία της δισδιάστατης επαφής υπολογίζεται στο σημείο P(x,y,0) της όδευσης. (Nabighian 1972)

Πίνακας 1.2.1.Ι: Τιμές των c και φ για το ολικό, το κατακόρυφο και το οριζόντιο πεδίο.

	Ολικό Πεδίο	Κατακόρυφο Πεδίο	Οριζόντιο Πεδίο
c	$1\text{-}\cos^2 i \sin^2 A$	$(1\text{-}\cos^2 i \sin^2 A)^{1/2}$	$\cos A(1\text{-}\cos^2 i \sin^2 A)^{1/2}$
φ	*2I - d - 90*	*I - d*	*I - d - 90*

Στην παρούσα διατριβή ασχολούμαστε μόνο με μετρήσεις ολικού πεδίου, οπότε οι τιμές των *c* και *φ* που παίρνουμε είναι από την πρώτη στήλη του πίνακα (1.2.1.Ι).

Στην εξίσωση (1.2) η συνάρτηση της ανωμαλίας *ΔΜ* θεωρείται συνάρτηση μόνο της συντεταγμένης *x* (κατά μήκος της όδευσης), γιατί οι μετρήσεις γίνονται σε ένα σταθερό ύψος *y* (για παράδειγμα στα 0.5 m από την επιφάνεια της γης). Στα επόμενα κεφάλαια, όταν αναφερόμαστε στο μοντέλο μίας επαφής, η αρχή του συστήματος συντεταγμένων θα τοποθετείται πάνω από την κορυφή της, όπως στο σχήμα (1.2.1.1), που βρίσκεται πάνω από το σημείο Α.

Παραγωγίζοντας τη (1.2) ως προς x και θεωρώντας $t \to \infty$, προκύπτει η οριζόντια παράγωγος της ανωμαλίας του βήματος, η οποία όμως είναι η ανωμαλία *απείρου ελάσματος* σε βάθος h, που κλίνει υπό γωνία d. Η παράγωγος είναι

$$T(x) = \frac{\partial(\Delta \mathrm{M})}{\partial x} = 2kFc \cdot \sin d \, \frac{(h-y)\cos\phi + x\sin\phi}{(h-y)^2 + x^2} \quad . \qquad (1.3)$$

Αντίστοιχα παραγωγίζοντας τη (1.2) ως προς y και αφήνοντας πάλι το $t \to \infty$, παίρνουμε την κατακόρυφη παράγωγο της ανωμαλίας του βήματος

$$T_1(x) = \frac{\partial(\Delta \mathrm{M})}{\partial y} = 2kFc \cdot \sin d \, \frac{x\cos\phi - (h-y)\sin\phi}{(h-y)^2 + x^2} \quad . \qquad (1.4)$$

Ένα ζεύγος μετασχηματισμού Hilbert ορίζεται από τις σχέσεις

$$g(\xi) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(x)}{x-\xi}\,dx \quad ,$$

$$(1.5)$$

$$F(x) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\xi)}{x-\xi}\,d\xi \quad .$$

Με βάση τη σχέση (1.4) μπορεί να δειχθεί ότι

$$\frac{1}{x^2+h^2} \leftrightarrow -\frac{\xi}{h(\xi^2+h^2)} \qquad \kappa\alpha\iota$$

$$\frac{x}{x^2+h^2} \leftrightarrow \frac{h}{(\xi^2+h^2)} \quad , \tag{1.6}$$

όπου το σύβμολο ↔ σημαίνει μετασχηματισμό Hilbert. Με βάση τη (1.6) προκύπτει ότι η $T_1(x)$, που δίνεται από τη (1.4), είναι ο μετασχηματισμός Hilbert της $T(x)$, που δίνεται από τη (1.3). Δηλαδή ισχύει

$$T(x) \leftrightarrow T_1(x) \tag{1.7}$$

Η (1.7) επιτρέπει τον απευθείας υπολογισμό της κατακόρυφης παραγώγου της ανωμαλίας *ΔΜ* από την οριζόντια της παράγωγο με έναν άμεσο τρόπο.

Με βάση τα παραπάνω η συνάρτηση του αναλυτικού σήματος (*analytical signal*) *A(x)* ορίζεται ως

$$A(x) = T(x) - iT_1(x) = \frac{\partial(\Delta M)}{\partial x} - i\frac{\partial(\Delta M)}{\partial y} \quad . \tag{1.8}$$

1. 2. 2 Ιδιότητες αναλυτικού σήματος

Από τις εξισώσεις (1.3), (1.4) και (1.8) εύκολα προκύπτει ότι η συνάρτηση του αναλυτικού σήματος για μία επαφή άπειρου μήκους σε βάθος h είναι

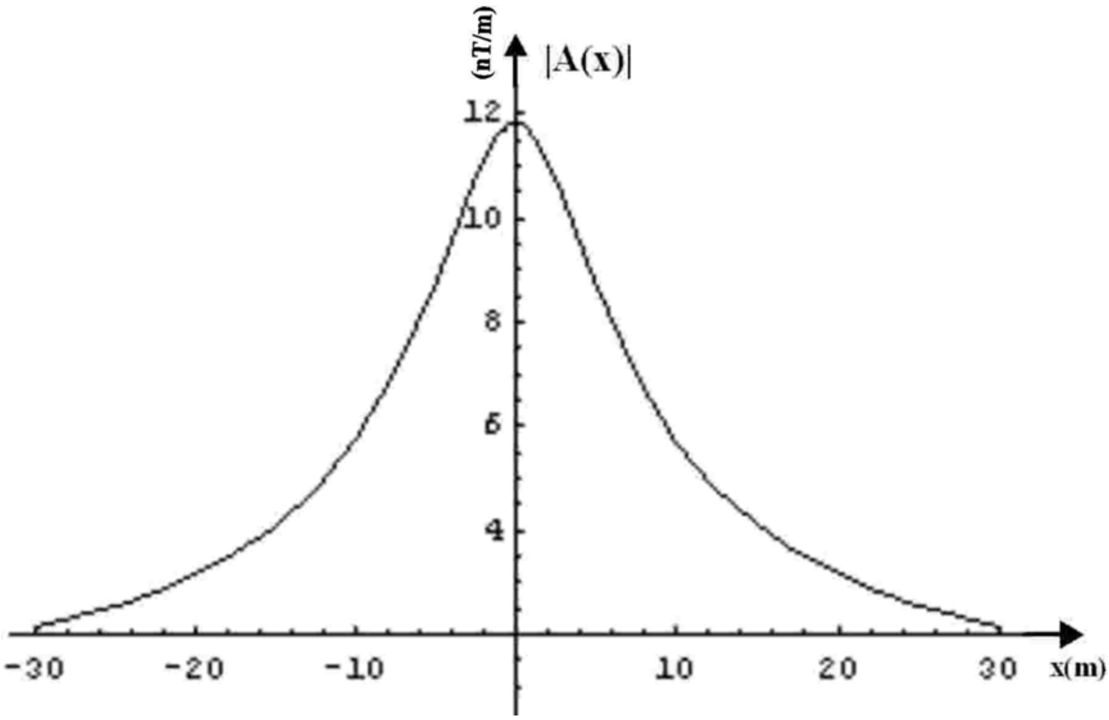
$$A(z) = \frac{ae^{i\phi}}{(h-y)+ix} = \frac{ae^{i\phi}}{h+iz} \tag{1.9}$$

όπου *z = x + iy* και *a=2kFcsind* είναι σταθερά. Από τη (1.9) φαίνεται ότι το αναλυτικό σήμα είναι μία **αναλυτική συνάρτηση** της μιγαδικής μεταβλητής z. Ως τέτοια το πραγματικό μέρος *T(x)* και το φανταστικό $T_1(x)$ ικανοποιούν τις συνθήκες Cauchy- Riemann

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial T_1}{\partial y}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T_1}{\partial x} \quad .$$

Επίσης από τη (1.9) φαίνεται ότι *η συνάρτηση A(z) έχει απλό πόλο στο σημείο (0, 0), δηλαδή πάνω από την επαφή*. Κατ' επέκταση είναι εύκολο να δειχτεί ότι για ένα πολυγωνικό σώμα η συνάρτηση του αναλυτικού σήματος, που είναι το άθροισμα των αναλυτικών σημάτων από κάθε γωνία, παρουσιάζει απλούς πόλους πάνω από κάθε γωνία του πολυγώνου (βλ. Κεφάλαιο 2). Το γεγονός αυτό από μόνο του μπορεί να οδηγήσει σε μία μέθοδο εύρεσης των χαρακτηριστικών της πηγής, μιας και η θέση των πόλων και των υπολοίπων τους (residues) δίνει όλες τις πληροφορίες που χρειαζόμαστε.



Σχήμα 1.2.2.1: Γραφική παράσταση πλάτους |A(x)| του αναλυτικού σήματος μία επαφής γωνίας κλίσης d=135^o, που η κορυφή της βρίσκεται σε βάθος h=5 m. Το πλάτος έχει υπολογιστεί σε ύψος y=0.5 m πάνω από την επιφάνεια του εδάφους. Η αντίθεση επιδεκτικότητας της επαφής σε σχέση με τα περιβάλλοντα πετρώματα είναι k=0.001 σε μονάδες SI. Η ένταση του ολικού πεδίου είναι F=46000 nT, η έγκλιση i=55^o και το αζιμούθιο A=0^o. Οι τιμές για τα χαρακτηριστικά του τοπικού πεδίου (F, i, A) είναι αυτές που ισχύουν για την ευρύτερη περιοχή της Θεσσαλονίκης.

Το **πλάτος** (*amplitude*) του αναλυτικού σήματος δίνεται από τη σχέση

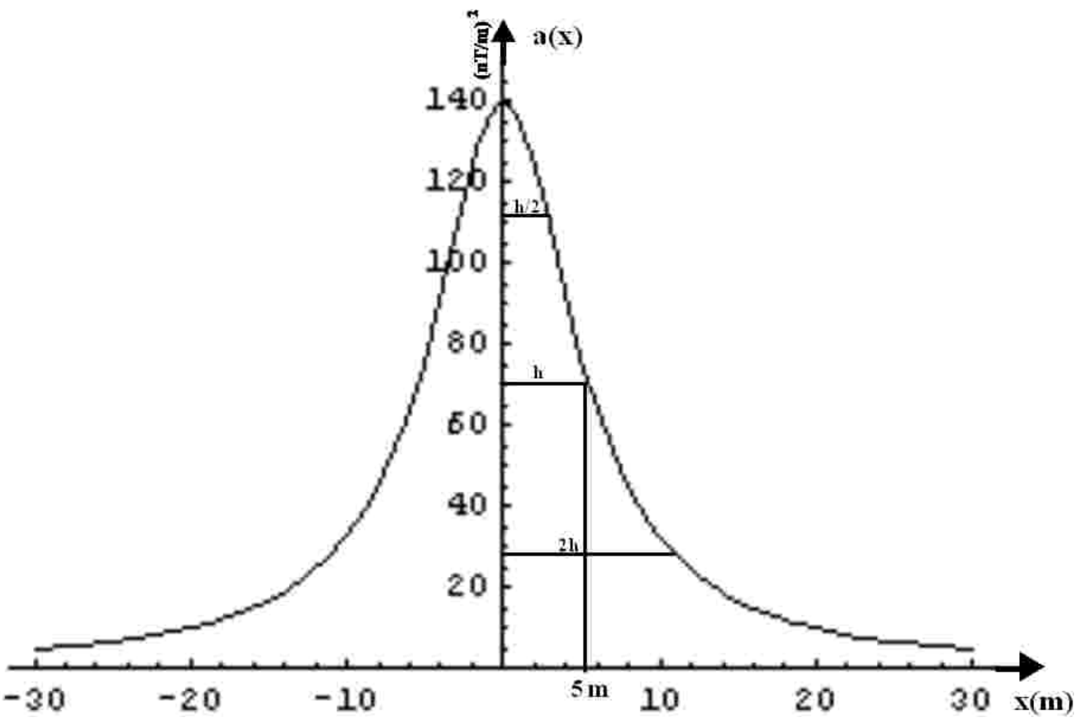
$$|A(x)| = (T^2 + T_1^2)^{1/2} = \frac{a}{\left[(h-y)^2 + x^2\right]^{1/2}} \quad . \tag{1.10}$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι το πλάτος του αναλυτικού σήματος είναι μία συμμετρική συνάρτηση γύρω από το σημείο x = 0, που δεν εξαρτάται από το φ. Η γραφική παράσταση του πλάτους (υπολογισμένη σε ύψος y = 0.5 m) για μία επαφή σε βάθος h = 5 m από την επιφάνεια του εδάφους και αντίθεσης επιδεκτικότητας 0.001 (SI) φαίνεται στο σχήμα (1.2.2.1).

Η συνάρτηση *α(x)* του τετραγώνου του πλάτους του αναλυτικού σήματος δίνεται από τη σχέση

$$a(x) = |A(x)|^2 = T^2 + T_1^2 = \frac{a^2}{(h-y)^2 + x^2} \tag{1.11}$$

και είναι μία κωδωνοειδής συνάρτηση, με την ιδιότητα ότι το ημιεύρος στο μισό του μεγίστου της συνάρτησης (το μέγιστο είναι το $\alpha(0)=(\alpha/h)^2$) είναι ίσο με το βάθος που βρίσκεται η επαφή. Επίσης τα ημιεύρη της καμπύλης στα σημεία όπου η τιμή της



Σχήμα 1.2.2.2: Καμπύλη του τετραγώνου α(x) του πλάτους του αναλυτικού σήματος για την ίδια επαφή με το σχήμα 2. Η τετμιμένη του σημείου όπου η καμπύλη παίρνει τη μισή της μέγιστης τιμής της(α_{max}=70 nT^2/m^2) είναι ίση με το βάθος ταφής της επαφής h=5 m.

συνάρτησης πέφτει στα 4/5 και 1/5 της μεγίστης, είναι ίσα με το μισό και το διπλάσιο του βάθους της επαφής αντίστοιχα. Έτσι δίνεται η δυνατότητα υπολογισμού του βάθους της επαφής μέσω της καμπύλης του τετραγώνου του πλάτους του αναλυτικού σήματος.

Από τη σχέση (1.3) για x = 0 η τιμή της συνάρτησης *T(x)* γίνεται

$$T(0) = \frac{a\cos\phi}{h} \quad . \tag{1.12}$$

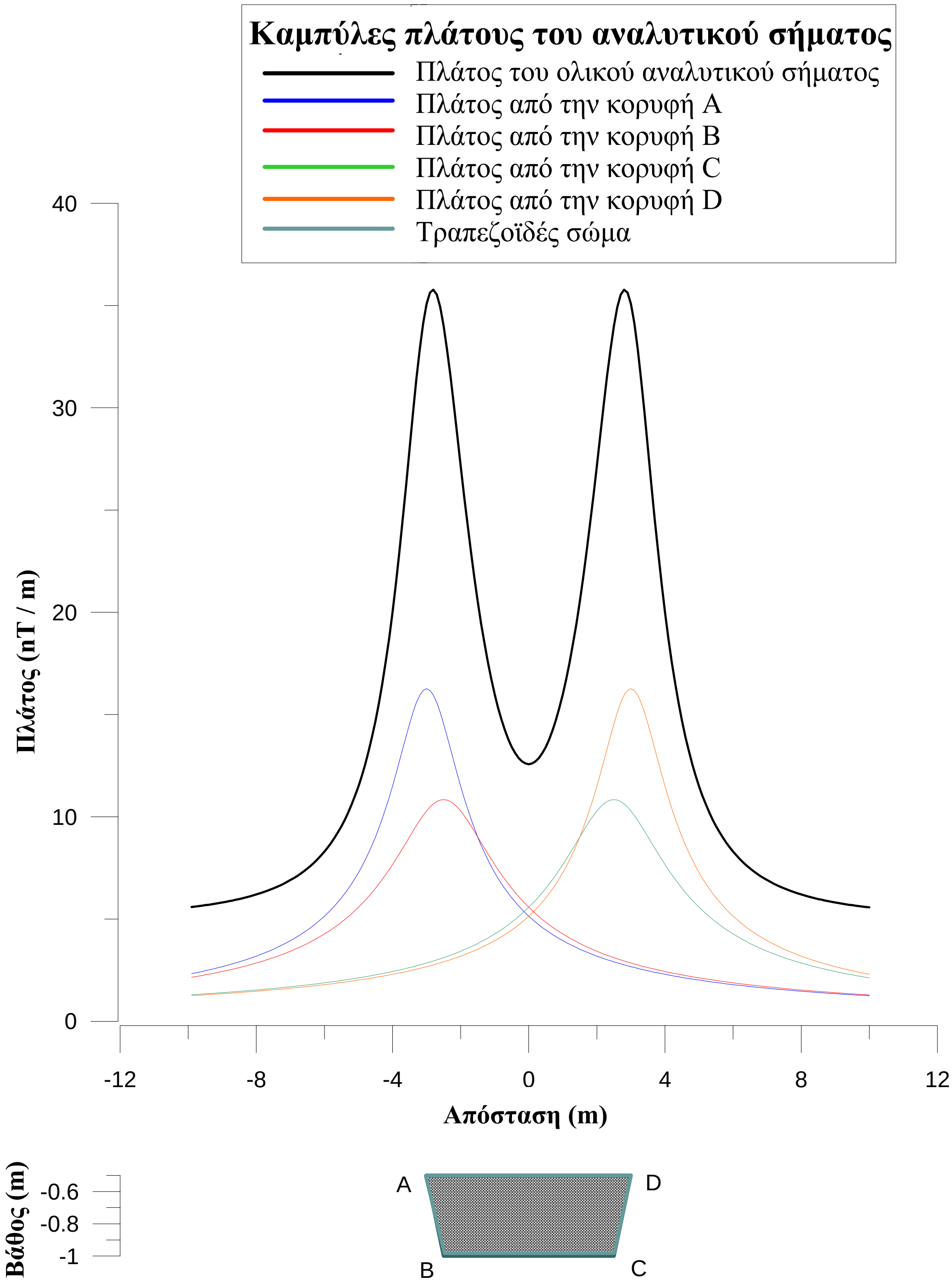
Γνωρίζοντας το *a/h* (αφού $\alpha(0)=(\alpha/h)^2$) μπορεί να υπολογιστεί η τιμή της σταθεράς *φ* κι επομένως η κλίση *d* (*d=2I-φ-90*, σε μοίρες). Επίσης από την καμπύλη *a(x)*, αφού είναι γνωστό το $(a/h)^2$ και έχει βρεθεί το βάθος *h* μπορεί να υπολογιστεί το *a=2kFcsind* και κατ' επέκταση η αντίθεση επιδεκτικότητας *k*, αφού έχει βρεθεί η κλίση *d*. Να σημειωθεί ότι οι τιμές των χαρακτηριστικών του πεδίου *F, i* και του αζιμουθίου *A* είναι γνωστά ήδη από τα μοντέλα του μαγνητικού πεδίου αλλά και την διεξαγωγή των μετρήσεων στην ύπαιθρο. Έτσι υπολογίζονται εκ των προτέρων και οι σταθερές *c* και *I*. Με τον τρόπο αυτό ο Nabighian κατάφερε να προτείνει έναν τρόπο εύρεσης των χαρακτηριστικών της πηγής χωρίς υποθέσεις για την πηγή, χρησιμοποιώντας κατ' ευθείαν τα μαγνητικά δεδομένα και εξάγοντας από αυτά τη συνάρτηση αναλυτικού σήματος.

Με βάση τα παραπάνω, η μεθοδολογία που πρότεινε ο Nabighian για την εύρεση των χαρακτηριστικών μίας πηγής είναι:

1. Η καμπύλη της μαγνητικής ανωμαλίας παραγωγίζεται ως προς x (αριθμητικά) δίνοντας τη συνάρτηση *T(x)*. Μέσω του μετασχηματισμού Fourier μπορεί να υπολογισθεί και η κατακόρυφη παράγωγος ως προς y (περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τον υπολογισμό των παραγώγων θα παρουσιαστούν στο 3^{o} κεφάλαιο), δίνοντας και τη συνάρτηση $T_1(x)$.
2. Στη συνέχεια σχηματίζουμε τη συνάρτηση $A(x)=T(x)-iT_1(x)$.
3. Σχεδιάζεται η καμπύλη της συνάρτησης του τετραγώνου του πλάτους του αναλυτικού σήματος $a(x)=T^2(x)+T_1^2(x)$, η οποία παριστά μία κωδωνοειδή συμμετρική συνάρτηση ακριβώς πάνω από την επαφή, με ημιεύρος στο μισό του μεγίστου ίσο με το βάθος ταφής της επαφής *h*.
4. Μέσω των σχέσεων (1.11) και (1.12) υπολογίζονται τα χαρακτηριστικά της επαφής *h, k* και *d*.

1. 2. 3 Αναλυτικό σήμα πολυγωνικού σώματος

Στην περίπτωση που έχουμε ένα πολυγωνικό σώμα, *το αναλυτικό σήμα που προκύπτει είναι το άθροισμα των αναλυτικών σημάτων από κάθε γωνία του πολυγώνου* (βλ. κεφάλαιο 2.2). Στο σχήμα (1.2.3.1) φαίνεται η καμπύλη του πλάτους του



Σχήμα 1.2.3.1 : Καμπύλη του πλάτους του αναλυτικού σχήματος από ένα μαγνητισμένο σώμα σχήματος τραπεζίου και μαγνητικής επιδεκτικότητας 10^{-3} (SI). Στο ίδιο σχήμα φαίνονται και τα πλάτη των αναλυτικών σημάτων για κάθε γωνία χωριστά.

αναλυτικού σήματος ενός μαγνητισμένου σώματος, σχήματος τραπεζίου. Επίσης παρουσιάζονται οι καμπύλες των πλατών του αναλυτικού σήματος κάθε γωνίας χωριστά. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι τα πλάτη που οφείλονται στα αναλυτικά σήματα των δύο βαθύτερων κορυφών (κορυφές B και C στο σχήμα (1.2.3.1)) επικαλύπτονται από τα πλάτη των δύο ρηχότερων κορυφών (A και D). Παρόλα αυτά, φαίνεται η συμμετρία της καμπύλης. Επίσης τα δύο μέγιστα βρίσκονται πάνω από τις δύο γωνίες του σώματος, οι οποίες είναι πιο κοντά στην επιφάνεια του εδάφους.

1. 3 *Μιγαδικά Χαρακτηριστικά*

Πέραν από το πλάτος του αναλυτικού σήματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο ακόμα συναρτήσεις, η ***τοπική φάση*** και ο ***τοπικός κυματάριθμος***, οι οποίες εισήχθησαν το 1997 από τους Thurston και Smith (1997). Στο σημείο αυτό θα ήταν πιο βολικό να κάνουμε μία μικρή αλλαγή στο συμβολισμό που θα χρησιμοποιήσουμε στο υπόλοιπο της διατριβής, σε σχέση με αυτήν που χρησιμοποίησε ο Nabighian, και στη συνέχεια θα ακολουθούμε τους συμβολισμούς των Thurston και Smith (1997). Τον κατακόρυφο άξονα, ο οποίος κατευθύνεται προς τα κάτω, σε αντίθεση με την εργασία των Thurston και Smith, οι οποίοι έχουν ορίσει τον κατακόρυφο άξονα να κατευθύνεται προς τα πάνω, αντί για y τον ονομάζουμε z και την μαγνητική ανωμαλία αντί για ΔM την ονομάζουμε απλά M.

1. 3. 1 Τοπική φάση αναλυτικού σήματος

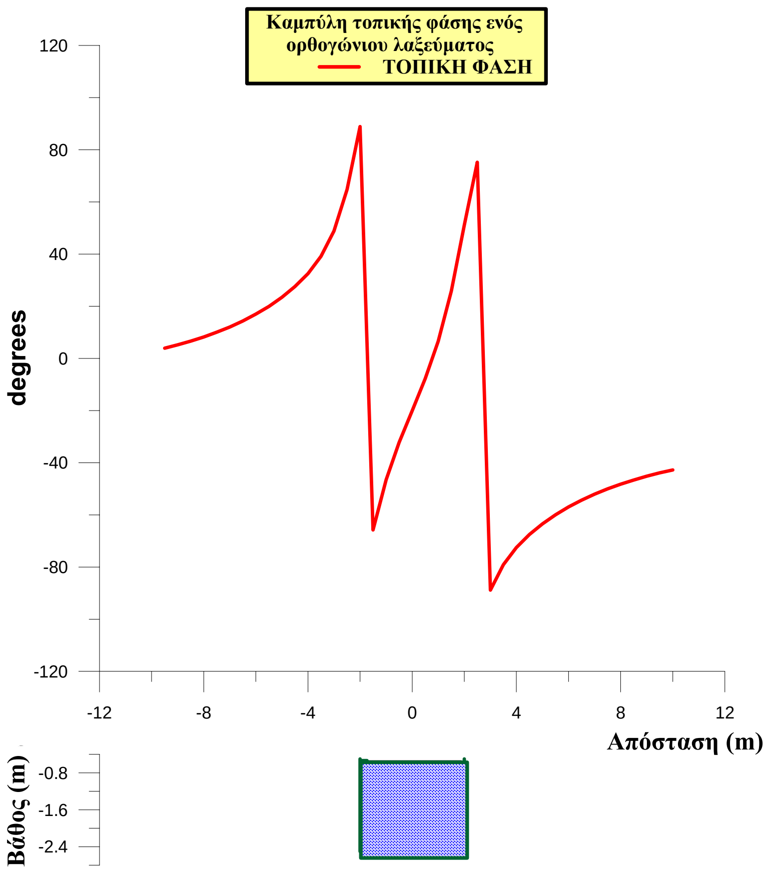
Για κάθε μιγαδική συνάρτηση μπορεί να ορστεί μία πραγματική συνάρτηση ως η αντίστροφη εφαπτομένη του λόγου του φανταστικού προς το πραγματικό μέρος της. Στη θεωρία των χρονοσειρών η συνάρτηση αυτή ονομάζεται *στιγμιαία φάση*. Επειδή όμως τα μαγνητικά δεδομένα είναι χωρικά και όχι χρονικά, στη Γεωφυσική η συνάρτηση αυτή ονομάζεται **τοπική φάση** (*local phase*) (Thurston and Smith 1997).

Με βάση τις σχέσεις (1.3), (1.4) και (1.8), η τοπική φάση του αναλυτικού σήματος (για μία κεκλιμένη επαφή) δίνεται από τη σχέση

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{\partial M}{\partial z}\Big/\frac{\partial M}{\partial x}\right] = \tan^{-1}\left(\frac{x\cos\phi - (h-z)\sin\phi}{(h-z)\cos\phi + x\sin\phi}\right) \quad , \qquad (1.13)$$

όπου οι σταθερές c και φ παίρνουν τις τιμές από την πρώτη στήλη του πίνακα (1.2.1.Ι.)

Στο σχήμα (1.3.1.1) φαίνεται η καμπύλη της τοπικής φάσης για ένα σώμα ορθογωνίου σχήματος. Παρατηρείται ότι η καμπύλη της τοπικής φάσης παρουσιάζει ασυνέχειες ακριβώς πάνω από τα όρια του σώματος. Το γεγονός αυτό καθιστά την τοπική φάση ένα καλό εργαλείο για τον καθορισμό των ορίων πιθανών στόχων.



Σχήμα 1.3.1.1: Καμπύλη τοπική φάσης για ένα μαγνητισμένο σώμα ορθογωνίου σχήματος, μήκους 4 m και πάχους 2 m. Η επιδεκτικότητα του σώματος είναι 0,05 SI.

1. 3. 2 Τοπικός κυματάριθμος αναλυτικού σήματος

Υπάρχει μία ακόμα πραγματική συνάρτηση που χαρακτηρίζει μία μιγαδική συνάρτηση. Αυτή προκύπτει από την παραγώγιση της φάσης (σχέση (1.13)) ως προς x και ονομάζεται *τοπική συχνότητα (local frequency)*

$$f = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x}\tan^{-1}\left[\frac{\partial M}{\partial z}\Big/\frac{\partial M}{\partial x}\right] \quad . \tag{1.14}$$

Αν πολλαπλασιάσουμε την τοπική συχνότητα επί το 2π, προκύπτει ο **τοπικός κυματάριθμος** *(local wavenumber)* (σε αντιστοιχία με το στιγμιαίο κυματάριθμο από τη θεωρία των χρονοσειρών)

$$k = 2\pi f \quad . \tag{1.15}$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (1.16) στη (1.15) και παίρνοντας υπόψιν ότι

$$\frac{d(\tan^{-1}\phi)}{dx} = \frac{1}{1+\phi^2}$$

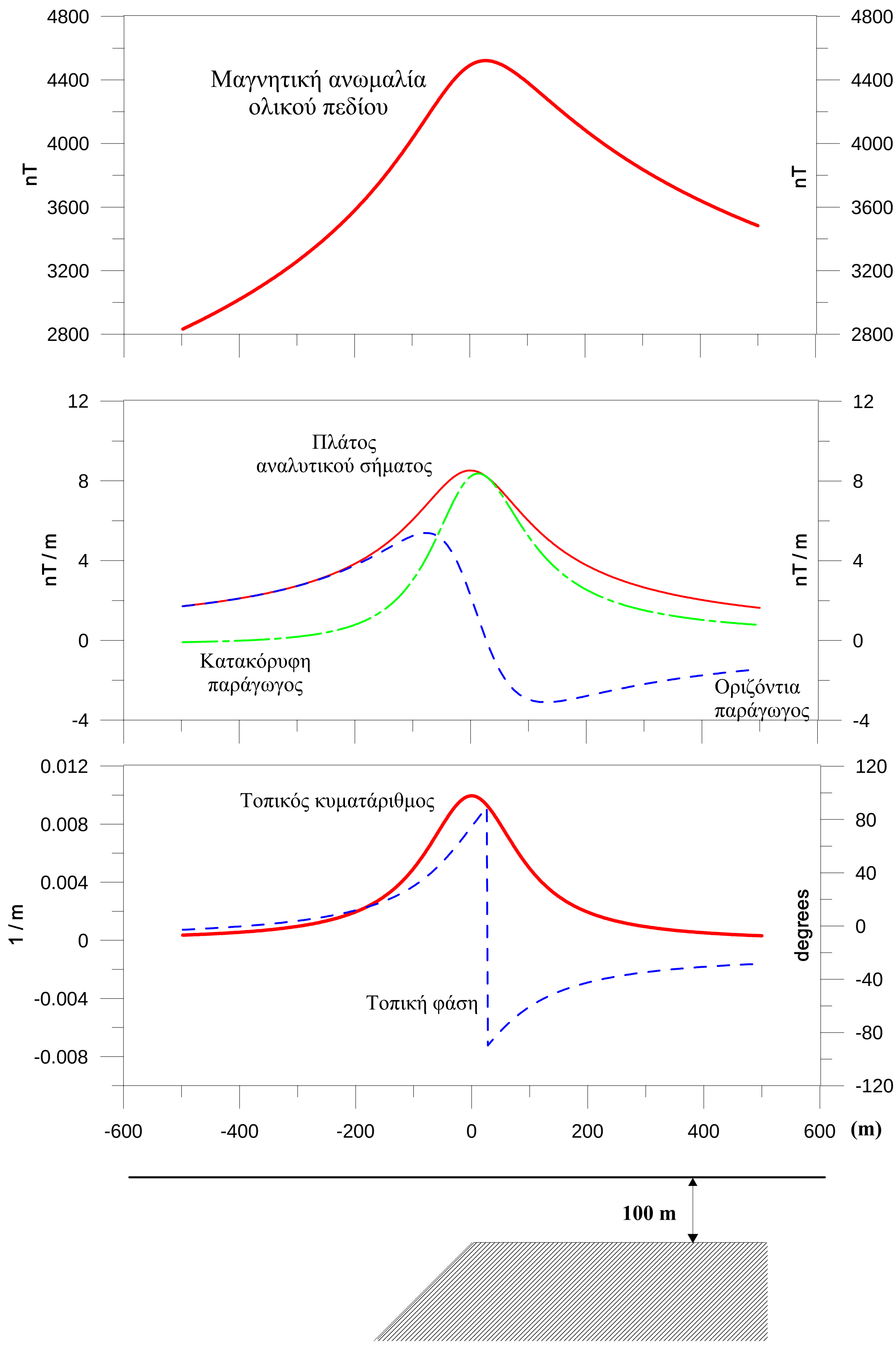
προκύπτει ότι ο τοπικός κυματάριθμος δίνεται από τη σχέση

$$k = \frac{1}{|A|^2}\left(\frac{\partial^2 M}{\partial x \partial z}\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial^2 M}{\partial x^2}\frac{\partial M}{\partial z}\right) \quad , \tag{1.16}$$

όπου |A| είναι το πλάτος του αναλυτικού σήματος.

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (1.3) και (1.4) στη (1.16), προκύπτει ότι ο τοπικός κυματάριθμος για μία επαφή είναι

$$k = \frac{h-y}{(h-y)^2 + x^2} \quad . \tag{1.17}$$



Σχήμα 1.3.2.1: Καμπύλες ανωμαλίας ολικού πεδίου, οριζόντιας και κατακόρυφης παραγώγου και μιγαδικών χαρακτηριστικών για μία κεκλιμένη επαφή κλίσης 135^0, επιδεκτικότητας 0,01 SI και βάθους ταφής 100 m. Το τοπικό ολικό πεδίο είναι έντασης 60000 nT, έγκλισης 75^0. Στο a) είναι σχεδιασμένη η ανωμαλία ολικού πεδίου, ενώ στο b) συγκρίνονται η κατακόρυφη και οριζόντια παράγωγος με το αναλυτικό σήμα. Στο σχήμα c) είναι σχεδιασμένες οι καμπύλες του κυματάριθμου και της φάσης.

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι το μέγιστο του τοπικού κυματάριθμου βρίσκεται πάνω ακριβώς από την κορυφή της επαφής και είναι ανεξάρτητο της διεύθυνσης της μαγνήτισης, της κλίσης και της επιδεκτικότητας της επαφής. Από τη σχέση (1.17) παρατηρείται ομοιότητα στη μορφή της συνάρτησης του κυματάριθμου με αυτήν του πλάτους του αναλυτικού σήματος. Επομένως και η καμπύλη του τοπικού κυματάριθμου είναι κωδωνοειδής και συμμετρική γύρω από το σημείο x=0, δηλαδή πάνω από την κορυφή της επαφής. *Οι τρεις συναρτήσεις του πλάτους, της τοπικής φάσης και του τοπικού κυματάριθμου του αναλυτικού σήματος ονομάζονται **μιγαδικά χαρακτηριστικά***.

Στο σχήμα (1.3.2.1) έχουν σχεδιαστεί οι καμπύλες των μιγαδικών χαρακτηριστικών για μία επαφή θαμμένη σε βάθος 100 m. Οι μετρήσεις της μαγνητικής ανωμαλίας αναφέρονται στην επιφάνεια του εδάφους. Επίσης στο ίδιο σχήμα είναι σχεδιασμένες οι καμπύλες της οριζόντιας και κατακόρυφης παραγώγου. Η ένταση του τοπικού μαγνητικού πεδίου είναι F=60000 nT, η αντίθεση επιδεκτικότητας k=0.01 (S. I.) και η έγκλιση του μαγνητικού πεδίου $i=75^0$. Το αζιμούθιο είναι $A=0^0$ και η κλίση της επαφής 135^0.

Από το σχήμα παρατηρείται ότι παρ' όλο που το μέγιστο της μαγνητικής ανωμαλίας δεν βρίσκεται πάνω από την κορυφή της επαφής, εντούτοις τα μέγιστα του πλάτους του αναλυτικού σήματος και του κυματάριθμου παρουσιάζουν μέγιστο ακριβώς πάνω από την κορυφή της επαφής, πράγμα που συμβαίνει και με την ασυνέχεια στην καμπύλη της τοπικής φάσης. Κάτι επίσης σημαντικό που παρατηρείται είναι ότι η καμπύλη του τοπικού κυματάριθμου είναι πιο οξεία γύρω από το $x=0$ (κορυφή επαφής) σε σχέση με την καμπύλη του πλάτους του αναλυτικού σήματος. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι ο τοπικός κυματάριθμος έχει μεγαλύτερη «διακριτική ικανότητα» από το πλάτος του αναλυτικού σήματος κι επομένως εντοπίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια τα όρια μίας πηγής. Να επισημάνουμε ότι το παράδειγμα αυτό είναι όμοιο με αυτό της εργασίας των Thurston και Smith (1997), οι καμπύλες όμως είναι σχεδιασμένες με τους αλγορίθμους που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή.

1. 3. 3 Υπολογισμός χαρακτηριστικών πηγής (SPI – Source Parameter Estimation)

Στην ίδια εργασία τους, οι Thurston και Smith (1997) παρουσίασαν μία μέθοδο υπολογισμού των χαρακτηριστικών μίας επαφής (κλίση, αντίθεση επιδεκτικότητας, βάθος ταφής), την οποία ονόμασαν **SPI (Source Parameter Imaging)**. Ενώ η αντίστοιχη μέθοδος του Nabighian έκανε χρήση μόνο του πλάτους του αναλυτικού σήματος, οι Thurston και Smith χρησιμοποίησαν και τις καμπύλες του τοπικού κυματάριθμου και της τοπικής φάσης. Η χρήση της τοπικής φάσης και του τοπικού κυματάριθμου δίνει μεγαλύτερη ακρίβεια στη μέθοδο τους από την αντίστοιχη του Nabighian αφού, όπως αναφέρθηκε, τόσο ο τοπικός κυματάριθμος όσο και η τοπική φάση έχουν μεγαλύτερη ικανότητα εντοπισμού των ορίων της πηγής από ότι το πλάτος του αναλυτικού σήματος.

Από τη σχέση (1.17) προκύπτει ότι το μέγιστο του τοπικού κυματάριθμου βρίσκεται αν θέσουμε στη σχέση $x=0$ (πάνω ακριβώς από την κορυφή της επαφής)

$$k_{\max} = \frac{1}{h-y} \tag{1.17}$$

Είναι έτσι δυνατόν, μετρώντας το μέγιστο της καμπύλης του τοπικού κυματάριθμου να υπολογίσουμε την απόσταση h-y της πηγής από τη στάθμη στην οποία λαμβάνονται οι μετρήσεις. Γνωρίζοντας το ύψος y από την επιφάνεια του εδάφους στο οποίο έχουν ληφθεί οι μετρήσεις, υπολογίζεται στη συνέχεια το βάθος ταφής της επαφής.

Η κλίση της επαφής μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια της σχέσης (1.13) της τοπικής φάσης. Αν στη σχέση αυτή θέσουμε όπου $x=0$ προκύπτει

$$d = \theta|_{x=0} + 2I - 90 \tag{1.18}$$

Έτσι από την τιμή της καμπύλης της τοπικής φάσης για $x=0$ υπολογίζεται η κλίση της επαφής (σε μοίρες).

Από τις σχέσεις (1.3), (1.4) και (1.10) για $x=0$ προκύπτει ότι η αντίθεση επιδεκτικότητας για την επαφή δίνεται από τη σχέση

$$K = \frac{|A|_{x=0}}{2k_{\max} Fc \cdot \sin d} \tag{1.19}$$

όπου με K συμβολίζουμε την αντίθεση επιδεκτικότητας για να αποφευχθεί σύγχυση με το k του τοπικού κυματάριθμου. Για την εξαγωγή των σχέσεων (1.18) και (1.19) έχει χρησιμοποιηθεί η υπόθεση της μηδενικής παραμένουσας μαγνήτισης. Στο κεφάλαιο 3 θα γίνει χρήση της μεθόδου για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών πολυγωνικών πηγών.

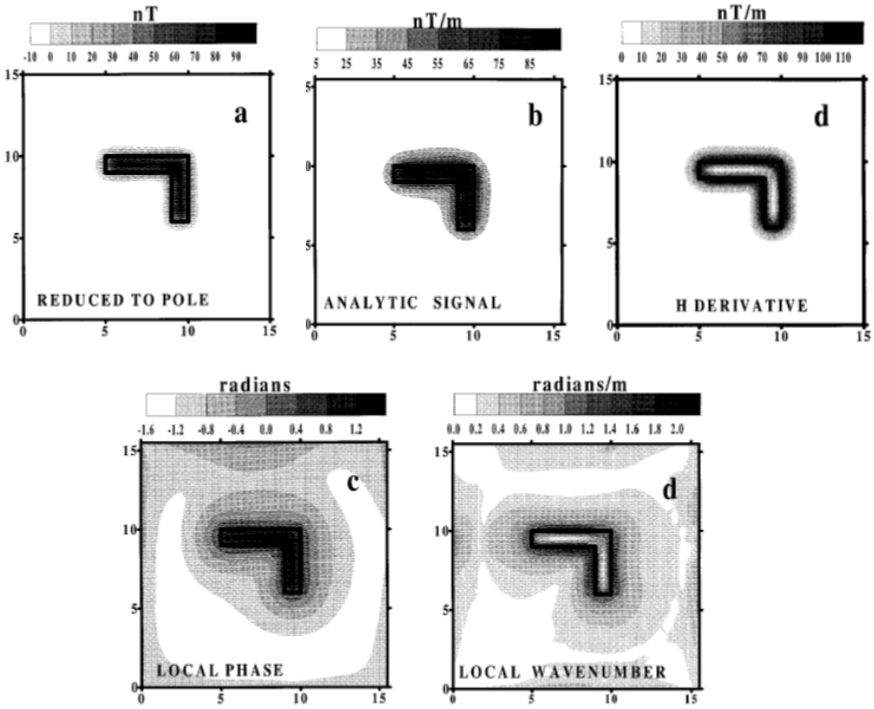
1. 4 *Χρήση των Μιγαδικών Χαρακτηριστικών στην αρχαιομετρία*

Το 2000 οι Tsokas και Hansen μελέτησαν τη δυνατότητα χρήσης των μιγαδικών χαρακτηριστικών στην αρχαιομετρία. Τα αποτελέσματα της εργασίας των Tabbagh et al. (1997) στη χρήση του αναλυτικού σήματος και συγκεκριμένα για δεδομένα διαφορικού μαγνητόμετρου έδειξαν τις δυνατότητες της μεθόδου. Οι Tsokas και Hansen μελέτησαν και τις δυνατότητες της φάσης και του κυματάριθμου, χρησιμοποιώντας τόσο συνθετικά όσο και πραγματικά δεδομένα.

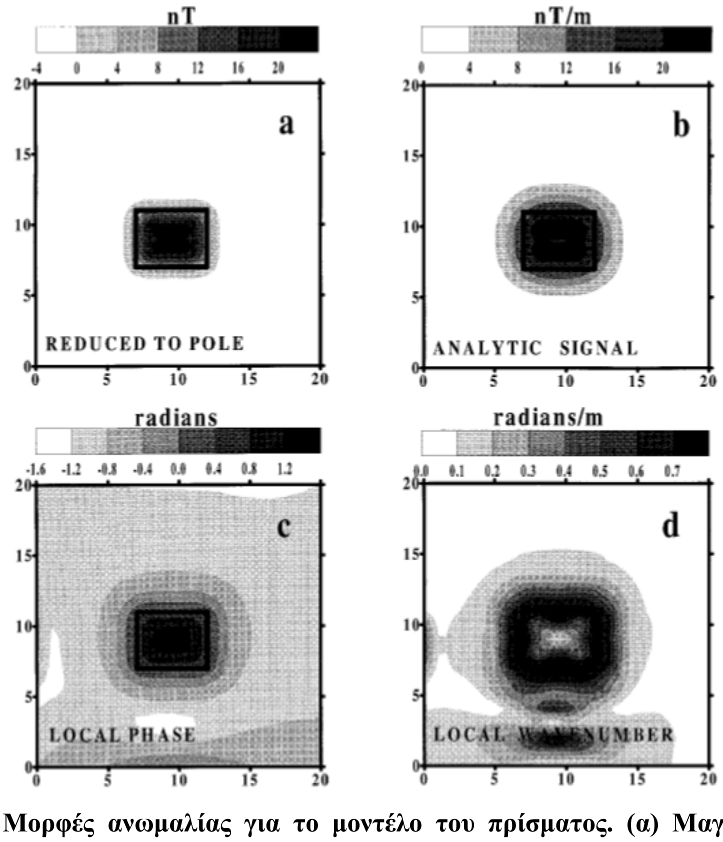
1. 4. 1 Εφαρμογή της μεθόδου σε συνθετικά δεδομένα

Για την παραγωγή των συνθετικών δεδομένων χρησιμοποίησαν δύο μοντέλα πηγής. Το πρώτο ήταν ένα πρίσμα βάθους ταφής και πάχους 1m και αντίθεσης επιδεκτικότητας 0,0005 (emu). Το δεύτερο ήταν μία πλάκα θαμμένη σε βάθος 1 m και πάχους 0,5 m, με αντίθεση επιδεκτικότητας 0,0005 (emu). Η πλάκα είναι ένα χρήσιμο μοντέλο για την αρχαιομετρία καθώς μπορεί να προσομοιάσει διάφορους στόχους, όπως μία μάζα ερειπίων και κατασκευές όπως κλίβανους κεραμοποιίας, σκάμματα, τάφους.

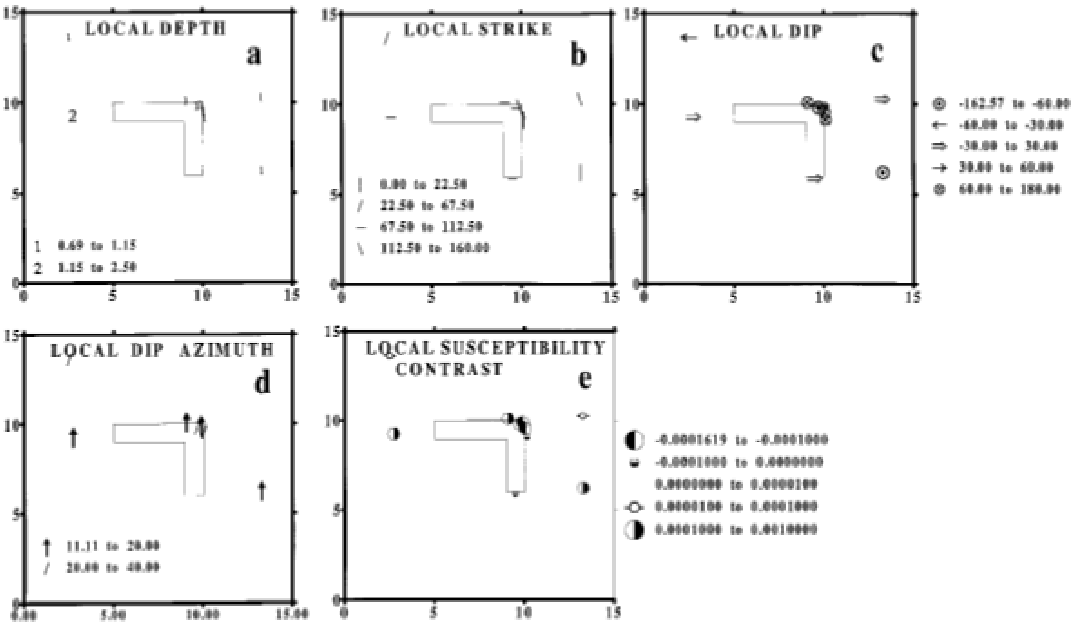
Στα σχήματα (1.4.1.1) και (1.4.1.2) φαίνονται η μαγνητική ανωμαλία (αναγόμενη στον πόλο), η ολική οριζόντια παράγωγος και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά για το μοντέλο του πρίσματος και της πλάκας αντίστοιχα. Στα σχήματα 1.4.1.1.a), b) και c) παρατηρείται ότι τόσο η αναγόμενη ανωμαλία στον



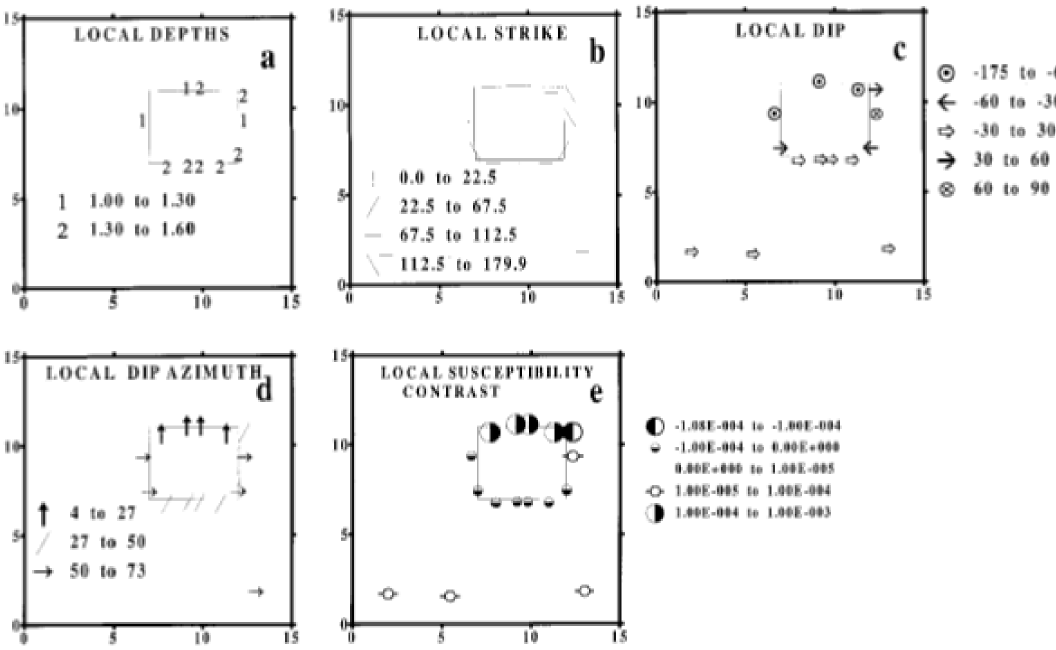
Σχήμα 1.4.1.1: Μορφές ανωμαλιών για το μοντέλο του πρίσματος. (a) Μαγνητική ανωμαλία ανηγμένη στο Βόρειο πόλο. (b) Ολική οριζόντια παράγωγος. (c) Αναλυτικό σήμα. Στις εικόνες 7d) και 7e) παρουσιάζονται η τοπική φάση και ο τοπικός κυματάριθμος αντίστοιχα(Tsokas and Hansen 2000).



Σχήμα 1.4.1.2: Μορφές ανωμαλίας για το μοντέλο του πρίσματος. (a) Μαγνητική ανωμαλία ανηγμένη στο Βόρειο πόλο. (b) Ολική οριζόντια παράγωγος. (c) Αναλυτικό σήμα. Στις εικόνες 8c) και 8d) παρουσιάζονται η τοπική φάση και ο τοπικός κυματάριθμος αντίστοιχα(Tsokas and Hansen 2000).



Σχήμα 1.4.1.3: Τα υπολογισμένα χαρακτηριστικά του πρίσματος με τη μέθοδο SPI. Παρουσιάζονται στα σχήματα 9a), 9b), 9c), 9d) και 9e) οι εκτιμήσεις για το βάθος ταφής, την παράταξη των ορίων του πρίσματος, την κλίση του πρίσματος, το τοπικό αζιμούθιο και την τοπική αντίθεση επιδεκτικότητας αντίστοιχα(Tsokas and Hansen 2000).



Σχήμα 1.4.1.4:Τα υπολογισμένα χαρακτηριστικά της πλάκας με τη μέθοδο SPI. Παρουσιάζονται στα σχήματα 10a), 10b), 10c), 10d) και 10e) οι εκτιμήσεις για το βάθος ταφής, την παράταξη των ορίων της πλάκας, την κλίση της πλάκας, το τοπικό αζιμούθιο και την τοπική αντίθεση επιδεκτικότητας αντίστοιχα(Tsokas and Hansen 2000).

πόλο, όσο η ολική οριζόντια παράγωγος και το πλάτος του αναλυτικού σήματος δίνουν ικανοποιητικά τα όρια του πρίσματος, μόνο που το πλάτος παρουσιάζει ένα «θόλωμα» καθώς η μορφή του είναι σχετικά φαρδιά. Το ίδιο συμβαίνει και με την καμπύλη της τοπικής φάσης στο σχήμα 1.4.1.1.d). Ο τοπικός κυματάριθμος όμως, δίνει μία πολύ ακριβή εικόνα των ορίων του πρίσματος, παρουσιάζοντας τη μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα και από τις πέντε καμπύλες ως προς την ικανότητα οριοθέτησης στόχων. Αντίστοιχα αποτελέσματα παίρνουμε και από το σχήμα (1.4.1.2) για την πλάκα. Και εδώ πάλι η καμπύλη του τοπικού κυματάριθμου δίνει τα όρια της πλάκας με εξαιρετική ακρίβεια.

Στα σχήματα (1.4.1.3) και (1.4.1.4) φαίνονται οι εκτιμήσεις των χαρακτηριστικών του πρίσματος και της πλάκας αντίστοιχα με τη μέθοδο SPI. Τα χαρακτηριστικά που μελετήθηκαν ήταν το βάθος ταφής, η παράταξη των ορίων των στόχων, η κλίση των στόχων, το τοπικό αζιμούθιο και η τοπική αντίθεση επιδεκτικότητας. Οι τιμές κυμαίνονται γενικά σε ρεαλιστικά επίπεδα και δίνουν μία καλή προσέγγιση των πραγματικών τιμών. Τα αποτελέσματα είναι περισσότερο ικανοποιητικά για την πλάκα από ότι για το πρίσμα. Αυτό οφείλεται στις περισσότερες γωνίες του πρίσματος, οι οποίες προκάλεσαν μικρά προβλήματα ευστάθειας στη μέθοδο. Γενικά και στα δύο μοντέλα το βάθος του 1 m προσεγγίζεται καλά, με μέση τιμή τα 1,3 m για την πλάκα. Επίσης και στα δύο μοντέλα προσεγγίζεται πολύ καλά η τιμή της επιδεκτικότητας των 0,0005 στο σύστημα emu.

1. 4. 2 Εφαρμογή της μεθόδου σε πραγματικά δεδομένα

Η μέθοδος εφαρμόστηκε και σε πραγματικά δεδομένα. Η πρώτη ομάδα δεδομένων προέρχεται από τον Μακρύγιαλο Πιερίας και αναφέρεται σε ένα κομμάτι 40x40 m^2, το οποίο αποτελεί κομμάτι μίας μεγαλύτερης έρευνας, που περιέχει την «υπογραφή» δύο παράλληλων τάφρων. Τα δεδομένα περιείχαν αρκετό θόρυβο και οι εικόνες που προέκυψαν ήταν αρκετά διαταραγμένες. Ενώ η εικόνα της τοπικής φάσης ήταν αναγνώσιμη, οι εικόνες των δύο άλλων μιγαδικών χαρακτηριστικών ήταν θολές και πρακτικά άχρηστες στην ερμηνεία. Οι εκτιμήσεις του βάθους ταφής ήταν προσεγγιστικά στην τιμή που βρέθηκε από την εκσκαφή (2,5 m). Παρόλα αυτά τα εκτιμημένα χαρακτηριστικά της πηγής μέσω των μιγαδικών χαρακτηριστικών μπορούν να χρησιμοποιηθούν βοηθητικά στην ερμηνεία. Για παράδειγμα, μπορούν να συνδυαστούν με τις εικόνες ολικού πεδίου και κάθε άλλο κατάλληλο μετασχηματισμό και μεθόδους αντιστροφής. Στο πλαίσιο αυτό οι εκτιμήσεις των μιγαδικών χαρακτηριστικών του παραδείγματος μπορούν να δώσουν πληροφορίες στα μέρη που είναι γνωστό ότι βρίσκονται τα λαξεύματα εξαιτίας της υπογραφής του ολικού μαγνητικού τους πεδίου.

Μία δεύτερη ομάδα δεδομένων χρησιμοποιήθηκε από την αρχαία πόλη της Ευρωπού. Το κομμάτι γης που εξετάστηκε περιείχε τα απομεινάρια ενός Ελληνιστικού κλίβανου κεραμοποιίας. Τα δεδομένα περιείχαν λίγο θόρυβο και η ανωμαλία της καμίνου ήταν αρκετά ισχυρή. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα οι εικόνες των μιγαδικών χαρακτηριστικών να είναι αρκετά καθαρές και οι εκτιμήσεις των χαρακτηριστικών της καμίνου πολύ κοντά στην πραγματικότητα. Έτσι φάνηκε ότι σε περιπτώσεις όπου ο θόρυβος είναι αρκετά μειωμένος σε σχέση με τη μαγνητική ανωμαλία η μέθοδος μπορεί να δουλέψει και ως βασική μέθοδος ερμηνείας.

Σε κάθε περίπτωση, η εργασία των Tsokas και Hansen (2000) έδειξε ότι **η μέθοδος των μιγαδικών χαρακτηριστικών, είτε βοηθητικά είτε έχοντας κυρίαρχο ρόλο, μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ικανοποιητικά αποτελέσματα στην αρχαιομετρία**. Στη συνέχεια της διατριβής θα αναλύσουμε περισσότερο τη μέθοδο των μιγαδικών χαρακτηριστικών, μελετώντας στόχους που ενδιαφέρουν την αρχαιομετρία, καθώς επίσης θα ερευνήσουμε εκτενέστερα τον παράγοντα του θορύβου στην αποτελεσματικότητα της μεθόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

Επίλυση του Ευθέος Προβλήματος για τον Υπολογισμό των Μιγαδικών Χαρακτηριστικών

2. 1 *Εισαγωγή*

Στο προηγούμενο κεφάλαιο κάναμε μία εισαγωγή στη θεωρία του αναλυτικού σήματος καθώς και μία σύντομη αναφορά σε προγενέστερες εργασίες που χρησιμοποίησαν την ομώνυμη μέθοδο. Σε αυτό το κεφάλαιο της παρούσας διατριβής ειδίκευσης περιγράφεται η προσπάθεια που έγινε όσον αφορά την προσομοίωση με επίλυση του ευθέος προβλήματος για τις ανωμαλίες και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά υπεδάφιων μαγνητισμένων στόχων.

Πρέπει να σημειωθεί ότι στη συνέχεια οι μονάδες μέτρησης της επιδεκτικότητας k αναφέρονται στο σύστημα SI. Επίσης, αντί των ονομάτων τοπική φάση, τοπικός κυματάριθμος και πλάτος του αναλυτικού σήματος, θα χρησιμοποιούνται για χάρη συντομίας τα ονόματα φάση, κυματάριθμος και πλάτος αντίστοιχα.

2. 2 *Υπολογισμός Μαγνητικής Ανωμαλίας και Μιγαδικών Χαρακτηριστικών Μαγνητισμένου Σώματος*

2. 2. 1 Υπολογισμός μαγνητικής ανωμαλίας σώματος

Αυτό που ενδιαφέρει στην αρχαιομετρία είναι ο εντοπισμός στόχων-αρχαιοτήτων με τη βοήθεια μαγνητικών μετρήσεων. Οι στόχοι- αρχαιότητες μπορούν να προσομοιωθούν με αρκετά μεγάλη ακρίβεια με σώματα πολυγωνικού σχήματος. **Επομένως σε μία προσπάθεια προσομοίωσης των παραπάνω στόχων οι υπολογισμοί που θα γίνονται δεν αφορούν μία επαφή μόνο, αλλά το σύνολο των κορυφών που αποτελούν το σώμα.**

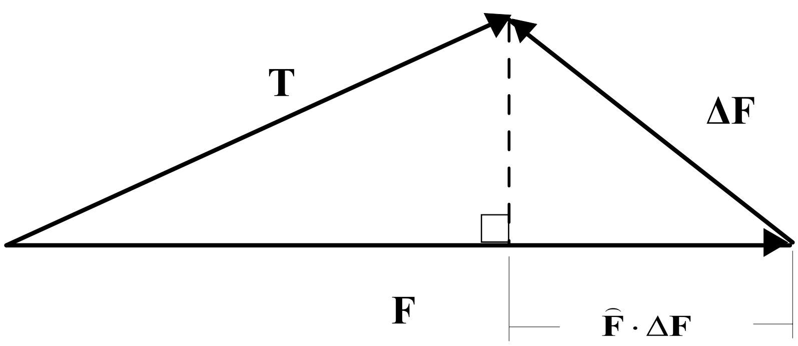
Όλοι οι υπολογισμοί που ακολουθούν αφορούν μαγνητικά δεδομένα ολικού πεδίου. Το ολικό πεδίο σε ένα σημείο, που οφείλεται στο τοπικό γήινο πεδίο ***F*** και στην ανωμαλία ***ΔF*** που προκαλεί ένα μαγνητισμένο σώμα (βλ. σχήμα (2.2.1.1)) είναι

$$\mathbf{T} = \mathbf{F} + \Delta\mathbf{F} \quad ,$$

όπου τα έντονα γράμματα δηλώνουν διανύσματα. Το μέτρο της ανωμαλίας ολικού πεδίου (συμβολίζουμε με *M* και όχι *ΔT*, γιατί ακολουθούμε όπως δηλώσαμε στο πρώτο κεφάλαιο το φορμαλισμό των Thurston και Smith, 1997) δίνεται από τη σχέση (Blakely 1995)

$$M = \left|\mathbf{T}\right| - \left|\mathbf{F}\right| \approx \widehat{\mathbf{F}} \cdot \Delta\mathbf{F} \quad , \qquad (2.1)$$

όπου $\hat{\mathbf{F}}$ είναι η διεύθυνση του τοπικού πεδίου. Η ποσότητα *M* είναι αυτή που μετρείται με τα μαγνητόμετρα ολικού πεδίου. Η παραπάνω σχέση (2.1) ισχύει όταν το ανώμαλο πεδίο είναι αρκετά μικρότερο από το τοπικό γήινο πεδίο, δηλαδή ***ΔF<< F***, και όταν η διεύθυνση του τοπικού πεδίου είναι σταθερή στην περιοχή της έρευνας. Και οι δύο παραπάνω προϋποθέσεις ικανοποιούνται στην αρχαιομετρία. Στην



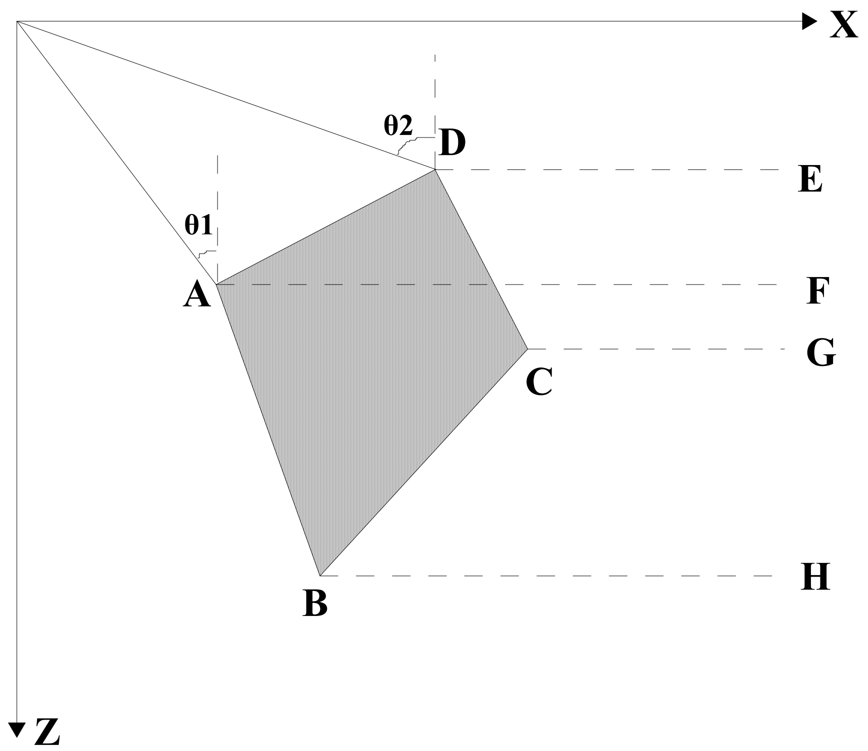
Σχήμα 2.2.1.1: Διανυσματική αναπαράσταση των ανωμαλιών ολικού πεδίου. Με F συμβολίζεται το τοπικό γήινο πεδίο, ΔF είναι η μαγνητική ανωμαλία που δημιουργεί το σώμα και T είναι το ολικό μαγνητικό πεδίο. F·ΔF=M είναι το μέτρο της ολικής ανωμαλίας, το οποίο δεν είναι ίσο με το μέτρο της ανωμαλίας |ΔF|, δηλαδή M≠ |ΔF|.

περίπτωση ενός σώματος πολυγωνικού σχήματος, η ανωμαλία που προκαλεί το πολύγωνο αποτελείται από το άθροισμα των ανωμαλιών που οφείλεται σε κάθε πλευρά του με βάση τη σχέση (1.2) (υποθέτουμε πως το μαγνητικό πεδίο κάθε πλευράς επηρεάζει ελάχιστα τις γύρω του πλευρές ώστε να δημιουργείται πολύ μικρή επαγόμενη μαγνήτιση, που πρακτικά να είναι μηδέν). Με άλλα λόγια δεχόμαστε ότι ισχύει η αρχή της υπέρθεσης. Έτσι η ολική ανωμαλία ολικού πεδίου που προκαλεί το πολύγωνο είναι

$$M = \widehat{\mathbf{F}} \cdot \sum_{i}^{n} \Delta\mathbf{F}_i = \sum_{i}^{n} \widehat{\mathbf{F}} \cdot \Delta\mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^{n} M_i =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ 2kFc \sin d_i \cdot \left[\left(\theta_1^i - \theta_2^i \right) \cdot \cos\phi_i + \sin\phi_i \ln\frac{r_1^i}{r_2^i} \right] \right\}. \qquad (2.2)$$

Επομένως η μαγνητική ανωμαλία ολικού πεδίου που οφείλεται σε ένα πολυγωνικό σχήμα είναι ίση με το άθροισμα των ανωμαλιών ολικού πεδίου από κάθε πλευρά του



Σχήμα 2.2.1.2 : Τομή αγνητισμένου πολυγωνικού σώματος που αποσυντίθεται σε τέσσερα μαγνητικά ελάσματα.

πολυγώνου, που δίνονται από τη σχέση (1.2).

Είναι γνωστό ότι κάθε πολυγωνικό μαγνητισμένο σώμα μπορεί να προκύψει από την υπέρθεση ενός πεπερασμένου αριθμού μαγνητικών ελασμάτων (βλ. σχήμα (2.2.1.2)). Στο σχήμα (2.2.1.2) είναι

$$\overline{ABCD} = \overline{ADEF} + \overline{BAFH} - \overline{BCGH} - \overline{CDEG} \quad , \qquad (2.3)$$

όπου $\overline{ABCD}$ είναι το δισδιάστατο μαγνητισμένο τετράπλευρο με περίμετρο *ABCD*. Επομένως από τη σχέση (2.3) προκύπτει ότι για τις πλευρές *AB* και *AD* θα χρησιμοποιήσουμε θετικό πρόσημο στη σχέση (2.2) ενώ για τις πλευρές *BC* και *CD* αρνητικό.

Παρόλα αυτά, προγραμματιστικά είναι αδύνατο να καθορίζεται αυτόματα το πρόσημο της ανωμαλίας κάθε πλευράς με τον παραπάνω τρόπο. Έτσι ακολουθούμε τη σύμβαση των Talwani και Heirtzler (1964), σύμφωνα με την οποία αν διατρέξουμε το πολύγωνο με φορά αντίθετη αυτής των ρολογιών, αρνητικό πρόσημο στη σχέση (2.2) προκύπτει για τις πλευρές για τις οποίες η γωνία θ αυξάνει. Όταν για μία πλευρά η γωνία θ μειώνεται, καθώς διατρέχουμε το πολύγωνο με φορά αντίθετη αυτής των ρολογιών, η ανωμαλία έχει θετικό πρόσημο. Στη σχέση (2.2) οι μεταβλητές θ_1^i, r_1^i αναφέρονται στην πρώτη ακμή (ή γωνία) της πλευράς *i* που συναντάμε, καθώς διατρέχουμε το πολύγωνο με φορά αντίθετη αυτής των ρολογιών. Έτσι για παράδειγμα στο πολύγωνο του σχήματος (2.2.1.2), καθώς διατρέχουμε κυκλικά το πολύγωνο (από εδώ και στο εξής θα εννοείται ως φορά διαγραφής ενός κύκλου η αντίθετη αυτής των ρολογιών) για την πλευρά *AB* μειώνεται το μέτρο της γωνίας θ (βλ. και σχήμα 1.2.1.1) καθώς πάμε από την κορυφή *A* στην κορυφή *B*, οπότε η ανωμαλία της παίρνει θετικό πρόσημο. Αντίθετα για την πλευρά *BC* αυξάνει η γωνία θ από την κορυφή *B* στην κορυφή *C* κι επομένως για την ανωμαλία της πλευράς *BC* αντιστοιχεί αρνητικό πρόσημο (όπως φαίνεται και στη σχέση 2.3).

2. 2. 2 Υπολογισμός μιγαδικών χαρακτηριστικών σώματος

Για τον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών (αναλυτικό σήμα, φάση, κυματάριθμος) χρησιμοποιούνται οι σχέσεις (1.3), (1.4), (1.10), (1.13) και (1.16). Να σημειωθεί ότι οι σχέσεις (1.3) και (1.4) (επομένως και οι (1.10), (1.13) και (1.16)) αναφέρονται όχι σε ένα έλασμα (πλευρά του πολυγώνου), αλλά σε μία επαφή. Αυτό σημαίνει πως για τον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών ενός πολυγωνικού σώματος αναφερόμαστε στις γωνίες κάθε πλευράς και όχι στην ίδια την πλευρά όπως συμβαίνει στον υπολογισμό της μαγνητικής ανωμαλίας.

Για ένα πολυγωνικό σώμα τα μιγαδικά χαρακτηριστικά αναφέρονται στην ολική μαγνητική ανωμαλία του σώματος. Έτσι το πραγματικό και φανταστικό μέρος του αναλυτικού σήματος ενός πολυγωνικού μαγνητισμένου σώματος *n* γωνιών (ή πλευρών) είναι

$$\bullet\ T(x) = \frac{\partial M}{\partial x} = a\sum_{k=1}^{N}\left[\sin d_2^k\,\frac{(x-x_k)\sin\phi_2^k + (z_k - z)\cos\phi_2^k}{(z_k-z)^2+(x-x_k)^2} - \right.$$
$$\left. -\sin d_1^k\,\frac{(x-x_k)\sin\phi_1^k + (z_k - z)\cos\phi_1^k}{(z_k-z)^2+(x-x_k)^2}\right]$$

και (2.4)

$$\bullet\ T_1(x) = \frac{\partial M}{\partial z} = a\sum_{k=1}^{N}\left[\sin d_2^k\,\frac{(x-x_k)\cos\phi_2^k - (z_k - z)\sin\phi_2^k}{(z_k-z)^2+(x-x_k)^2} - \right.$$
$$\left. -\sin d_1^k\,\frac{(x-x_k)\cos\phi_1^k - (z_k - z)\sin\phi_1^k}{(z_k-z)^2+(x-x_k)^2}\right]$$

αντίστοιχα. Το αναλυτικό σήμα και η φάση είναι αντίστοιχα

$$A(x) = \sqrt{T^2(x)+T_1^2(x)} = a\cdot\left\{\left(\sum_{k=1}^{N}\left[\sin d_2^k\,\frac{(x-x_k)\sin\phi_2^k + (z_k - z)\cos\phi_2^k}{(z_k-z)^2+(x-x_k)^2} - \right.\right.\right.$$
$$\left.\left. -\sin d_1^k\,\frac{(x-x_k)\sin\phi_1^k + (z_k - z)\cos\phi_1^k}{(z_k-z)^2+(x-x_k)^2}\right]\right)^2 +$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{N}\left[\sin d_2^k\,\frac{(x-x_k)\cos\phi_2^k - (z_k - z)\sin\phi_2^k}{(z_k-z)^2+(x-x_k)^2} - \right.\right.$$
$$\left.\left.\left. -\sin d_1^k\,\frac{(x-x_k)\cos\phi_1^k - (z_k - z)\sin\phi_1^k}{(z_k-z)^2+(x-x_k)^2}\right]\right)^2\right\} \tag{2.5}$$

$$\theta(x) = \tan^{-1}\frac{T_1(x)}{T(x)}$$

Στη φάση, οι συναρτήσεις *T(x)* και *T₁(x)* δίνονται από τις σχέσεις (2.4). Ενώ στο κεφάλαιο 1 ορίσαμε τη σταθερά *α* ίση με *a=2kFcsind*, στις παραπάνω σχέσεις η ποσότητα *α* είναι ίση με *a=2kFc* (κι έτσι θα θεωρείται για το υπόλοιπο της διατριβής). Αυτό συμβαίνει γιατί η κλίση *d* είναι διαφορετική για κάθε πλευρά του πολυγώνου.

Για τον υπολογισμό του κυματάριθμου χρειάζεται και ο υπολογισμός των δεύτερων παραγώγων $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}$ και $\frac{\partial^2 M}{\partial x \partial z}$, οι οποίες εύκολα προκύπτουν ότι είναι ίσες με

$$\begin{aligned}
&\bullet\ \frac{\partial^2 M^k}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial M^k}{\partial z}\right) = \frac{-2(x-x_k)\cdot T^k{}_1(x) + a\cdot(\sin d_2^k \cos\phi_2^k - \sin d_1^k \cos\phi_1^k)}{(z_k - z)^2 + (x-x_k)^2} \\
&\bullet\ \frac{\partial^2 M^k}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial M^k}{\partial x}\right) = \frac{-2(x-x_k)\cdot T^k(x) + a\cdot(\sin d_2^k \sin\phi_2^k - \sin d_1^k \sin\phi_1^k)}{(z_k - z)^2 + (x-x_k)^2}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

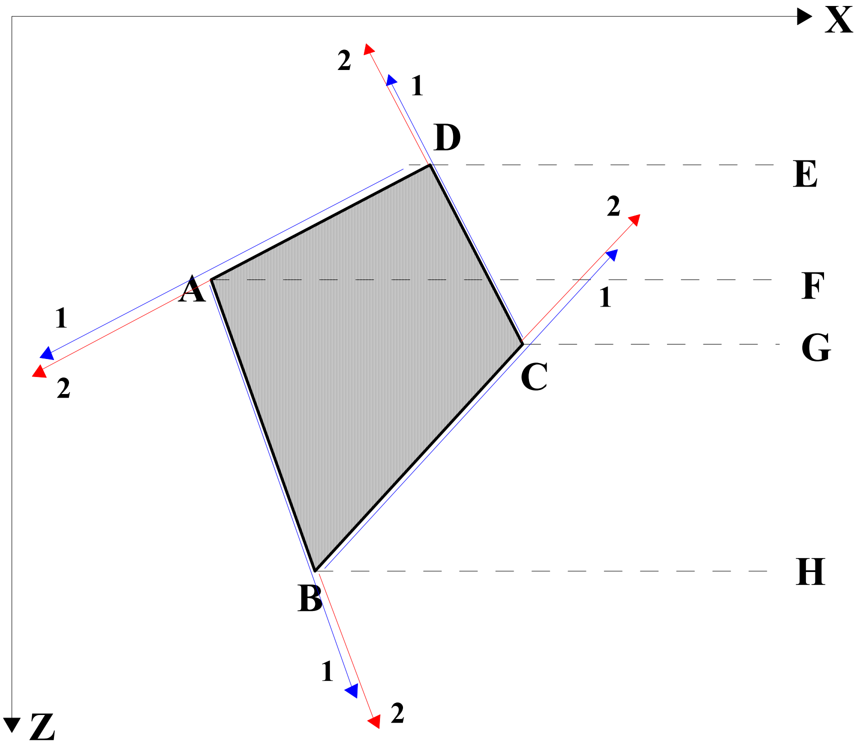
για τη γωνία *k* του πολυγώνου. Επομένως με βάση τη σχέση (2.6) ο κυματάριθμος είναι

$$\begin{aligned}
k(x) = \frac{1}{|A|^2}\cdot\Bigg\{&\left[\sum_{k=1}^{N}\frac{-2(x-x_{k)}\cdot T^k{}_1(x) + a\cdot(\sin d_2^k \cos\phi_2^k - \sin d_1^k \cos\phi_1^k)}{(z_k - z)^2 + (x-x_k)^2}\right]\cdot T(x) - \\
&-\left[\sum_{k=1}^{N}\frac{-2(x-x_{k)}\cdot T^k(x) + a\cdot(\sin d_2^k \sin\phi_2^k - \sin d_1^k \sin\phi_1^k)}{(z_k - z)^2 + (x-x_k)^2}\right]\cdot T_1(x)\Bigg\}
\end{aligned} \quad .(2.7)$$

Ένα πεπερασμένου βάθους έλασμα μπορεί να προκύψει από την υπέρθεση δύο επαφών απείρου βάθους αντίθετης πολικότητας. Επομένως η μαγνητική ανωμαλία από το τετράπλευρο *ABCD* του σχήματος (2.2.2.1) μπορεί να προκύψει από την υπέρθεση οκτώ επαφών που οι πλευρές τους εκτείνονται στο άπειρο και ανά δύο, που αντιστοιχούν στην ίδια πλευρά, έχουν αντίθετες πολικότητες, δηλαδή

$$\overline{ABCD} = \left(\overline{ED1} - \overline{FA2}\right) + \left(\overline{FA1} - \overline{HB2}\right) - \left(\overline{HB1} - \overline{GC2}\right) - \left(\overline{GC1} - \overline{ED2}\right)\ . \tag{2.8}$$

Προγραμματιστικά, υπολογίζεται αρχικά για κάθε πλευρά του πολυγώνου το πραγματικό και φανταστικό μέρος $T^i(x)$ και $T_1{}^i(x)$, αντίστοιχα, με βάση τις σχέσεις (2.4) και (2.8) (η σχέση (2.8) προσαρμόζεται βεβαίως ανάλογα με το πόσες πλευρές έχει το πολύγωνο). Στη συνέχεια γίνεται χρήση της σύμβασης των Talwani και Heirtzler (1964), που αναφέρθηκε παραπάνω, για την εύρεση του προσήμου μπροστά από τις σχέσεις (2.4) για κάθε πλευρά.

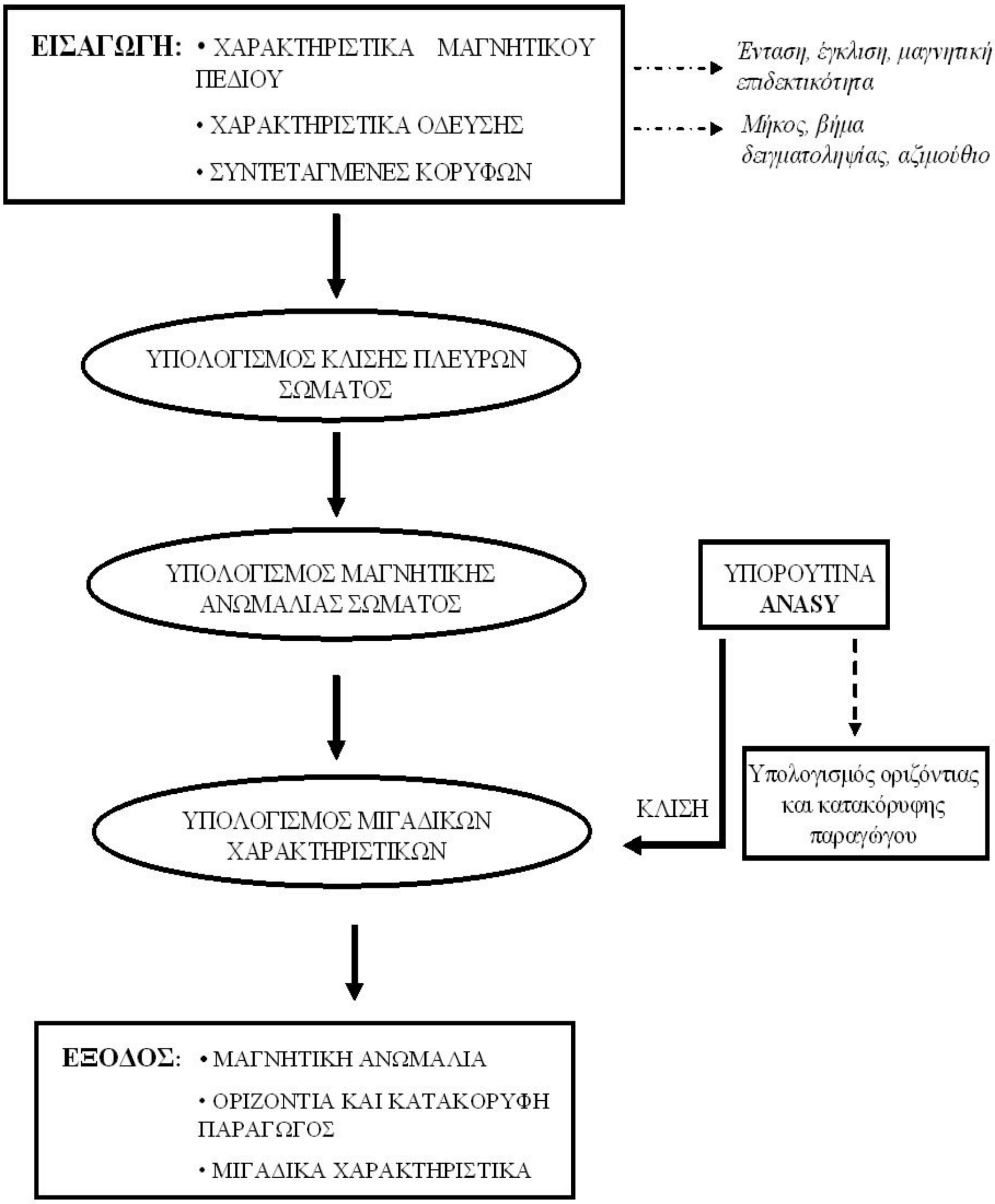


Σχήμα 2.2.2.1: Μαγνητισμένο τετράπλευρο που προκύπτει από την υπέρθεση 8 επαφών, οι οποίες ανά δύο, με αντίθετη πολικότητα, δημιουργούν από μία πλευρά του τετραπλεύρου.

2. 3 *Κώδικας επίλυσης ευθέος προβλήματος*

Ο κώδικας κατασκευάστηκε με σκοπό να μπορεί να υπολογιστεί η μαγνητική ανωμαλία και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά ενός οποιουδήποτε πολυγωνικού σώματος, όταν είναι γνωστές οι συντεταγμένες των κορυφών. Το διάγραμμα του κώδικα φαίνεται στο σχήμα (2.3.1). Ο χρήστης αρκεί να εισάγει τις απαιτούμενες παραμέτρους, όπως ένταση του τοπικού πεδίου, έγκλιση και αζιμούθιο της όδευσης, μήκος όδευσης και βήμα δειγματοληψίας, και στη συνέχεια να δώσει τις συντεταγμένες των κορυφών του πολυγώνου, προσαρμόζοντας ο ίδιος την αρχή του συστήματος συντεταγμένων όπως επιθυμεί και προσέχοντας η σειρά εισαγωγής τους να είναι σύμφωνη με τη φορά διαγραφής του πολυγώνου που έχει οριστεί.

Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός της κλίσης d_i κάθε πλευράς του πολυγώνου. Αυτό είναι εύκολο χρησιμοποιώντας σχέσεις της αναλυτικής γεωμετρίας, εφόσον είναι ήδη γνωστές οι συντεταγμένες των κορυφών του πολυγώνου. Στη συνέχεια υπολογίζονται οι σταθερές φ και c.



Σχήμα 2.3.1: Διάγραμμα ροής του κώδικα υπολογισμού της μαγνητικής ανωμαλίας και των μιγαδικών χαρακτηριστικών πολυγωνικών σωμάτων

Η μαγνητική ανωμαλία υπολογίζεται από τη σχέση (2.2) χρησιμοποιώντας τη σύμβαση των Talwani και Heirtzler (1964). Αρχικά υπολογίζεται η ανωμαλία κάθε πλευράς χωριστά και στη συνέχεια αθροίζονται οι ανωμαλίες. Τέλος υπολογίζονται το πλάτος, η φάση και ο κυματάριθμος του αναλυτικού σήματος από τις σχέσεις (2.5), (2.6) και (2.7). Το πραγματικό και φανταστικό μέρος του αναλυτικού σήματος, δηλαδή η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, αντίστοιχα, της ανωμαλίας, υπολογίζονται ξεχωριστά σε μία υπορουτίνα μέσω των σχέσεων (2.4), η οποία και καλείται αμέσως μετά τον υπολογισμό της μαγνητικής ανωμαλίας του σώματος.

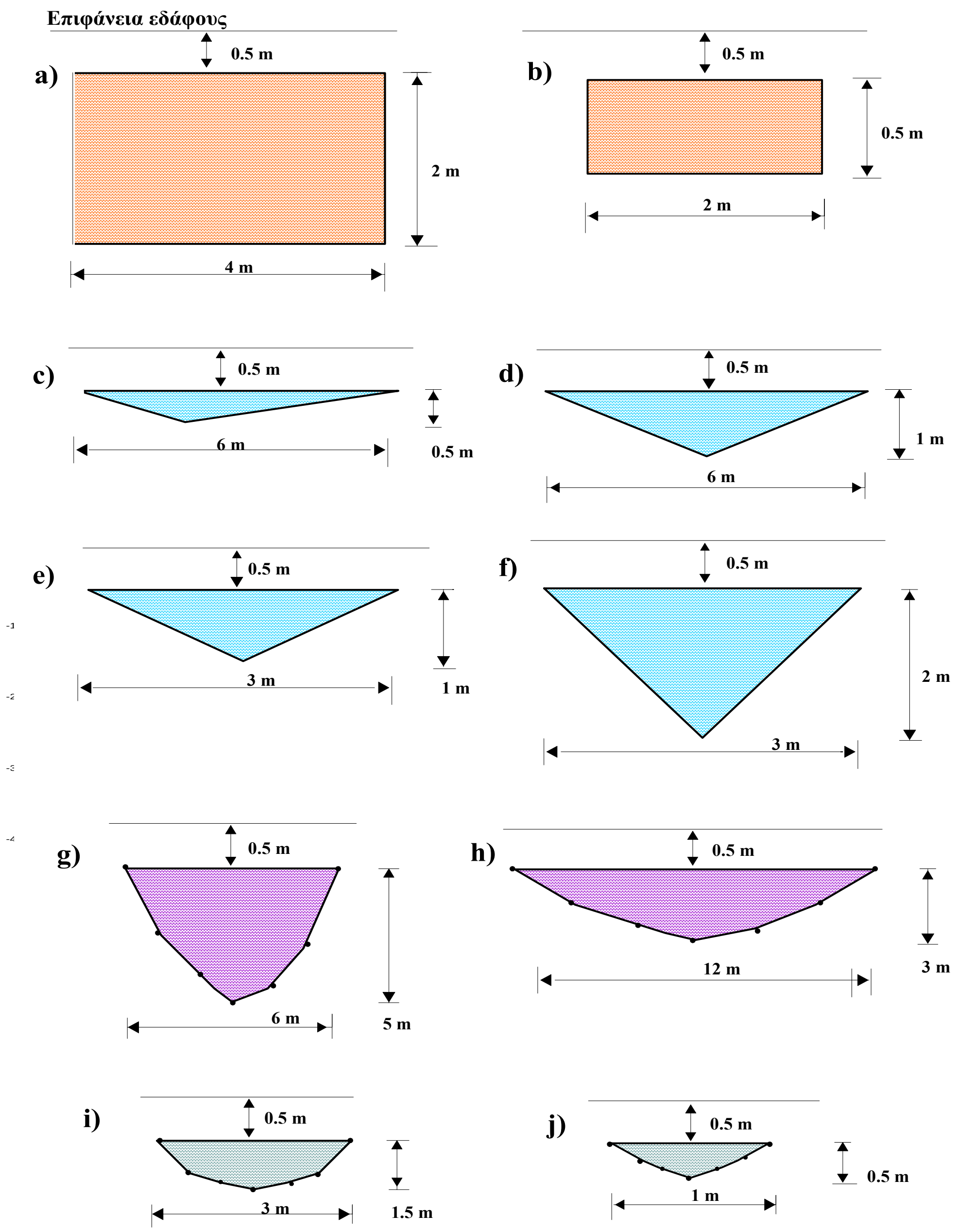
Στο τέλος η μαγνητική ανωμαλία, η οριζόντια και κατακόρυφος παράγωγος της και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά, πλάτος, φάση και κυματάριθμος, γράφονται σε ξεχωριστά αρχεία. Τα αρχεία αυτά έχουν προέκταση ".dat" και περιέχουν δύο στήλες. Η πρώτη στήλη περιλαμβάνει τα σημεία του προφίλ στα οποία υπολογίζεται η μαγνητική ανωμαλία και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά και η δεύτερη τις τιμές των υπολογιζόμενων ποσοτήτων.

2. 4 *Εφαρμογή του κώδικα σε λαξεύματα*

Ο κώδικας εφαρμόστηκε για την εύρεση των μιγαδικών χαρακτηριστικών καθώς και της μαγνητικής ανωμαλίας λαξευμάτων τα οποία ενδιαφέρουν την αρχαιομετρία. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν δέκα προσομοιώσεις, τα χαρακτηριστικά των οποίων φαίνονται στο σχήμα (2.4.1).

Στις δύο πρώτες εικόνες a) και b) του σχήματος (2.4.1) παριστάνονται δύο λαξεύματα ορθογώνιου σχήματος. Στις εικόνες c) έως f) παρουσιάζονται τέσσερα τριγωνικά λαξεύματα. Το πρώτο από αυτά είναι ένα σκαληνό τρίγωνο ενώ τα υπόλοιπα είναι ισοσκελή τρίγωνα. Στις τέσσερις τελευταίες εικόνες, από g) έως j), φαίνονται τα μοντέλα τεσσάρων εφταγωνικών λαξευμάτων. Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιήθηκαν γιατί προσεγγίζουν ικανοποιητικά τη μορφή ενός ημικυλυνδρικού λαξεύματος.

Στην αρχαιομετρία, τα λαξεύματα παριστάνουν σκάμματα θεμελιώσεων κτιρίων, τάφρους ή γενικά σκάμματα που χρησιμοποιήθηκαν σε περασμένους αιώνες για διάφορες κατασκευές. Έτσι στα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν (βλ. σχήμα (2.4.1)) η επάνω πλευρά έπρεπε να είναι οριζόντια. Επίσης στην αρχαιομετρία πολύ συχνά αναζητούνται τοίχοι κτισμάτων ή τείχη πόλεων. Τα σώματα αυτά αντιπροσωπεύονται από τα δύο πρώτα ορθογώνια μοντέλα του σχήματος (2.4.1).Σε κάθε μοντέλο χρησιμοποιήθηκαν τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά της όδευσης και τα ίδια χαρακτηριστικά του πεδίου. Συγκεκριμένα το μήκος της όδευσης



Σχήμα 2.4.1 : Μοντέλα λαξευμάτων στα οποία εφαρμόστηκε ο κώδικας *"forward.for"*, για την εύρεση της μαγνητικής ανωμαλίας που προκαλούν και των μιγαδικών χαρακτηριστικών τους.

ήταν 20 m και το βήμα δειγματοληψίας 0,5 m. Η ένταση του τοπικού μαγνητικού πεδίου ήταν 46000 nT, η έγκλιση 55^0 και το αζιμούθιο 0^0. Η αντίθεση επιδεκτικότητας μεταξύ σωμάτων και περιβάλλοντος πετρώματος ήταν 0,0005 σε μονάδες SI.

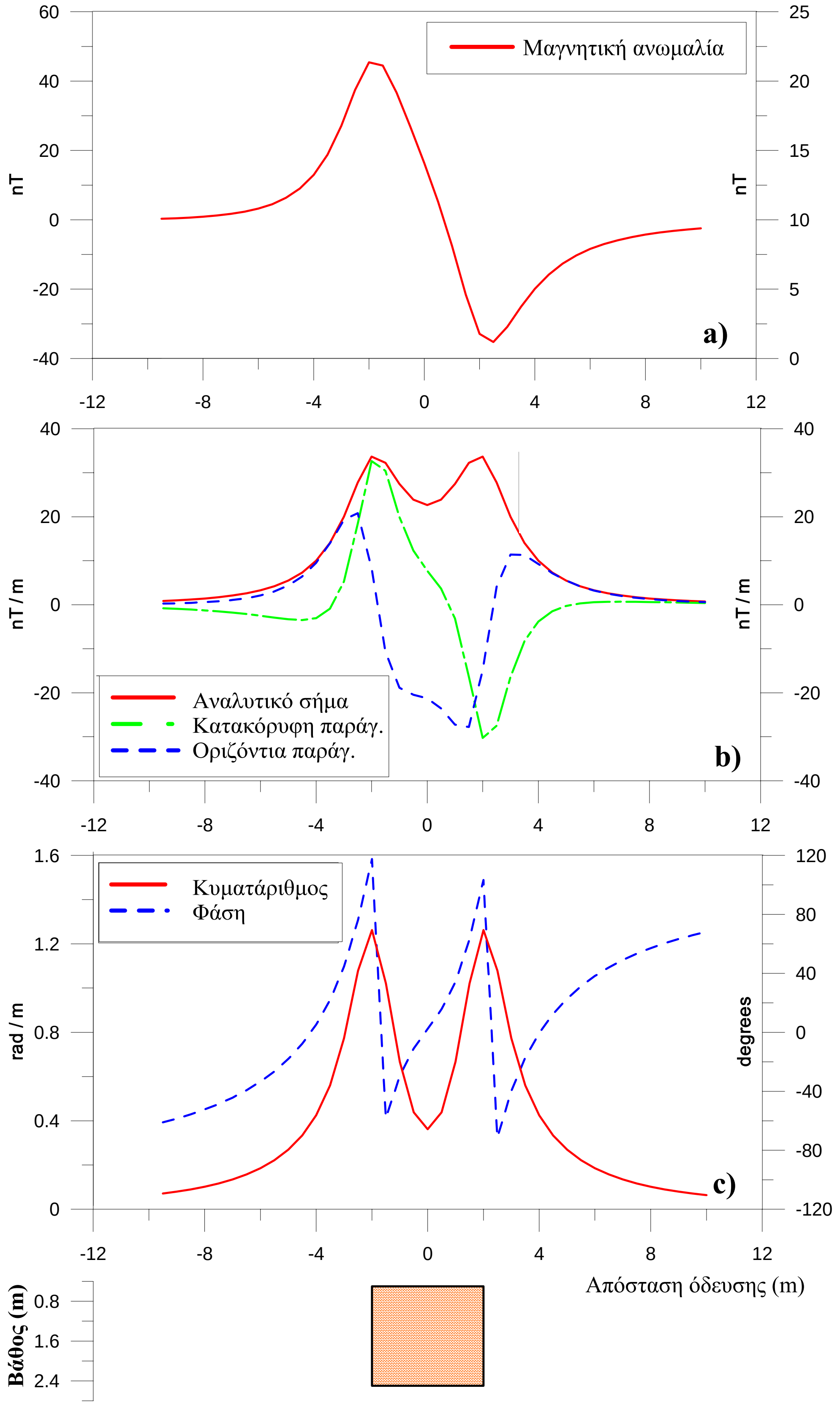
2. 4. 1 Ορθογώνια λαξεύματα

Στο σχήμα (2.4.1.1) φαίνονται η μαγνητική ανωμαλία, η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά ενός θαμμένου ορθογωνίου μαγνητισμένου σώματος, διαστάσεων 4x2. Το σώμα είναι θαμμένο σε βάθος 0.5 m από την επιφάνεια του εδάφους. Στο σχήμα (2.4.1.2) παριστάνονται οι αντίστοιχες καμπύλες για ένα μικρότερο ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5. Το βάθος ταφής είναι και σε αυτήν την περίπτωση 0.5 m.

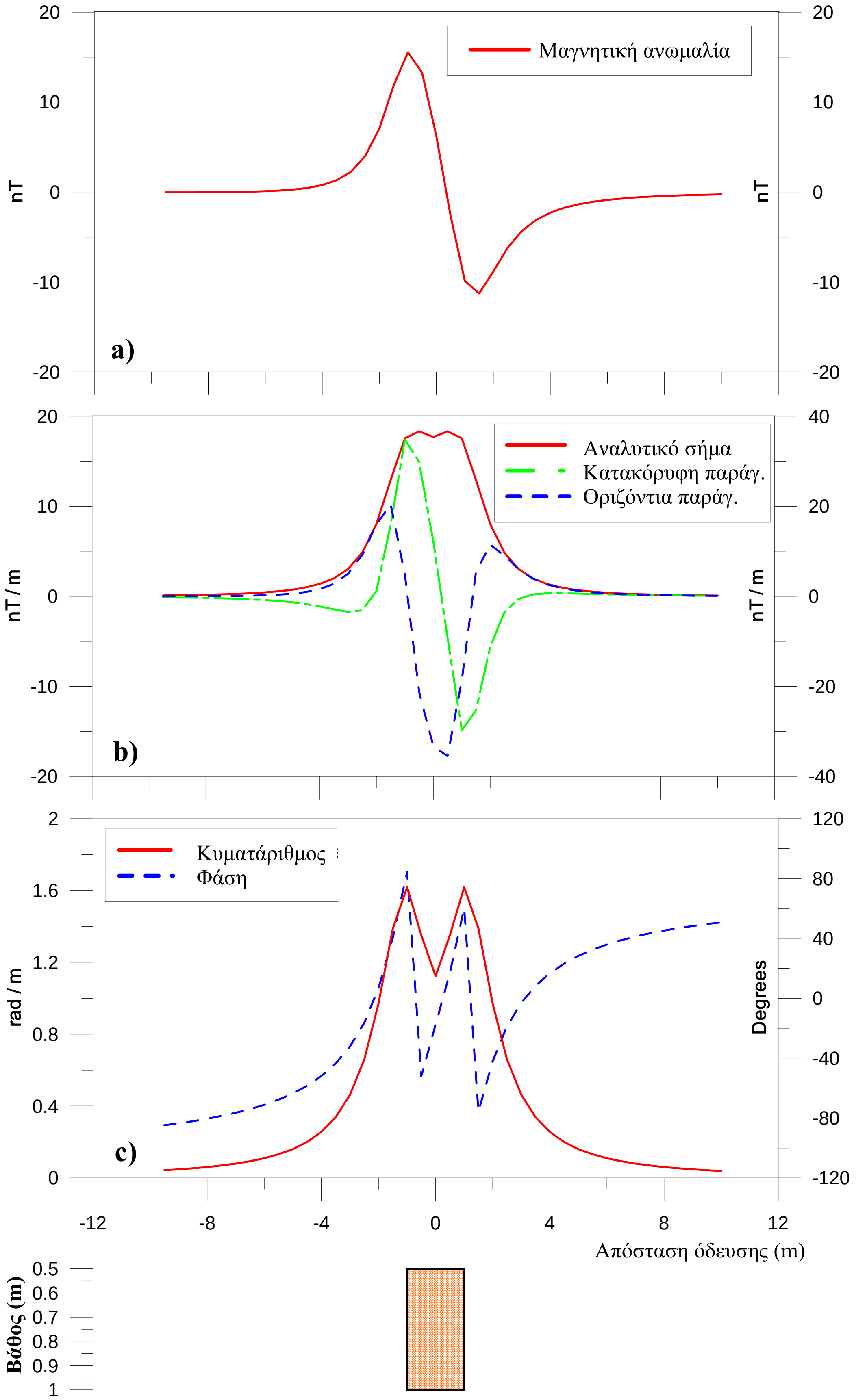
Στις εικόνες a) των σχημάτων (2.4.1.1) και (2.4.1.2) παρουσιάζονται οι μαγνητικές ανωμαλίες των δύο σωμάτων. Οι μορφές είναι παρόμοιες και διακρίνονται και στις δύο εικόνες οι ασύμμετροι λοβοί.

Στις εικόνες b) και των δύο σχημάτων φαίνονται η οριζόντια, κατακόρυφη παράγωγος και το πλάτος. Τα όρια του κάθε σώματος διακρίνονται από τα μέγιστα του πλάτους και της κατακόρυφης παραγώγου, καθώς και από τα σημεία μηδενισμού της οριζόντιας παραγώγου. Στην περίπτωση του μικρότερου ορθογωνίου σώματος (σχήμα (2.4.1.2.b)) τα μέγιστα της καμπύλης του πλάτους έρχονται πολύ κοντά μεταξύ τους, καθώς η οριζόντια διάσταση του (2 m) είναι αρκετά μικρή, αλλά είναι ακόμα ευδιάκριτα μεταξύ τους.

Στις εικόνες c) των δύο σχημάτων φαίνονται οι καμπύλες του κυματάριθμου και του πλάτους. Η δυνατότητα τους στον εντοπισμό των ορίων των δύο σωμάτων είναι πολύ καλή. Ακόμα και στην περίπτωση του δεύτερου (μικρότερου σώματος) το σχετικό ελάττωμα του πλάτους αναιρείται από τον κυματάριθμο, τα μέγιστα του οποίου είναι πολύ ευδιάκριτα. Να σημειωθεί πως οι βαθύτερες κορυφές και των δύο σωμάτων είναι «κρυμμένες», όπως και αναμενόταν, αφού βρίσκονται ακριβώς κάτω από τις δύο πιο ρηχές κορυφές.



Σχήμα 2.4.1.1: Μορφές ανωμαλίας για ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 4x2. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.



Σχήμα 2.4.1.2: Μορφές ανωμαλίας για ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0,5. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.

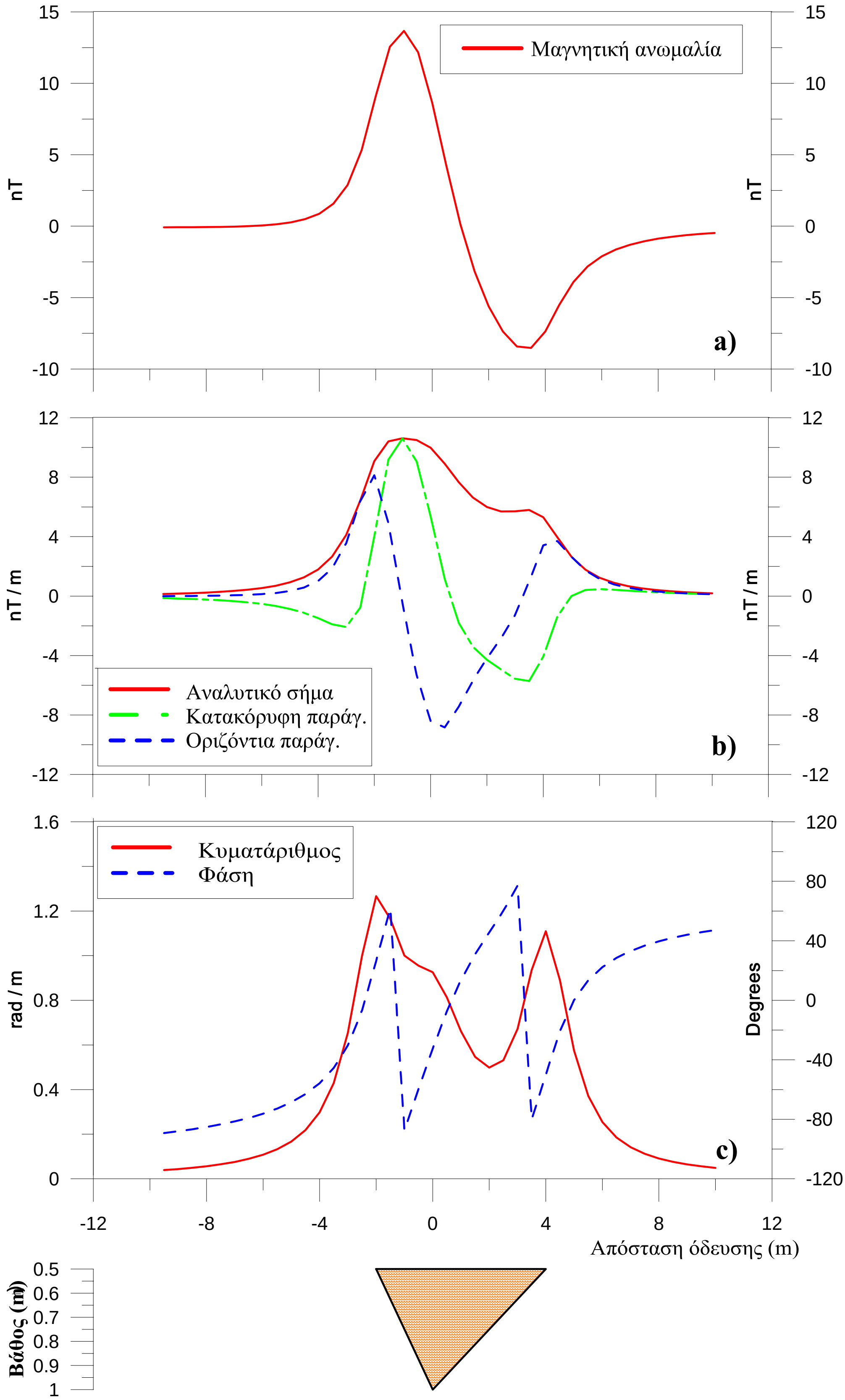
2. 4. 2 Τριγωνικά λαξεύματα

Τα επόμενα τέσσερα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τριγωνικού σχήματος. Στα σχήματα (2.4.2.1) έως (2.4.2.4) φαίνονται οι διάφορες μορφές ανωμαλίας για ένα σκαληνό τριγωνικό σώμα, μήκους 6 m και ύψους 0.5 m, και τριών σωμάτων σχήματος ισοσκελών τριγώνων διαστάσεων 6x1, 3x1 και 3x2 αντίστοιχα.

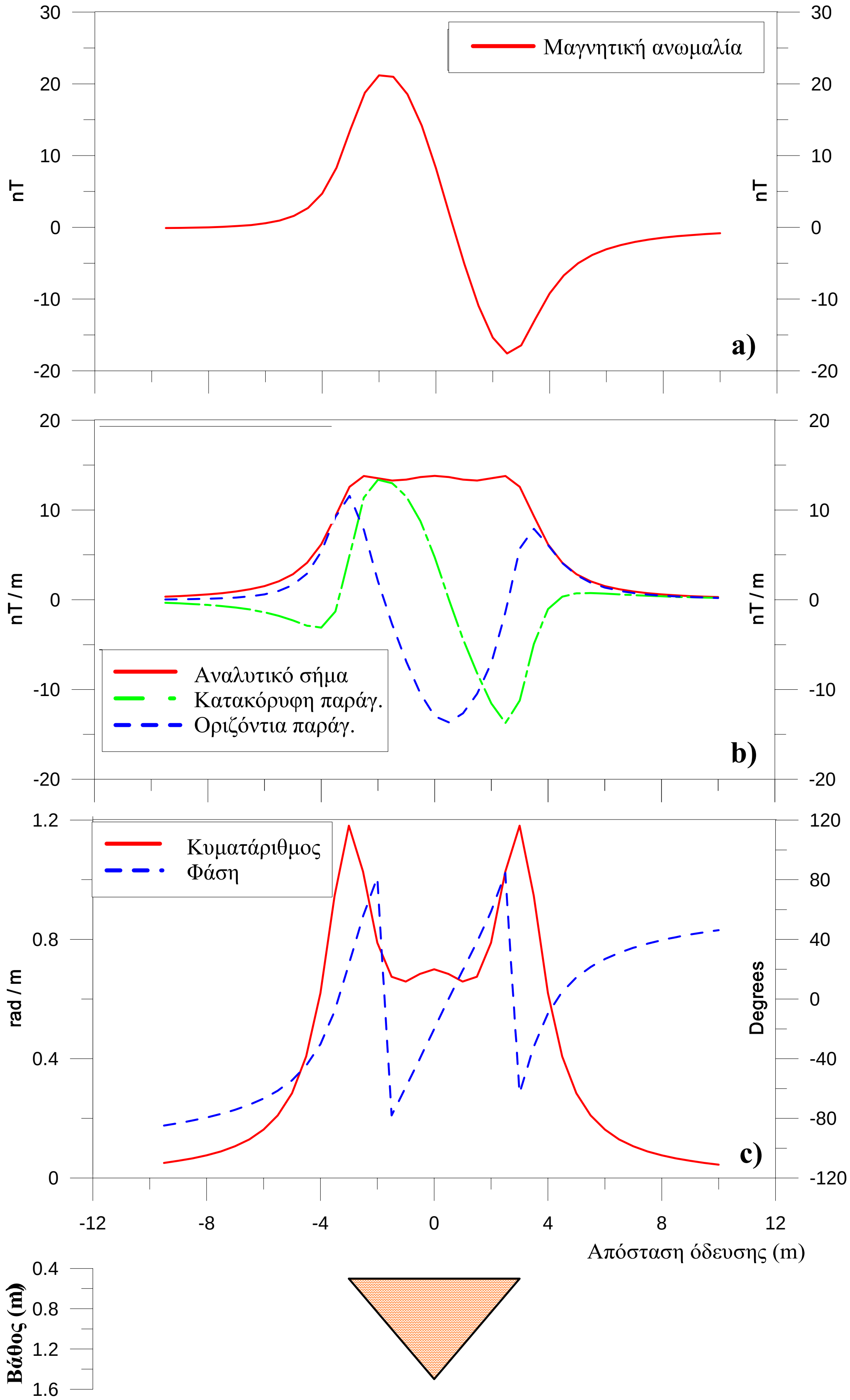
Για τις μορφές της μαγνητικής ανωμαλίας, των δύο παραγώγων και της φάσης τα συμπεράσματα είναι ανάλογα με αυτά για τα ορθογώνια σώματα. Στις δύο τελευταίες περιπτώσεις η φάση παρουσιάζει μία πολύ καλή ικανότητα στον εντοπισμό των ορίων των σωμάτων, ενώ στις δύο πρώτες, που το μήκος των σωμάτων είναι μεγάλο, χάνει λίγο στον εντοπισμό των άκρων, δίνοντας, όπως φαίνεται, μικρότερα όρια. Επίσης και στις τέσσερις περιπτώσεις αδυνατεί να εντοπίσει την κορυφή που βρίσκεται βαθύτερα κι ανάμεσα στις δύο ακραίες και πιο ρηχές κορυφές του κάθε τριγώνου (βλ. σχήμα (2.3.1.c) έως (2.3.1.f)).

Ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι μορφές του πλάτους και του κυματάριθμου των σχημάτων (2.4.2.1) και (2.4.2.2). Στο δεύτερο από τα δύο σχήματα (ισοσκελές τρίγωνο 6x1) τόσο το πλάτος όσο και ο κυματάριθμος καταφέρνουν να εντοπίσουν οριακά και την τρίτη βαθύτερη κορυφή, η οποία απέχει σε οριζόντια απόσταση 3 m από τις άλλες δύο. Το ίδιο συμβαίνει και με τον κυματάριθμο για το σκαληνό τρίγωνο του πρώτου σχήματος, όχι όμως και με το πλάτος, γεγονός που δείχνει ακόμα μία φορά ότι η καμπύλη του πλάτους έχει μεγαλύτερο εύρος σε σχέση με την αντίστοιχη του κυματάριθμου. Αυτό σε συνδυασμό με το γεγονός ότι η βαθύτερη κορυφή βρίσκεται πλησιέστερα στη μία από τις δύο κορυφές και δεν είναι ακριβώς στο κέντρο, έχει σαν αποτέλεσμα να μην εμφανίζεται μέγιστο για αυτή την κορυφή στην καμπύλη του πλάτους, παρόλο που βρίσκεται πιο ρηχά κατά 0.5 m σε σχέση με την αντίστοιχη κορυφή του ισοσκελούς τριγώνου του σχήματος (2.4.2.2) (και τα δύο τρίγωνα έχουν το ίδιο μήκος, 6 m).

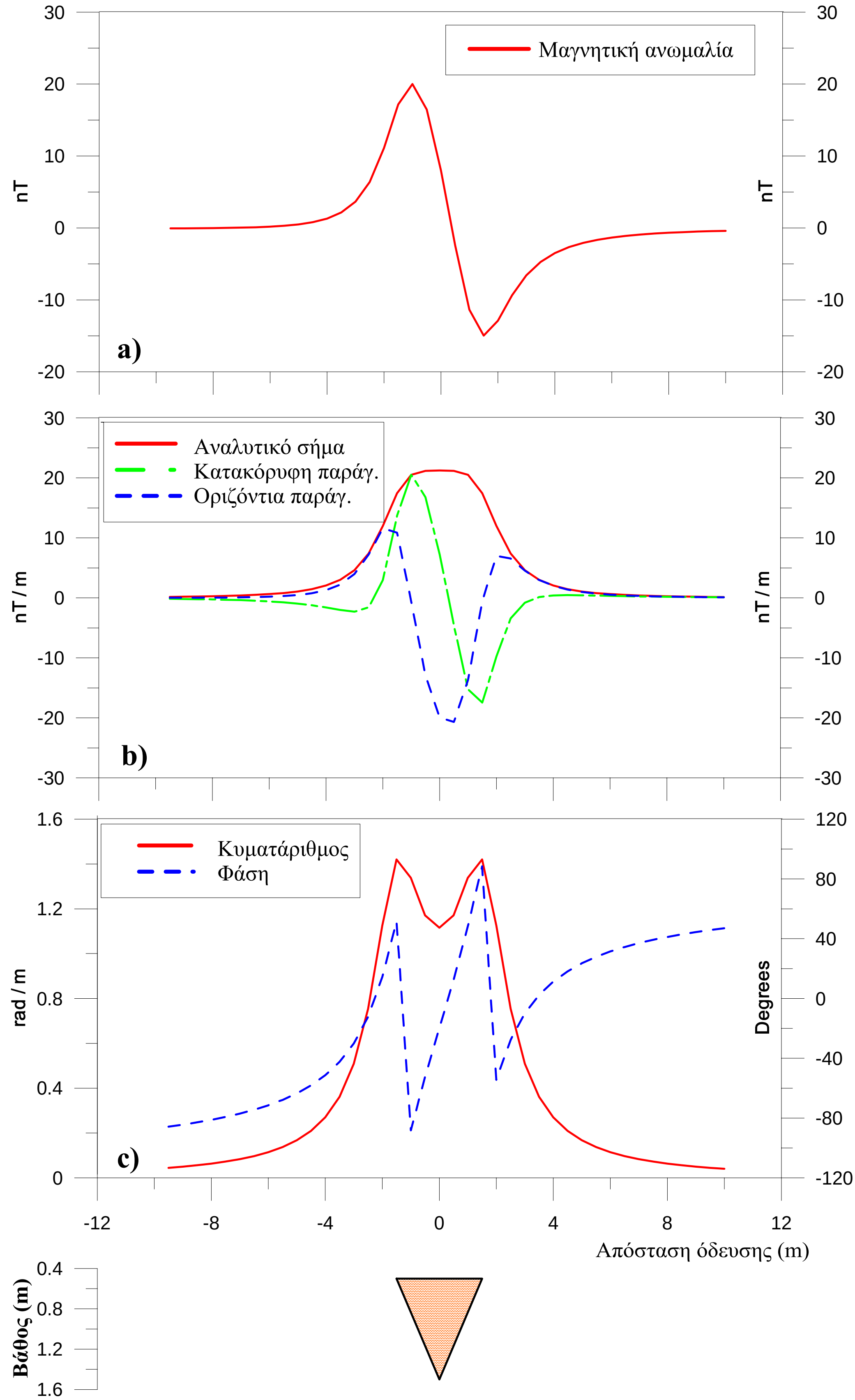
Στα δύο επόμενα σχήματα ((2.4.2.3) και (2.4.2.4)) χάνεται η ικανότητα του πλάτους και του κυματάριθμου να εντοπίσουν τη βαθύτερη κορυφή. Ο λόγος είναι ότι πλέον το μήκος των δύο τριγώνων είναι 3 m, το μισό από τα δύο πρώτα τρίγωνα. Επίσης παρατηρείται ότι η καμπύλη του πλάτους στο σχήμα (2.4.2.3) δεν παρουσιάζει δύο ευδιάκριτα μέγιστα για τις δύο ακριανές κορυφές, αλλά μάλλον μία ενιαία πλατιά κορυφή. Αυτό οφείλεται στο ότι η βαθύτερη κι ενδιάμεση κορυφή δεν



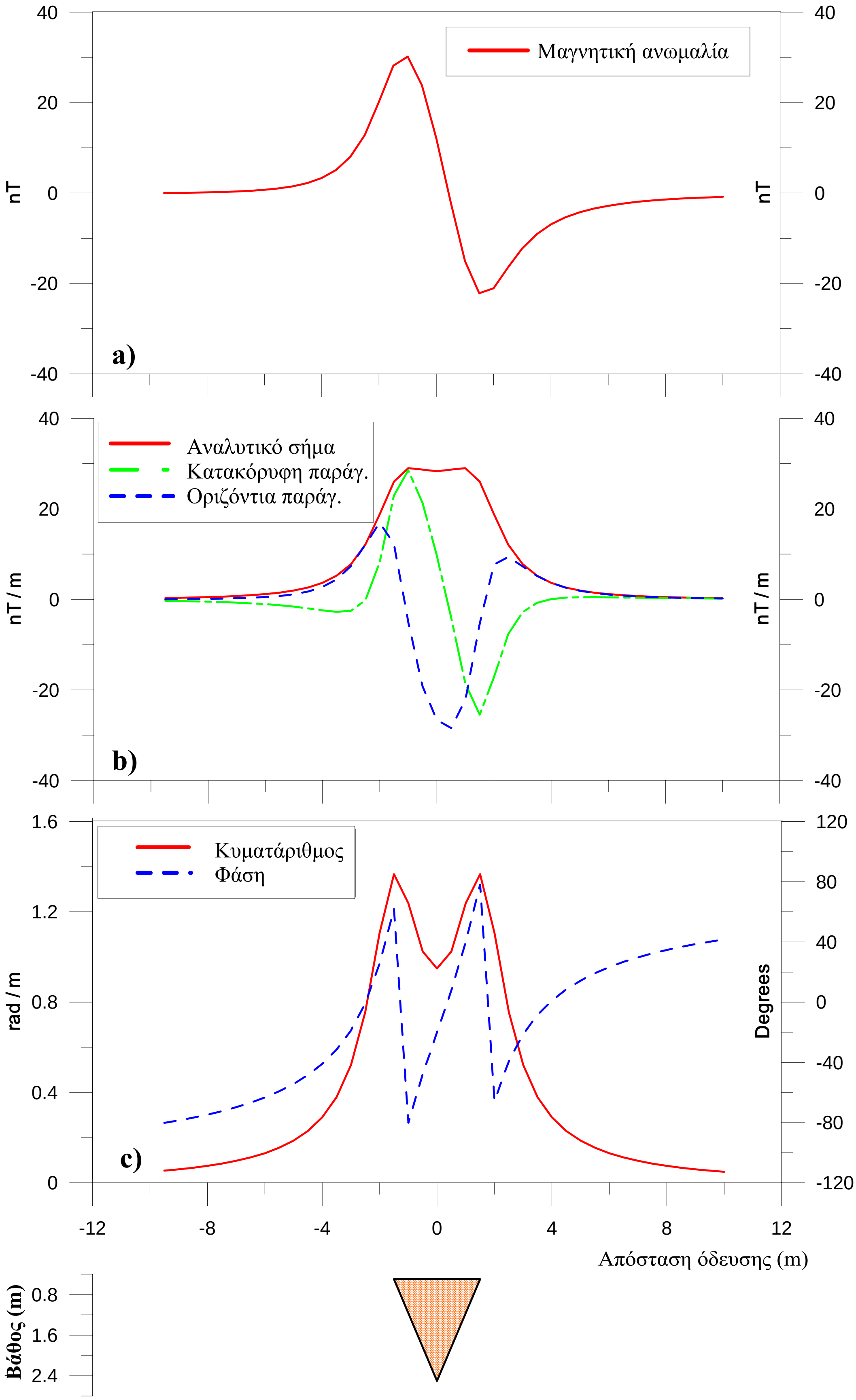
Σχήμα 2.4.2.1: Μορφές ανωμαλίας για τριγωνικού σκαληνού σχήματος σώμα διαστάσεων 6x0,5. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.



Σχήμα 2.4.2.2: Μορφές ανωμαλίας για τριγωνικού ισοσκελούς σχήματος σώμα διαστάσεων 6x1. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.



Σχήμα 2.4.2.3: Μορφές ανωμαλίας για τριγωνικού ισοσκελούς σχήματος σώμα διαστάσεων 3x1. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.



Σχήμα 2.4.2.4: Μορφές ανωμαλίας για τριγωνικού ισοσκελούς σχήματος σώμα διαστάσεων 3x2. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.

είναι σε ιδιαίτερα μεγάλο βάθος, με αποτέλεσμα η συνεισφορά της να είναι σημαντική στην τελική εικόνα του πλάτους. Αυτό δε συμβαίνει με το σώμα του σχήματος (2.4.2.4), αφού η βαθύτερη κορυφή είναι κατά 1 m πιο βαθιά σε σχέση με το άλλο σώμα.

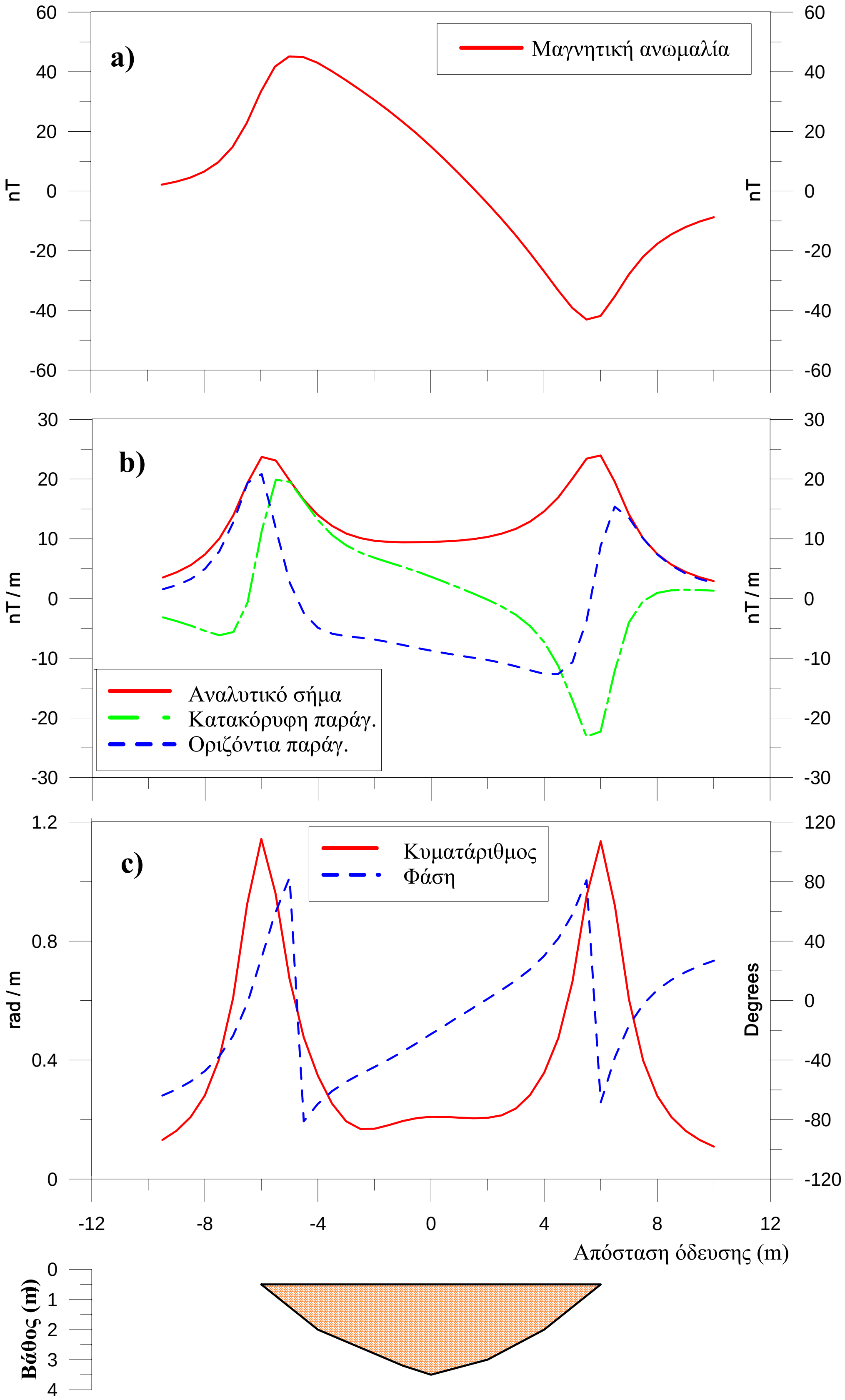
2. 4. 3 Λαξεύματα εφταγωνικού σχήματος

Χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα μοντέλα σωμάτων εφταγωνικού σχήματος. Οι διάφορες ανωμαλίες που δίνουν φαίνονται στα σχήματα (2.4.3.1) έως (2.4.3.4). Στα δύο πρώτα από αυτά παρουσιάζονται οι ανωμαλίες για δύο μεγάλα σώματα, ένα εφτάγωνο διαστάσεων 12x3 κι ένα 6x5 αντίστοιχα. Στα δύο τελευταία σχήματα, (2.4.3.3) και (2.4.3.4), παρουσιάζονται οι ανωμαλίες για δύο μικρότερα εφταγωνικά σώματα, διαστάσεων 3x1.5 και 1x0.5.

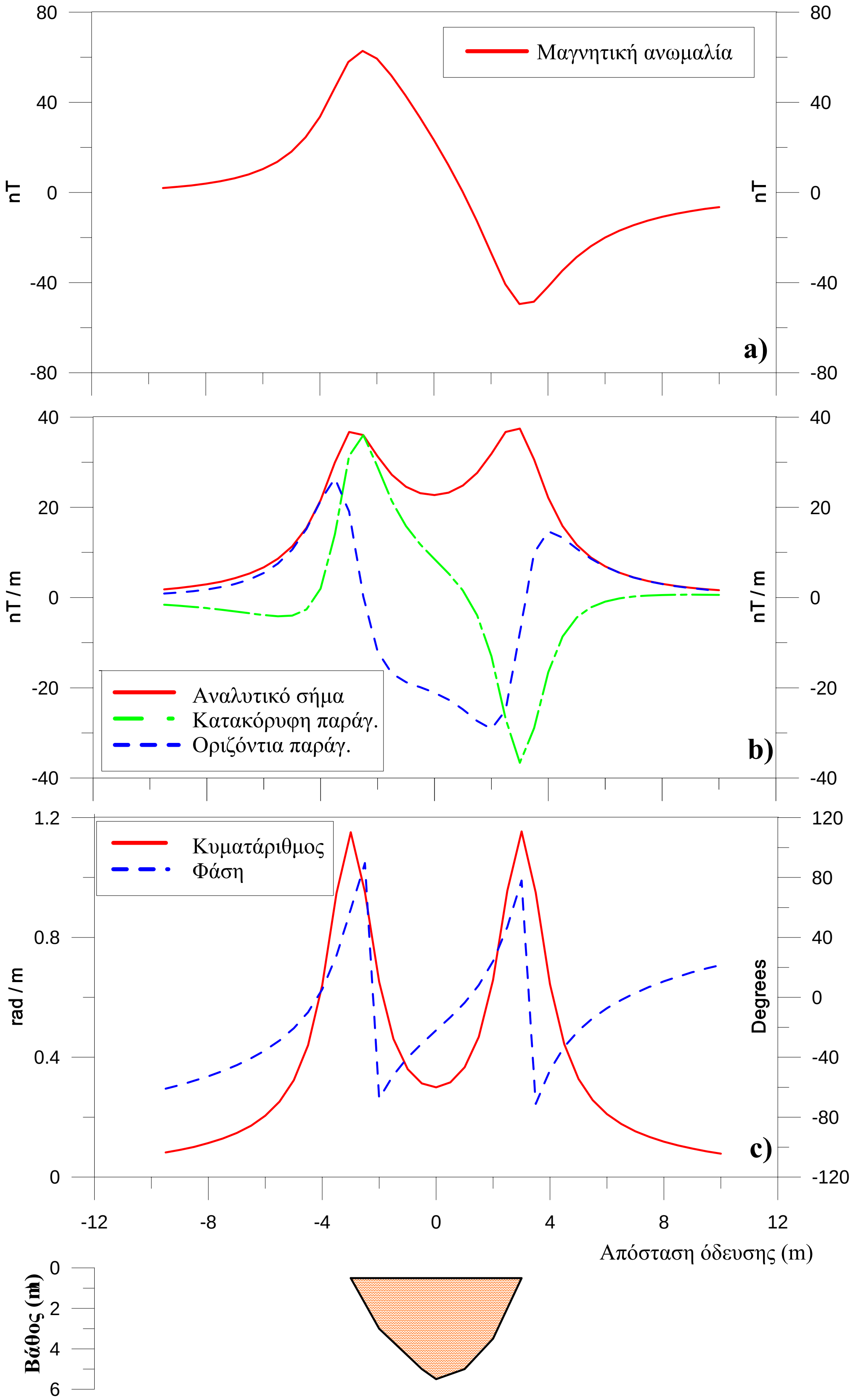
Στο σχήμα (2.4.3.1), όπως και στα τρία επόμενα, τα συμπεράσματα για τη μαγνητική ανωμαλία και τις δύο παραγώγους είναι τα ίδια με την περίπτωση των ορθογώνιων και τριγωνικών σωμάτων. Το πλάτος στο σώμα αυτού του σχήματος εντοπίζει τις ακραίες και πιο ρηχές κορυφές, όχι όμως τις ενδιάμεσες. Ο κυματάριθμος όμως εντοπίζει οριακά και την ενδιάμεση και βαθύτερη όλων. Στη φάση παρατηρείται μία μετατόπιση της ασυνέχειας του αριστερού άκρου προς τα δεξιά, χάνοντας λίγο το όριο αυτό.

Για τις ανωμαλίες του σώματος του σχήματος (2.4.3.2) ισχύουν ανάλογα συμπεράσματα με το προηγούμενο σχήμα, με τη διαφορά ότι ο κυματάριθμος δεν εντοπίζει τη βαθύτερη κορυφή και δίνει μέγιστα στα δύο μόνο άκρα του σώματος. Τα ίδια ακριβώς συμπεραίνουμε και στο επόμενο σχήμα, που το σώμα είναι αρκετά πιο μικρό, σχεδόν μισό σε διαστάσεις. Επιπλέον, η φάση εντοπίζει με μεγάλη ακρίβεια τα όρια.

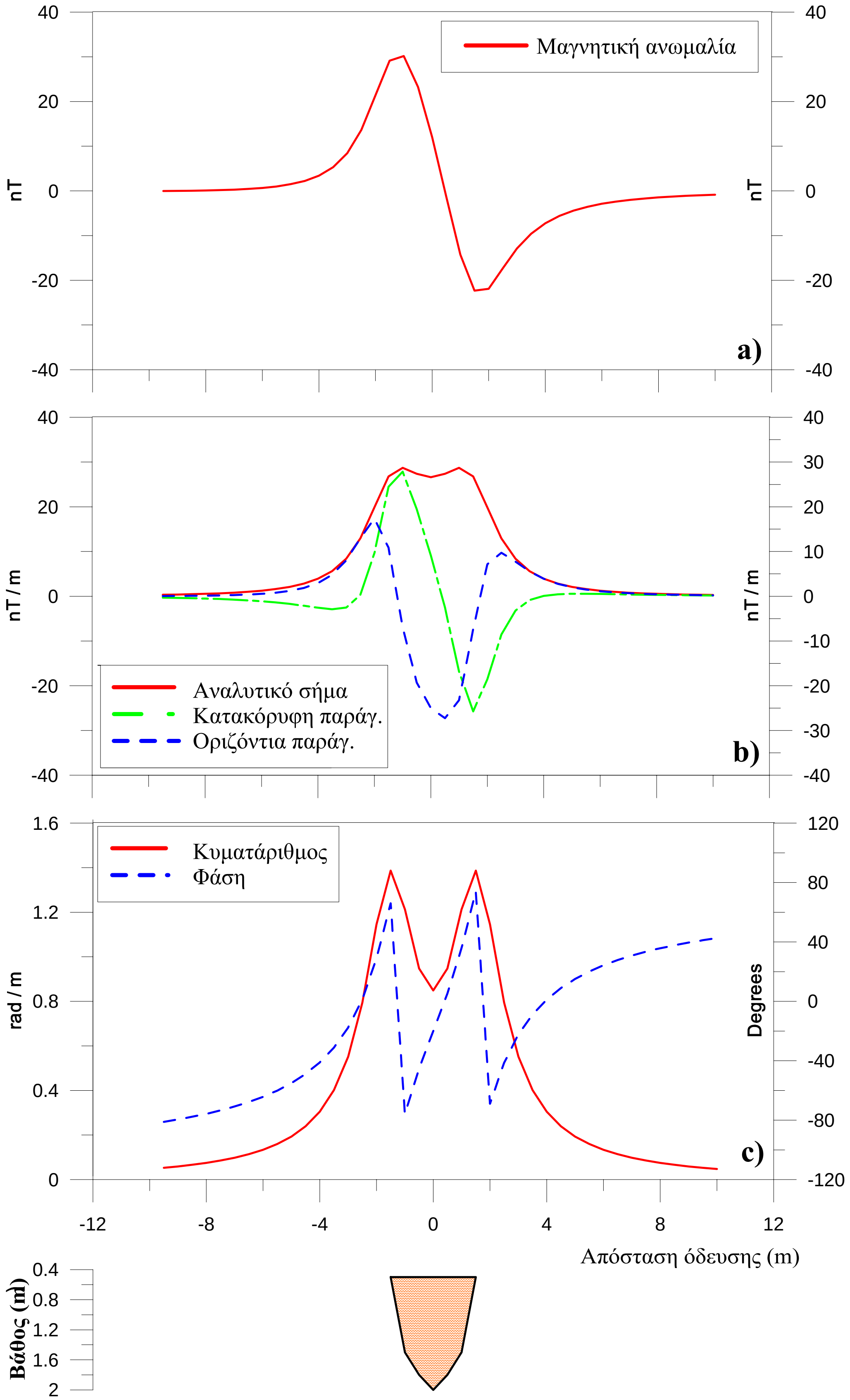
Στο σχήμα (2.4.3.4) και το πλάτος και ο κυματάριθμος χάνουν την ικανότητα εντοπισμού των ορίων εξαιτίας του πολύ μικρού μήκους του σώματος. Παρόλα αυτά η φάση καταφέρνει και εντοπίζει με μεγάλη ακρίβεια τα δύο όρια.



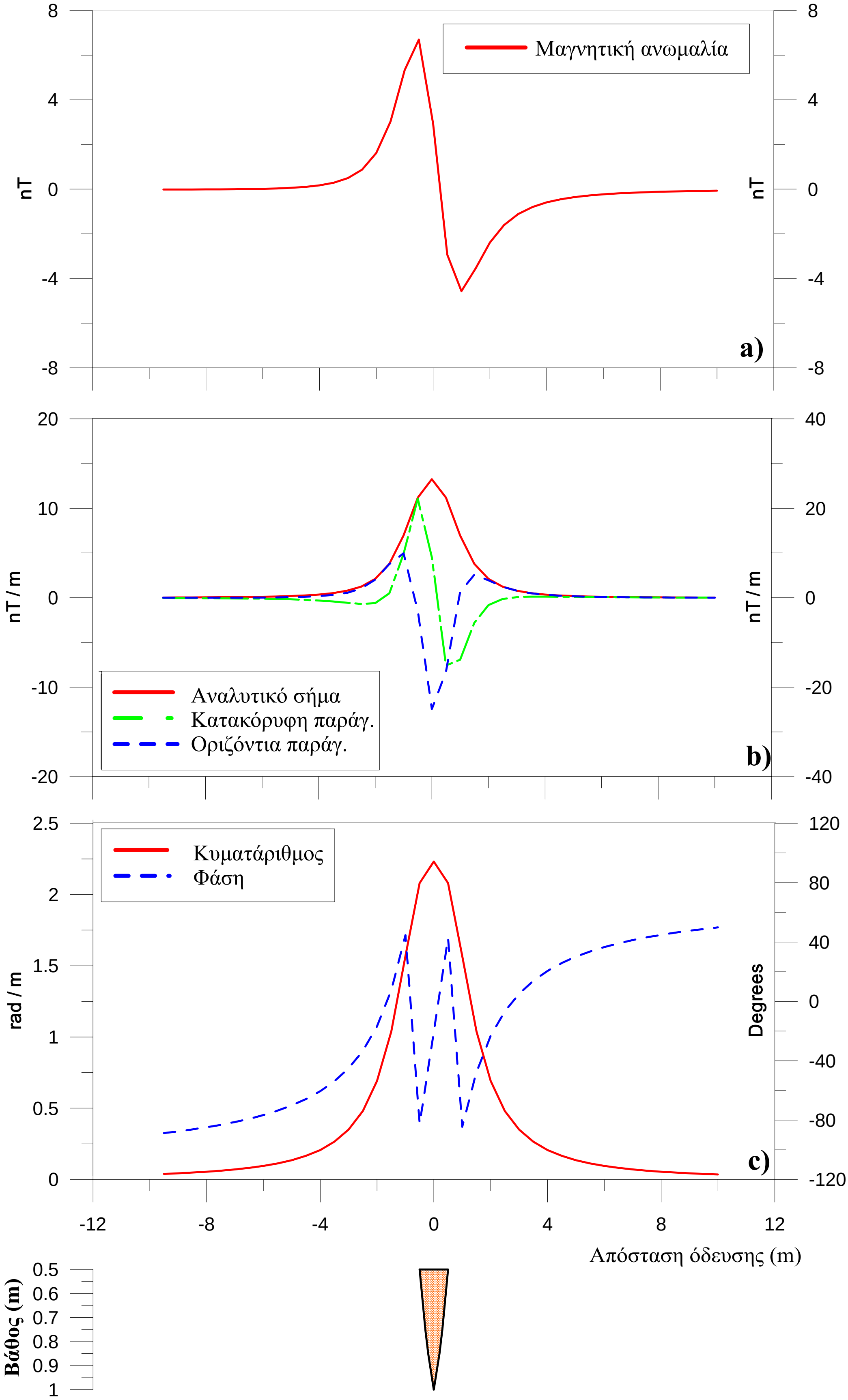
Σχήμα 2.4.3.1: Μορφές ανωμαλίας για εφταγωνικού σχήματος σώμα διαστάσεων 12x3. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.



Σχήμα 2.4.3.2: Μορφές ανωμαλίας για εφταγωνικού σχήματος σώμα διαστάσεων 6x5. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.



Σχήμα 2.4.3.3: Μορφές ανωμαλίας για εφταγωνικού σχήματος σώμα διαστάσεων 3x1,5. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.



Σχήμα 2.4.3.4: Μορφές ανωμαλίας για εφταγωνικού σχήματος σώμα διαστάσεων 1x0,5. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, καθώς και το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και η φάση.

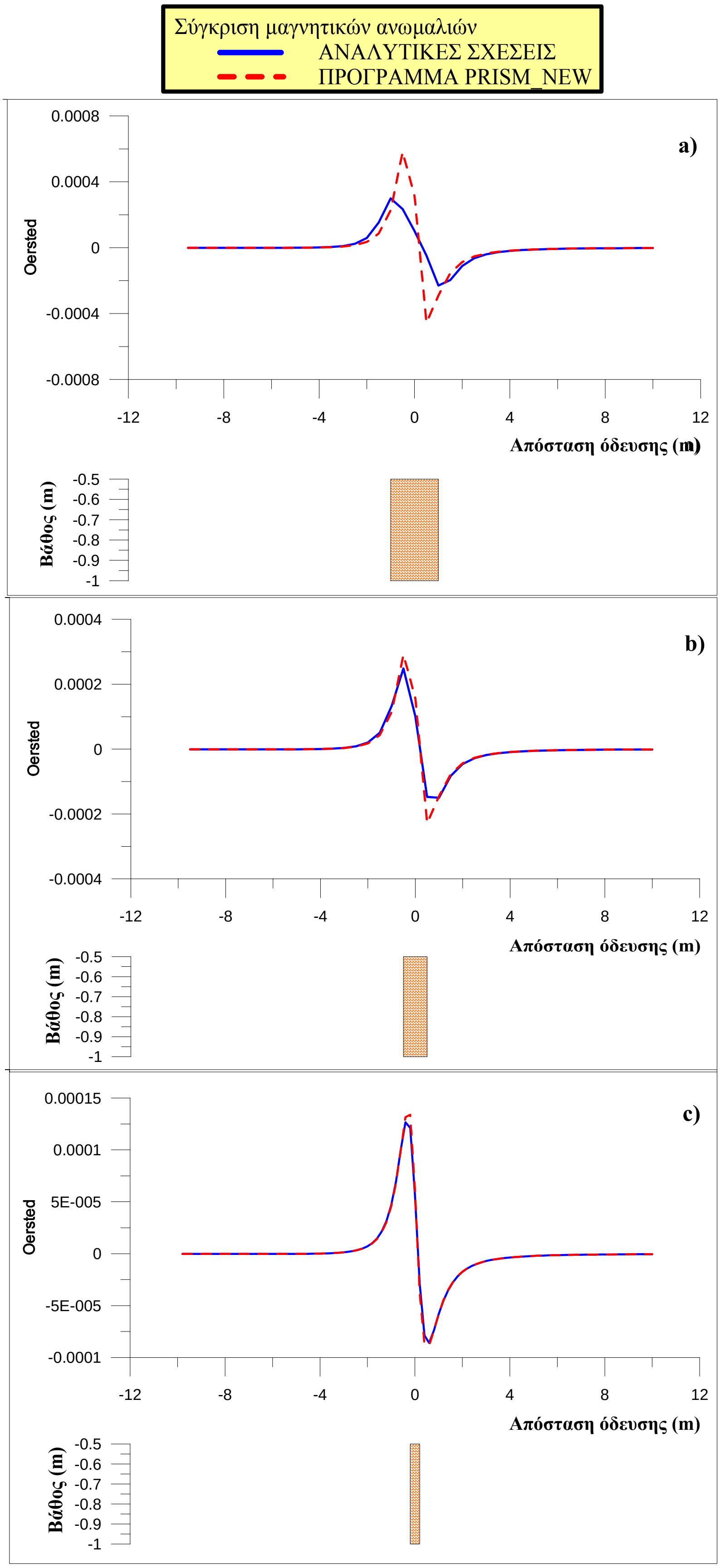
2.5 *Σύγκριση του κώδικα που αναπτύχθηκε με άλλους αλγόριθμους*

Για να διαπιστωθεί αν ο κώδικας παράγει αξιόπιστες πληροφορίες, συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα του με αυτά από άλλους κώδικες. Η σύγκριση έγινε μόνο για τη μαγνητική ανωμαλία, καθώς δεν ήταν διαθέσιμοι κώδικες που να υπολογόζουν τα μιγαδικά χαρακτηριστικά για δισδιάστατα σώματα.

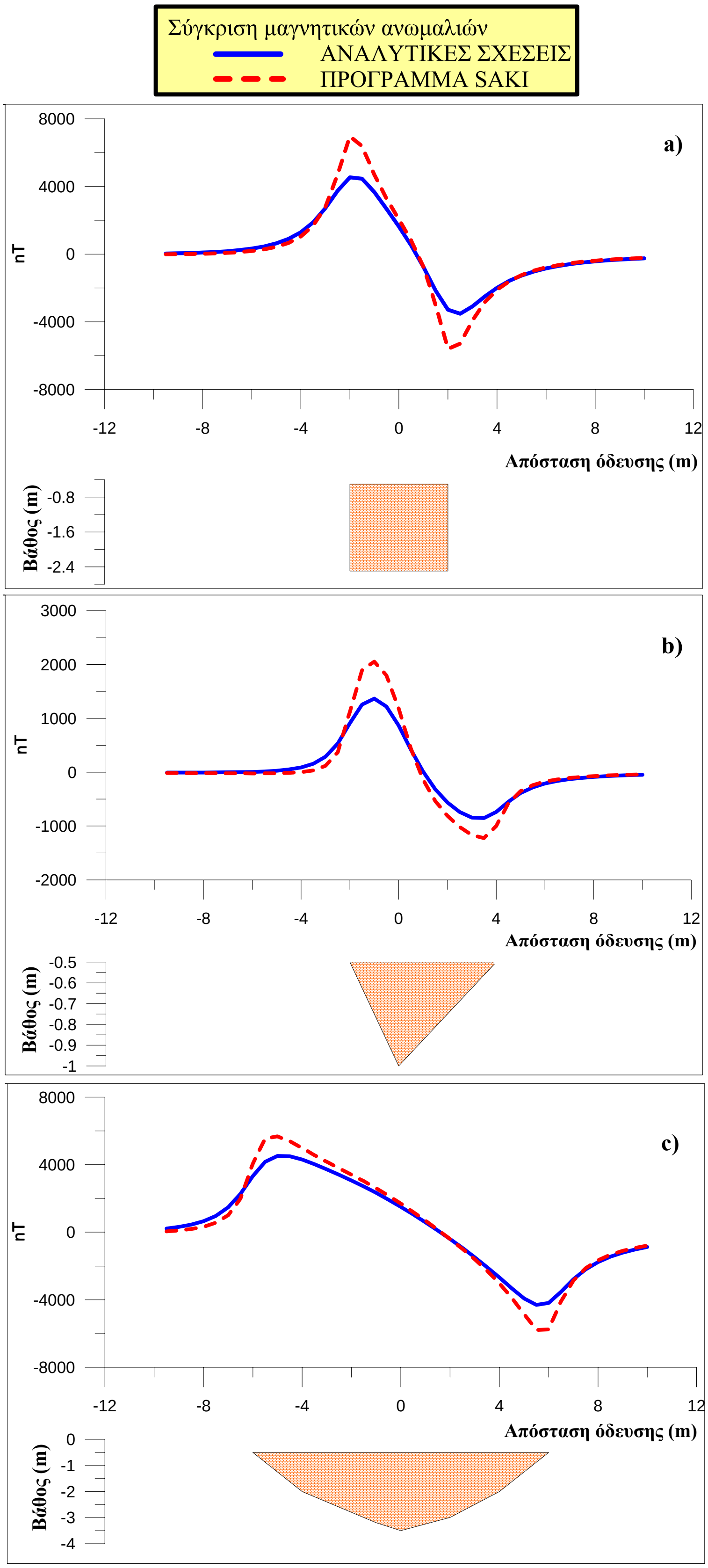
Η πρώτη σύγκριση έγινε με ένα πρόγραμμα που έφτιαξαν οι Tsokas και Papazachos (1991) για φίλτρα αντιστροφής μαγνητικών δεδομένων. Ο κώδικας τροποποιήθηκε (νέο όνομα "PRISM_NEW.for"), καθώς εκτελούσε και διάφορες άλλες λειτουργίες εκτός από το να υπολογίζει τη μαγνητική ανωμαλία δισδιάστατων σωμάτων και συγκεκριμένα πρισμάτων. Με τον κώδικα ήταν δυνατός ο υπολογισμός της μαγνητικής ανωμαλίας σωμάτων πεπερασμένου βάθους, αφαιρώντας απλά τις ανωμαλίες από δύο πρίσματα απείρου μήκους σε διαφορετικά βάθη. Ο τρόπος αυτός βεβαίως μας έδινε τη δυνατότητα σύγκρισης των αποτελεσμάτων ορθογωνίων σωμάτων μόνο.

Ο υπολογισμός της μαγνητικής ανωμαλίας με τον κώδικα των Tsokas και Papazachos (1991) βασίζεται στη σχέση των Logacev και Zacharov (1973), η οποία υπολογίζει τη μαγνητική ανωμαλία για ένα πρίσμα απείρου βάθους και μικρού μήκους. Η συμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο προγραμμάτων ήταν πολύ καλή. Στο σχήμα (2.5.1) φαίνεται η σύγκριση των μαγνητικών ανωμαλιών για τρία ορθογώνια σώματα, διαστάσεων (μήκος επί πλάτος) 2x0.5 m^2, 1x0.5 m^2 και 0.4x0.5 m^2 αντίστοιχα. Για αρκετά μικρά ορθογώνια σώματα υπήρχε σχεδόν πλήρης ταύτιση. Όσο μεγάλωνε το μήκος των ορθογωνίων σωμάτων εμφανίζονταν μικρές αποκλίσεις, πράγμα αναμενόμενο, αφού όπως αναφέρθηκε ο υπολογισμός της ανωμαλίας με βάση τη σχέση των Logacev και Zacharov (1973) γίνεται για μικρού μήκους πρίσματα. Επίσης σημαντικό είναι ότι οι δύο κώδικες χρησιμοποιούν διαφορετικούς τύπους για τον υπολογισμό της ανωμαλίας. Έτσι, όλα τα παραπάνω μας οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι ο πρώτος αυτός έλεγχος για την αξιοπιστία του κώδικα που δημιουργήθηκε ήταν θετικός.

Στη συνέχεια έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με αυτά του προγράμματος *SAKI* του USGS (Mike Webring 1985). Κατά τη σύγκριση αυτή υπήρχε το πρόβλημα ότι το *SAKI* υπολογίζει μαγνητικές ανωμαλίες για δομές 2.5 D



Σχήμα 3.5.1: Σύγκριση μαγνητικών ανωμαλιών μεταξύ του κώδικα που επιλύει το ευθύ πρόβλημα μέσω των αναλυτικών σχέσεων και του κώδικα "PRISM_NEW.for" για τρία ορθογώνια σώματα με διαστάσεις a) 2x0.5 m^2, b) 1x0.5 m^2 και c) 0.4x0.2 m^2.



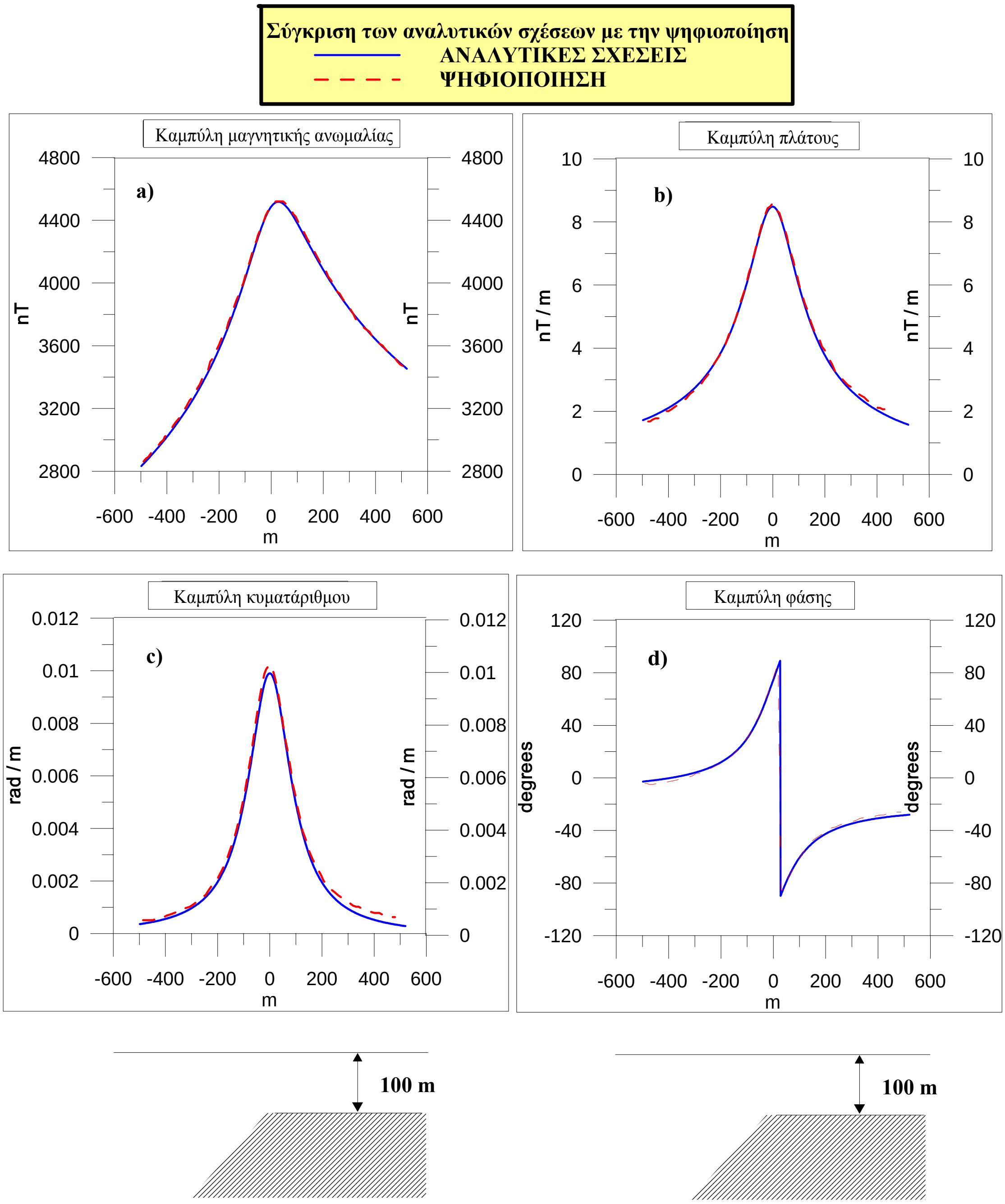
Σχήμα 3.5.2: Σύγκριση μαγνητικών ανωμαλιών μεταξύ του κώδικα που επιλύει το ευθύ πρόβλημα μέσω των αναλυτικών σχέσεων και του προγράμματος SAKI για a) ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, b) ένα τριγωνικό σώμα διαστάσεων 6x0.5 και c) ένα εφταγωνικό σώμα διαστάσεων 12x3.

δηλαδή για δισδιάστατα πολυγωνικά σώματα με πεπερασμένη την τρίτη διάσταση και προς τις δύο διευθύνσεις. Το γεγονός αυτό έθετε περιορισμούς στην ακρίβεια της επαλήθευσης.

Η σύγκριση έγινε και για τα δέκα σώματα της παραγράφου 4.2, που περιγράψαμε παραπάνω. Παρά τους περιορισμούς η ακρίβεια στη μορφή των μαγνητικών ανωμαλιών ήταν πολύ ικανοποιητική. Απόκλιση παρατηρήθηκε μόνο στις τιμές ενώ τα μέγιστα και ο μηδενισμός της ανωμαλίες βρίσκονταν στα ίδια ακριβώς σημεία της όδευσης και για τους δύο κώδικες. Ως αποτέλεσμα, η μία ανωμαλία (αυτή από το πρόγραμμα *SAKI*) παρουσίαζε μεγαλύτερες κορυφές και πιο οξεία μορφή από την άλλη. Οι μορφές τους όμως ήταν ίδιες.

Έγινε και τρίτος έλεγχος, αυτή τη φορά συγκρίνοντας τα αποτελέσματα μας με τα αποτελέσματα που δημοσίευσαν στην εργασία τους οι Thurston και Smith το 1997. Τα αποτελέσματα αφορούσαν τη μαγνητική ανωμαλία και τις δύο παραγώγους της, καθώς και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά. Η σύγκριση έγινε για μία επαφή κλίσης 135^0, θαμμένη σε βάθος 100 m και αντίθεσης επιδεκτικότητας 0,01 SI. Τα αποτελέσματα μας φαίνονται στο σχήμα (1.3.2.1), το οποίο είναι ακριβώς η ίδια εφαρμογή που χρησιμοποίησαν οι Thurston και Smith στην εργασία τους το 1997. Η σύγκριση έγινε ύστερα από ψηφιοποίηση των καμπυλών της εργασίας των Thurston και Smith. Η ταύτιση των καμπυλών ήταν πλήρης, εκτός βέβαια από τα σφάλματα που εισήγαγε η ψηφιοποίηση, τα οποία ήταν και πολύ μικρά. Στο σχήμα (2.5.3) φαίνονται οι καμπύλες της μαγνητικής ανωμαλίας και των μιγαδικών χαρακτηριστικών του προγράμματος "*forward"* και της ψηφιοποίησης. Με μπλε συμπαγή γραμμή αντιστοιχεί στις καμπύλες από το πρόγραμμα, της παρούσας διατριβής, και με κόκκινη διακεκομμένη φαίνονται οι ψηφιοποιημένες.

Να σημειωθεί ότι οι μορφές των κατακόρυφων παραγώγων ήταν κατοπτρικές ως προς την αρχή των αξόνων κι αυτό γιατί οι Thurston και Smith στην εργασία τους το 1997 θεώρησαν ότι ο κατακόρυφος άξονας *z* κατευθύνεται προς τα κάτω. Επίσης υπήρχε μία μετατόπιση στάθμης των μαγνητικών ανωμαλιών. Συγκεκριμένα, στην εργασία των Thurston και Smith, οι τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας ήταν όλες αρνητικές, γεγονός που δεν μπορέσαμε να εξηγήσουμε. Διορθώνοντας τις δύο παραπάνω αποκλίσεις προέκυψε σχεδόν πλήρης ταύτιση των καμπυλών αυτών. Στο σχήμα (2.5.3) μπορεί να παρατηρηθεί ακόμα μία απόκλιση όλων των καμπυλών στα άκρα. Αυτό οφείλεται στο ότι ο κώδικας "*forward.for*" δέχεται πολυγωνικά σχήματα. Επομένως ο βέλτιστος τρόπος να προσομοιαστεί μία επαφή ήταν με ένα τραπέζιο



Σχήμα 3. 5.3: Σύγκριση του κώδικα που επιλύει το ευθύ πρόβλημα μέσω των αναλυτικών σχέσεων με τις ψηφιοποιημένες καμπύλες από την εργασία των Thurston και Smith (1997). Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, c) ο κυματάριθμος και d) η φάση. Κάτω φαίνεται η επαφή που είναι θαμμένη σε βάθος 100 m.

πολύ μεγάλων διαστάσεων, μικρής πλευράς μήκους 10.000 m, μεγάλης 20.000 m και πλάτους 10.000 m. Αντιθέτως οι Thurston και Smith χρησιμοποίησαν απευθείας μία απλή επαφή.

Οι τρεις παραπάνω έλεγχοι θεωρήθηκαν ικανοποιητικοί για τον έλεγχο της αξιοπιστίας του κώδικα που κατασκευάστηκε. Η επαλήθευση των αποτελεσμάτων μας με αυτά των δύο άλλων προγραμμάτων και της εργασίας των Thurston και Smith

(1997) μας οδήγησε στο συμπέρασμα ότι ο κώδικας που δημιουργήθηκε δεν εμφανίζει πρόβλημα

2. 6 Συμπεράσματα από τον υπολογισμό των μαγνητικών ανωμαλιών και των μιγαδικών χαρακτηριστικών σε προσομοιώσεις λαξευμάτων

Από τη μελέτη των δέκα μοντέλων λαξευμάτων που χρησιμοποιήθηκαν βγήκαν χρήσιμα συμπεράσματα. Σαν πρώτο συμπέρασμα μπορεί να αναφερθεί ότι οι παράγωγοι της μαγνητικής ανωμαλίας, οριζόντια και κατακόρυφη, έδωσαν ικανοποιητικά τα όρια των σωμάτων σε όλες τις περιπτώσεις, χωρίς όμως να εντοπίζουν ενδιάμεσες κορυφές των σωμάτων.

Το πλάτος του αναλυτικού σήματος έδειξε να εξαρτάται αρκετά από τις διαστάσεις των σωμάτων. Για τα σώματα με μήκη από 3 m και κάτω, οι κορυφές των μεγίστων στα όρια έρχονται πολύ κοντά και στο 1 m (δύο βήματα δειγματοληψίας) παρουσιάζεται μία μόνο κορυφή. Επίσης στην περίπτωση που οι ενδιάμεσες κορυφές είναι ψηλά σε σχέση με τις ρηχότερες κορυφές, υπάρχει επικάλυψη των κορυφών στην καμπύλη του πλάτους, με αποτέλεσμα να χάνονται ακόμα και οι κορυφές τους στα όρια και να εμφανίζεται μία ενιαία ευρεία κορυφή. Στην ιδιότητα του μεγάλου εύρους της συνάρτησης του πλάτους οφείλεται και το γεγονός ότι σχεδόν σε καμία περίπτωση δεν ήταν δυνατός ο εντοπισμός ενδιάμεσων βαθύτερων κορυφών.

Αντίστοιχα συμπεράσματα με το πλάτος ισχύουν και για τον κυματάριθμο. Και στον κυματάριθμο χάθηκε η ικανότητα εντοπισμού ακριβώς των ορίων για το σώμα μήκους ενός μέτρου. **Παρόλα αυτά επειδή ο κυματάριθμος είναι πιο οξεία συνάρτηση από το πλάτος, παρουσίασε μία καλή δυνατότητα εντοπισμού ενδιάμεσων κορυφών που δε βρίσκονται αρκετά βαθιά**. Στην ίδια ιδιότητα οφείλεται και το γεγονός ότι σε κάθε περίπτωση, εκτός αυτής του μήκους 1m, οι κορυφές ήταν αρκετά ευδιάκριτες. Έτσι μπορούμε να συμπεράνουμε πως ο κυματάριθμος είναι αρκετά πιο σταθερός και ακριβής στον εντοπισμό των κορυφών θαμμένων σωμάτων, διατηρώντας τη διακριτική του ικανότητα και για μικρότερα σώματα σε σχέση με το πλάτος, δίνοντας μας ακόμα τη δυνατότητα να εντοπίζουμε σε μερικές περιπτώσεις κι ενδιάμεσες βαθύτερες κορυφές.

Η φάση κατάφερε να εντοπίσει τα όρια του σώματος σε κάθε περίπτωση. Σε καμία όμως δεν έδωσε ασυνέχειες για ενδιάμεσες κορυφές. Επίσης στην περίπτωση που το μήκος του σώματος γινόταν μεγάλο, μεγαλύτερο από 6 m, πιθανόν και μεγαλύτερο από 5, παρατηρήθηκε μετατόπιση των κορυφών προς το εσωτερικό του σώματος, δίνοντας μικρότερα όρια για το σώμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^{ο}

Υπολογισμός των Μιγαδικών Χαρακτηριστικών με Αριθμητικές Μεθόδους

3. 1 *Εισαγωγή*

Η δυνατότητα υπολογισμού των μιγαδικών χαρακτηριστικών ενός μαγνητισμένου σώματος κατευθείαν από τις αναλυτικές σχέσεις, βάσει μοντέλων για τη γεωμετρία της πηγής και των μαγνητικών χαρακτηριστικών της περιοχής, είναι ένα χρήσιμο εργαλείο. Αν όμως πραγματοποιήσουμε έρευνα σε μία περιοχή, για τον εντοπισμό αρχαιοτήτων για παράδειγμα, το μόνο στοιχείο που έχουμε είναι οι τιμές της μαγνητικές ανωμαλίας κατά μήκος της όδευσης, χωρίς να ξέρουμε τίποτα για την πηγή. Επομένως στην περίπτωση αυτή είναι απαραίτητο να μπορούμε να υπολογίζουμε τα μιγαδικά χαρακτηριστικά κατευθείαν από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας.

Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκε ένας κώδικας σε γλώσσα FORTRAN ο οποίος να υπολογίζει τα μιγαδικά χαρακτηριστικά ενός σώματος κατευθείαν από τη μαγνητική ανωμαλία. Παρακάτω περιγράφεται ο κώδικας και παρουσιάζονται κάποια αποτελέσματα από την εφαρμογή του κώδικα.

3. 2 *Υπολογισμός Των Μιγαδικών Χαρακτηριστικών Ενός Μαγνητισμένου Σώματος*

3. 2. 1 Υπολογισμός της οριζόντιας παραγώγου της μαγνητικής ανωμαλίας σώματος

Όπως είδαμε και από το πρώτο κεφάλαιο απαραίτητο στοιχείο για την εύρεση των μιγαδικών χαρακτηριστικών ενός σώματος είναι ο υπολογισμός των δύο παραγώγων (εφ' όσον ασχολούμαστε με δισδιάστατες δομές), οριζόντιας και κατακόρυφης. Για τον υπολογισμό και των δύο χρησιμοποιήθηκαν αριθμητικές μέθοδοι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ

Όπως αναφέρθηκε στο πρώτο κεφάλαιο η συνάρτηση της μαγνητικής ανωμαλίας, όπως δίνεται από τη σχέση (1.2), εξαρτάται μόνο από τη συντεταγμένη x, δηλαδή τη θέση κατά μήκος της όδευσης. Εξάρτηση από τη συντεταγμένη z δεν υπάρχει αφού οι μετρήσεις παίρνονται σε ένα συγκεκριμένο ύψος, καθώς επίσης και τα χαρακτηριστικά του σώματος είναι σταθερά (βάθος ταφής, γεωμετρία, αντίθεση επιδεκτικότητας). Επομένως με μία απλή αριθμητική παραγώγιση μπορεί να υπολογιστεί η οριζόντια της παράγωγος. Χρησιμοποιώντας την σχέση της κεντρικής διαφοράς η τιμή της οριζόντιας παραγώγου $T(x_i)$ στη θέση x_i είναι

$$T(x_i) = \left.\frac{\partial M}{\partial x}\right|_{x_i} = \frac{M_{i+1} - M_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad , \tag{3.1}$$

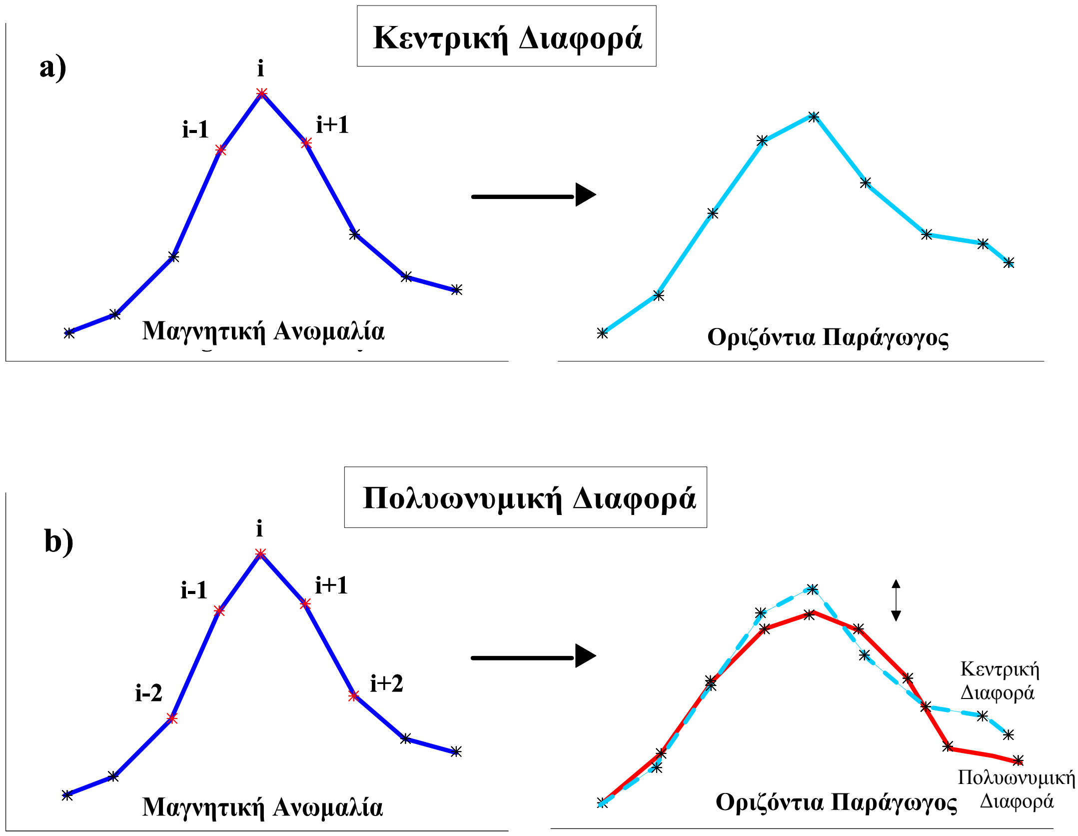
όπου η τιμή της παραγώγου στη θέση x_i υπολογίζεται από τις τιμές της ανωμαλίας στις θέσεις x_{i+1} και x_{i-1}.

Ακόμα ένας τύπος που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο τύπος της πολυωνυμικής διαφοράς πέντε σημείων. Δηλαδή η τιμής της οριζόντιας παραγώγου $T(x_i)$ στη θέση x_i είναι

$$T(x_i) = \left.\frac{\partial M}{\partial x}\right|_{x_i} = \frac{2 \cdot M_{i+2} + M_{i+1} - M_{i-1} - 2 \cdot M_{i-2}}{2 \cdot x_{i+2} + x_{i+1} - x_{i-1} - 2 \cdot x_{i-2}} \quad . \tag{3.2}$$

Ο λόγος που χρησιμοποιήθηκαν δύο σχέσεις για την οριζόντια παράγωγο σχετίζεται με την επίδραση του θορύβου. Όπως θα φανεί και στα επόμενα η αριθμητική παραγώγιση μέσω της κεντρικής διαφοράς είναι αρκετά ευαίσθητη στο θόρυβο, εν αντιθέσει με την πολυωνυμική διαφορά που είναι περισσότερο ανθεκτική. Από την άλλη το πλεονέκτημα αυτό αντισταθμίζεται με την αδυναμία της πολυωνυμικής διαφοράς να υπολογίσει με μεγάλη ακρίβεια την παράγωγο, πράγμα στο οποίο πλεονεκτεί σημαντικά η κεντρική διαφορά.

Στο σχήμα (3.2.1.1) φαίνεται σχηματικά η διαφορά μεταξύ της παραγώγισης με την κεντρική διαφορά (εικόνες (3.2.1.1.α)) και αυτής με την πολυωνυμική (εικόνες (3.2.1.1.β)). Στην δεύτερη εικόνα υπάρχουν και οι δύο παράγωγοι για σύγκριση μεταξύ τους. Παρατηρούμε ότι επειδή η κεντρική διαφορά λαμβάνει μόνο τα δύο γειτονικά σημεία στον υπολογισμό της παραγώγου σε ένα σημείο x_i, είναι πιο οξεία. Από την άλλη η πολυωνυμική χρειάζεται περισσότερα σημεία, με αποτέλεσμα η παράγωγος που υπολογίζει χάνει σε ακρίβεια. Όπως φαίνεται και στο σχήμα (3.2.1.1) η καμπύλη της παραγώγου με την πολυωνυμική διαφορά είναι πλατύτερη και το μέγιστο της χαμηλότερα σε σχέση με το αντίστοιχο που δίνει η κεντρική διαφορά.



Σχήμα 3. 2.1.1: Σχηματική αναπαράσταση της παραγώγισης με την α) κεντρική διαφορά και β) την πολυωνυμική διαφορά.

Έχοντας υπόψη τα παραπάνω δόθηκε μέσα στον κώδικα η επιλογή στο χρήστη να διαλέξει με ποια από τις δύο μεθόδους θέλει να υπολογίσει την οριζόντια παράγωγο.

3. 2. 2 Υπολογισμός της κατακόρυφης παραγώγου της μαγνητικής ανωμαλίας σώματος

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, δεν υπάρχει άμεση εξάρτηση της μαγνητικής ανωμαλίας από την κατακόρυφη συντεταγμένη *z*. Έτσι δεν μπορεί να υπολογιστεί η κατακόρυφη παράγωγος της ανωμαλίας με τη βοήθεια της κεντρικής ή της πολυωνυμικής διαφοράς.

Ο τρόπος που ακολουθήθηκε για τον υπολογισμό της κατακόρυφης παραγώγου είναι αυτός της συνέχειας προς τα πάνω, όπου υπολογίζεται η μαγνητική ανωμαλία σε μία υψηλότερη στάθμη. Στη συνέχεια αφαιρώντας τις ανωμαλίες στις δύο διαφορετικές στάθμες, διαιρώντας δια την απόσταση των σταθμών Δz και παίρνοντας το όριο όπου η απόσταση αυτή τείνει στο μηδέν, $\Delta z \to 0$, προκύπτει η κατακόρυφη παράγωγος.

Έστω η συνάρτηση της μαγνητικής ανωμαλίας $z=M(x)$. Στο χώρο των κυματάριθμων ο μετασχηματισμός Fourier της συνέχειας προς τα πάνω $F[M_u]$ δίνεται από τη σχέση (Blakely 1995)

$$F[M_u] = F[M] \cdot e^{-|k| \cdot \Delta z} \quad .$$

Επομένως ο μετασχηματισμός Fourier της κατακόρυφης παραγώγου της μαγνητικής ανωμαλίας δίνεται από τη σχέση (Blakely 1995)

$$\begin{aligned} F\left[\frac{\partial M(x)}{\partial z}\right] &= \lim_{\Delta z \to 0} \frac{M(x) - M(x) \cdot e^{-|k| \cdot \Delta z}}{\Delta z} \\ &= \lim_{\Delta z \to 0} \frac{1 - e^{-|k| \cdot \Delta z}}{\Delta z} M(x) \\ &= |k| \cdot M(x) \quad , \end{aligned} \tag{3.3}$$

όπου $|k|=|k_x|$. Στον κώδικα ο υπολογισμός της κατακόρυφης παραγώγου γίνεται στο χώρο των κυματάριθμων με τη βοήθεια της υπορουτίνας *four1*.

3. 2. 3 Υπολογισμός των μιγαδικών χαρακτηριστικών

Αφού υπολογιστούν η οριζόντια και η κατακόρυφη παράγωγος, υπολογίζονται στη συνέχεια τα μιγαδικά χαρακτηριστικά. Ο υπολογισμός τους γίνεται με βάση τις σχέσεις

$$|A(x)| = \sqrt{\left(\frac{\partial M(x)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial M(x)}{\partial z}\right)^2}$$

$$\theta(x) = \tan^{-1}\left[\frac{\partial M(x)}{\partial z} \bigg/ \frac{\partial M(x)}{\partial x}\right]$$

$$k(x) = \frac{1}{|A(x)|^2}\left(\frac{\partial^2 M(x)}{\partial x \partial z}\frac{\partial M(x)}{\partial x} - \frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2}\frac{\partial M(x)}{\partial z}\right), \qquad (3.4)$$

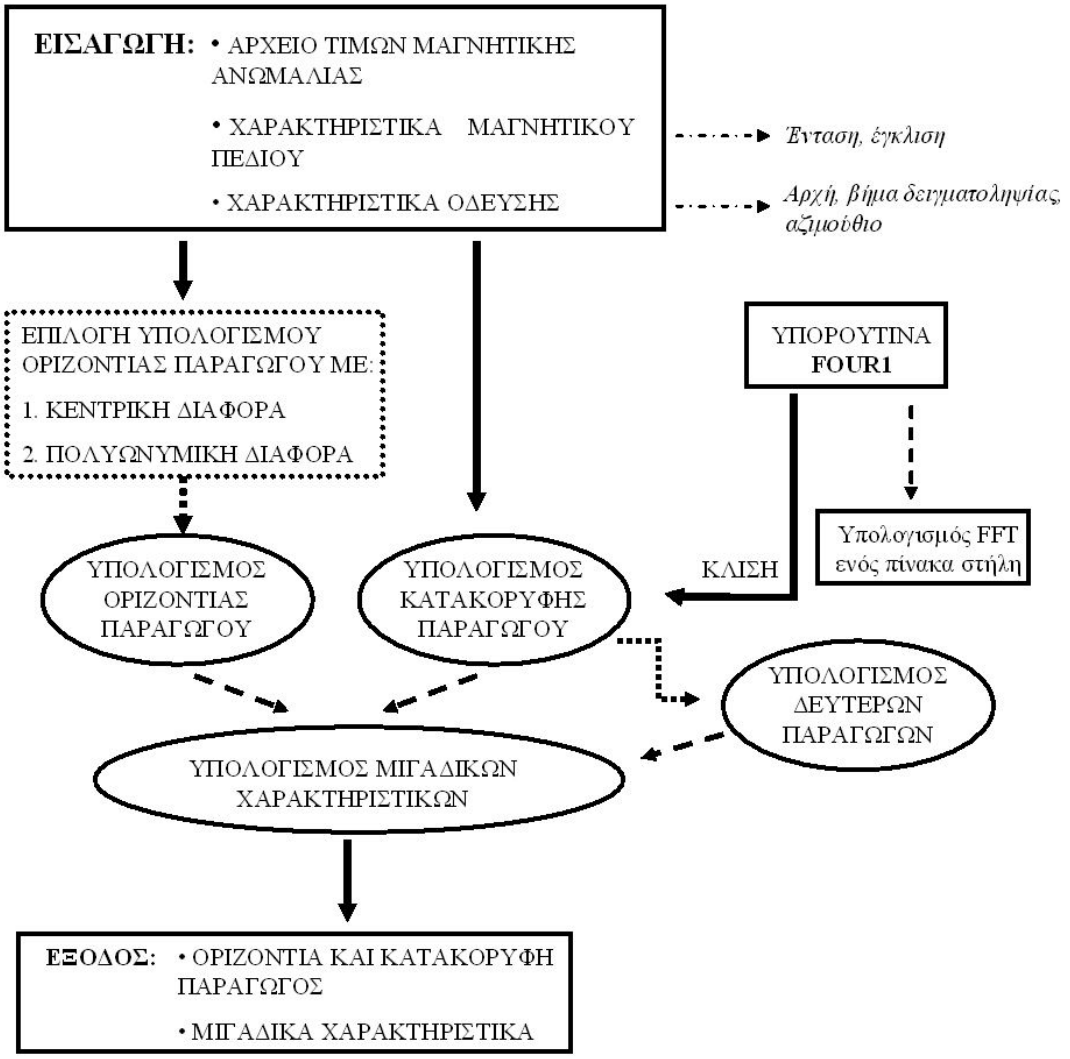
για το πλάτος, τη φάση και τον κυματάριθμο αντίστοιχα, οι οποίες σχέσεις αναφέρθηκαν και στο πρώτο κεφάλαιο.

Ο υπολογισμός των δεύτερων παραγώγων $\frac{\partial^2 M}{\partial x \partial z}$ και $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}$ στον κώδικα γίνεται με αριθμητική παραγώγιση, είτε χρησιμοποιώντας την κεντρική διαφορά είτε την πολυωνυμική των πέντε σημείων. Για τη δεύτερη παράγωγο $\frac{\partial^2 M}{\partial x \partial z}$ εφαρμόζεται την αριθμητική παραγώγιση στην κατακόρυφη παράγωγο. Για τον υπολογισμό της δεύτερης παραγώγου $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}$ παραγωγίζουμε αριθμητικά την οριζόντια παράγωγο.

3.3 *Κώδικας υπολογισμού μιγαδικών χαρακτηριστικών από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας*

Ο κώδικας που αναπτύχθηκε για τον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών απευθείας από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας ονομάζεται *"numeric.for"* και είναι γραμμένος στη γλώσσα FORTRAN 77. Από το χρήστη απαιτεί την εισαγωγή ενός αρχείου .dat με τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας, κάποια χαρακτηριστικά του τοπικού γήινου μαγνητικού πεδίου και της όδευσης. Επίσης ζητείται από το χρήστη να προσδιορίσει με ποιο τρόπο θέλει να γίνει η αριθμητική παραγώγιση, δηλαδή χρησιμοποιώντας την κεντρική ή την πολυωνυμική διαφορά. Στη συνέχεια το πρόγραμμα επιστρέφει τα μιγαδικά χαρακτηριστικά και τις δύο παραγώγους, οριζόντια και κατακόρυφη, της μαγνητικής ανωμαλίας.

Τα διάγραμμα ροής του κώδικα φαίνεται στο σχήμα (3.3.1). Αρχικά ζητάει το πρόγραμμα να δώσει ο χρήστης το όνομα του αρχείου, με κατάληξη .dat, που περιέχει τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας. Το αρχείο αυτό αποτελείται από μία στήλη, ξεκινώντας με την τιμή της ανωμαλίας από το πρώτο σημείο της όδευσης. Στη συνέχεια πρέπει να δώσει ο χρήστης την ένταση του γήινου τοπικού μαγνητικού πεδίου, την έγκλιση, το αζιμούθιο της όδευσης, τη θέση του πρώτου σημείου της



Σχήμα 3.3.1: Διάγραμμα κώδικα υπολογισμού των μιγαδικών χαρακτηριστικών από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας πολυγωνικών σωμάτων

όδευσης και το βήμα δειγματοληψίας. Το μήκος της όδευσης υπολογίζεται τότε από το βήμα και τον αριθμό των γραμμών του αρχείου με τη μαγνητική ανωμαλία.

Ο κώδικας χρειάζεται να γνωρίζει με ποιο τρόπο θα υπολογίσει τις αριθμητικές παραγώγους, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.2. Έτσι δίνεται η επιλογή στο χρήστη να ορίσει πως θα γίνουν οι παραγωγίσεις αυτές, είτε με την κεντρική διαφορά είτε με την πολυωνυμική. Στη συνέχεια ο κώδικας υπολογίζει με αριθμητικές παραγωγίσεις τις οριζόντιες παραγώγους και με τη βοήθεια της υπορουτίνας *four1* την κατακόρυφη παράγωγο. Μετά ακολουθεί ο υπολογισμός των μιγαδικών χαρακτηριστικών όπως αναφέρθηκε στην υποπαράγραφο 3.2.3.

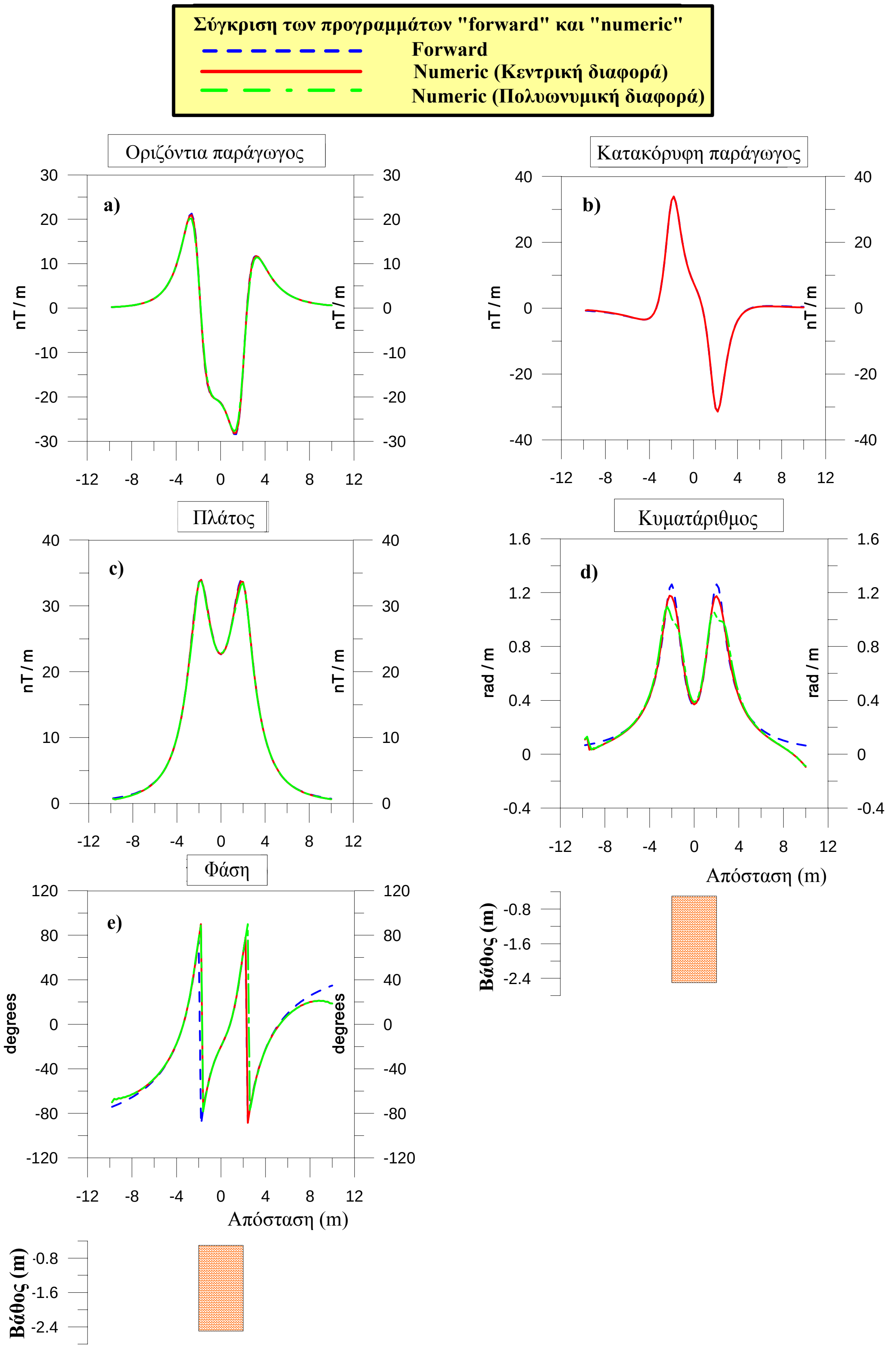
Στο τέλος ο κώδικας επιστρέφει σε αρχεία τύπου dat τα μιγαδικά χαρακτηριστικά, καθώς και την οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγο. Τα αρχεία περιέχουν δύο στήλες. Στην πρώτη γράφονται οι θέσεις πάνω στην όδευση και στη δεύτερη οι τιμές της συγκεκριμένης ανωμαλίας.

3. 4 *Εφαρμογή του κώδικα σε λαξεύματα*

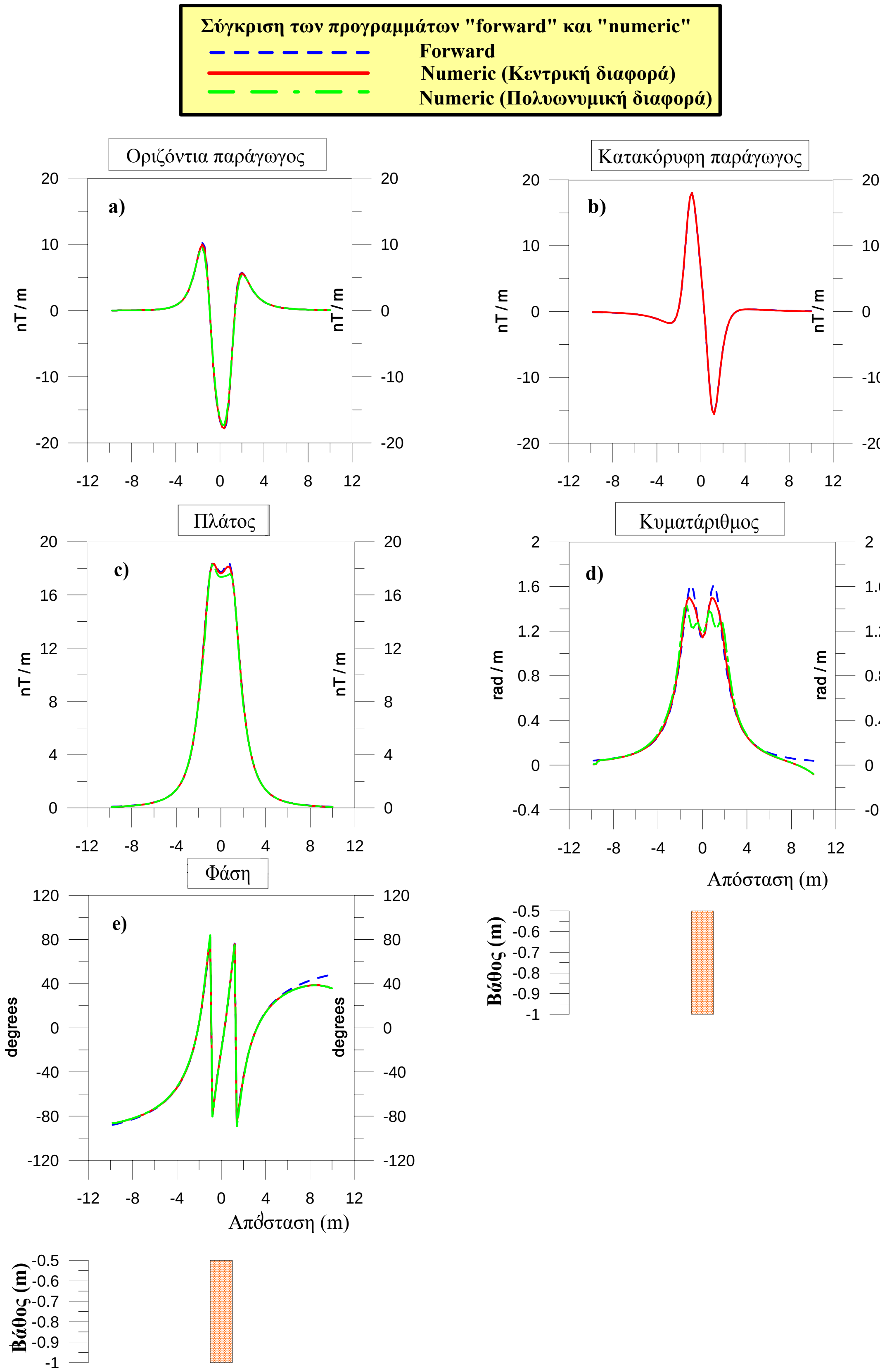
Ο κώδικας που περιγράφηκε παραπάνω εφαρμόστηκε σε λαξεύματα με ενδιαφέρον στην αρχαιομετρία. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν τα μοντέλα λαξευμάτων της παραγράφου 2.4 του προηγούμενου κεφαλαίου. Τα μοντέλα αναπαριστούνται στο σχήμα (2.4.1).

Στο πρόγραμμα εισήχθησαν οι μαγνητικές ανωμαλίες κάθε μοντέλου που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Έτσι με τις διαδικασίες που περιγράψαμε στα προηγούμενα, το πρόγραμμα επέστρεψε τις δύο παραγώγους και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά του εκάστοτε μοντέλου. Στα επόμενα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και για τους δύο τρόπους αριθμητικής παραγώγισης, δηλαδή και για την κεντρική διαφορά (*central difference*) και για την πολυωνυμική διαφορά (*polynomial difference*).

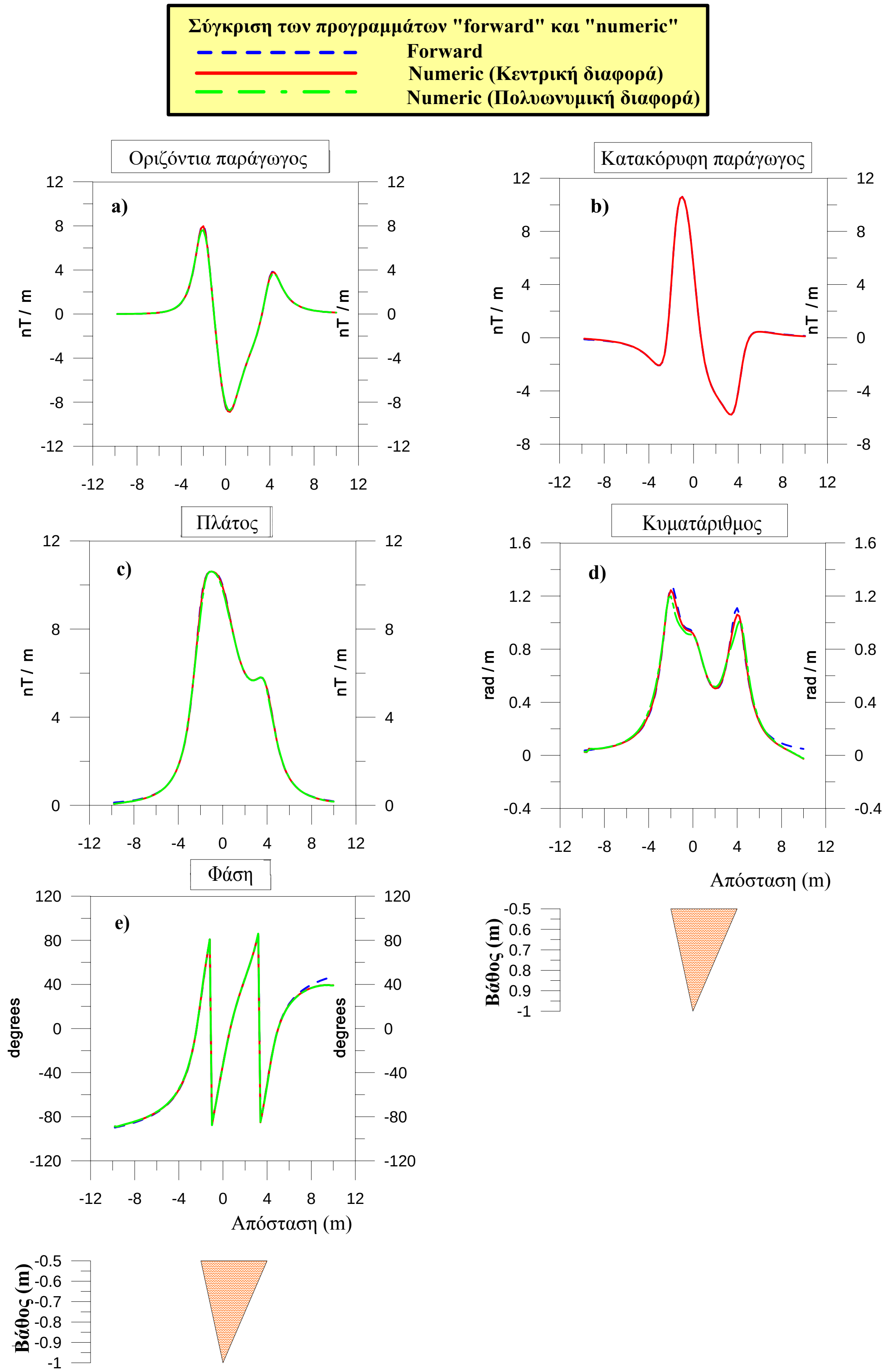
Στα σχήματα (3.4.1) και (3.4.2) φαίνονται οι δύο παράγωγοι και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά για τα δύο μοντέλα των ορθογώνιων λαξευμάτων με διαστάσεις 4x2 και 2x0.5 αντίστοιχα. Για κάθε ανωμαλία έχουν σχεδιαστεί τρεις καμπύλες. Με διακεκομμένη μπλε γραμμή παριστάνεται η ανωμαλία που προκύπτει από την επίλυση του ευθέος προβλήματος μέσω του προγράμματος *"forward.for"* (οι ίδιες καμπύλες παρουσιάστηκαν και στο προηγούμενο κεφάλαιο- εδώ παρουσιάζονται για σύγκριση). Η κόκκινη συνεχής γραμμή παριστάνει την ανωμαλία που προκύπτει από το πρόγραμμα *"numeric.for"* χρησιμοποιώντας την κεντρική διαφορά. Η πράσινη στικτή γραμμή παριστάνει την ανωμαλία μέσω του προγράμματος *"numeric.for"*, αλλά μέσω της πολυωνυμικής διαφοράς. Τα ονόματα που δόθηκαν αντίστοιχα στις τρεις διαφορετικές καμπύλες είναι *Forward, Numeric (Κεντρική διαφορά)* και *Numeric (Πολυωνυμική διαφορά)*.



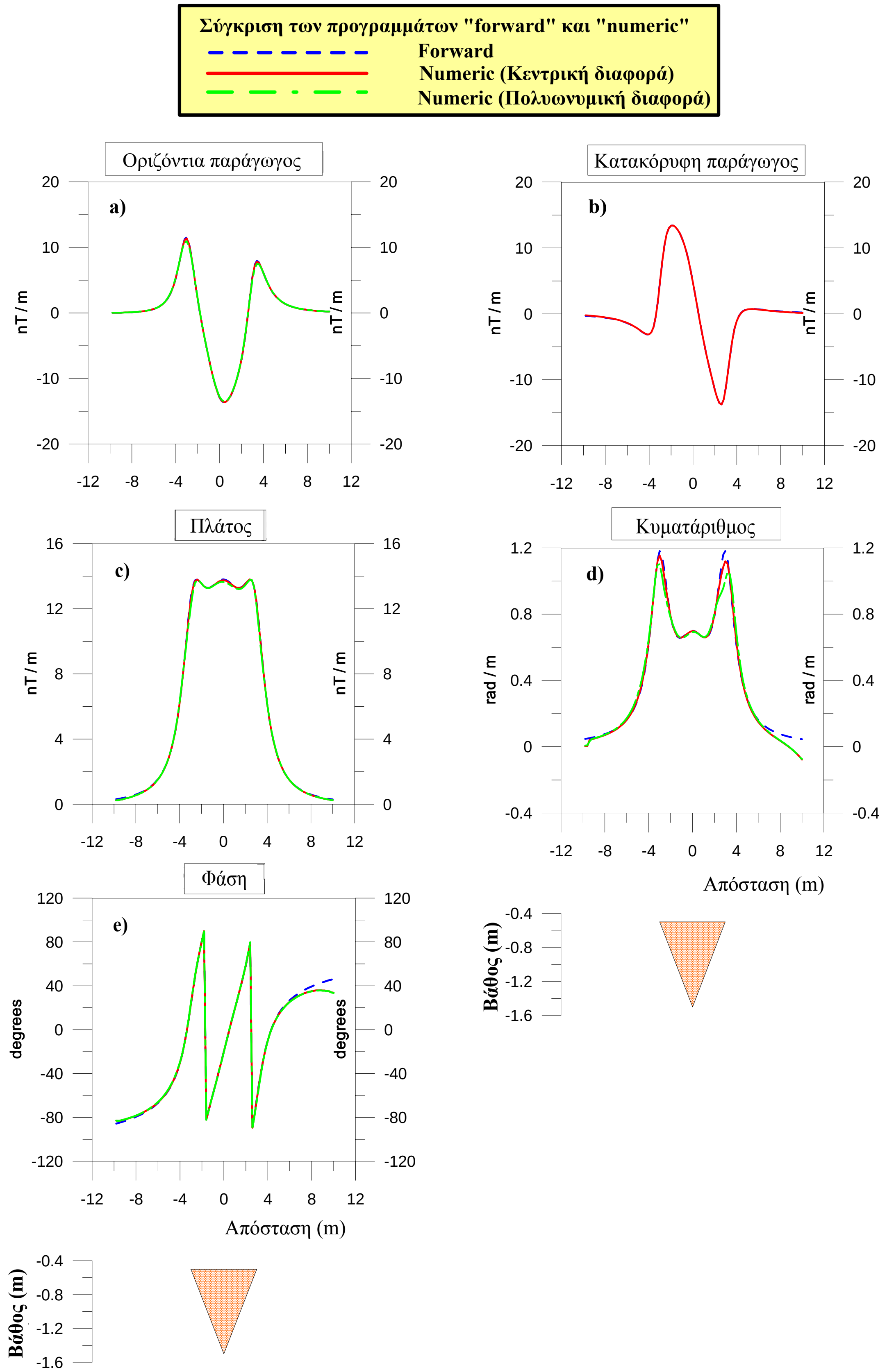
Σχήμα 3.4.1: Μορφές ανωμαλίας για ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 4x2. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει από το ευθύ πρόβλημα ("forward.for"), με κόκκινη από το "numeric.for" με την κεντρική διαφορά και με την πράσινη από το "numeric.for" με την πολυωνυμική διαφορά.



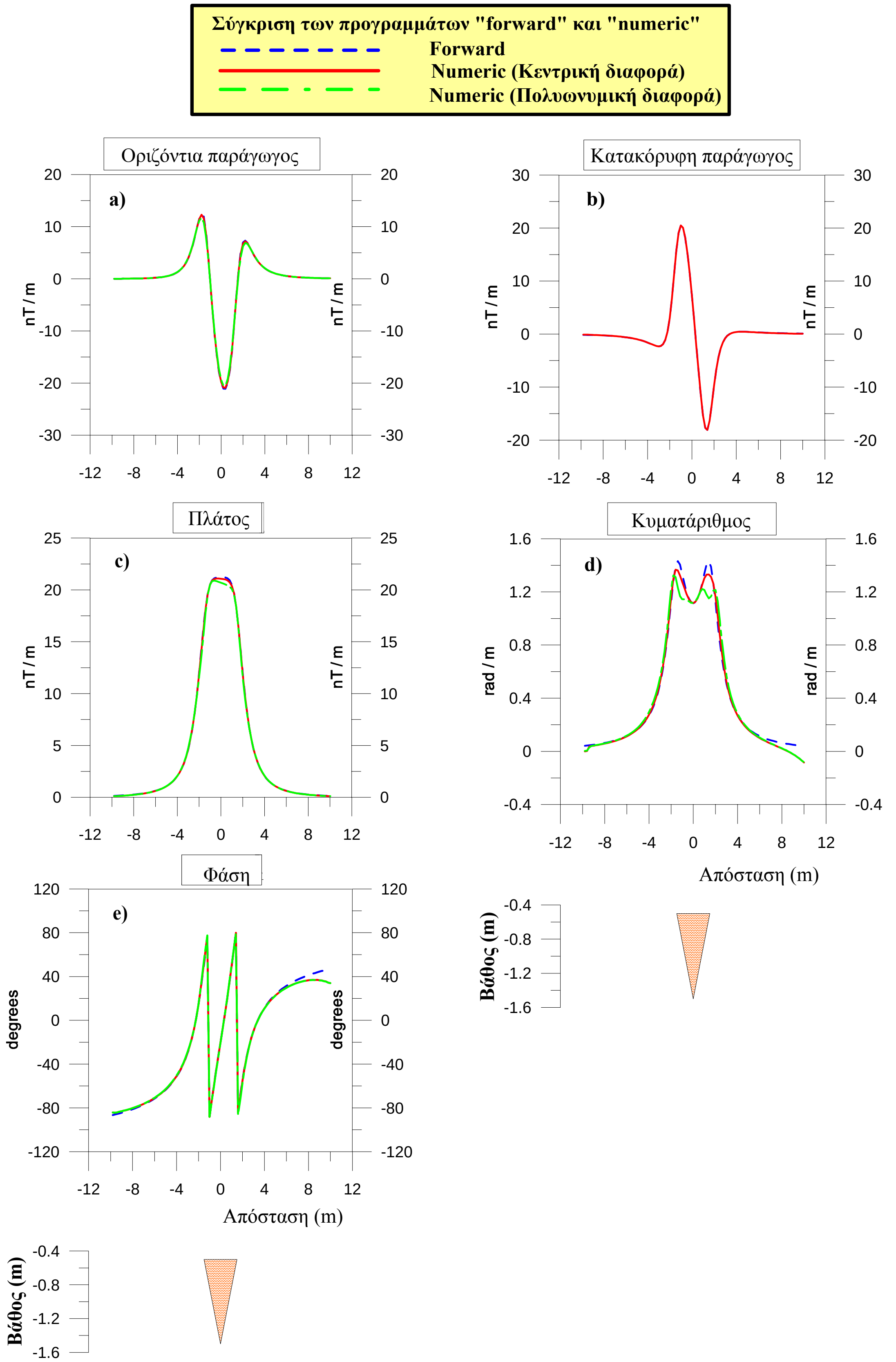
Σχήμα 3.4.2: Μορφές ανωμαλίας για ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει από το ευθύ πρόβλημα ("forward.for"), με κόκκινη από το "numeric.for" με την κεντρική διαφορά και με την πράσινη από το "numeric.for" με την πολυωνυμική διαφορά.



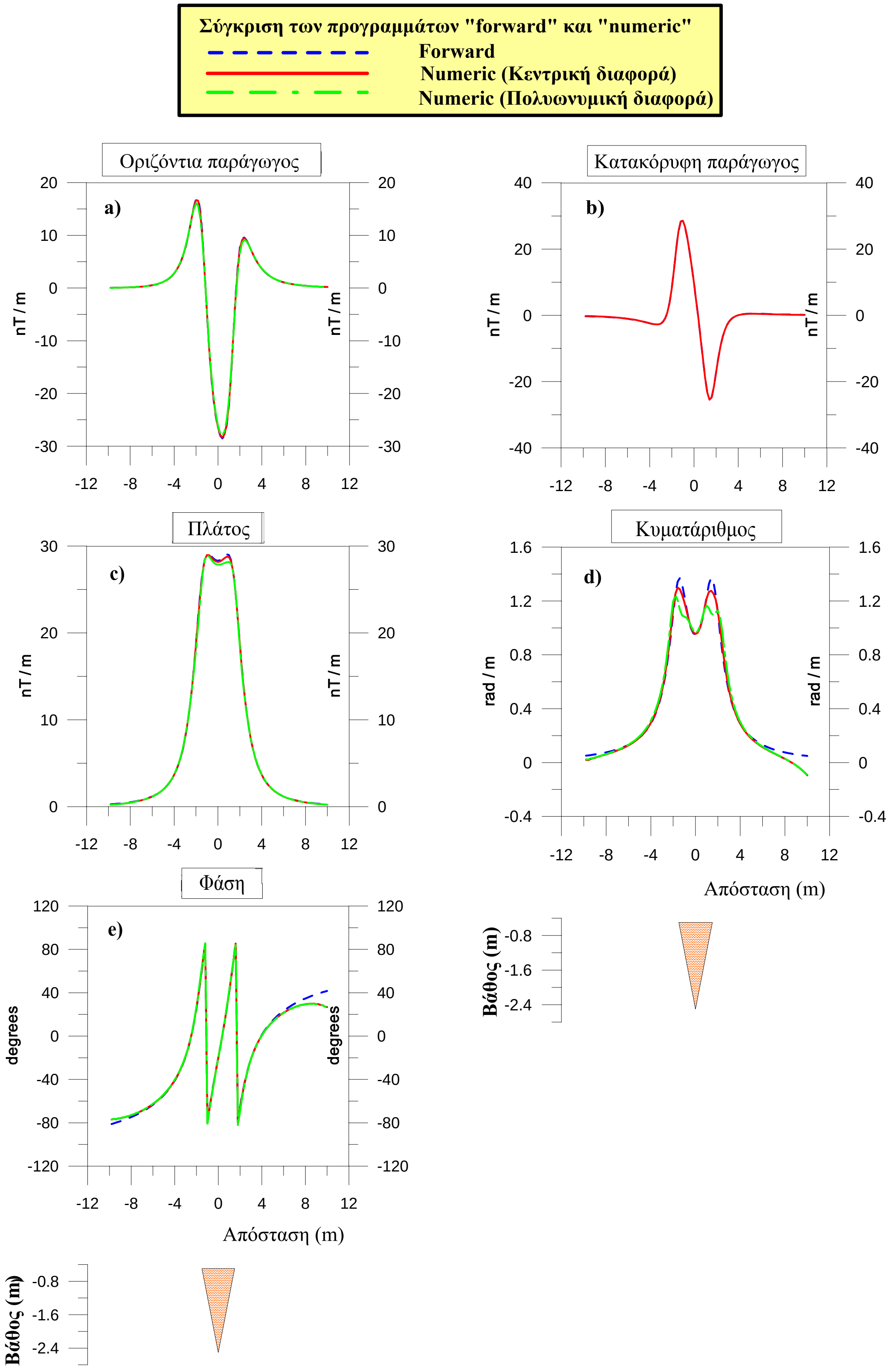
Σχήμα 3.4.3: Μορφές ανωμαλίας για τριγωνικό σώμα διαστάσεων 6x0.5. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει από το ευθύ πρόβλημα ("forward.for"), με κόκκινη από το "numeric.for" με την κεντρική διαφορά και με την πράσινη από το "numeric.for" με την πολυωνυμική διαφορά.



Σχήμα 3.4.4: Μορφές ανωμαλίας για τριγωνικό ισοσκελές σώμα διαστάσεων 6x1. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει από το ευθύ πρόβλημα ("forward.for"), με κόκκινη από το "numeric.for" με την κεντρική διαφορά και με την πράσινη από το "numeric.for" με την πολυωνυμική διαφορά.



Σχήμα 3.4.5: Μορφές ανωμαλίας για τριγωνικό ισοσκελές σώμα διαστάσεων 3x1. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει από το ευθύ πρόβλημα (“forward.for”), με κόκκινη από το “numeric.for” με την κεντρική διαφορά και με την πράσινη από το “numeric.for” με την πολυωνυμική διαφορά.

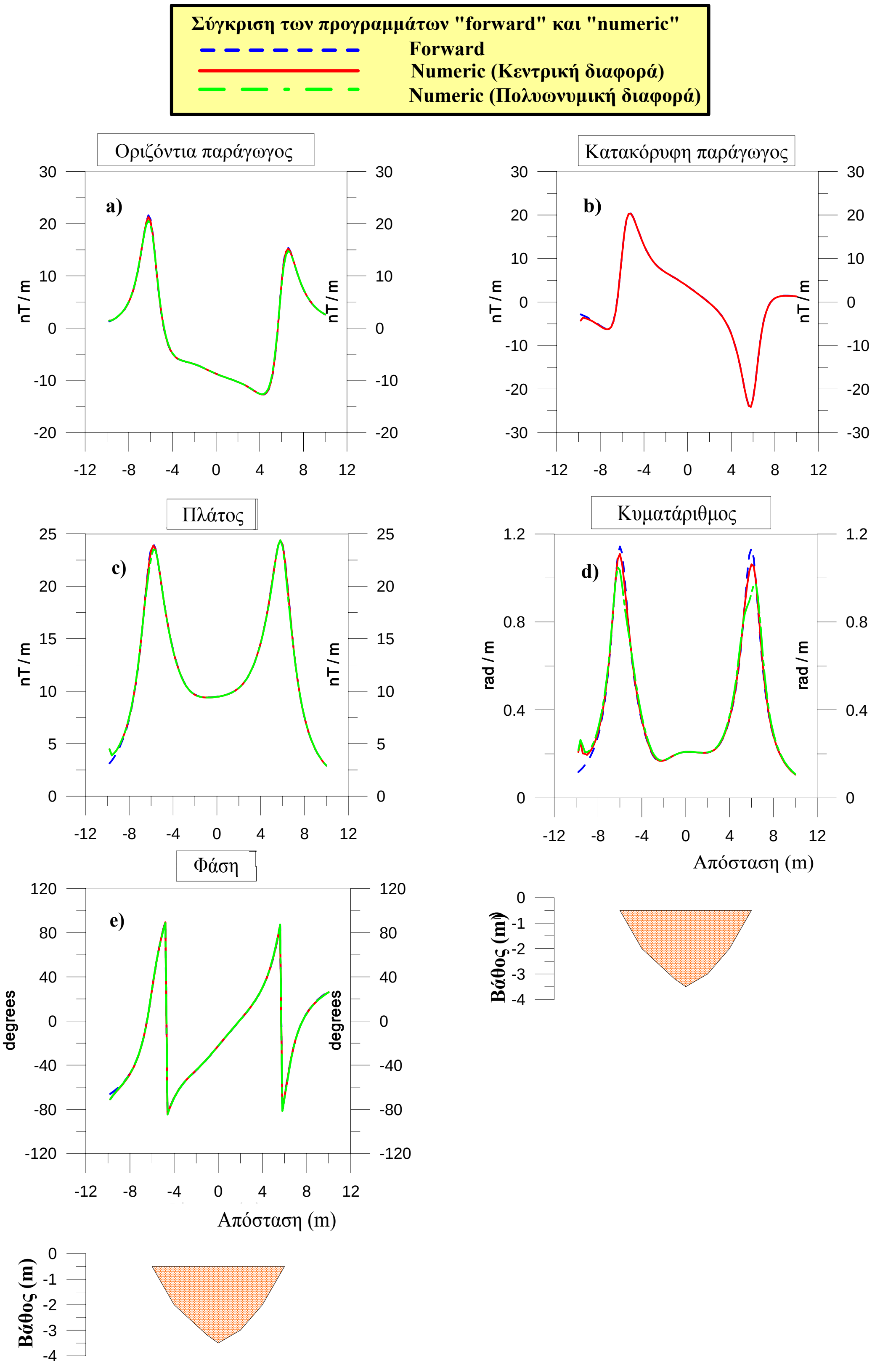


Σχήμα 3.4.6: Μορφές ανωμαλίας για τριγωνικό ισοσκελές σώμα διαστάσεων 3x2. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει από το ευθύ πρόβλημα (“forward.for”), με κόκκινη από το “numeric.for” με την κεντρική διαφορά και με την πράσινη από το “numeric.for” με την πολυωνυμική διαφορά.

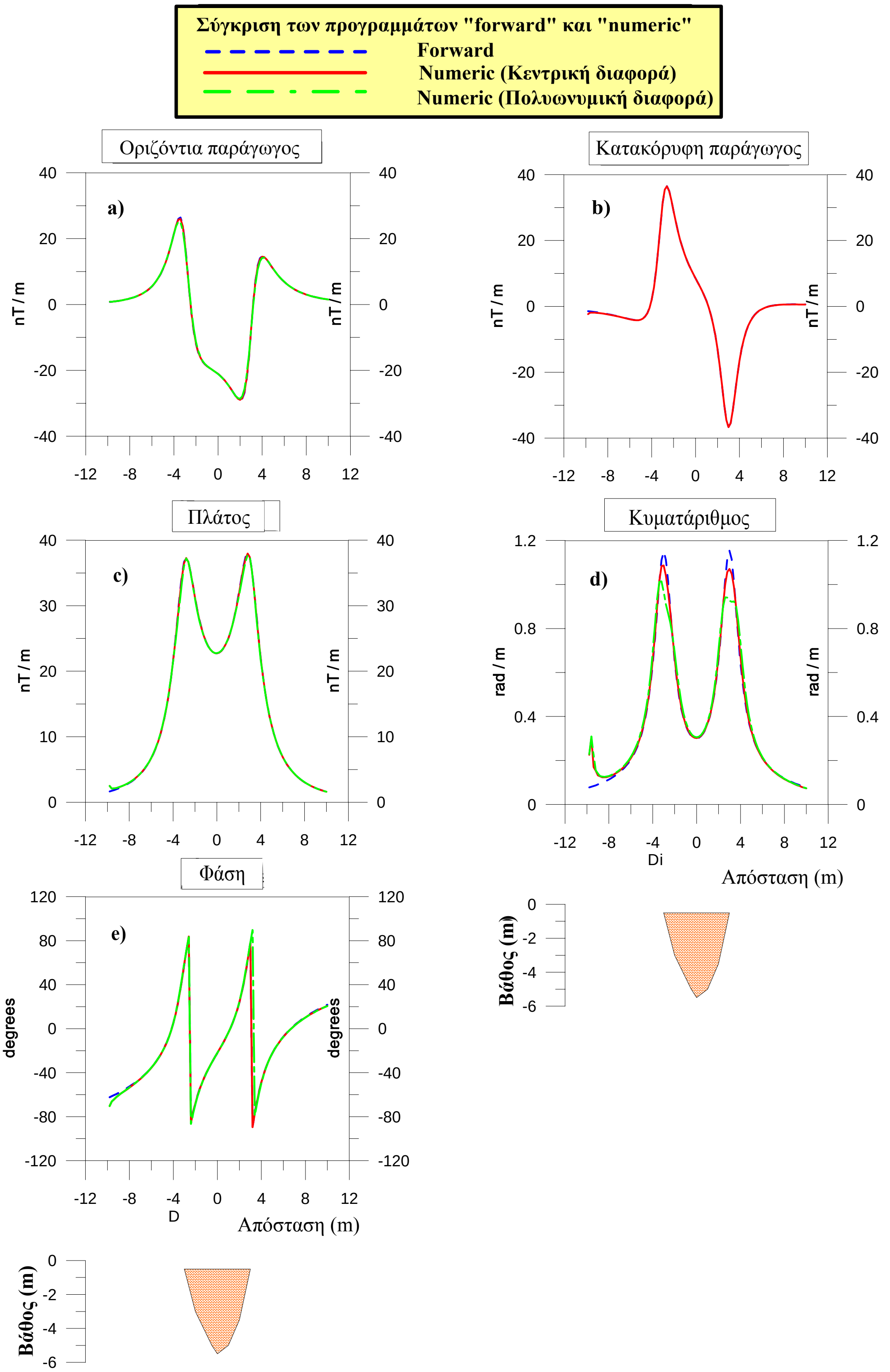
Το βήμα δειγματοληψίας που χρησιμοποιήθηκε ήταν τα 0.2 m. Ο λόγος είναι ότι, όπως θα φανεί και στο επόμενο κεφάλαιο, με βήμα 0.5 m χάνεται η διακριτική ικανότητα της συνάρτησης του κυματάριθμου. Αυτό συμβαίνει γιατί το βήμα είναι συγκρίσιμο με τις διαστάσεις των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν, με αποτέλεσμα οι δεύτερες, κυρίως, παράγωγοι να εμφανίζουν μεγάλο σφάλμα. Επίσης το βήμα δεν επιλέχθηκε να είναι μικρότερο γιατί θέλαμε να αναδειχθεί η διαφορά μεταξύ της αριθμητικής παραγώγισης με την κεντρική και την πολυωνυμική διαφορά. Η ένταση του γήινου μαγνητικού πεδίου ήταν 46000 nT, η έγκλιση του 55^0 και το αζιμούθιο της όδευσης 0^0. Το μήκος της όδευσης ήταν 20 m και η αντίθεση επιδεκτικότητας των λαξευμάτων 0.0005 (SI), στοιχεία ίδια ακριβώς με αυτά των υπολογισμών του προηγούμενου κεφαλαίου.

Στα σχήματα (3.4.3) έως (3.4.6) φαίνονται οι ανωμαλίες για τα τέσσερα τριγωνικά λαξεύματα. Στο πρώτο παριστάνεται το μοντέλο του σκαληνού τριγώνου με διαστάσεις 6x0.5 και στα άλλα τρία τα ισοσκελή τρίγωνα με διαστάσεις 6x1, 3x1 και 3x2 αντίστοιχα. πόσο ικανοποιητική είναι η ταύτιση των καμπυλών των οριζοντίων παραγώγων εξαρτάται από το πώς γίνεται η αριθμητική παραγώγιση. Στην περίπτωση της κεντρικής διαφοράς η ταύτιση είναι πάλι σχεδόν πλήρης, ενώ η πολυωνυμική διαφορά δίνει πιο μικρές τιμές στα ακρότατα των συναρτήσεων, όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 3.2.1. Βέβαια και στην περίπτωση της κεντρικής διαφοράς οι τιμές των ακρότατων είναι μικρότερες, αλλά η διαφορά από την υπολογιζόμενη με τις αναλυτικές σχέσεις καμπύλη είναι αρκετά μικρή.

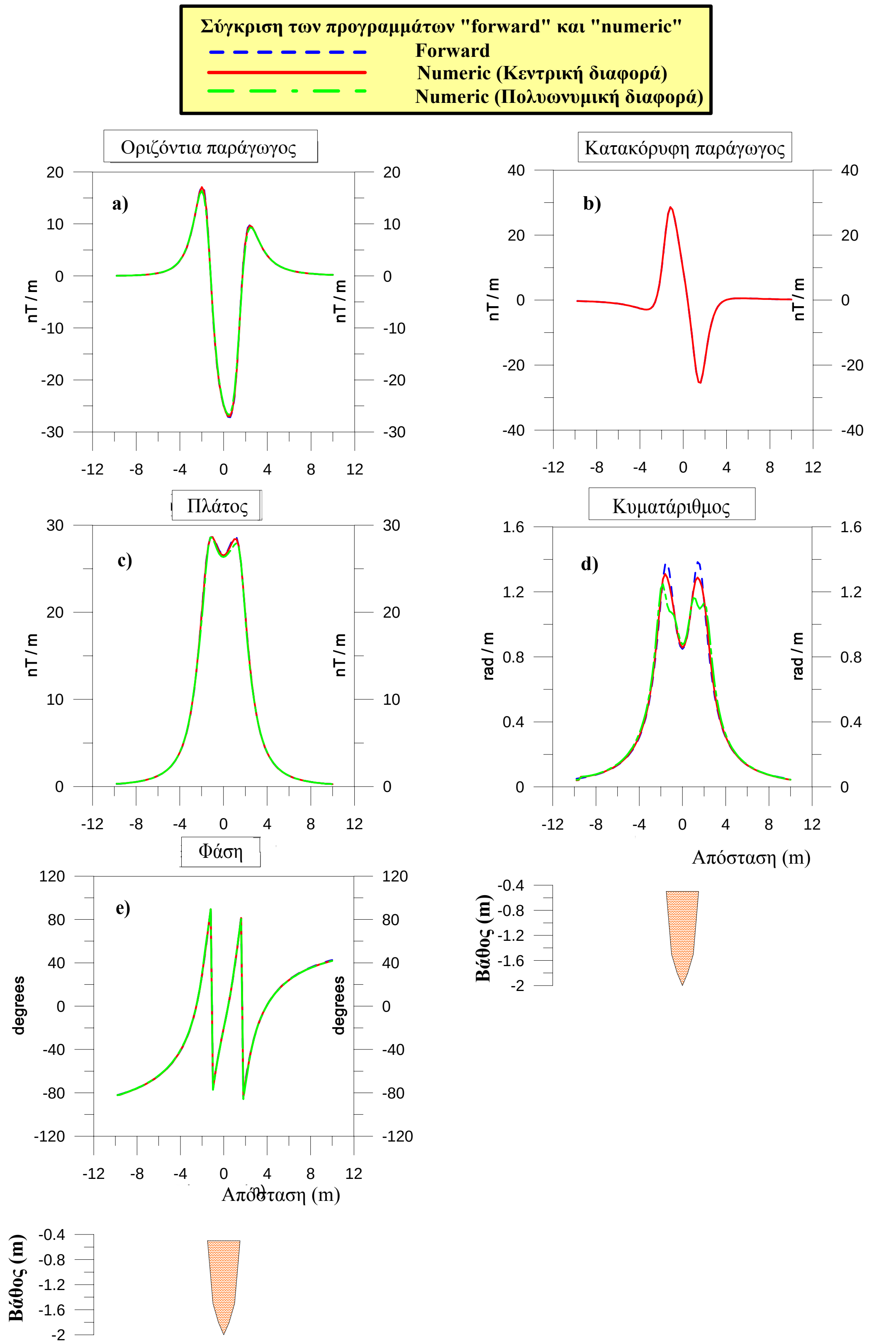
Οι παραπάνω διαφορές κληρονομούνται και στις καμπύλες των μιγαδικών χαρακτηριστικών. Όσο αφορά το πλάτος τα συμπεράσματα είναι ανάλογα με αυτά για τις οριζόντιες παραγώγους. Αντιθέτως στον κυματάριθμο διαφορά παρατηρείται και στην παραγώγιση με την κεντρική διαφορά και αυτό γιατί υπολογίζονται και δεύτερες παράγωγοι με αυτόν τον τρόπο, οι οποίες μεγαλώνουν τις αποκλίσεις που υπήρχαν από την πρώτη κιόλας παράγωγο, ακόμα και αν αυτές δεν ήταν εμφανείς. Επίσης υπάρχει μία απόκλιση στο δεξιό άκρο και των δύο καμπύλων των κυματάριθμων που υπολογίζονται αριθμητικά σε σχέση με την καμπύλη της αναλυτικής σχέσης. Αυτό δεν έχει να κάνει με τα φαινόμενα Gibbs, τα οποία παρατηρούνται στο αριστερό άκρο, αλλά σχετίζονται με το γεγονός ότι στον κώδικα *“forward.for”* χρειάστηκε να υπολογιστούν από δεξιά περισσότερα σημεία από το μήκος της όδευσης για την ανωμαλία που θα εισαχθεί στο πρόγραμμα *“numeric.for”*. Αυτό έγινε γιατί παρατηρήθηκε στο δεξιό άκρο μία κορυφή στην καμπύλη του κυματάριθμου, η οποία



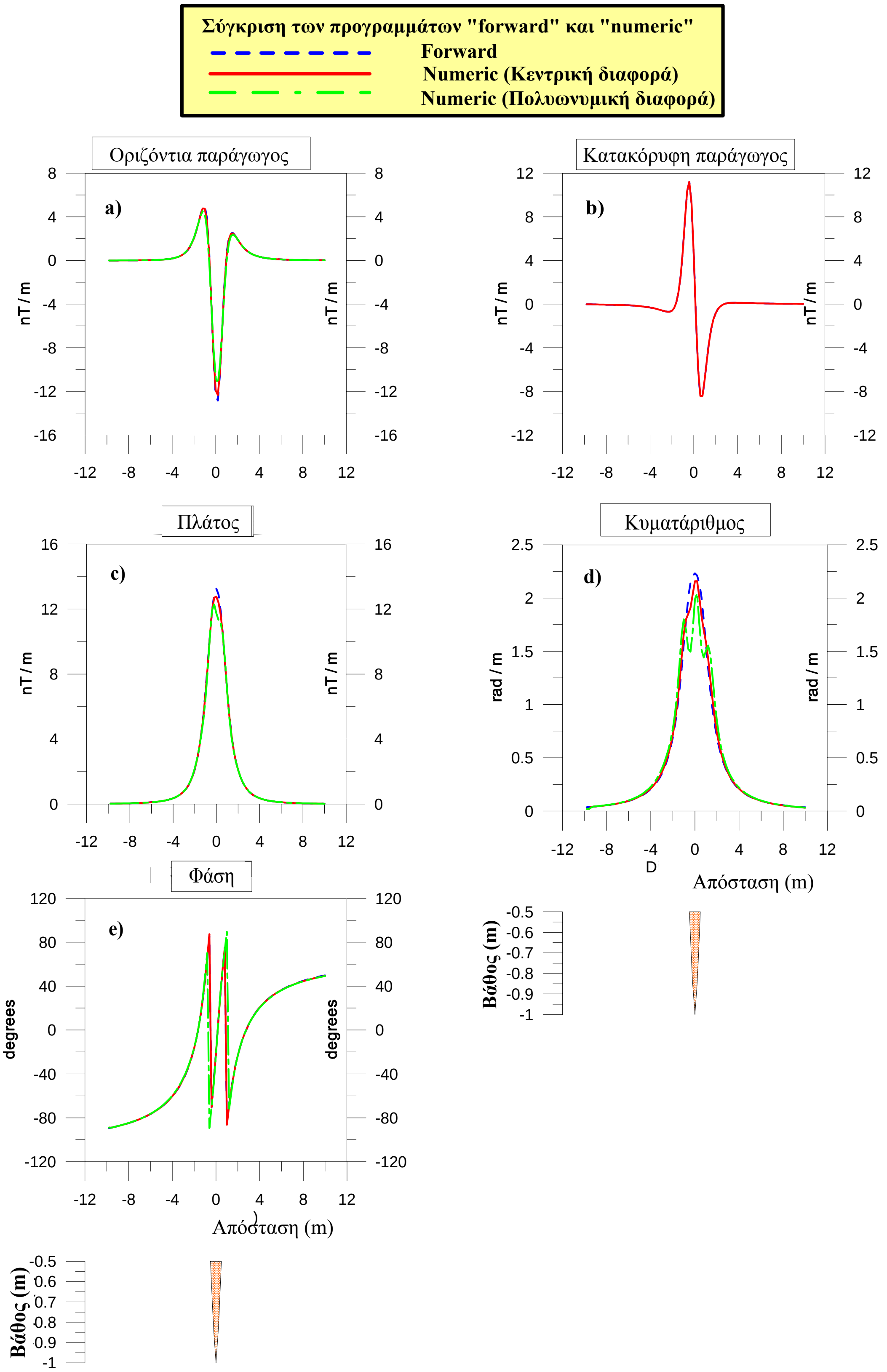
Σχήμα 3.4.7: Μορφές ανωμαλίας για εφταγωνικό σώμα διαστάσεων 12x3. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέως προβλήματος ("forward.for"), με κόκκινη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία από το "numeric.for" με την κεντρική διαφορά, ενώ με την πράσινη από το "numeric.for" με την πολυωνυμική διαφορά.



Σχήμα 3.4.8: Μορφές ανωμαλίας για εφταγωνικό σώμα διαστάσεων 6x5. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέως προβλήματος (“forward.for”), με κόκκινη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία από το “numeric.for” με την κεντρική διαφορά, ενώ με την πράσινη από το “numeric.for” με την πολυωνυμική διαφορά.



Σχήμα 3.4.9: Μορφές ανωμαλίας για εφταγωνικό σώμα διαστάσεων 3x1.5. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέως προβλήματος ("forward.for"), με κόκκινη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία από το "numeric.for" με την κεντρική διαφορά, ενώ με την πράσινη από το "numeric.for" με την πολυωνυμική διαφορά.



Σχήμα 3.4.10: Μορφές ανωμαλίας για εφταγωνικό σώμα διαστάσεων 1x0.5. Στο σχήμα φαίνονται a) η οριζόντια παράγωγος, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) το πλάτος του αναλυτικού σήματος, d) ο κυματάριθμος και e) η φάση. Με μπλε παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέως προβλήματος ("forward.for"), με κόκκινη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία από το "numeric.for" με την κεντρική διαφορά, ενώ με την πράσινη από το "numeric.for" με την πολυωνυμική διαφορά.

οφειλόταν στην κατακόρυφη παράγωγο. Η αιτία βρίσκεται στην απαίτηση της υπορουτίνας four1 ότι ο αριθμός των γραμμών του πίνακα που εισάγεται στην υπορουτίνα πρέπει να είναι δύναμη του 2. Για να επιτευχθεί αυτό πρέπει να προστεθούν τιμές από δεξιά στη μαγνητική ανωμαλία, οι οποίες επιλέχτηκαν ίσες με την τελευταία τιμή του πίνακα της ανωμαλίας (ο πίνακας αυτός περιέχει μία μόνο στήλη). Επειδή όμως η μαγνητική ανωμαλία μακριά από το σώμα δεν είναι ακριβώς ευθεία παράλληλη στον οριζόντιο άξονα, αλλά μία φθίνουσα συνάρτηση, με την πρόσθεση των παραπάνω σημείων δημιουργείται μία γωνία στην καμπύλη, από το φθίνον κομμάτι στην παράλληλη ευθεία με τον οριζόντιο άξονα. Στη γωνία αυτή «δυσκολεύεται» η κατακόρυφη παράγωγος. Προσθέτοντας σημεία μετατοπίστηκε η γωνία αυτή, και συνεπώς και το «τίναγμα» του κυματάριθμου, μετατοπίσθηκε επίσης έξω από το μήκος της όδευσης. Έτσι αρκεί να αποκοπούν τα επιπλέον σημεία στο τέλος, με το κόστος όμως ο κυματάριθμος να μεταβάλλεται ελαφρά στο δεξί άκρο, πράγμα το οποίο είναι ανεκτό.

Τα αποτελέσματα στον κυματάριθμο φαίνονται και στη φάση, όπου οι κορυφές είναι ψηλότερες στην περίπτωση των αριθμητικών παραγωγίσεων σε σχέση με την αναλυτική σχέση. Επίσης οι ίδιες καμπύλες παρουσιάζουν μία απόκλιση στο δεξί άκρο από την καμπύλη της αναλυτικής σχέσης, όπως συμβαίνει και στον κυματάριθμο.

Στα σχήματα (4.3.7) έως (4.3.10) φαίνονται οι ανωμαλίες των μοντέλων των εφταγωνικών λαξευμάτων. Τα συμπεράσματα είναι τα ίδια με τα προηγούμενα μοντέλα. Μία διαφορά παρουσιάζεται μόνο στις καμπύλες του κυματάριθμου και της φάσης, όπου στο δεξιό άκρο δεν υπάρχει η απόκλιση που παρατηρήθηκε στα προηγούμενα μοντέλα. Αυτό πιθανόν να οφείλεται στο ότι αυξήσαμε τον αριθμό των επιπλέον σημείων που προσθέτονται, από δέκα που ήταν σε εκατό. Κατά τα άλλα όλα τα υπόλοιπα συμπεράσματα είναι παρόμοια.

3. 5 Συμπεράσματα από τον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας

Με βάση τα αποτελέσματα της προηγούμενης παραγράφου οι καμπύλες που προκύπτουν από το πρόγραμμα *"numeric.for"* είναι σε πολύ καλή συμφωνία με αυτά του προγράμματος "*forward.for*" και όποιες ασυμφωνίες υπάρχουν ήταν αναμενόμενες αλλά αδύνατο να ξεπεραστούν. Το κύριο πρόβλημα ασυμφωνίας είναι οι αριθμητικές παραγωγίσεις. Όταν το βήμα δειγματοληψίας είναι συγκρίσιμο με το μέγεθος του σώματος, τότε τα σφάλματα που εισάγουν οι παραγωγίσεις είναι σχετικά μεγάλα. Εισάγοντας τη μαγνητική ανωμαλία της επαφής από το παράδειγμα της εργασίας των Thurston και Smith (1997), που είδαμε και στα δύο προηγούμενα κεφάλαια, υπήρξε σχεδόν πλήρης ταύτιση των ανωμαλιών που προέκυψαν με των αντίστοιχων από τις αναλυτικές σχέσεις του κώδικα *"forward.for"* και αυτό οφείλεται στο ότι το μέγεθος του σώματος είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το βήμα, που ήταν 2 m. Τα παραπάνω μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι και αυτός ο κώδικας που αναπτύχθηκε λειτουργεί ικανοποιητικά.

Ένα ακόμα συμπέρασμα που μπορεί να προκύψει από τα παραπάνω είναι ότι είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται η αριθμητική παραγώγιση με την κεντρική διαφορά παρά αυτή με την πολυωνυμικό. Όμως, θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο πως κάτι τέτοιο δεν είναι ασφαλές, καθώς η πολυωνυμική διαφορά είναι πιο σταθερή στο θόρυβο από την κεντρική διαφορά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^{ο}

Επίδραση του Θορύβου στις Συναρτήσεις των Μιγαδικών Χαρακτηριστικών

4. 1 *Εισαγωγή*

Στα δύο προηγούμενα κεφάλαια μελετήθηκαν οι διάφορες ανωμαλίες (μαγνητική ανωμαλία, οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος, μιγαδικά χαρακτηριστικά) για ένα μαγνητισμένο σώμα, είτε κατευθείαν από τις αναλυτικές σχέσεις (επίλυση ευθέος προβλήματος), είτε με αριθμητικές μεθόδους από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας. Η μαγνητική ανωμαλία που εισάγαμε υπολογιζόταν κατευθείαν από την αναλυτική σχέση (1.2), χωρίς να γίνεται καμία νύξη στο τι γίνεται όταν οι τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας που χρησιμοποιούμε προέρχονται από πραγματικές μετρήσεις στην ύπαιθρο κι όχι από μία αναλυτική σχέση. Επίσης καταλήξαμε σε ένα προσωρινό συμπέρασμα στο τέλος του προηγούμενου κεφαλαίου, βάσει του οποίου είναι προτιμότερη η αριθμητική παραγώγιση με τη χρήση της κεντρικής διαφοράς παρά με την πολυωνυμική.

Παρόλα τα παραπάνω συμπεράσματα, για να μπορέσει να εφαρμοστεί μία μέθοδος στη Γεωφυσική θα πρέπει να είναι αποτελεσματική και με πραγματικά δεδομένα, που προέρχονται από μετρήσεις πεδίου, κι όχι μόνο με συνθετικά. Τα πραγματικά δεδομένα, όμως, περιέχουν διάφορα σφάλματα. Κατά συνέπεια, το επόμενο βήμα που ακολουθήθηκε στην παρούσα διατριβή ήταν να εξεταστεί το πως επηρεάζει ο θόρυβος τις ανωμαλίες και τις ποσοτικές εκτιμήσεις που υπολογίστηκαν στα δύο προηγούμενα κεφάλαια.

4. 2 *Είδη Σφαλμάτων*

Δύο είναι τα είδη σφαλμάτων που θα μας απασχολήσουν. Την πρώτη κατηγορία τη συναντήσαμε ήδη στο κεφάλαιο 3 και είχε να κάνει με το σφάλμα που εισάγουν οι αριθμητικές παραγωγίσεις. Όπως είχε φανεί στα σχήματα του προηγούμενου κεφαλαίου, οι ανωμαλίες που υπολογίστηκαν με αριθμητικές μεθόδους διέφεραν ελαφρώς από τις υπολογισμένες ανωμαλίες μέσω των αναλυτικών σχέσεων. Ακόμα φάνηκε ότι η αριθμητική παραγώγιση με κεντρική διαφορά διαφέρει από την παραγώγιση με την πολυωνυμική. Αυτές οι διαφορές θεωρούνται ως «θόρυβος» στις τιμές μας, αφού αντί για την τιμή που θα έπρεπε να έχει σε ένα σημείο η συνάρτηση, προκύπτει τελικά μικρότερη ή μεγαλύτερη τιμή.

Η δεύτερη κατηγορία σφαλμάτων σχετίζεται με τα σφάλματα που εισάγουν τα ίδια τα όργανα. Δεν αναφερόμαστε σε σφάλματα στις μετρήσεις εξαιτίας μαγνητισμένων μικροαντικειμένων ή μαγνητικών πεδίων στην περιοχή έρευνας που δεν ενδιαφέρουν καθόλου, αλλά στα σφάλματα που εισάγει το ίδιο το όργανο μέτρησης στις τιμές. Το μέγεθος του σφάλματος που μπορεί να εισάγει ένα όργανο δίνεται πάντα από τον κατασκευαστή. Έτσι, για παράδειγμα, τα μαγνητόμετρα καισίου έχουν τυπικό σφάλμα 0.02 nT, ενώ το σφάλμα ενός συνηθισμένου πυρηνικού μαγνητόμετρου είναι περίπου 1 nT.

Αρχικά οι δύο τύποι θορύβων θα εξεταστούν χωριστά και στη συνέχεια θα μελετηθεί το συνδυασμένο αποτέλεσμα τους. Έτσι θα είναι δυνατή η δημιουργία καμπυλών σφάλματος- βήματος, ώστε να προταθεί το βέλτιστο βήμα δειγματοληψίας για μία έρευνα, ανάλογα με το σφάλμα του οργάνου που θα χρησιμοποιηθεί και τον τύπο των μαγνητικών ανωμαλιών.

4. 3 *Σφάλματα Διακριτοποίησης*

Όπως αναφέρθηκε, η διακριτοποίηση της μαγνητικής ανωμαλίας εισάγει σφάλματα κατά τον υπολογισμό των παραγώγων. Η οριζόντια παράγωγος, καθώς και οι δεύτερες παράγωγοι, υπολογίζεται αριθμητικά μέσω των σχέσεων (3.1) (κεντρική διαφορά) ή (3.2) (πολυωνυμική διαφορά). Είναι εμφανές από τις δύο αυτές σχέσεις ότι η αριθμητική παραγώγιση επηρεάζεται από το βήμα δειγματοληψίας και μάλιστα όσο μικρότερο το βήμα τόσο μικρότερο το σφάλμα. Αυτό συμβαίνει αφού όσο πιο μικρό το βήμα, όσο δηλαδή μικρότερη η απόσταση των x_{i+1} και x_{i-1}, τόσο οι σχέσεις (3.1) και (3.2) πλησιάζουν στον ορισμό της παραγώγου. Άρα και η απόκλιση τους από τις αντίστοιχες παραγώγους που υπολογίζονται με τις αναλυτικές σχέσεις μικραίνει.

Η κατακόρυφη παράγωγος επηρεάζεται επίσης από το βήμα δειγματοληψίας, αφού υπολογίζεται μέσω του μετασχηματισμού Fourier, όπως σχολιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Το σφάλμα που εισάγεται από το μετασχηματισμό Fourier σχετίζεται με τη συχνότητα Nequist f_c, η οποία δίνεται από τη σχέση

$$f_c = \frac{1}{2\Delta} \quad , \tag{4.1}$$

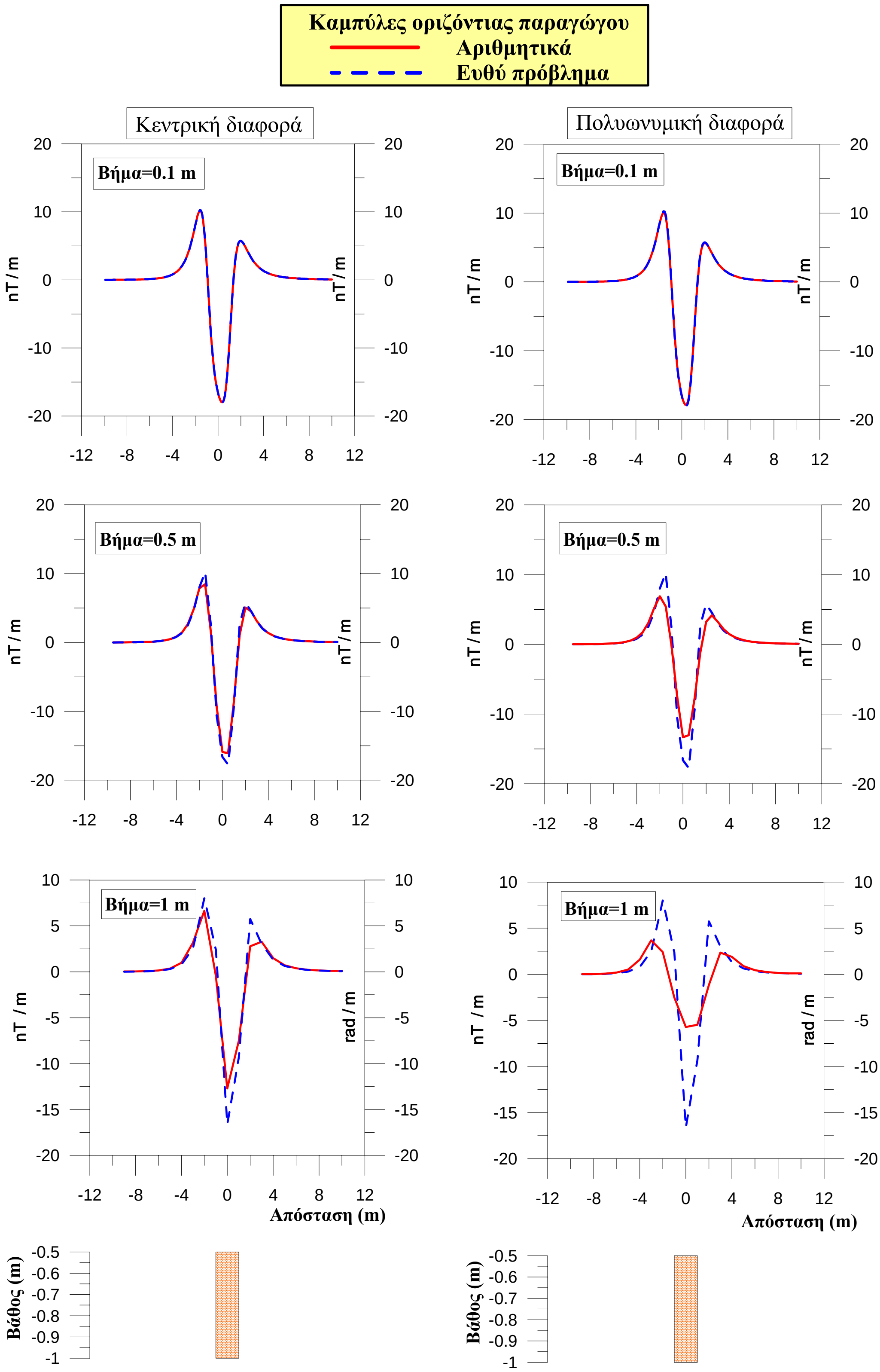
όπου *Δ* είναι το βήμα δειγματοληψίας (Bringham 1974). Σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας (sampling theorem), οι συχνότητες της διακριτής συνάρτησης (στην προκειμένη περίπτωση η διακριτή συνάρτηση είναι η μαγνητική ανωμαλία) που βρίσκονται έξω από το διάστημα $-f_c < f < f_c$ αναδιπλώνονται προς τα μέσα, δηλαδή εμφανίζονται κρυμμένες μέσα στο προηγούμενο διάστημα. Δηλαδή, όχι μόνο χάνεται κάθε πληροφορία για αυτές τις συχνότητες, οι οποίες είναι και οι υψηλές συχνότητες αλλά επιπλέον αυτές εμφανίζονται με «λάθος» συχνότητα μέσα στο σήμα μας. Βεβαίως τα ίδια ισχύουν και για τον κυματάριθμο (εδώ δεν εννοείται ο κυματάριθμος του αναλυτικού σήματος), με τη διαφορά ότι οι μικροί κυματάριθμοι χάνονται μέσα στο μετασχηματισμό Fourier, οι οποίοι αποτελούν και τους κύριους στόχους στην Αρχαιομετρία (υψηλές συχνότητες).

Η κατακόρυφη παράγωγος υπολογίζεται μέσω της άνω συνέχειας. Ο μετασχηματισμός Fourier της άνω συνέχειας μίας συνάρτησης M_u δίνεται από τη σχέση (Blakely 1995)

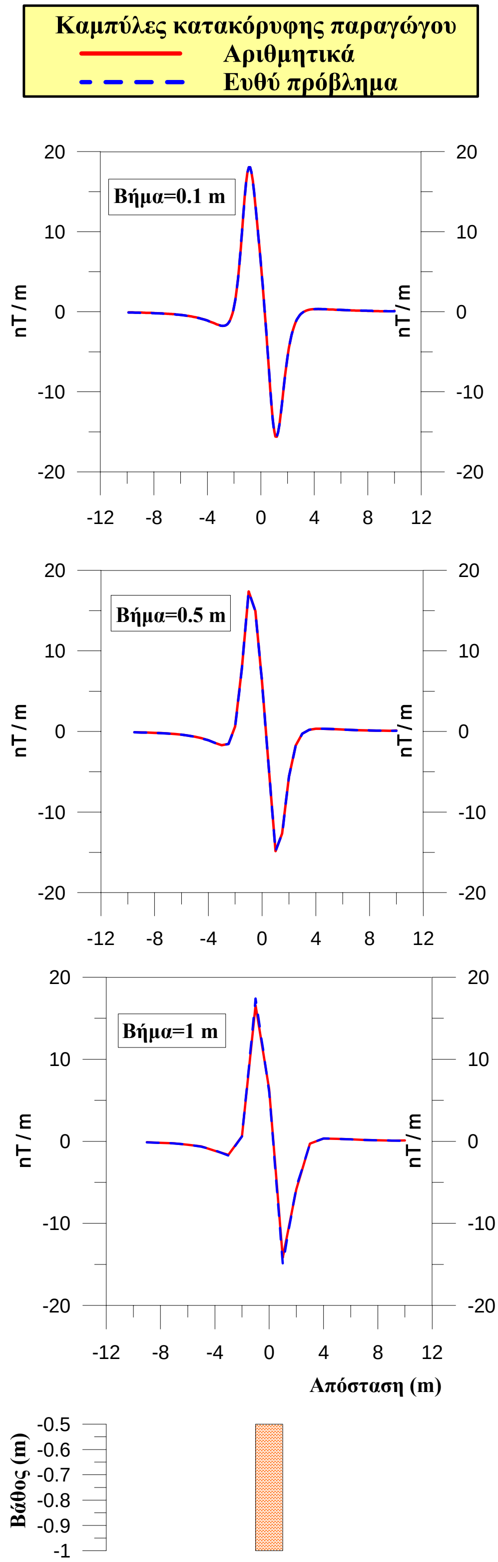
$$F[M_u] = F[M] \cdot e^{-|k| \cdot \Delta z} \quad , \tag{4.2}$$

όπου $F[M]$ ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης. Από τη σχέση (4.2) φαίνεται πως όσο μεγαλύτερη η απόλυτη τιμή του κυματάριθμου τόσο πιο μεγάλη η εξασθένιση του. Συνεπώς, η συνέχεια προς τα πάνω δεν επηρεάζει σημαντικά την κατακόρυφη παράγωγο των ανωμαλιών μικρών κυματάριθμων που μας ενδιαφέρουν.

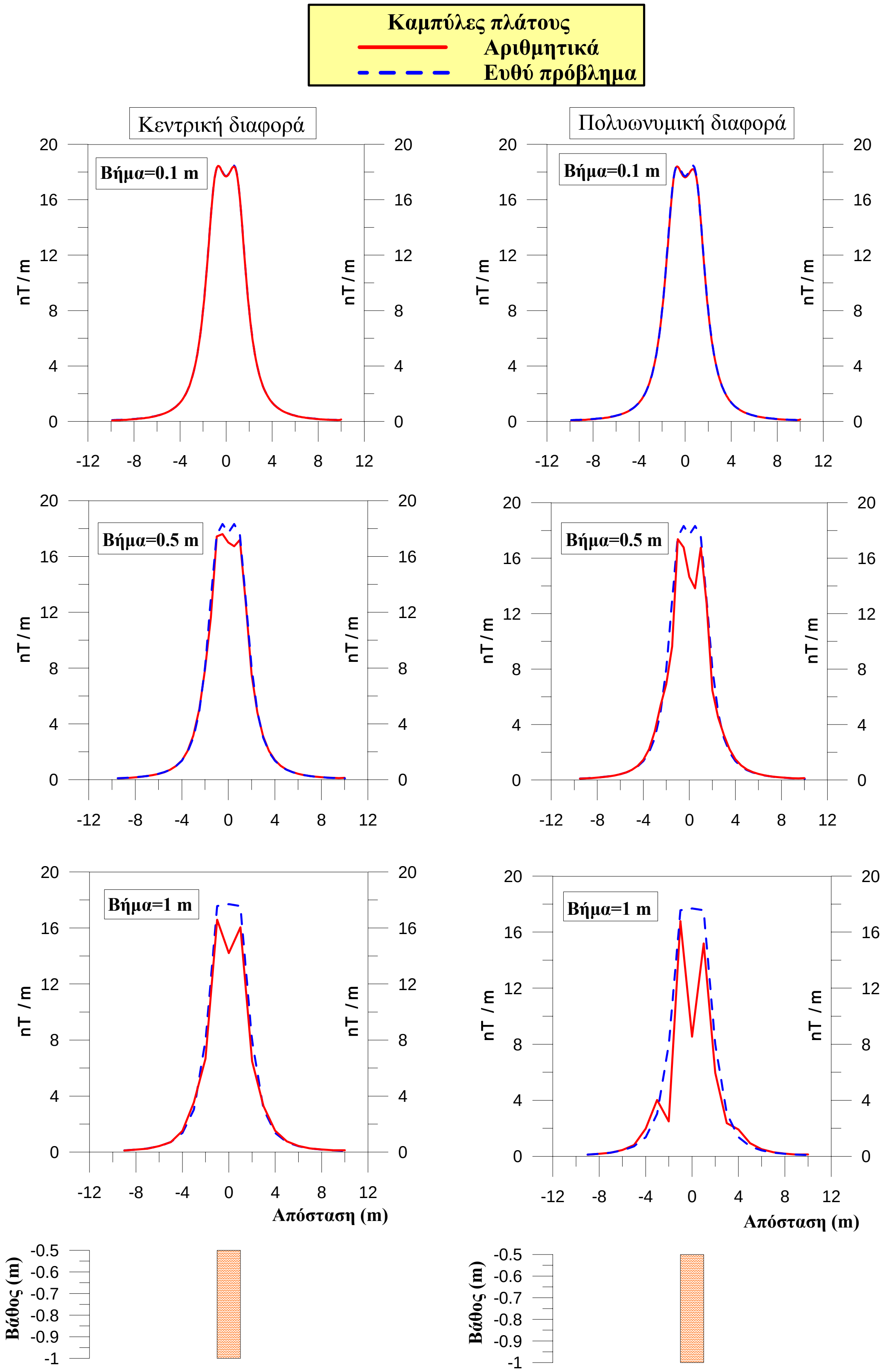
Η μελέτη του πως επηρεάζονται οι διάφορες ανωμαλίες εξαιτίας της διακριτοποίησης έγινε με σύγκριση των ανωμαλιών που προκύπτουν απευθείας από τις αναλυτικές σχέσεις με αυτές που προκύπτουν αριθμητικά. Η σύγκριση έγινε για ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, θαμμένο σε βάθος 0.5 m και επιδεκτικότητας 0.0005 (SI). Τα χαρακτηριστικά του τοπικού γήινου πεδίου ήταν αυτά της περιοχής της Θεσσαλονίκης, όπως αναφέρονται και στην παράγραφο 3.4. Οι κώδικες εφαρμόστηκαν για βήματα δειγματοληψίας 0.05, 0.1, 0.2, 0.5 και 1 m. Στα σχήματα από (4.3.1) έως (4.3.5) φαίνονται τα αποτελέσματα για βήματα δειγματοληψίας 0.1,



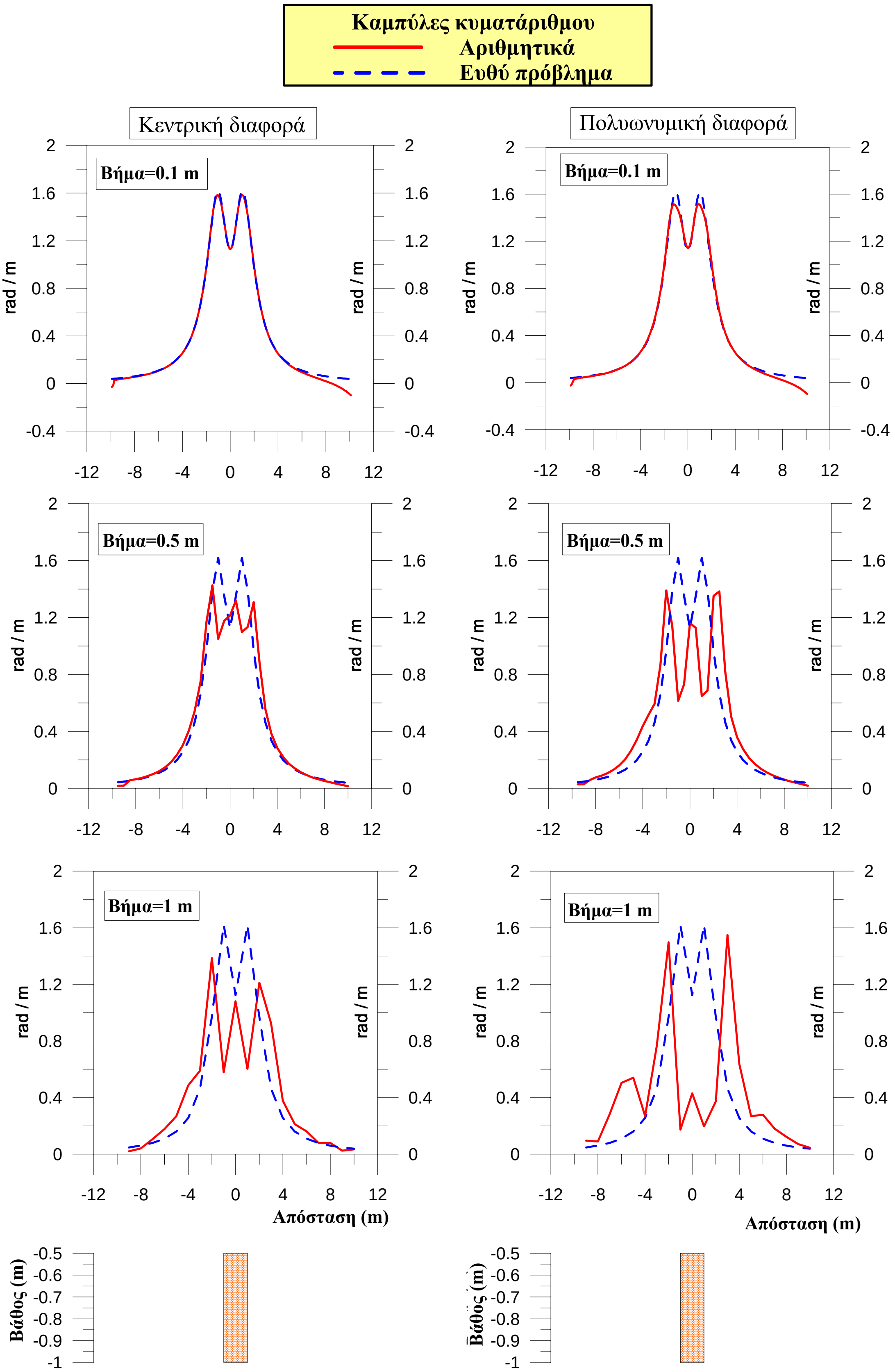
Σχήμα 4.3.1: Καμπύλες της οριζόντιας παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, ενώ με κόκκινη συνεχή παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη).



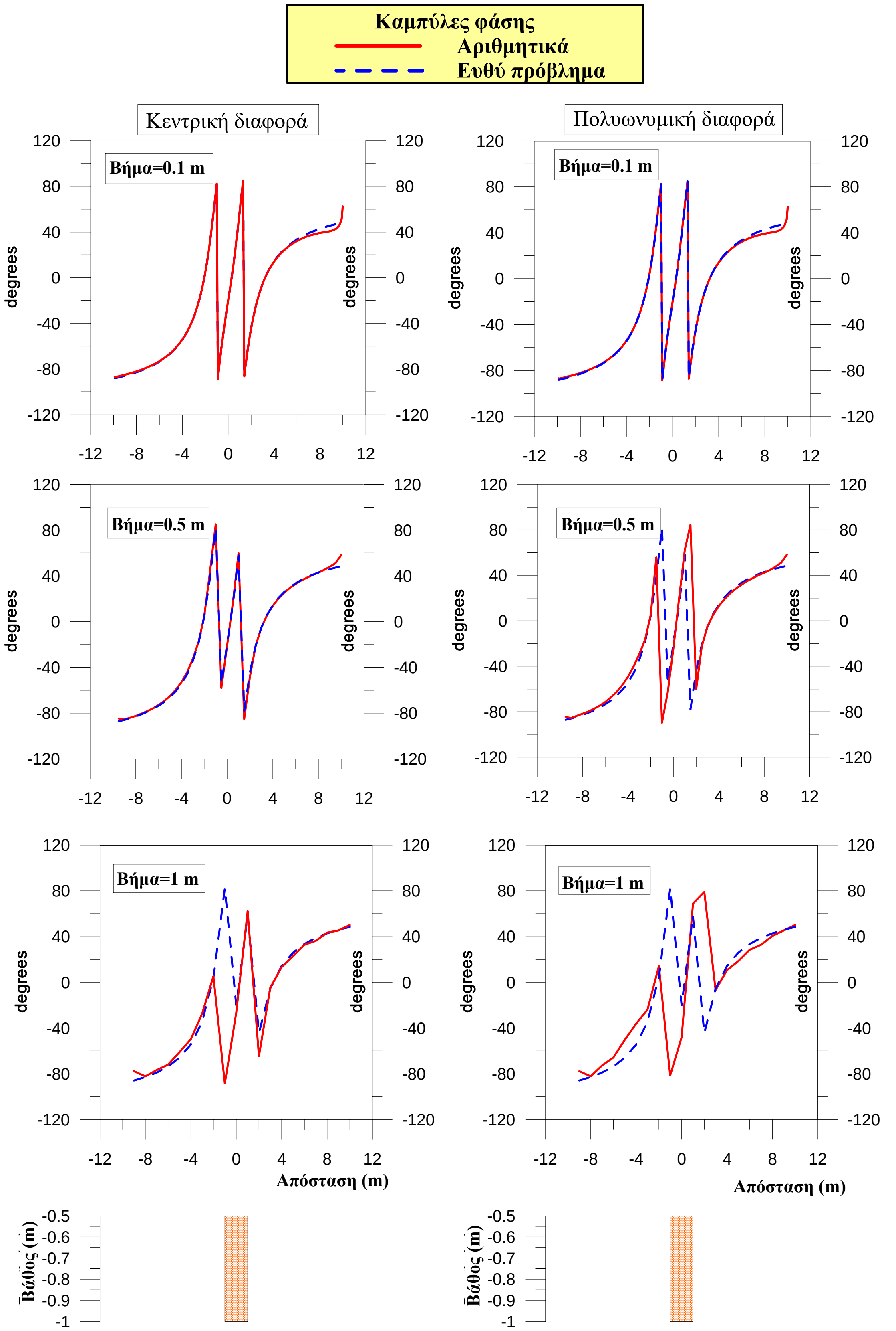
Σχήμα 4.3.2: Καμπύλες της κατακόρυφης παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας 5x10^{-4} (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, ενώ με κόκκινη συνεχή παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία.



Σχήμα 4.3.3: Καμπύλες του πλάτους για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, ενώ με κόκκινη συνεχή παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη).



Σχήμα 4.3.4: Καμπύλες του κυματάριθμου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας 5x10^{-4} (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, ενώ με κόκκινη συνεχή παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη).



Σχήμα 4.3.5: Καμπύλες της φάσης για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, ενώ με κόκκινη συνεχή παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη).

0.5 και 1 m και για τις πέντε ανωμαλίες (οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγος και μιγαδικά χαρακτηριστικά).

Από τα παραπάνω σχήματα φαίνεται ότι με την αύξηση του βήματος αυξάνεται σημαντικά και το σφάλμα στις καμπύλες των ανωμαλιών. Λιγότερο από όλες δείχνει να επηρεάζεται η κατακόρυφη παράγωγος, αν και φαίνεται πως για τα βήματα των 0.5 και ειδικά γαι 1 m αυτή είναι μικρότερη από την καμπύλη που προκύπτει από τις αναλυτικές σχέσεις.

Η οριζόντια παράγωγος δείχνει να επηρεάζεται σημαντικά και κυρίως η παράγωγος από την πολυωνυμική διαφορά, χαρακτηριστικό που τονίστηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο και συναντάται κι εδώ. Ειδικά για το βήμα του 1 m, οι δύο καμπύλες των αριθμητικών παραγωγίσεων είναι αρκετά μικρότερες από αυτές των αναλυτικών σχέσεων.

Φυσικά τα παραπάνω έχουν αντίκτυπο και στα μιγαδικά χαρακτηριστικά, τα οποία υπολογίζονται από τις δύο παραγώγους. Αστάθεια παρατηρείται στο πλάτος, όπου στα 0.1 m οι δύο κορυφές είναι πιο δυσδιάκριτες από αυτές της καμπύλης των αναλυτικών σχέσεων. Οι δύο σχετικά έντονες κορυφές που εμφανίζονται για βήματα 0.5 και 1 m οφείλονται σε σφάλματα από την παραγώγιση και όχι στην εξαιρετική διακριτική ικανότητα του πλάτους. Αυτό γιατί καταρχήν οι δύο κορυφές είναι αρκετά ασύμμετρες, ενώ κανονικά θα έπρεπε να είναι όσο το δυνατόν πιο συμμετρικές και δεύτερον γιατί η καμπύλη του πλάτους από τις αναλυτικές σχέσεις εμφανίζει πρακτικά μία κορυφή, λόγω της αλληλοεπικάλυψης των δύο κορυφών.

Ο κυματάριθμος που περιέχει και δεύτερες παραγώγους παρουσιάζει ακόμα μεγαλύτερο σφάλμα. Στα 0.5 m εμφανίζεται μία τρίτη κορυφή ενώ οι άλλες δύο δεν βρίσκονται πάνω από τα όρια του σώματος αλλά σε πιο εξωτερικές θέσεις. Επίσης για το βήμα του 1 m παρατηρούνται δύο ακόμα μικρότερες κορυφές για την παραγώγιση με πολυωνυμική διαφορά.

Η φάση δείχνει πιο ανθεκτική από τον κυματάριθμο αφού στα 0.5 m διατηρεί ακόμα τη διακριτική ικανότητα της. Για το ίδιο βήμα η καμπύλη από την κεντρική διαφορά είναι αρκετά καλή ενώ αυτή της πολυωνυμικής διαφοράς παρουσιάζει κάποια αισθητή διαφορά. Όταν το βήμα γίνεται 1 m και οι δύο τρόποι παραγώγισης εμφανίζουν μεγάλη απόκλιση από τα αναλυτικά αποτελέσματα. Παρόλα αυτά όμως μπορούμε να πούμε πως και σε αυτό το βήμα η συνάρτηση της φάσης διατηρεί σχετικά τη διακριτική ικανότητα της, σε αντίθεση με τον κυματάριθμο, ο οποίος τη χάνει τελείως.

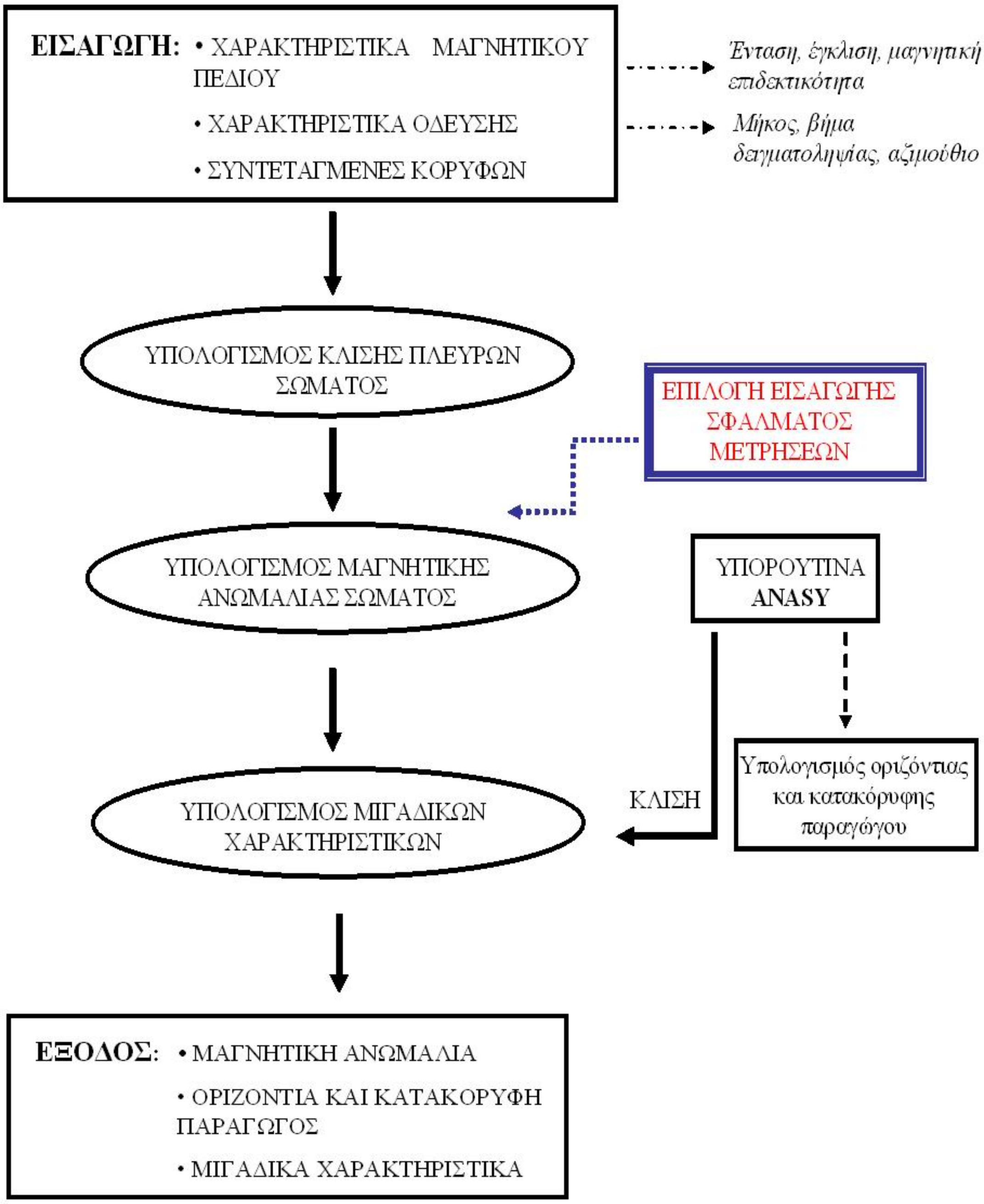
4. 4 *Σφάλματα Οργάνων*

Στις μετρήσεις υπαίθρου ένα πράγμα που δεν μπορεί σίγουρα να αποφευχθεί είναι η εισαγωγή σφαλμάτων στις μετρήσεις μας, εκ των οποίων μία κατηγορία αποτελεί ο θόρυβος από εξωτερικές πηγές, όπως ηλεκτροφόρα καλώδια και μεταλλικά αντικείμενα κοντά στην περιοχή μελέτης. Μία δεύτερη κατηγορία σφαλμάτων που υπεισέρχονται είναι τα σφάλματα του χειριστή του οργάνου, όπως λάθη χωροθέτησης, μη σταθερό βήμα δειγματοληψίας και αυξομειώσεις του ύψους του φωρατή από το έδαφος. Τέλος υπάρχουν τα σφάλματα του ιδίου οργάνου μέτρησης. Ακόμα και αν γίνει εφικτό να ελεγχθούν ή και να εξαλειφθούν τα σφάλματα που οφείλονται στις δύο πρώτες κατηγορίες που προαναφέραμε, δεν μπορεί να γίνει τίποτα για τα σφάλματα που εισάγει το όργανο μέτρησης.

Κάθε κατασκευάστρια εταιρία μαγνητομέτρων δίνει στα στοιχεία του οργάνου και το σφάλμα που εισάγει το όργανο στις μετρήσεις. Για παράδειγμα, στα μαγνητόμετρα καισίου ολικού πεδίου το συνηθισμένο σφάλμα είναι 0.02 nT και αν το μαγνητόμετρο είναι διαφορικό, έχει δηλαδή δύο αισθητήρες σε δύο διαφορετικές στάθμες, το σφάλμα που προκύπτει είναι περίπου 0.03 nT ανά απόσταση αισθητήρων. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι τα σφάλματα που εισάγει κάθε αισθητήρας είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, οπότε το συνολικό σφάλμα είναι ίσο με τη ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των δύο σφαλμάτων. Τα πυρηνικά μαγνητόμετρα ολικού πεδίου, όπως αυτά που διαθέτει το Εργαστήριο Εφαρμοσμένης Γεωφυσικής του ΑΠΘ, έχουν σφάλμα 1 nT περίπου.

Για τη μελέτη των σφαλμάτων των οργάνων η διαδικασία που ακολουθήθηκε ήταν η εξής: Στους κώδικες επεξεργασίας ο χρήστης είχε τη δυνατότητα να εισάγει μία τιμή για το RMS σφάλμα του οργάνου (για παράδειγμα 0.02 nT). Στη συνέχεια το σφάλμα αυτό προστίθεται στις τιμές της υπολογισμένης ανωμαλίας, μέσω κατάλληλης συνάρτησης δημιουργίας τυχαίων (gauss) τιμών. Η σχετική συνάρτηση *gasdev* (Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. Και Flannery B. P. 1995) παράγει τυχαίους αριθμούς με γκαουσιανή κατανομή. Το νέο διάγραμμα ροής φαίνεται στο σχήμα (4.4.1).

Στη συνέχεια εισήχθη η μαγνητική ανωμαλία με το σφάλμα στον κώδικα για να υπολογισθούν οι παράγωγοι της ανωμαλίας (οριζόντια και κατακόρυφη) και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά της. Υπάρχουν δύο λόγοι για να μην προστεθεί σφάλμα και



Σχήμα 4.4.1: Διάγραμμα ροής του νέου κώδικα "*forward.for*" μετά την εισαγωγή σφάλματος στη μαγνητική ανωμαλία. Η νέα λειτουργία φαίνεται με κόκκινα γράμματα μέσα στο μπλε πλαίσιο και δίνεται στο χρήστη ως επιλογή. Οι δύο παράγωγοι και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά υπολογίζονται χωρίς σφάλμα, όπως στον παλιό κώδικα.

στις υπόλοιπες συναρτήσεις μέσω του σχετικού κώδικα Η/Υ. Ο πρώτος έχει να κάνει με το ότι όταν πραγματοποιείται μία έρευνα σε μία περιοχή το μόνο διαθέσιμο στοιχείο είναι οι τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας, από τις οποίες με αριθμητικές μεθόδους προκύπτουν οι υπόλοιπες συναρτήσεις. Έτσι, με τον τρόπο αυτό κάναμε πιο ρεαλιστική τη μελέτη μας. Ο δεύτερος λόγος σχετίζεται με το πως μεταδίδονται τα σφάλματα από τη μαγνητική ανωμαλία στα μιγαδικά χαρακτηριστικά. Το σφάλμα στις τιμές των μιγαδικών χαρακτηριστικών εξαρτάται όχι μόνο από το σφάλμα στη μαγνητική ανωμαλία αλλά, όπως θα δούμε και στην επόμενη παράγραφο και από το ίδιο το σώμα που ψάχνουμε και την ανωμαλία που προκαλεί.

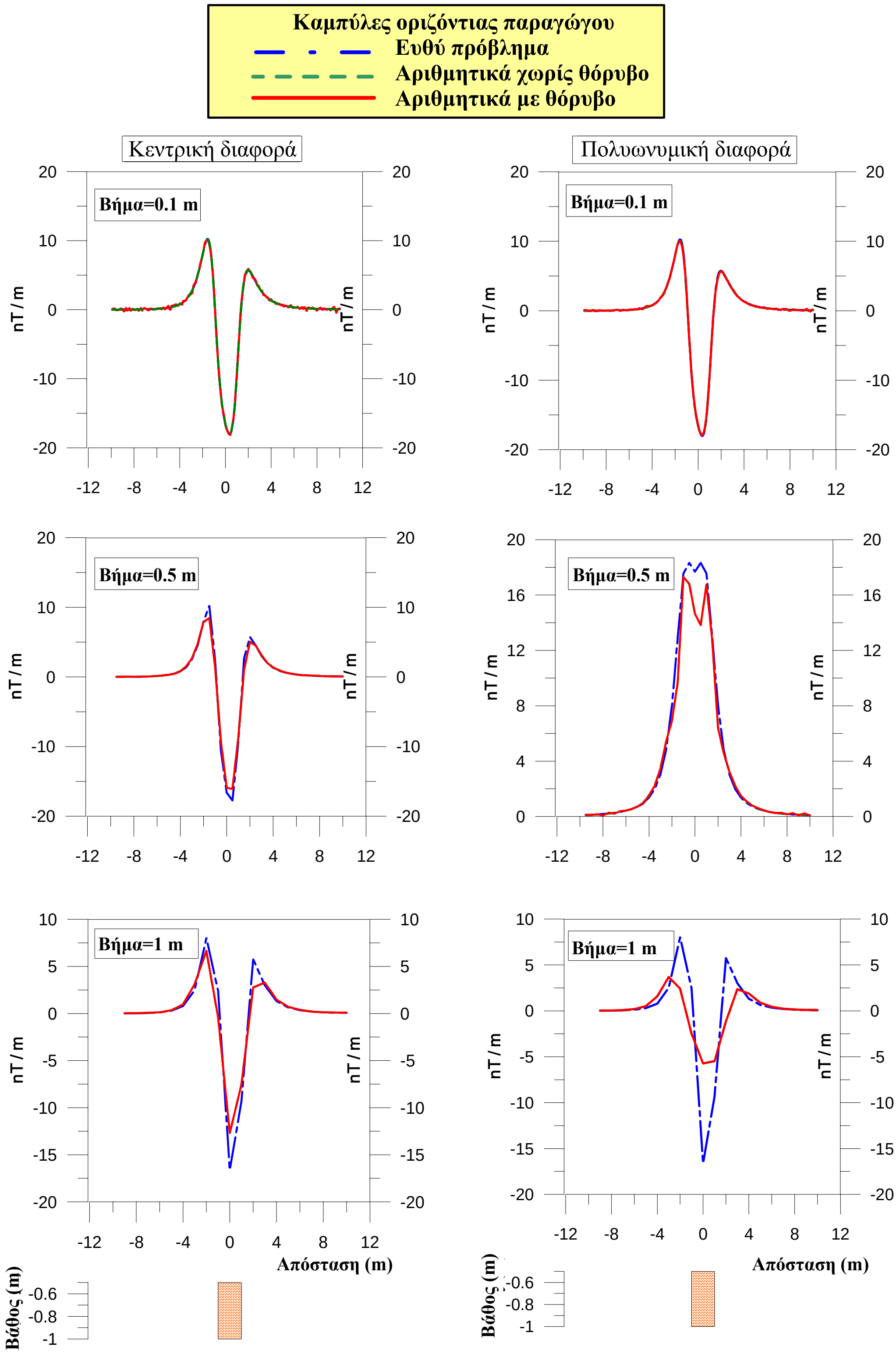
4. 4. 1 Μελέτη ανωμαλιών για συγκεκριμένη τιμή σφάλματος και διάφορα βήματα δειγματοληψίας

Αρχικά μελετήσαμε πως μεταβάλλονται οι μορφές των καμπυλών των δύο παραγώγων και των μιγαδικών χαρακτηριστικών για διάφορα βήματα δειγματοληψίας, κρατώντας μία σταθερή τιμή σφάλματος. Τα βήματα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν 0.05, 0.1, 0.2, 0.5 και 1 m. Οι τιμές σφαλμάτων που χρησιμοποιήθηκαν ήταν 0.02 και 1 nT για τα παραπάνω βήματα, καθώς και η τιμή 0.5 nT για βήματα 0.5, 1 και 2 m. Χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο του ορθογωνίου λαξεύματος διαστάσεων 2x0.5 και τα ίδια χαρακτηριστικά για το γεωμαγνητικό πεδίο που αναφέρθηκαν και σε προηγούμενη παράγραφο. Η αντίθεση επιδεκτικότητας επιλέχθηκε ίση με 0.0005 (SI) και το βάθος ταφής του σώματος ήταν 0.5 m.

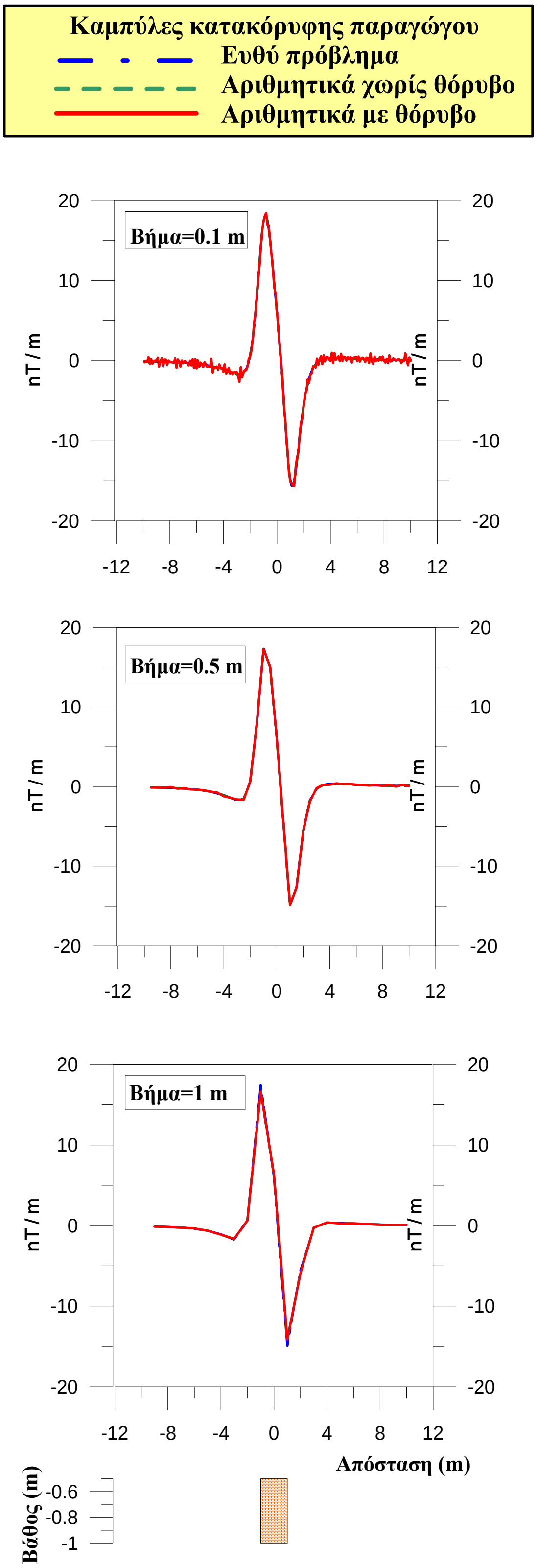
Στα σχήματα (4.4.1.1) έως (4.4.1.5) φαίνονται οι καμπύλες της οριζόντιας και κατακόρυφης παραγώγου, του πλάτους, του κυματάριθμου και της φάσης αντίστοιχα, για σφάλμα 0.02 nT και βήματα 0.1, 0.5 και 1 m. Από τα σχήματα παρατηρείται ότι καθώς το βήμα αυξάνει η απόκλιση μειώνεται, πράγμα το οποίο ήταν αναμενόμενο. Ο λόγος είναι ότι το σφάλμα της παραγώγου $\sigma_{\frac{\Delta y}{\Delta x}}$ δίνεται από τη σχέση

$$\sigma_{\frac{\Delta y}{\Delta x}} = \frac{1}{\Delta x}\sigma_{\Delta y} = \frac{\sqrt{2}}{\Delta x}\sigma_{y} \quad ,$$

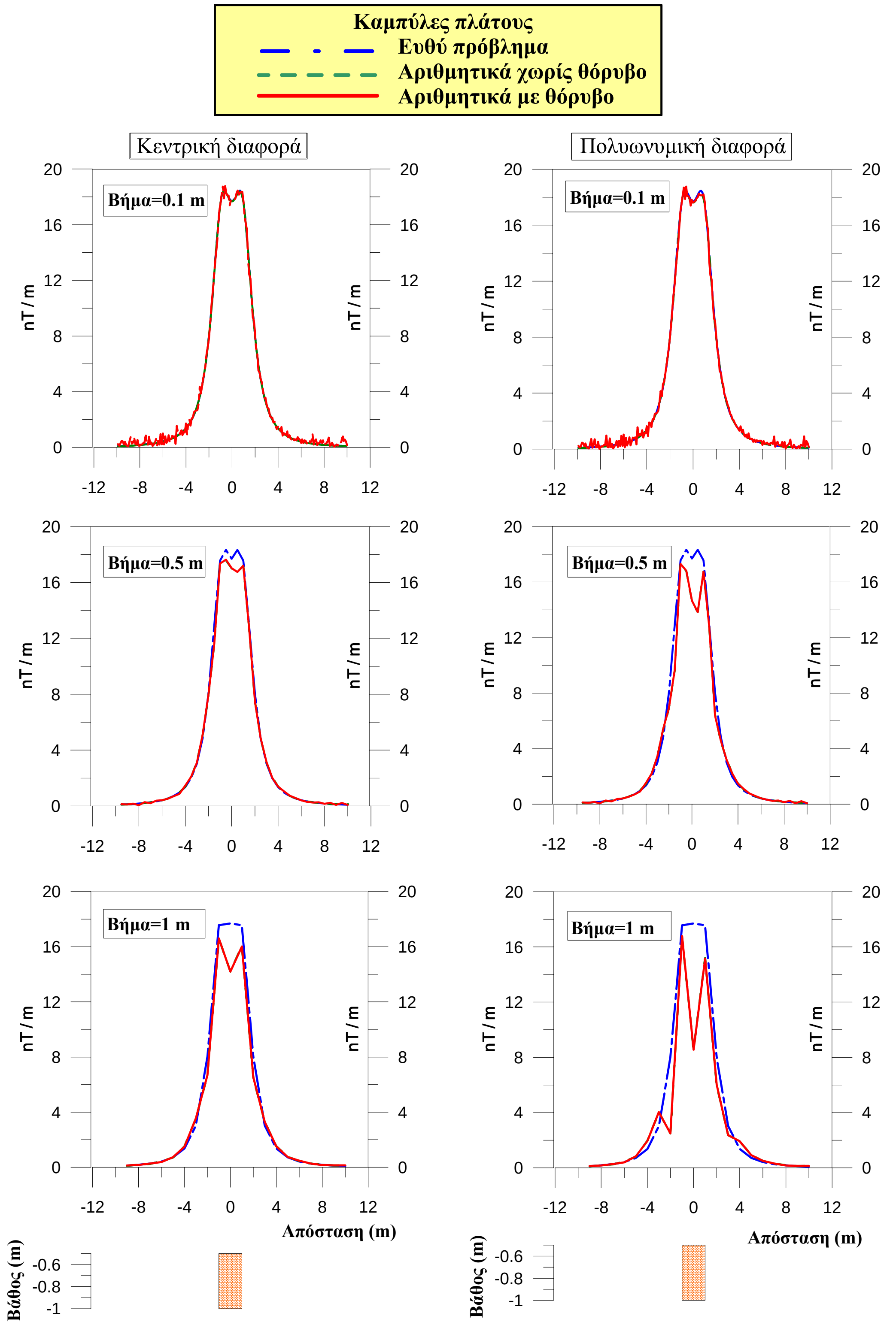
όπου $\sigma_{\Delta y}$ είναι το σφάλμα μεταξύ της διαφοράς δύο μετρήσεων, σ_y το σφάλμα του οργάνου για τη μέτρηση y και Δx το βήμα δειγματοληψίας. Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι το σφάλμα στην παράγωγο είναι αντιστρόφως ανάλογο του βήματος δειγματοληψίας, δηλαδή όσο μειώνεται το βήμα τόσο αυξάνεται το σφάλμα στην παράγωγο, συνεπώς και στις συναρτήσεις των μιγαδικών χαρακτηριστικών, οι οποίες



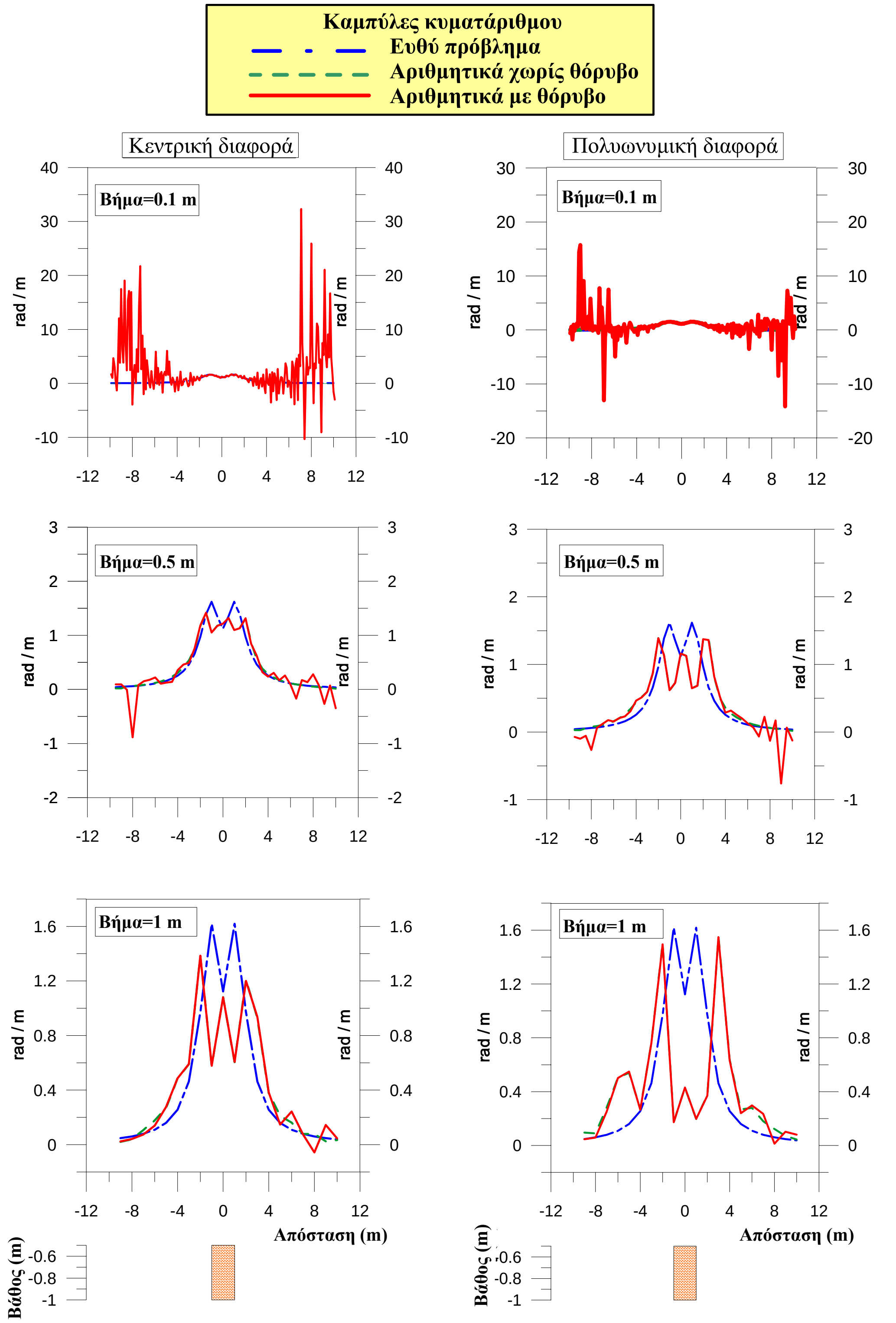
Σχήμα 4.4.1.1: Καμπύλες της οριζόντιας παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m και σφάλμα 0.02 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη) ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.



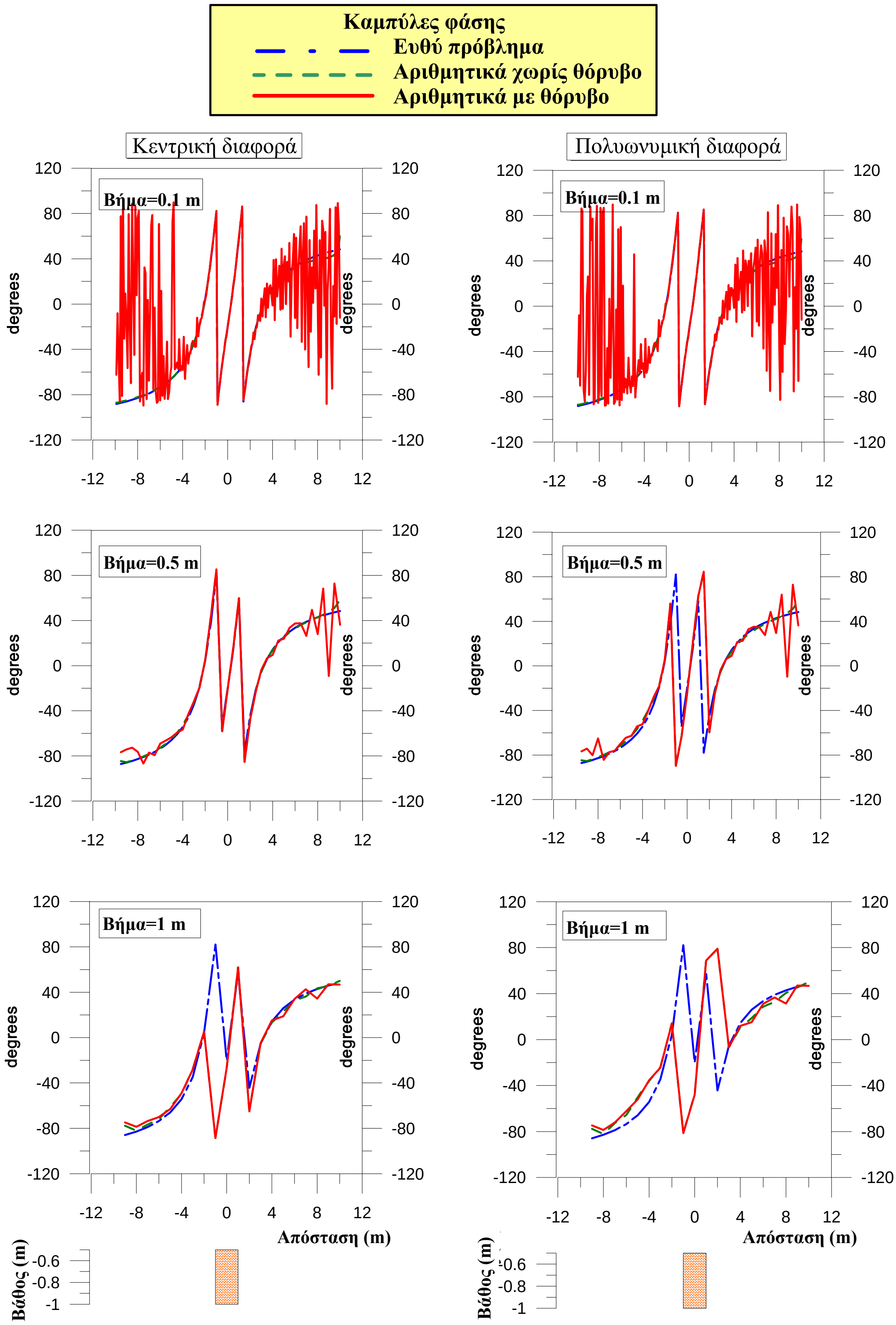
Σχήμα 4.4.1.2: Καμπύλες της οριζόντιας παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m και σφάλμα 0.02 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος , με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.



Σχήμα 4.4.1.3: Καμπύλες του πλάτους για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m και σφάλμα 0.02 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη) ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.



Σχήμα 4.4.1.4: Καμπύλες του κυματάριθμου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας 5x10^{-4} (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m και σφάλμα 0.02 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη) ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.



Σχήμα 4.4.1.5: Καμπύλες της φάσης για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήματα δειγματοληψίας 0.1, 0.5 και 1 m και σφάλμα 0.02 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη) ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.

εξαρτώνται από τις δύο παραγώγους. Επίσης η αριθμητική παραγώγιση με την πολυωνυμική διαφορά είναι πιο ανθεκτική σε σφάλματα αυτής με την κεντρική.

Έντονη εξάρτηση από το σφάλμα παρουσιάζει ο κυματάριθμος. Αυτό ήταν αναμενόμενο αφού ο κυματάριθμος περιέχει και δεύτερες παραγώγους, οι οποίες είναι αρκετά ευαίσθητες στο θόρυβο. Επίσης έντονος θόρυβος εμφανίζεται και στα άκρα της καμπύλης του κυματάριθμου, ειδικά για το βήμα των 0.1 m αλλά και στα 0.5 m, εκεί όπου οι τιμές της συνάρτησης είναι πολύ μικρές. Παρόμοια αποτελέσματα παρουσιάζουν και οι καμπύλες της φάσης.

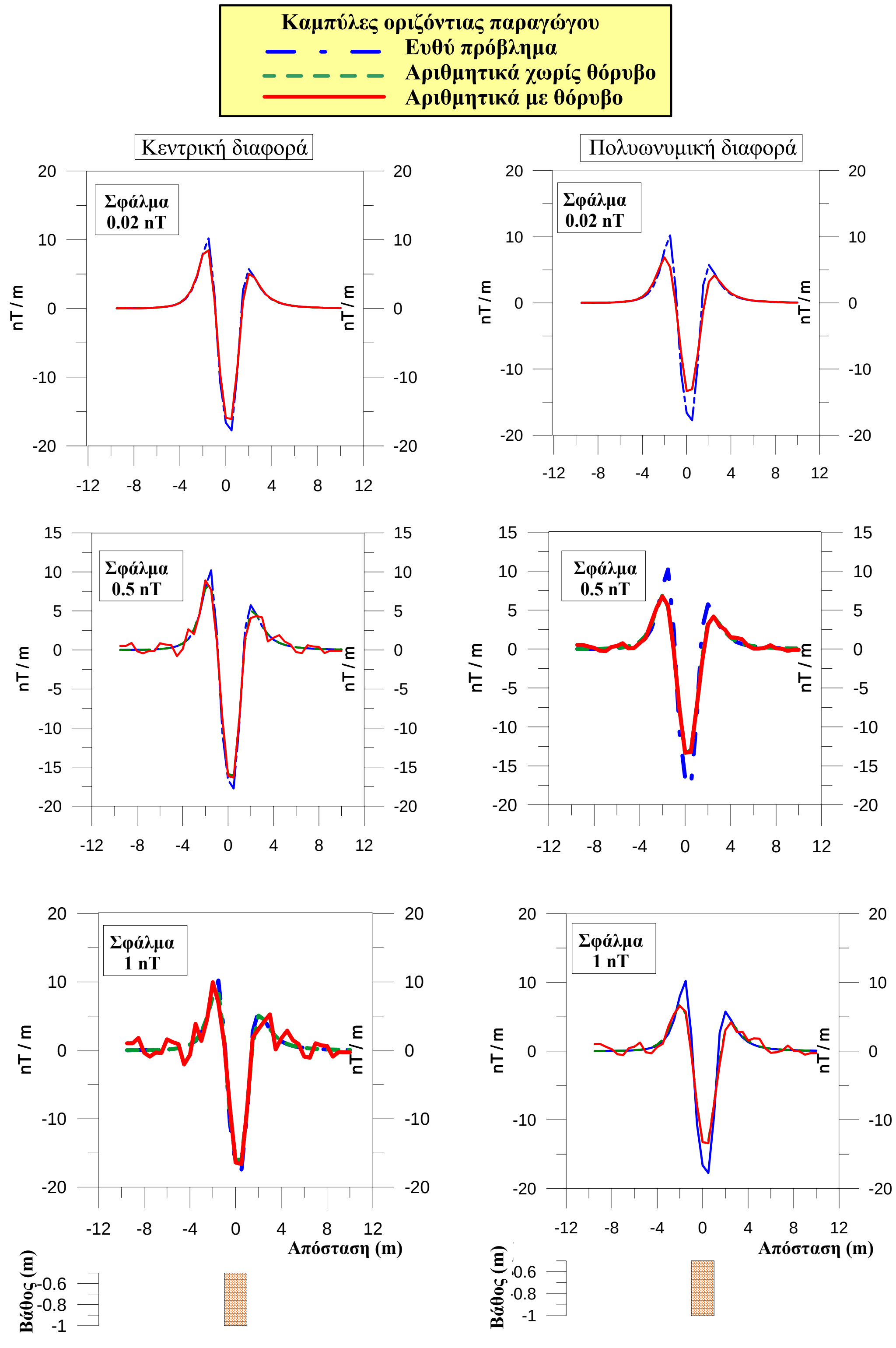
Ανάλογα αποτελέσματα ισχύουν και για τις υπόλοιπες τιμές σφάλματος και βημάτων δειγματοληψίας. Βεβαίως ο θόρυβος είναι πολύ πιο σημαντικός για τις τιμές σφάλματος των 0.5 και 1 nT και σε πολύ μικρά βήματα δειγματοληψίας, όπως 0.05 και 0.1 m, που οι καμπύλες των ανωμαλιών δεν είναι καθόλου εμφανείς, όπως στην περίπτωση του κυματάριθμου και της φάσης.

4. 4. 2 Μελέτη ανωμαλιών για συγκεκριμένο βήμα δειγματοληψίας και διάφορες τιμές σφάλματος οργάνου

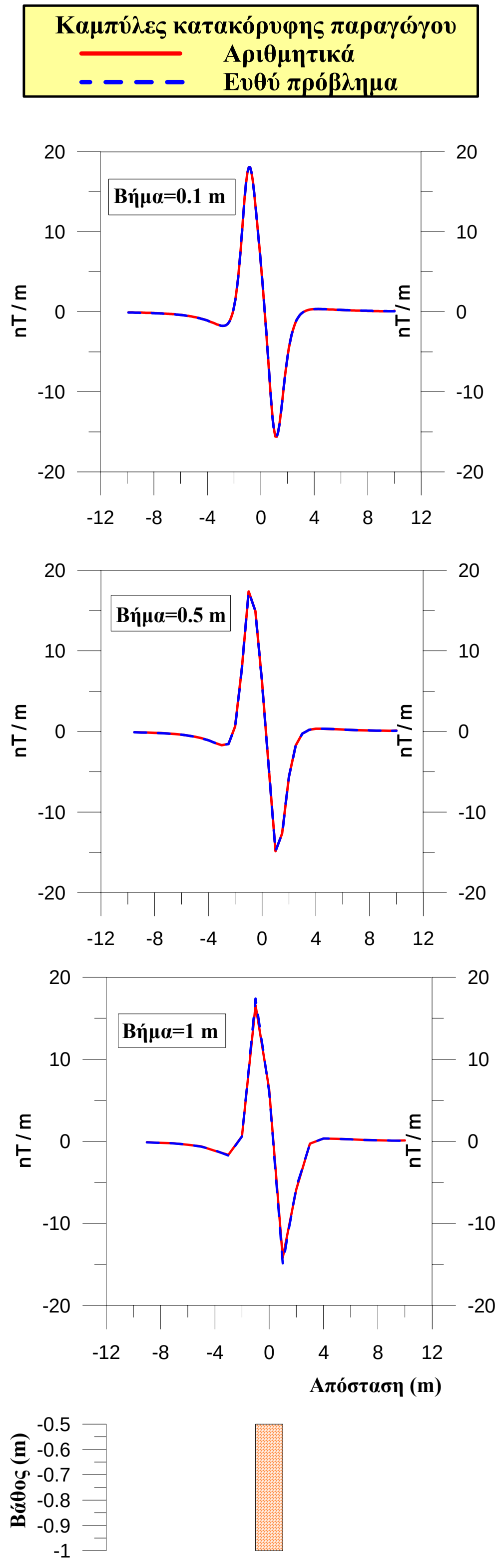
Στη συνέχεια θα μελετηθεί το πως μεταβάλλονται οι καμπύλες των ανωμαλιών για διάφορα βήματα δειγματοληψίας με σταθερή την τιμή σφάλματος. Στα σχήματα (4.4.2.1) έως (4.4.2.5) φαίνονται οι καμπύλες των δύο παραγώγων και των μιγαδικών χαρακτηριστικών για βήμα δειγματοληψίας 0.5 m και σφάλματα 0.02, 0.5 και 1 nT.

Καθώς το σφάλμα αυξάνει οι καμπύλες γίνονται πιο δισδιάκριτες, όπως αναμενόταν. Έντονο πρόβλημα παρουσιάζουν ο κυματάριθμος και η φάση για σφάλματα 0.5 και 1 nT. Οι μορφές των δύο αυτών συναρτήσεων χάνονται σχεδόν μέσα στο θόρυβο, με αποτέλεσμα να φαίνεται από αυτό το παράδειγμα ότι για αυτό το βήμα δειγματοληψίας και για μαγνητόμετρα με σφάλματα 0.5 και 1 nT να μην είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν σε καμία ερμηνεία μαγνητικών δεδομένων (στην επόμενη παράγραφο θα ασχοληθούμε με το ζήτημα της κατάλληλων «συνθηκών» για τη χρήση της κάθε συνάρτησης).

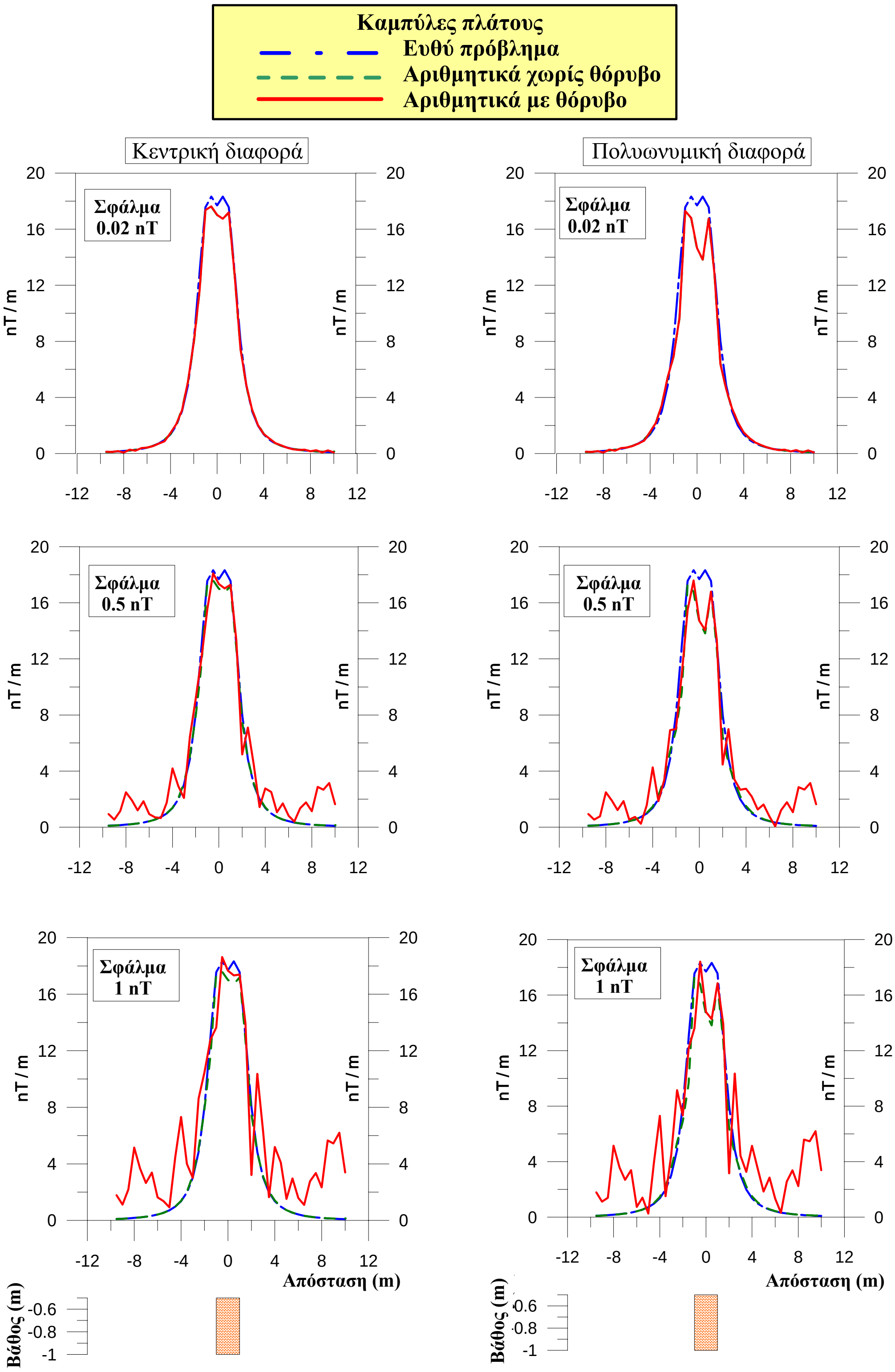
Οι καμπύλες των δύο παραγώγων και του πλάτους φαίνονται σχετικά καλές, παρόλα τα μεγάλα σφάλματα. Φαίνεται πως αυτές επηρεάζονται κυρίως στα άκρα



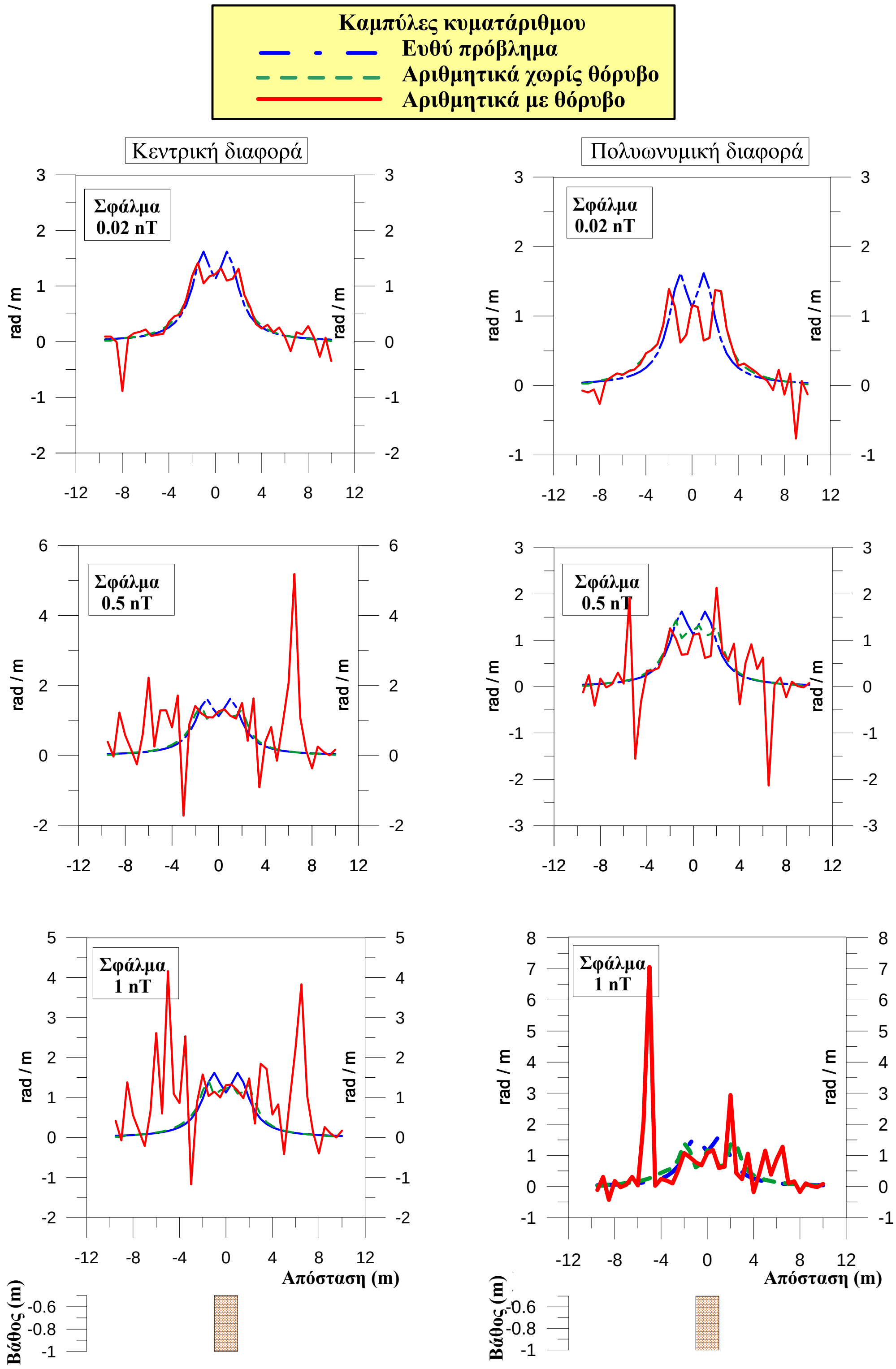
Σχήμα 4.4.2.1: Καμπύλες της οριζόντιας παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήμα 0.5 m και σφάλματα 0.02, 0.5 και 1 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη) ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.



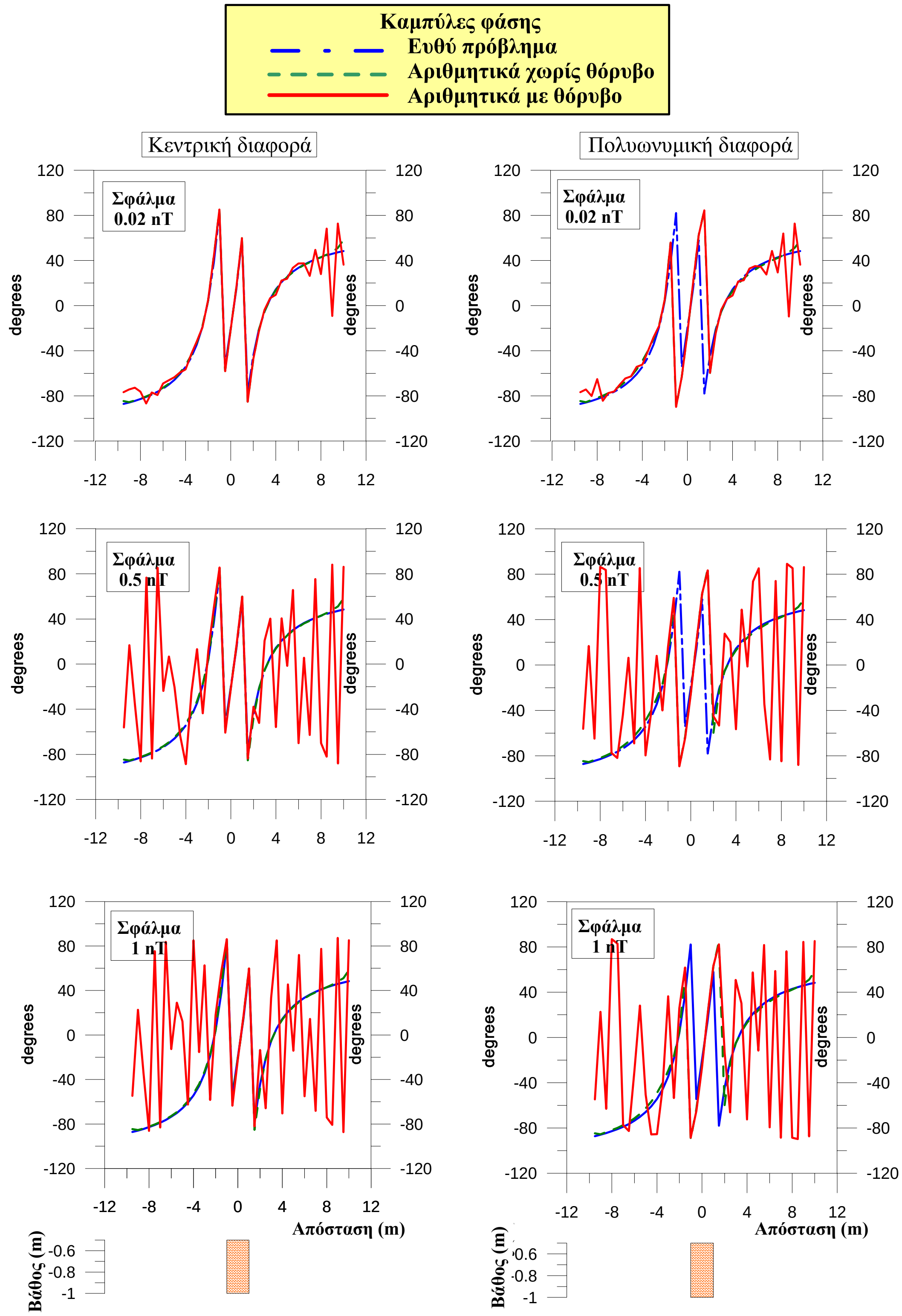
Σχήμα 4.4.2.2: Καμπύλες της κατακόρυφης παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήμα 0.5 m και σφάλματα 0.02, 0.5 και 1 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.



Σχήμα 4.4.2.3: Καμπύλες της οριζόντιας παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήμα 0.5 m και σφάλματα 0.02, 0.5 και 1 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη) ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.



Σχήμα 4.4.2.4: Καμπύλες της οριζόντιας παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ (SI), για βήμα 0.5 m και σφάλματα 0.02, 0.5 και 1 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη) ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.



Σχήμα 4.4.2.5: Καμπύλες της οριζόντιας παραγώγου για ένα ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, αντίθεσης επιδεκτικότητας 5x10^{-4} (SI), για βήμα 0.5 m και σφάλματα 0.02, 0.5 και 1 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη που προκύπτει με επίλυση του ευθέος προβλήματος, με πράσινη διακεκομμένη παριστάνονται οι αριθμητικοί υπολογισμοί κατευθείαν στη μαγνητική ανωμαλία, χωρίς σφάλμα, με την κεντρική (αριστερή στήλη) ή την πολυωνυμική διαφορά (δεξιά στήλη) ενώ με την κόκκινη συνεχή γραμμή οι αριθμητικοί υπολογισμοί με σφάλμα.

(απουσία σήματος που να προκαλεί ανωμαλία) και η μορφή τους είναι σχετικά ευκρινής. Πρέπει να παρατηρηθεί πως στις καμπύλες των τριών συναρτήσεων φαίνεται και το σφάλμα λόγω διακριτοποίησης που μελετήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο.

4. 5 *Μελέτη Συνολικού Σφάλματος*

Το σφάλμα στις τιμές που παρατηρείται κατά τη διάρκεια της ερμηνείας των μαγνητικών δεδομένων είναι συνδυασμός του σφάλματος που οφείλεται στη διακριτοποίηση και στο σφάλμα των οργάνων. Η μελέτη του ολικού αυτού σφάλματος μελετήθηκε με δύο τρόπους. Αυτό γιατί, όπως θα δειχθεί παρακάτω, το σφάλμα που μεταδίδεται από τη μαγνητική ανωμαλία στις δύο παραγώγους είναι ανεξάρτητο από το μαγνητισμένο σώμα, σε αντίθεση με τα σφάλματα που μεταδίδονται στα μιγαδικά χαρακτηριστικά.

Αν σ_M είναι το ολικό σφάλμα της μαγνητικής ανωμαλίας και M_0 η ανωμαλία που προκύπτει από τις αναλυτικές σχέσεις, τότε η ολική ανωμαλία M που μετρείται δίνεται από τη σχέση

$$M = M_0 + \sigma_M \quad . \tag{4.3}$$

Η παράγωγος της ολικής ανωμαλίας ως προς τη συντεταγμένη x_i είναι

$$\frac{\partial M}{\partial x_i} = \frac{\partial (M_0 + \sigma_M)}{\partial x_i} = \frac{\partial M_0}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_M}{\partial x_i} \quad . \tag{4.4}$$

Άρα η παράγωγος της ολικής ανωμαλίας είναι ίση με την παράγωγο της ανωμαλίας με βάση τις αναλυτικές σχέσεις και την παράγωγο του σφάλματος της μαγνητικής ανωμαλίας. Δηλαδή το σφάλμα στην παράγωγο είναι απλά η παράγωγος του σφάλματος, πράγμα αναμενόμενο αφού η παράγωγος είναι ένας γραμμικός τελεστής.

Για τον υπολογισμό του συνολικού σφάλματος στις δύο παραγώγους, οριζόντια και κατακόρυφη τέθηκε η επιδεκτικότητα του σώματος ίση με μηδέν και δόθηκε μία τιμή στο σφάλμα. Οι τιμές που δόθηκαν είναι οι προαναφερθείσες τιμές των 0.02 και 1 nT. Ο μηδενισμός της επιδεκτικότητας σημαίνει ότι στο μοντέλο μας δεν υπάρχει σώμα, αλλά μόνο θόρυβος. Στη συνέχεια εισήχθησαν οι τιμές του θορύβου και υπολογίστηκε η οριζόντια και κατακόρυφη παράγωγο του σφάλματος.

Για τον υπολογισμό του σφάλματος των μιγαδικών χαρακτηριστικών χρειάστηκε να ακολουθηθεί άλλη μέθοδος. Το πλάτος του αναλυτικού σήματος, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο πρώτο κεφάλαιο, δίνεται από τη σχέση

$$|A(x)| = \left(\left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial z} \right)^2 \right)^{1/2} . \tag{4.5}$$

Το σφάλμα σ_f μίας συνάρτησης $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ δίνεται από τη σχέση

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2} , \tag{4.6}$$

όπου σ_{x_i} είναι το σφάλμα στην εξαρτημένη μεταβλητή x_i. Από τις σχέσεις (4.5) και (4.6) και $T = \frac{\partial M}{\partial x}$ και $T_1 = \frac{\partial M}{\partial z}$, υπολογίζεται το σφάλμα στο πλάτος, το οποίο είναι

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \left[\left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)^2 \sigma_T^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial T_1} \right)^2 \sigma_{T_1}^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[\left(\frac{1}{2A} 2T \right)^2 \sigma_T^2 + \left(\frac{1}{2A} 2T_1 \right)^2 \sigma_{T_1}^2 \right]^{1/2} \\ &= \frac{1}{A} \sqrt{ \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)^2 \sigma_{\frac{\partial M}{\partial x}}^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial z} \right)^2 \sigma_{\frac{\partial M}{\partial z}}^2 } . \end{aligned} \tag{4.7}$$

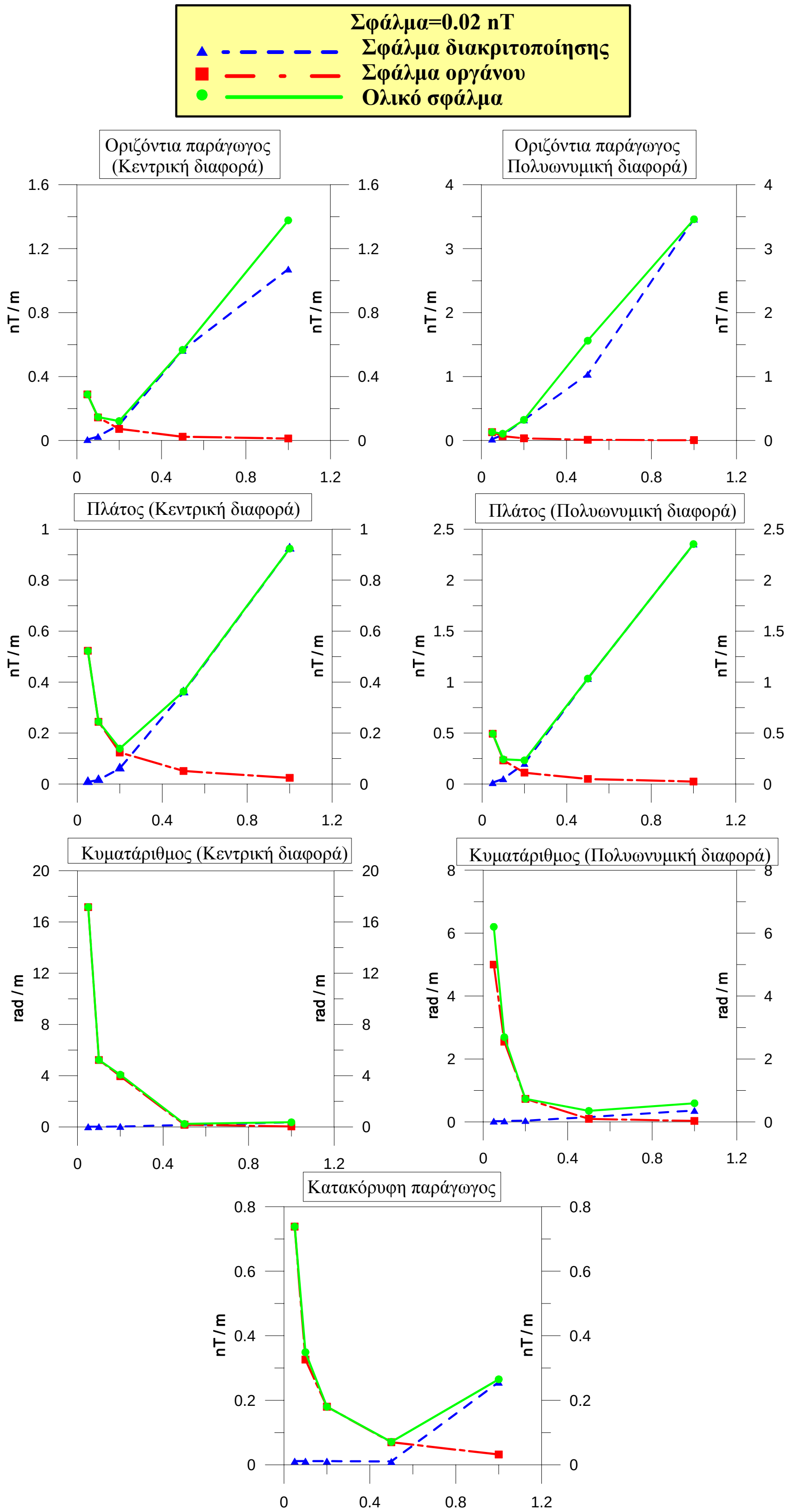
Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι το σφάλμα στο πλάτος δεν εξαρτάται μόνο από το σφάλμα στην κάθε παράγωγο αλλά και από τις συναρτήσεις των παραγώγων και τη συνάρτηση του πλάτους, οι οποίες συναρτήσεις εξαρτώνται από το μαγνητισμένο σώμα (δηλαδή και την επιδεκτικότητα). Άρα και το σφάλμα στο πλάτος εξαρτάται από το μαγνητισμένο σώμα. Ανάλογα μπορεί να δειχθεί ότι και τα σφάλματα στις συναρτήσεις της φάσης και του κυματάριθμου εξαρτώνται έντονα από το σώμα που παράγει τη μαγνητική ανωμαλία.

Ο τρόπος που υπολογίστηκαν τα σφάλματα στα μιγαδικά χαρακτηριστικά ήταν ο εξής: χρησιμοποιήθηκαν τα μιγαδικά χαρακτηριστικά χωρίς σφάλμα, τα οποία προέρχονται από τις αναλυτικές σχέσεις και δεν περιείχαν κανένα σφάλμα, ούτε του οργάνου αλλά και ούτε διακριτοποίησης. Στη συνέχεια υπολογίστηκαν τα μιγαδικά χαρακτηριστικά μέσω για τις τιμές των σφαλμάτων και των βημάτων δειγματοληψίας που προαναφέραμε. Για μαγνητισμένο σώμα χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο του ορθογώνιου λαξεύματος διαστάσεων 2x0.5. Αφαιρώντας τα μιγαδικά χαρακτηριστικά χωρίς σφάλμα από αυτά με σφάλμα προέκυψαν οι τιμές σφάλματος για το πλάτος, τον κυματάριθμο και τη φάση, για κάθε τιμή σφάλματος και βήματος δειγματοληψίας.

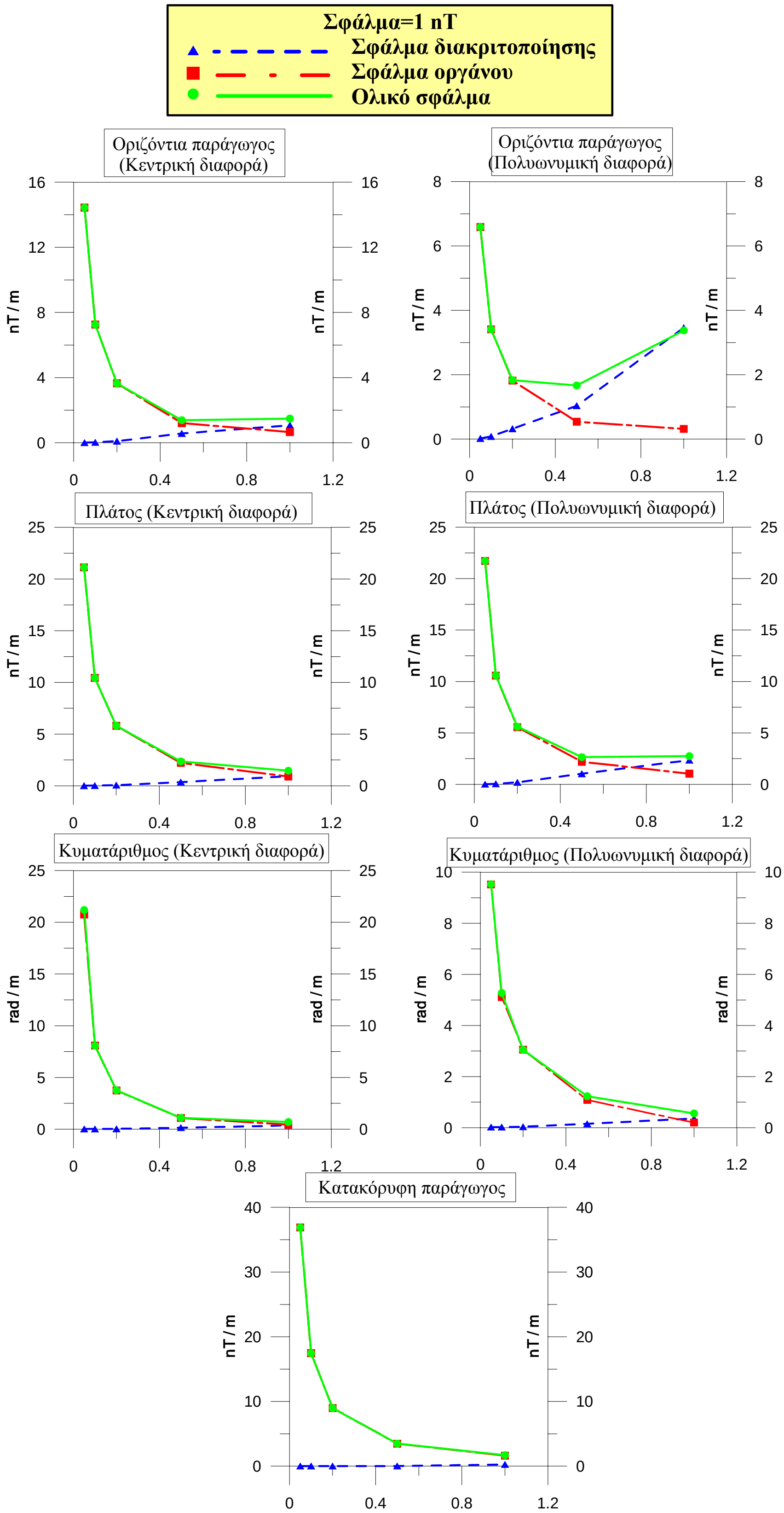
Στη συνέχεια από το ιστόγραμμα των τιμών του σφάλματος, προσαρμόζοντας μία κανονική συνάρτηση Gauss, υπολογίστηκε το σφάλμα που εισάγεται στην αντίστοιχη ανωμαλία, πλάτος ή κυματάριθμος, για μία συγκεκριμένη τιμή σφάλματος οργάνου και βήματος δειγματοληψίας. Να σημειώσουμε ότι το τελευταίο βήμα δεν εφαρμόστηκε για τη φάση. Ο λόγος είναι ότι η φάση, ως η αντίστροφη εφαπτομένη του λόγου της κατακόρυφης προς την οριζόντια παράγωγο δεν επιδέχεται τέτοιου είδους στατιστική επεξεργασία. Να αναφερθεί επίσης ότι αυτός ο τρόπος εύρεσης του ολικού σφάλματος, δηλαδή αφαίρεση συνάρτησης χωρίς σφάλμα από την αντίστοιχη συνάρτηση με σφάλμα και στη συνέχεια προσαρμογή στις τιμές που προκύπτουν κανονικής συνάρτησης Gauss, δοκιμάστηκε και για τις συναρτήσεις των δύο παραγώγων, για κάποιες τιμές σφάλματος και βήματος δειγματοληψίας, και προέκυψαν τα ίδια ακριβώς αποτελέσματα με την αρχική μέθοδο, δηλαδή παραγώγιση των τιμών του σφάλματος, όπως και αναμενόταν.

Το τελικό βήμα περιελάμβανε το σχεδιασμό των καμπυλών του σφάλματος συναρτήσει του βήματος δειγματοληψίας, για μία συγκεκριμένη τιμή σφάλματος οργάνου. Οι καμπύλες αυτές φαίνονται στα σχήματα (4.5.1) και (4.5.2), για σφάλματα οργάνων 0.02 και 1 nT αντίστοιχα. Επίσης στους πίνακες …….

Το ολικό σφάλμα σε κάθε ανωμαλία εξαρτάται τόσο από το σφάλμα εξαιτίας της διακριτοποίησης, όσο και το σφάλμα του οργάνου. Επειδή όμως τα δύο αυτά είδη σφαλμάτων είναι πρακτικά ανεξάρτητα μεταξύ τους, το ολικό σφάλμα αναμένεται να είναι ίσο με τη ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των δύο σφαλμάτων. Αν σ_S



Σχήμα 4.5.1: Καμπύλες ολικού σφάλματος για σφάλμα οργάνου 0.02 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη του σφάλματος μεταξύ αριθμητικών υπολογισμών χωρίς σφάλμα και του ευθέως προβλήματος(σφάλμα διακριτοποίησης), με κόκκινη διακεκομμένη παριστάνονται το σφάλμα των αριθμητικών υπολογισμών με θόρυβο και χωρίς(σφάλμα οργάνου), για την κεντρική και την πολυωνυμική διαφορά, και με την πράσινη συνεχή η καμπύλη του ολικού σφάλματος.



Σχήμα 4.5.2: Καμπύλες ολικού σφάλματος για σφάλμα οργάνου 1 nT. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η καμπύλη του σφάλματος μεταξύ αριθμητικών υπολογισμών χωρίς σφάλμα και του ευθέως προβλήματος(σφάλμα διακριτοποίησης), με κόκκινη διακεκομμένη παριστάνονται το σφάλμα των αριθμητικών υπολογισμών με θόρυβο και χωρίς(σφάλμα οργάνου), για την κεντρική και την πολυωνυμική διαφορά, και με την πράσινη συνεχή η καμπύλη του ολικού σφάλματος.

Πίνακας 4.5.Ι: Πίνακας τιμών ολικού σφάλματος (nT) των δύο παραγώγων, του πλάτους και του κυματάριθμου (για την κεντρική και την πολυωνυμική διαφορά), για σφάλμα οργάνου 0.02 nT και ορθογώνιο λάξευμα 2x0.5 m^2 , επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ SI και για βήματα δειγματοληψίας 0.05, 0.1, 0.2, 0.5 και 1 m.

ΣΦΑΛΜΑ ΟΡΓΑΝΟΥ 0.02 nT					
Βήμα / Ανωμαλία	0.05	0.1	0.2	0.5	1
Οριζόντια Παράγωγος (Κεντρική Διαφορά)	0.289	0.147	0.122	0.567	1.377
Οριζόντια Παράγωγος (Πολυωνυμική Διαφορά)	0.133	0.107	0.324	1.561	3.460
Κατακόρυφη Παράγωγος	0.738	0.349	0.180	0.071	0.265
Πλάτος (Κεντρική Διαφορά)	0.522	0.245	0.139	0.363	0.924
Πλάτος (Πολυωνυμική Διαφορά)	0.493	0.242	0.232	1.034	2.354
Κυματάριθμος (Κεντρική Διαφορά)	17.159	5.235	4.077	0.238	0.367
Κυματάριθμος (Πολυωνυμική Διαφορά)	6.199	2.692	0.734	0.352	0.593

Πίνακας 4.5.ΙΙ: Πίνακας τιμών ολικού σφάλματος (nT) των δύο παραγώγων, του πλάτους και του κυματάριθμου (για την κεντρική και την πολυωνυμική διαφορά), για σφάλμα οργάνου 1 nT και ορθογώνιο λάξευμα 2x0.5 m^2 , επιδεκτικότητας $5x10^{-4}$ SI και για βήματα δειγματοληψίας 0.05, 0.1, 0.2, 0.5 και 1 m.

ΣΦΑΛΜΑ ΟΡΓΑΝΟΥ 1 nT					
Βήμα / Ανωμαλία	0.05	0.1	0.2	0.5	1
Οριζόντια Παράγωγος (Κεντρική Διαφορά)	14.436	7.256	3.646	1.383	1.452
Οριζόντια Παράγωγος (Πολυωνυμική Διαφορά)	6.587	3.409	1.833	1.667	3.377
Κατακόρυφη Παράγωγος	36.885	17.449	8.983	3.477	1.691
Πλάτος (Κεντρική Διαφορά)	21.129	10.443	5.813	2.359	1.458
Πλάτος (Πολυωνυμική Διαφορά)	21.723	10.591	5.603	2.645	2.745
Κυματάριθμος (Κεντρική Διαφορά)	21.180	8.072	3.764	1.108	0.698
Κυματάριθμος (Πολυωνυμική Διαφορά)	9.532	5.273	3.049	1.234	0.563

είναι το σφάλμα λόγω διακριτοποίησης και σ_I το σφάλμα του οργάνου, τότε το ολικό σφάλμα σ_F είναι

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma_M^2 + \sigma_I^2} \quad . \tag{4.8}$$

Το σφάλμα λόγω διακριτοποίησης αυξάνει όσο αυξάνει και το βήμα δειγματοληψίας ενώ αντίθετα το σφάλμα που εισάγεται λόγω της ακρίβειας του οργάνου μειώνεται. Άρα με βάση και τη σχέση (4.8) αναμενόταν μία παραβολοειδής μορφή για το ολικό σφάλμα, η καμπύλη του οποίου θα παρουσιάζει ένα ελάχιστο για κάποια τιμή του βήματος δειγματοληψίας. Από τις καμπύλες των σχημάτων (4.5.1) και (4.5.2) φαίνεται ότι γενικά η συμπεριφορά αυτή παρατηρείται. Στις περιπτώσεις όπου η καμπύλη του ολικού σφάλματος φαίνεται να είναι μία συνεχώς φθίνουσα συνάρτηση, αυτό δε σημαίνει ότι έχουμε απόκλιση από τη αναμενόμενη συμπεριφορά, απλά το ελάχιστο πιθανότατα θα εμφανίζεται σε κάποια μεγαλύτερη τιμή βήματος δειγματοληψίας.

Η γενική συμπεριφορά που παρατηρείται από τα δύο παραπάνω σχήματα είναι ότι το ελάχιστο στην καμπύλη του ολικού σφάλματος μετατοπίζεται προς μεγαλύτερα βήματα δειγματοληψίας καθώς αυξάνει το σφάλμα του οργάνου, πράγμα που συμβαίνει και αν χρησιμοποιήσουμε την κεντρική διαφορά αντί για την πολυωνυμική. Η καμπύλη του σφάλματος για την οριζόντια παράγωγο παρουσιάζει ελάχιστο για μαγνητόμετρα καισίου (σφάλμα 0.02 nT) σε βήμα 0.2 m για την κεντρική διαφορά και 0.1 m για την πολυωνυμική. Για τα ίδια μαγνητόμετρα η κατακόρυφη παράγωγος εμφανίζει ελάχιστο στα 0.5 m. Για πυρηνικά μαγνητόμετρα, όπου το σφάλμα τους είναι 1 nT, η οριζόντια παράγωγος για την πολυωνυμική διαφορά παρουσιάζει ελάχιστο στα 0.5 m, ενώ για την κεντρική διαφορά δε φαίνεται κάτι τέτοιο, αν και με βάση τις προηγούμενες καμπύλες αυτό έπρεπε να βρίσκεται στο 1 m, όπως συμβαίνει και με την κατακόρυφη παράγωγο η οποία με τη σειρά της δεν παρουσιάζεται ελάχιστο, για την οποία μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το ελάχιστο θα εμφανίζεται σε μεγαλύτερη τιμή βήματος δειγματοληψίας από το 1 m. Από τις καμπύλες των παραπάνω σχημάτων και με βάση το γεγονός ότι τα σφάλματα των δύο παραγώγων είναι ανεξάρτητα της μαγνήτισης των σωμάτων, μπορούν να εξαχθούν οι παρακάτω εμπειρικές σχέσεις για τα σφάλματα της οριζόντιας παραγώγου

$$\sigma_{\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial x}} = \frac{0.73}{a} \cdot \sigma_I \qquad \text{(κεντρική διαφορά),}$$

$$\sigma_{\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial x}} = \frac{0.34}{a} \cdot \sigma_I \qquad \text{(πολυωνυμική διαφορά),} \tag{4.9}$$

και για την κατακόρυφη παράγωγο

$$\sigma_{\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial z}} = \frac{1.74}{a} \cdot \sigma_I \ . \tag{4.10}$$

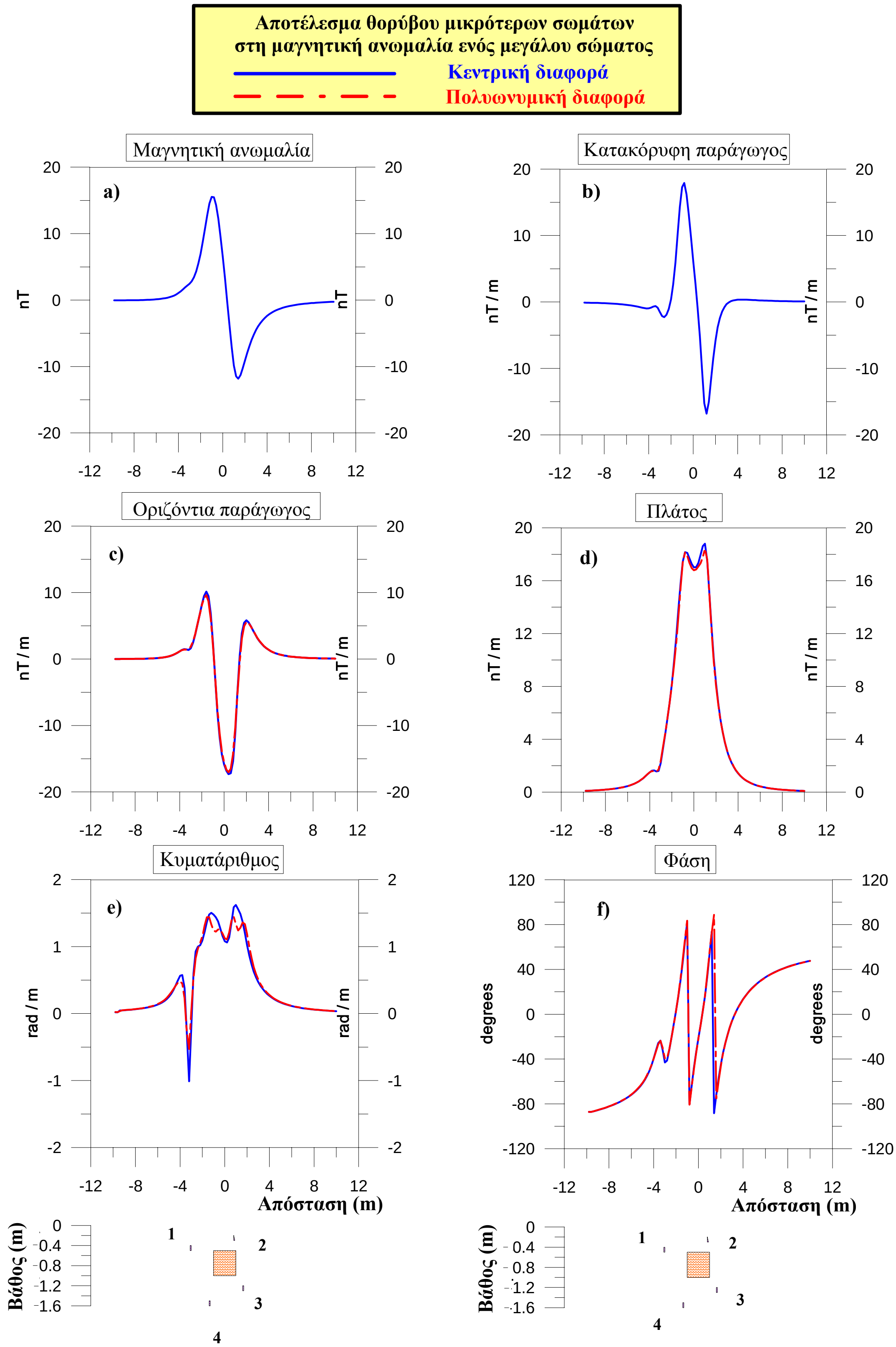
όπου σ_I το σφάλμα του οργάνου.

Για το πλάτος και τον κυματάριθμο δεν μπορούν να προκύψουν αντίστοιχες σχέσεις αφού, όπως ήδη δείξαμε, τα σφάλματα τους εξαρτώνται από το μαγνητισμένο σώμα (επιδεκτικότητα). Ανάλογα όμως συμπεράσματα με αυτά των παραγώγων μπορούμε να εξάγουμε και για το πλάτος και τον κυματάριθμο. Για μαγνητόμετρα καισίου το πλάτος εμφανίζει ελάχιστο στις ίδιες τιμές βήματος με αυτά της οριζόντιας παραγώγου, ενώ για πυρηνικά μαγνητόμετρα σε μεγαλύτερες τιμές.

Ο κυματάριθμος παρουσιάζει ελάχιστο σε μεγάλες τιμές βήματος δειγματοληψίας, πάνω από 1 m. Μόνο για μαγνητόμετρα καισίου και για την αριθμητική παραγώγιση με την πολυωνυμική διαφορά παρουσιάζει ελάχιστο στα 0.5 m βήματος δειγματοληψίας. Αυτό το φαινόμενο, δηλαδή το να παρουσιάζει ο κυματάριθμος ελάχιστο στην καμπύλη σφάλματος του σε μεγάλα βήματα δειγματοληψίας, οφείλεται στο ότι ο κυματάριθμος είναι αρκετά πιο ευαίσθητος στο θόρυβο του οργάνου, όπως φαίνεται και στα τρία σχήματα, και η επίδραση του οποίου μειώνεται σημαντικά σε μεγάλα βήματα δειγματοληψίας.

4. 6 *Θόρυβος που προκαλείται από μικροαντικείμενα στην περιοχή έρευνας*

Ένα είδος θορύβου που συναντάται πολύ συχνά στην έρευνα είναι αυτός που δημιουργείται από μικροαντικείμενα γύρω από τα σώματα στόχους που ψάχνουμε. Έτσι σαν τελευταίο μέρος της μελέτης μας για τα σφάλματα ήταν να μελετήσουμε



Σχήμα 4.6.1: Μορφές ανωμαλίας για ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5, γύρω από το οποίο είναι διασκορπισμένα τέσσερα μικρότερα τετραγωνικά σώματα διαστάσεων 0.5x0.5. Στο σχήμα φαίνονται a) η μαγνητική ανωμαλία, b) η κατακόρυφη παράγωγος, c) η οριζόντια παράγωγος, d) το πλάτος, e) ο κυματάριθμος και f) η φάση. Με μπλε συνεχή παριστάνονται οι καμπύλες από την κεντρική διαφορά (εκτός της μαγνητικής ανωμαλίας και της κατακόρυφης παραγώγου) και με κόκκινη διακεκομμένη οι καμπύλες από την πολυωνυμική.

την επίδραση μικρών σωμάτων γύρω από το κυρίως σώμα στόχος που χρησιμοποιούμε.

Σαν κύριο σώμα χρησιμοποιήσαμε το ορθογώνιο σώμα διαστάσεων 2x0.5. Γύρω από το σώμα τοποθετήσαμε τέσσερα μικρά σώματα, τετραγωνικού σχήματος και διαστάσεων 0.5x0.5 m^2, ίδιας αντίθεσης επιδεκτικότητας με το κυρίως σώμα. Και πάλι τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της όδευσης και τα χαρακτηριστικά του τοπικού γεωμαγνητικού πεδίου ήταν αυτά της περιοχής της Θεσσαλονίκης, που χρησιμοποιήθηκαν και στις προηγούμενες περιπτώσεις. Επειδή ο κώδικας *"fortran.for"* δε δέχεται παραπάνω από ένα σώμα, υπολογίσαμε τη μαγνητική ανωμαλία για κάθε ένα από τα πέντε σώματα χωριστά, το μεγάλο και τα τέσσερα μικρότερα (οι συντεταγμένες τους φαίνονται στο σχήμα (4.6.1)), προσθέσαμε τις ανωμαλίες και στη συνέχεια τις εισάγαμε στο πρόγραμμα *"numeric.for"* για να υπολογίσουμε τις δύο παραγώγους και τα μιγαδικά χαρακτηριστικά. Το βήμα δειγματοληψίας που χρησιμοποιήθηκε ήταν 0.2 m, ώστε να μην παρουσιαστεί ο παράγοντας της διακριτοποίησης. Οι καμπύλες που προέκυψαν φαίνονται στο σχήμα (4.6.1).

Καταρχήν φαίνεται στις εικόνες του παραπάνω σχήματος ότι τα δύο μικρά σώματα 3 και 4 που είναι θαμμένα βαθύτερα από το κυρίως σώμα δεν εντοπίζονται καθόλου. Το σώμα που φαίνεται περισσότερο είναι αυτό που βρίσκεται αριστερά και πιο πάνω από το κυρίως σώμα (σώμα 1), παρόλο που το σώμα 2 βρίσκεται πιο ψηλά. Ο λόγος είναι ότι το σώμα αυτό βρίσκεται πιο κοντά στο κυρίως σώμα και συνεισφέρει στην ανωμαλία του σώματος, ενώ το σώμα 1 φαίνεται να εμφανίζεται ως ξεχωριστό σώμα.

Η μαγνητική ανωμαλία είναι αυτή που επηρεάζεται λιγότερο από όλες τις καμπύλες. Στις καμπύλες των δύο παραγώγων και της φάσης φαίνεται μόνο το σώμα 1 ενώ τα άλλα τρία σώματα χάνονται τελείως. Η καμπύλη του πλάτους παρουσιάζει εκτός από την επίδραση του σώματος 1 στα αριστερά και μία ανύψωση της δεξιάς κορυφής που οφείλεται στο σώμα 2. Τη μεγαλύτερη όμως παραμόρφωση παρουσιάζει ο κυματάριθμος, στον οποίο εμφανίζονται ανάλογες μεταβολές με αυτές που παθαίνει η καμπύλη του πλάτους, αλλά σε πιο ακραία μορφή. Η επίδραση ιδιαίτερα του σώματος 1 είναι αρκετά έντονη, φαινόμενο που οφείλεται κι αυτό στο ότι οι δεύτερες παράγωγοι είναι αρκετά ευαίσθητες στο θόρυβο.

4.7 *Συμπεράσματα από τη μελέτη της επίδρασης του θορύβου στις συναρτήσεις των παραγώγων και των μιγαδικών χαρακτηριστικών*

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήθηκε η επίδραση του θορύβου, είτε με τη μορφή του σφάλματος που εισάγεται από τη διακριτοποίηση του σήματος, είτε σα θόρυβος του μετρητικού οργάνου, είτε ως θόρυβος από επιπλέον μικροαντικείμενα γύρω από το κυρίως σώμα στόχος. Από τα αποτελέσματα συμπεράναμε πως **αντικείμενα που βρίσκονται θαμμένα κάτω από το κυρίως σώμα δε φαίνονται, εφόσον οι διαστάσεις τους είναι αρκετά μικρότερες του κυρίως σώματος. Από την άλλη τα πιο εμφανή μικροαντικείμενα είναι αυτά που βρίσκονται μακρύτερα του κυρίως σώματος**.

Από τη μελέτη των σφαλμάτων για την διακριτοποίηση και το σφάλμα του οργάνου βγήκαν δύο κύρια συμπεράσματα. **Το σφάλμα εξαιτίας της διακριτοποίησης αυξάνει όσο αυξάνει το βήμα δειγματοληψίας ενώ η επίδραση του σφάλματος του οργάνου ελαττώνεται με την αύξηση του βήματος**.

Εφόσον το ένα είδος σφάλματος ελαττώνεται ενώ το άλλο αυξάνεται με την αύξηση του βήματος δειγματοληψίας, το ολικό σφάλμα, που είναι το αποτέλεσμα των δύο προηγούμενων κατηγοριών σφάλματος, πρέπει αρχικά να φθίνει και στη συνέχεια να αυξάνει, παρουσιάζοντας ένα ελάχιστο για κάποια τιμή του βήματος δειγματοληψίας και του σφάλματος του οργάνου. Η μελέτη που κάναμε μας οδήγησε στο συμπέρασμα ότι το ελάχιστο αυτό δεν εμφανίζεται στο ίδιο βήμα για διάφορες τιμές του σφάλματος του οργάνου, αλλά **όσο αυξάνεται το σφάλμα του οργάνου το ελάχιστο εμφανίζεται σε μεγαλύτερα βήματα δειγματοληψίας**. Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι για έρευνες με όργανα των οποίων τα σφάλματα είναι μεγάλα, μικρά βήματα δειγματοληψίας οδηγούν σε μεγάλα σφάλματα. Αντίθετα όταν χρησιμοποιούνται όργανα μικρού σφάλματος, όπως τα μαγνητόμετρα κεσίου, πρέπει να προτιμούνται μικρά βήματα δειγματοληψίας, όπως 0.2 ή 0.5 m.

Επίσης σε διαφορετικές τιμές παρουσιάζεται το ελάχιστο ανάλογα με το αν χρησιμοποιούμε την κεντρική ή την πολυωνυμική διαφορά, όπου για την πολυωνυμική εμφανίζεται σε μικρότερες τιμές. Ένα ακόμα σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι **το ελάχιστο εμφανίζεται σε διαφορετικές τιμές βήματος δειγματοληψίας για διαφορετικές μορφές ανωμαλίας**. Γενικά τα μιγαδικά χαρακτηριστικά, και ειδικά ο κυματάριθμος, παρουσιάζουν το ελάχιστο στην καμπύλη ολικού σφάλματος σε μεγαλύτερες τιμές βήματος δειγματοληψίας από ότι οι παράγωγοι. Το γεγονός αυτό καθιστά δύσκολο το να γίνει μία γενική εκτίμηση του κατάλληλου βήματος δειγματοληψίας που πρέπει να χρησιμοποιηθεί σε μία έρευνα. Αντιθέτως, ανάλογα με το είδος της έρευνας και το τρόπο που θα επιλέξει ο ερευνητής για να ερμηνεύσει τη μαγνητική ανωμαλία και ποιες συναρτήσεις θα χρησιμοποιήσει, πρέπει να διαλέγει το κατάλληλο βήμα δειγματοληψίας. Επομένως οι παραπάνω καμπύλες μπορούν να λειτουργήσουν σαν ένας οδηγός μέσα από τον οποίο ο εκάστοτε ερευνητής μπορεί να διαλέγει πως θα οργανώσει μία έρευνα ώστε να έχει το μικρότερο σφάλμα από διακριτοποίηση και το όργανο μέτρησης στα μιγαδικά χαρακτηριστικά.

Ένα τελευταίο συμπέρασμα που μπορεί να προκύψει από τη μελέτη των καμπυλών ολικού σφάλματος αφορά τον κυματάριθμο. Η καμπύλη σφάλματος του κυματάριθμου παρουσιάζει ελάχιστο στη μικρότερη τιμή των 0.5 m για αυτόν μόνο σε μία περίπτωση. Αυτό συμβαίνει όταν χρησιμοποιούνται μαγνητόμετρα καισίου που το σφάλμα που εισάγουν είναι μόνο 0.02 nT. Σε κάθε άλλη περίπτωση το ελάχιστο εμφανίζεται σε πολύ μεγαλύτερες τιμές βήματος δειγματοληψίας. Αυτό αποτελεί πρόβλημα για την περίπτωση που κατά την ερμηνεία στην αρχαιομετρία χρησιμοποιείται η μέθοδος SPI των Thurston και Smith, που αναλύσαμε στο πρώτο κεφάλαιο, αφού το βήμα των 0.5 m είναι το συχνότερα χρησιμοποιούμενο βήμα δειγματοληψίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^{ο}

Εφαρμογή της Μεθόδου των Μιγαδικών Χαρακτηριστικών σε Πραγματικά Δεδομένα

5. 1 *Εισαγωγή*

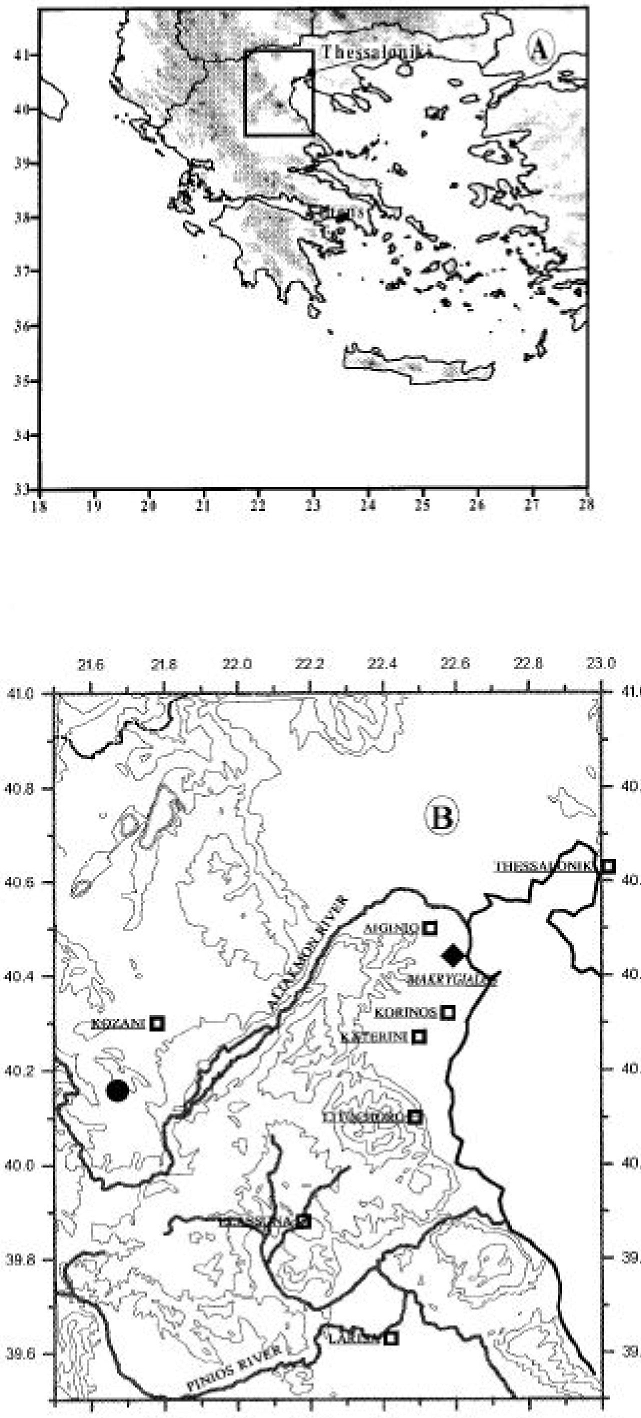
Η αξία κάθε μεθόδου ερμηνείας στη Γεωφυσική, αλλά και σε κάθε εφαρμοσμένη Επιστήμη, καθορίζεται από τη δυνατότητα της να εφαρμοστεί με επιτυχία ή όχι σε πραγματικές συνθήκες και όχι μόνο σε ελεγχόμενα συνθετικά μοντέλα. Για το λόγο αυτό, το τελευταίο βήμα της παρούσας διατριβής είναι η εφαρμογή της μεθόδου σε πραγματικές μετρήσεις.

Ο σκοπός μας είναι η εκτίμηση των παραμέτρων των υπεδάφιων δομών, που προκαλούν συγκεκριμένες και καλά ορισμένες ανωμαλίες, στις μετρήσεις ολικού μαγνητικού πεδίου στην περιοχή του Μακρύγιαλου (Tsokas et al. 1997). Δηλαδή, να γίνει εκτίμηση του βάθους ταφής, της κλίσης και της αντίθεσης επιδεκτικότητας των τοιχωμάτων αρχαίων τάφρων. Για την εκτίμηση των παραμέτρων των στόχων, χρειάστηκε να προστεθεί στον κώδικα *“numeric.for”* ο κατάλληλος αλγόριθμος. Οι καμπύλες των μιγαδικών χαρακτηριστικών δεν χρησιμοποιήθηκαν από μόνες τους για την εύρεση των στόχων, αλλά σε συνδυασμό με άλλες καμπύλες, όπως θα αναλυθεί παρακάτω.

5. 2 *Η Περιοχή Έρευνας του Μακρύγιαλου*

5. 2. 1 Γεωγραφία και ιστορία της περιοχής του Μακρύγιαλου

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι από τον προϊστορικό οικισμό του Μακρύγιαλου Πιερίας, από μία μαγνητική έρευνα που διεξήγαν ο Τσόκας και οι συνεργάτες του το 1993 (Tsokas et al. 1997). Σκοπός της έρευνας ήταν η εξερεύνηση του αρχαιολογικού χώρου, με αφορμή την κατασκευή της νέας αύλακας του εθνικού αυτοκινητοδρόμου στην περιοχή. Ο χάρτης του σχήματος (5.2.1.1) δείχνει τη θέση της περιοχής του Μακρύγιαλου στον ευρύτερο χώρο.



Σχήμα 5.2.1.1: Στην εικόνα Α φαίνεται η περιοχή του Μακρύγιαλου (μέσα στο ορθογώνιο) στο χάρτη της Ελλάδας. Στην εικόνα Β φαίνεται σε μεγέθυνση της περιοχής του Μακρύγιαλου, στο νομό Πιερίας στη βόρεια Ελλάδα. Με το ρόμβο συμβολίζεται η τοποθεσία του νέου χωριού του Μακρύγιαλου (Tsokas et al. 1997).

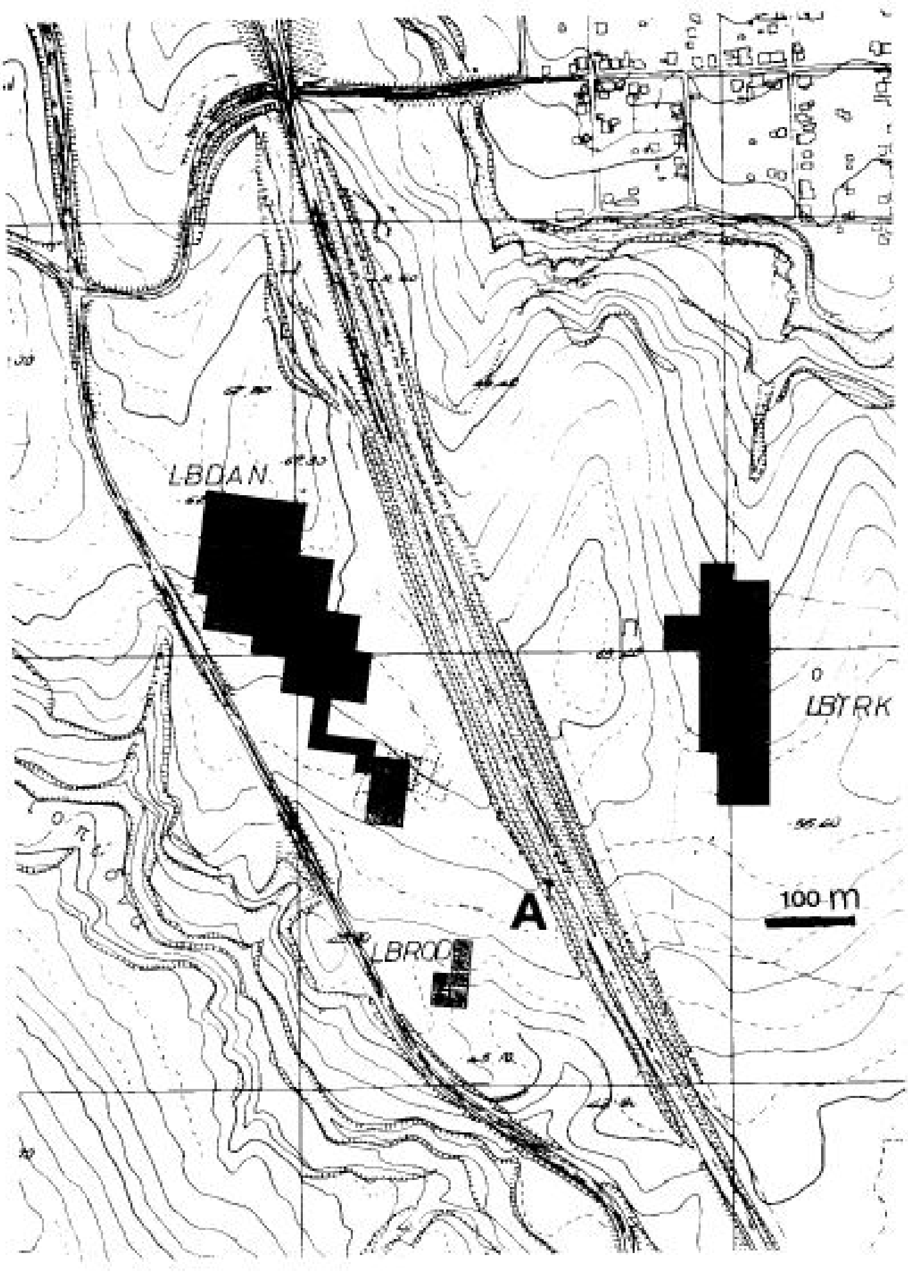
Η περιοχή του Μακρύγιαλου είναι μία από τις ενεργές περιοχές του ελληνικού χώρου όσον αφορά αρχαιολογικές ανασκαφές των τελευταίων 30 χρόνων. Η κυρίαρχη τοποθεσία στην περιοχή είναι η αρχαία πόλη της Πύδνας, ένα από τα σημαντικότερα λιμάνια του βασιλείου των Μακεδόνων κατά τον $5^{ο}$ αιώνα π.Χ. Η τοποθεσία βρίσκεται στο μέσο του δρόμου που ενώνει το Μακεδονικό με το Θεσσαλικό κάμπο και οι συγκεκριμένες αρχαιολογικές και διάφορες μελέτες έδειξαν πολλαπλές κατοικήσεις από την πρώιμη νεολιθική περίοδο μέχρι τη Βυζαντινή εποχή. Ο οχυρωμένος οικισμός της αρχαίας πόλης βρίσκεται νότια του σύγχρονου χωριού του Μακρύγιαλου. Μία μεγάλου μεγέθους ανασκαφή έλαβε χώρα δυτικά του χωριού του Μακρύγιαλου και αποκάλυψε έναν εκτεταμένο οικισμό της πρώιμης νεολιθικής περιόδου, τον μεγαλύτερο που έχει βρεθεί στον ελληνικό χώρο για τη συγκεκριμένη περίοδο.

Η έρευνα διεξήχθηκε με αφορμή τις κατασκευές του νέου σιδηροδρόμου, τη νέα εθνική οδό που συνδέει τη Θεσσαλονίκη με την Κατερίνη και του εθνικού αγωγού φυσικού αερίου, καθώς αυτά αποτελούσαν τεράστιο κίνδυνο για τις αρχαιότητες. Νότια του Κορινού ο αγωγός του φυσικού αερίου περνούσε από έναν οικισμό της πρώιμης Κλασικής/ Νεώτερης Ελληνιστικής περιόδου. Η δεύτερη παράκαμψη της εθνικής οδού συνέπιπτε με την τοποθεσία ενός Ρωμαϊκού νεκροταφείου στην είσοδο της Κατερίνης και ενός νεκροταφείου της Εποχής του Χαλκού στον Κορινό. Η σιδηροδρομική γραμμή περνούσε επίσης από έναν οικισμό της πρώιμης Εποχής του Χαλκού βόρεια του Κορινού, ο οποίος κατοικήθηκε μέχρι τα Ρωμαϊκά χρόνια. Επίσης διέσχισε τοποθεσίες νεκροταφείων της Κλασικής, Ελληνιστικής και Ρωμαϊκής περιόδου και ενός νεολιθικού οικισμού στο Μακρύγιαλο.

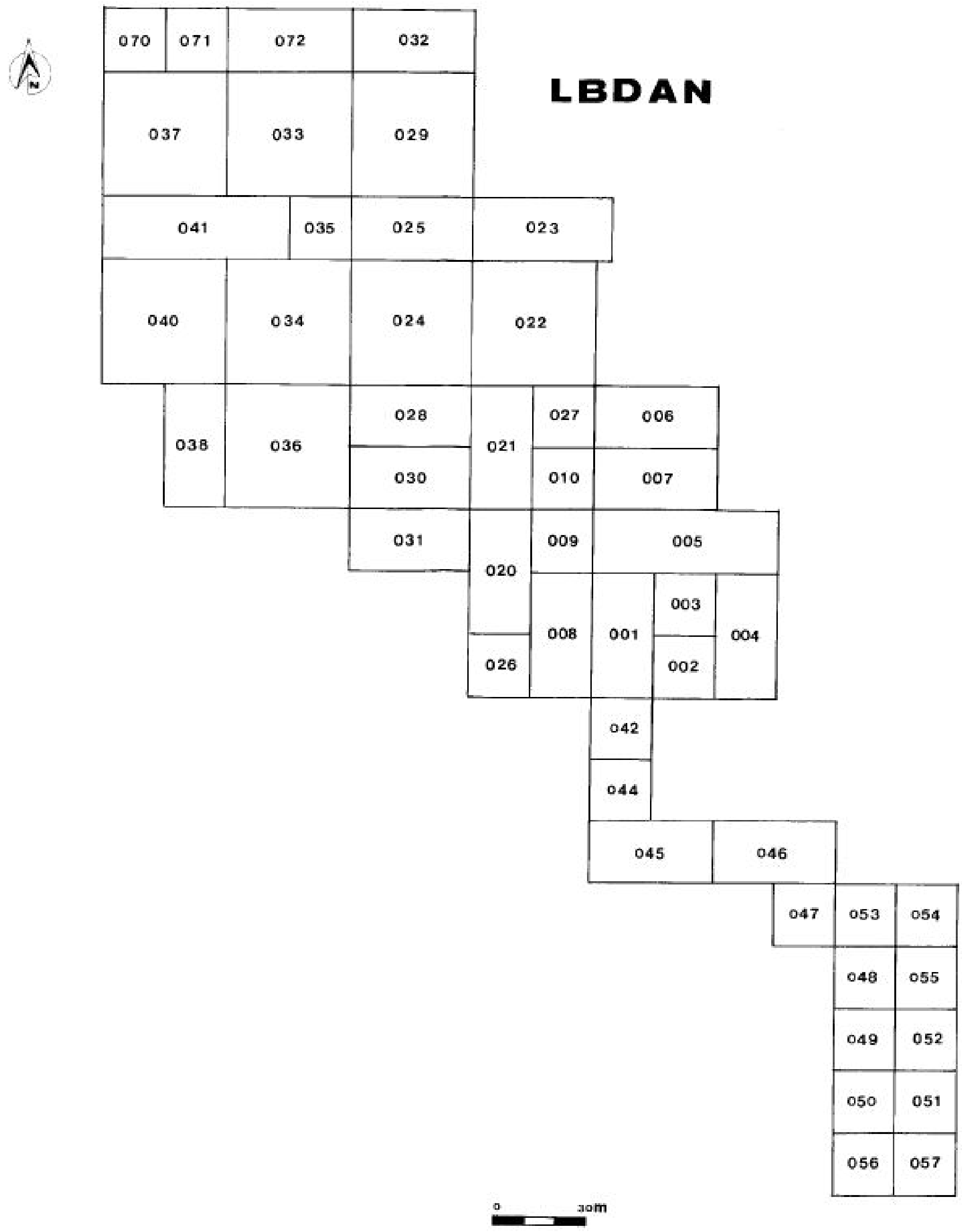
Η γεωφυσική έρευνα επικεντρώθηκε κατά μήκος της δεύτερης παράκαμψης της εθνικής οδού, που περνάει εφαπτομενικά από το χωριό του Μακρύγιαλου. Η έρευνα επεκτάθηκε μεταξύ του παλαιού και του νέου αυτοκινητοδρόμου με σκοπό να μελετήσει τα όρια του νεολιθικού οικισμού. Όμως μελετήθηκε και μια περιοχή ανατολικά της νέας εθνικής οδού και κοντά στην περιοχή κατασκευής του σιδηροδρόμου, επειδή ο νεολιθικός οικισμός εκτείνεται και στη συγκεκριμένη θέση.

5. 2. 2 Λήψη μετρήσεων

Οι μαγνητικές μετρήσεις που έγιναν αφορούσαν μετρήσεις ολικού πεδίου και έγιναν με δύο μαγνητόμετρα πρωτονίου (SCINREX MP-2 και Geometrics G856), τα οποία είχαν και τα δύο διακριτική ικανότητα 1 nT. Ο αυξημένος θόρυβος εξαιτίας της κυκλοφορίας κοντά στην περιοχή περιόρισε την περιοχή εφαρμογής των μαγνητικών μεθόδων κατά μήκος της νέας παράκαμψης. Όμως, οι μαγνητικές μέθοδοι χρησιμοποιήθηκαν αποτελεσματικά στις περιοχές μεταξύ της νέας παράκαμψης και



Σχήμα 5.2.2.1: Ο δρόμος που βρίσκεται δυτικά στο χάρτη (ο βορράς κατευθύνεται προς τα πάνω) είναι η παλιά εθνική οδός Αθήνας- Θεσσαλονίκης. Η νέα εθνική οδός είναι ο δρόμος που φαίνεται στη μέση μεταξύ των δύο μαυρισμένων περιοχών, με τις ονομασίες LBDAN και LBTRK. Η δεύτερη παράκαμψη βρίσκεται δυτικά της παλιάς εθνικής οδού και τη συνδέει με τη νέα εθνική οδό. Οι μαγνητικές μετρήσεις έγιναν σε καννάβους τοποθετημένες στις περιοχές με τις ονομασίες LBDAN, LBTRK και LBROD. Συγκεκριμένα η περιοχή LBTRK βρίσκεται πολύ κοντά στα κατασκευαστικά έργα του σιδηροδρόμου (Tsokas et al. 1997).



Σχήμα 5.2.2.2: Σχηματική αναπαράσταση των κελιών της περιοχής LBDAN (Tsokas et al. 1997).

της παλιάς εθνικής οδού, καθώς και στην περιοχή που απλώνεται ανατολικά από την παλιά παράκαμψη (βλ. σχήμα (5.2.2.1)).

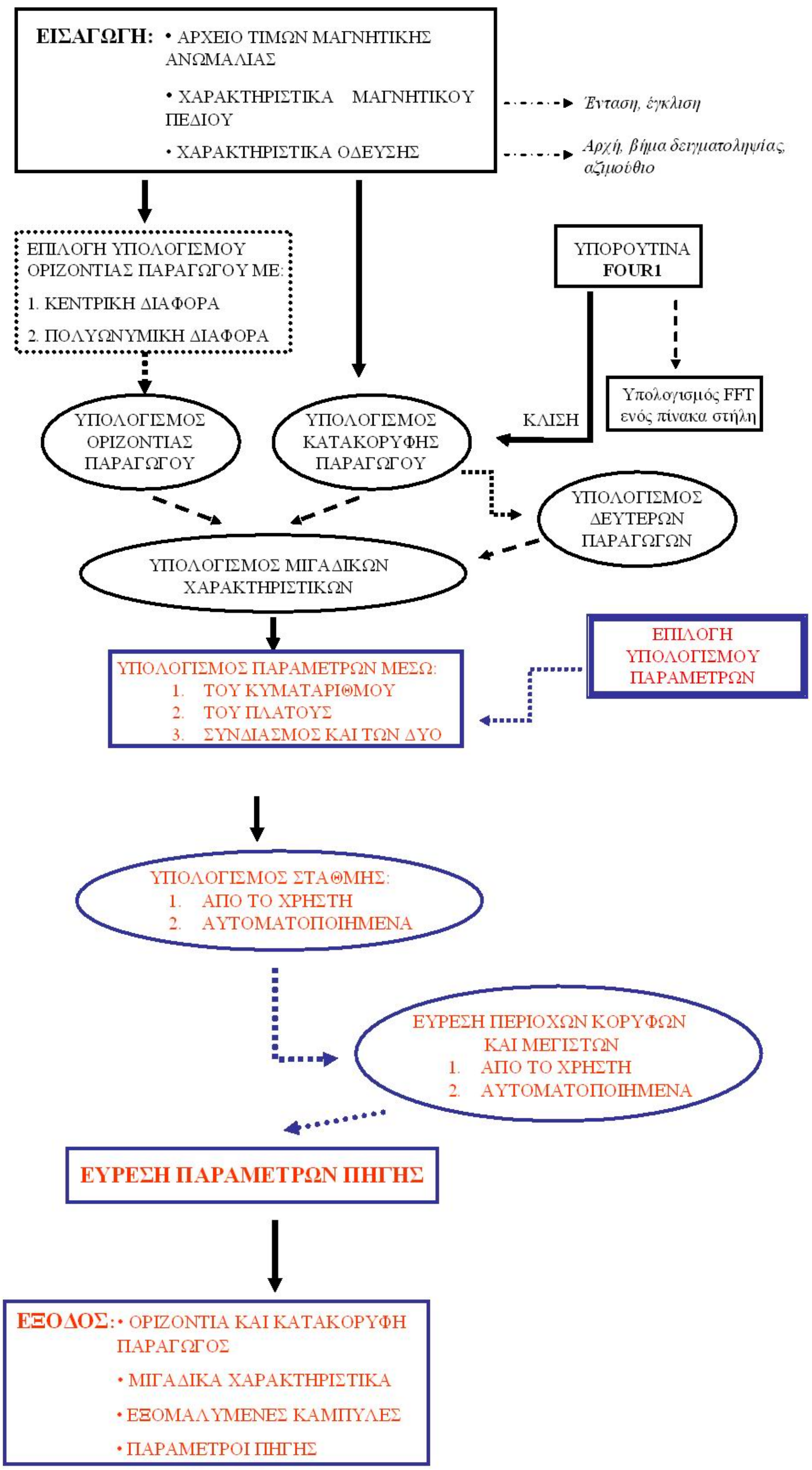
Τεχνικές χρονικής παρεμβολής εφαρμόστηκαν για τη διόρθωση των μαγνητικών μετρήσεων εξαιτίας της ημερήσιας μεταβολής του μαγνητικού πεδίου της Γης (Tsokas et al. 1997). Τα στοιχεία του γεωμαγνητικού πεδίου στην περιοχή του Μακρύγιαλου (40.4060N , 22.5933E) για τις 20 Αυγούστου του 1993 (μία από τις ημερομηνίες μετρήσεων του Τσόκα και των συνεργατών) βρέθηκαν από το DGRF (Definite Geomagnetic Reference Field) ότι ήταν 46062.23 nT η ένταση του ολικού πεδίου, 56.98^o η έγκλιση και 2.55^o η απόκλιση. Το αζιμούθιο των οδεύσεων ήταν 0^o.

5. 3 *Επέκταση κώδικα για υπολογισμό των παραμέτρων της πηγής*

Για τον υπολογισμό του βάθους ταφής, της κλίσης των επαφών και της αντίθεσης επιδεκτικότητας της πηγής ως προς το περιβάλλον πέτρωμα, υπήρξε η ανάγκη επέκτασης του κώδικα *"numeric.for"* έτσι, ώστε μετά τον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας, να υπολογίζει τις παραπάνω παραμέτρους. Η μέθοδος υπολογισμού που ακολουθήθηκε ήταν η μέθοδος SPI των Thurston και Smith (1997), η οποία περιγράφηκε στην υποπαράγραφο (1.3.3).

Η μέθοδος SPI απαιτεί την εύρεση των μεγίστων στην καμπύλη του κυματάριθμου και στη συνέχεια μέσω των σχέσεων (1.17) έως (1.19) υπολογίζονται το βάθος ταφής, η κλίση των επαφών και η αντίθεση επιδεκτικότητας της πηγής αντίστοιχα. Βεβαίως οι σχέσεις (1.17) έως (1.19) αναφέρονται σε μία μόνο επαφή. Επομένως στην περίπτωση πολυγωνικών σωμάτων, όπου οι κορυφές δεν είναι ακριβώς κωδωνοειδής εξαιτίας της αλληλοεπικάλυψης του αναλυτικού σήματος κάθε γωνίας, αναμένονται κάποιες αποκλίσεις, οι οποίες όμως από προηγούμενες έρευνες θεωρούνται ανεκτές. Το διάγραμμα ροής του νέου κώδικα φαίνεται στο σχήμα (5.3.1).

Με βάση τα παραπάνω ο κώδικας *"numeric.for"* μεταβλήθηκε ως εξής : Μετά τον υπολογισμό των μιγαδικών χαρακτηριστικών δίνεται η επιλογή στο χρήστη να διαλέξει αν θέλει να υπολογίσει τις παραμέτρους της πηγής. Για το σκοπό αυτό πρέπει να βρεθούν τα μέγιστα του κυματάριθμου. Επειδή ο κυματάριθμος είναι αρκετά ευαίσθητος στο θόρυβο, παρουσιάζει αρκετές κορυφές (τοπικά μέγιστα) και σε περιοχές όπου δεν υπάρχουν γωνίες των σωμάτων. Για το λόγο αυτό η αναζήτηση των μεγίστων επιλέχθηκε να γίνεται όχι σε όλες τις τιμές του κυματάριθμου, άλλα μόνο σε αυτές που υπερβαίνουν μία τιμή ενός κατωφλίου (ή περισσοτέρων), το οποίο μπορεί να επιλεγεί είτε από τον ίδιο το χρήστη είτε να υπολογιστεί από το πρόγραμμα. Στην περίπτωση που υπολογίζεται από το πρόγραμμα, ο χρήστης πρέπει



Σχήμα 5.3.1: Διάγραμμα ροής του βελτιωμένου κώδικα "*numeric_spi.for*" μετά την εισαγωγή της λειτουργίας υπολογισμού των παραμέτρων της πηγής. Οι νέες λειτουργίες φαίνονται με κόκκινα γράμματα μέσα στα μπλε πλαίσια.

να εισάγει ένα ποσοστό το οποίο θα αφαιρέσει το πρόγραμμα από τη μέγιστη τιμή του κυματάριθμου. Δηλαδή αν είναι k_{max} η μέγιστη τιμή του κυματάριθμου και p το ποσοστό που έχει διαλέξει ο χρήστης, τότε η τιμή της στάθμης l είναι

$$l = k_{\max} - k_{\max} \cdot p \quad .$$

Στην περίπτωση που έχει διαλέξει ο χρήστης πολλές στάθμες τότε η παραπάνω σχέση εφαρμόζεται τόσες φορές όσες και ο αριθμός των σταθμών, όπου το ποσοστό πολλαπλασιάζεται κάθε φορά με τον αριθμό της στάθμης. Αφού οριστούν οι στάθμες το πρόγραμμα βρίσκει τις περιοχές στις οποίες ο κυματάριθμος υπερβαίνει τη στάθμη. Μετά μέσα σε κάθε τέτοια περιοχή υπολογίζονται τα τοπικά μέγιστα με απλή σύγκριση των τιμών με τις δύο γειτονικές τους.

Βεβαίως, η εισαγωγή της στάθμης μπορεί να εξαιρεί από την ερμηνεία κορυφές οι οποίες οφείλονται σε θόρυβο και είναι μικρότερες από τη στάθμη, αλλά κρατάει κορυφές θορύβου που είναι μεγαλύτερες. Το ποιες τελικά κορυφές θα θεωρήσουμε ως τις σωστές δεν μπορούμε να το κάνουμε με έναν καθαρά αυτοματοποιημένο τρόπο. Η επιλογή των κορυφών γίνεται πάντα με σύγκριση με άλλα στοιχεία, όπως είναι ο χάρτης της μαγνητικής ανωμαλίας της περιοχής και η αντίστοιχη καμπύλη του πλάτους του αναλυτικού σήματος. Επιπλέον, επειδή το πλάτος παρουσιάζει μέγιστα στα ίδια σημεία με τον κυματάριθμο, για την ανίχνευση τους μπορεί να χρησιμοποιηθεί και αυτό αν η καμπύλη του είναι πιο ευκρινής από την αντίστοιχη του κυματάριθμου. Αυτή είναι μία δυνατότητα που δίνεται στο χρήστη. Επίσης, ο χρήστης έχει την επιλογή να βρει τις κορυφές συγκρίνοντας τα κοινά μέγιστα του πλάτους και του κυματάριθμου ή τις κοινές περιοχές που εμφανίζονται αυτά.

Εξαιτίας των κορυφών θορύβου, το πρόγραμμα εφαρμόζει κι ένα φίλτρο εξομάλυνσης κυμαινόμενου μέσου όρου, το οποίο αντικαθιστά την τιμή x_i με την τιμή x_i' με βάση τη σχέση

$$x_i' = \frac{x_{i-1} + 2x_i + x_{i+1}}{4} \quad . \qquad (5.1)$$

Επειδή όμως υπάρχει η πιθανότητα η εξομάλυνση της καμπύλης να «σβήσει» και επιθυμητές κορυφές, η αναζήτηση των μεγίστων μπορεί να γίνει και κατευθείαν από την καμπύλη του κυματάριθμου, αν αυτή θεωρηθεί επαρκής. Αντίστοιχα μπορεί να γίνει το ίδιο και με την καμπύλη του πλάτους.

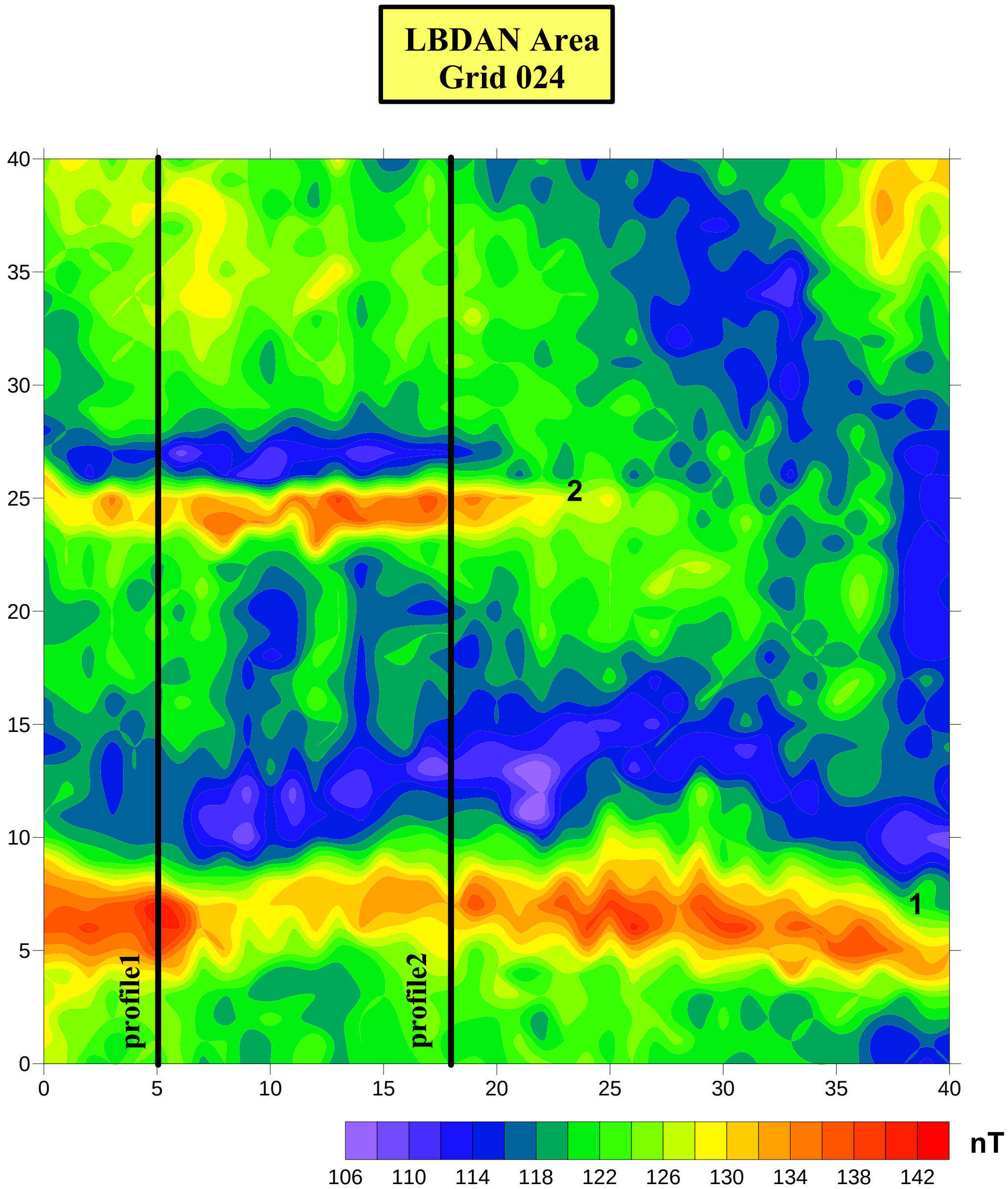
Τέλος στα σημεία που βρέθηκαν τα μέγιστα εφαρμόζονται οι σχέσεις (1.17) έως (1.19) για την εύρεση των παραμέτρων της πηγής. Πρέπει να σημειωθεί ότι αν χρησιμοποιείται η εξομαλυμένη καμπύλη του κυματάριθμου ή η καμπύλη του πλάτους, στις σχέσεις (1.17) και (1.19) χρησιμοποιείται η μέγιστη τιμή της κανονικής καμπύλης του κυματάριθμου.

5. 4 *Εύρεση Παραμέτρων Πηγής Από Πραγματικά Δεδομένα*

5. 4. 1 Περιοχή μελέτης

Η εφαρμογή που πραγματοποιήθηκε αφορούσε την περιοχή LBDAN και πιο συγκεκριμένα το κελί 024, το οποίο φαίνεται στο μέσο του σχήματος (5.2.2.2). Η μαγνητική ανωμαλία που μετρήθηκε στο κελί δέχτηκε κάποια επεξεργασία ώστε να παραχθεί ένας χάρτης ο οποίος να μοιάζει με το αποτέλεσμα της ανασκαφής, αν είχε πραγματοποιηθεί (Tsokas et al. 1997). Με την εφαρμογή φίλτρων μέσου όρου αφαιρέθηκαν κορυφές που οφείλονταν σε θόρυβο των οργάνων ή σε επιδράσεις του μικροαναγλύφου. Η αφαίρεση περιφερειακών τάσεων του πεδίου έγινε με φίλτρα γειτονικού μέσου και εξομάλυνσης Hanning, με αποτέλεσμα την παραγωγή μίας πιο αντιπροσωπευτικής εικόνας των υπεδάφιων ερειπίων. Η τελική εικόνα του κελιού 024, μετά τις επεξεργασίες, φαίνεται στο σχήμα (5.4.1.1).

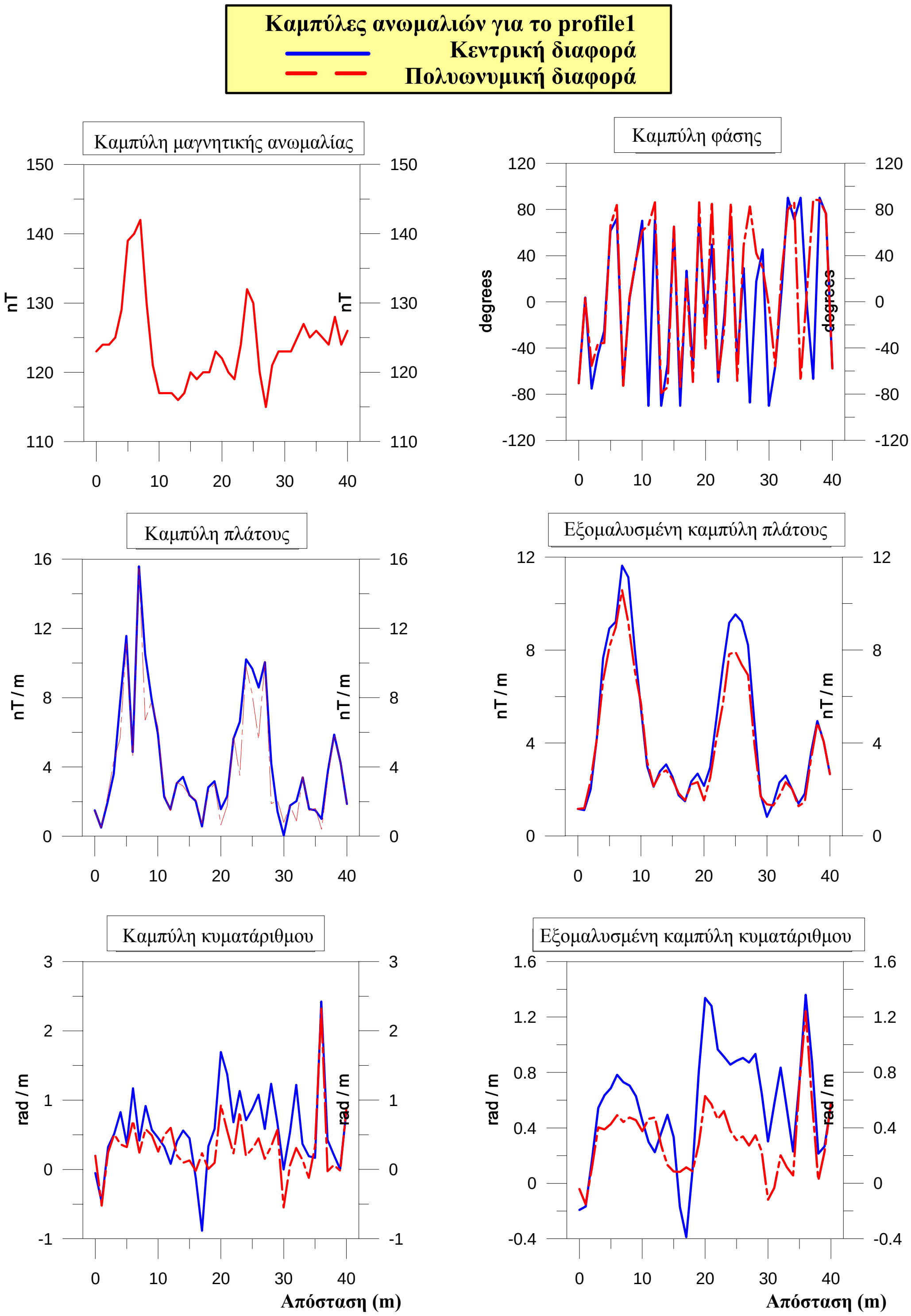
Στο σχήμα (5.4.1.1) φαίνονται δύο επιμηκυνσμένα σώματα που δημιουργούν δύο μεγάλες ανωμαλίες και έχουν σημειωθεί στο σχήμα με τους αριθμούς 1 και 2. Η εφαρμογή που πραγματοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή έγινε κατά μήκος δύο οδεύσεων του κελιού 024, που έχουν σημειωθεί στο σχήμα με τις ονομασίες *profile1* και *profile2*. Στις δύο αυτές οδεύσεις εφαρμόστηκε η μέθοδος SPI.



Σχήμα 5.4.1.1: Επεξεργασμένος χάρτης της μαγνητικής ανωμαλίας για το κελί 024 της περιοχής LBDAN. Με 1 και 2 έχουν σημειωθεί δύο μεγάλες θετικές ανωμαλίες που δημιουργούνται από δύο επιμηκυνσμένα σώματα (Tsokas et al. 1997). Οι μαύρες συνεχείς γραμμές αναπαριστούν τις δύο οδεύσεις πάνω στις οποίες εφαρμόστηκε η μέθοδος SPI.

5. 4. 2 Προσδιορισμός παραμέτρων πηγών κατά μήκος της όδευσης *profile1*

Στο σχήμα (5.4.2.1) φαίνονται οι καμπύλες της μαγνητικής ανωμαλίας και των μιγαδικών χαρακτηριστικών για το *profile1*, καθώς και των εξομαλυσμένων καμπυλών του πλάτους και του κυματάριθμου. Οι παραπάνω καμπύλες χρησιμοποιήθηκαν μαζί με το μαγνητικό χάρτη του κελιού 024 του σχήματος (5.4.1.1) για τον εντοπισμό των πηγών και τον υπολογισμό των παραμέτρων τους.



Σχήμα 5.4.2.1: Καμπύλες της μαγνητικής ανωμαλίας και των μιγαδικών χαρακτηριστικών κατά μήκος της όδευσης *profile1*. Επίσης φαίνονται οι καμπύλες του πλάτους και του κυματάριθμου μετά την εφαρμογή του φίλτρου εξομάλυνσης του κυμαινόμενου μέσου όρου.

Σύμφωνα με τη μέθοδο SPI των Thurston και Smith (1997), η εύρεση των παραμέτρων μίας πηγής γίνεται μέσω των κορυφών της καμπύλης του κυματάριθμου. Από τις εικόνες του σχήματος (5.4.2.1) όμως φαίνεται πως η καμπύλη του κυματάριθμου περιέχει πολύ θόρυβο, κάνοντας δύσκολο να ξεχωρίσουν οι κορυφές που οφείλονται στις γωνίες της πηγής (σύμφωνα με τις παραγράφους 4.5 και 4.7 του προηγούμενου κεφαλαίου, είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθούν οι καμπύλες του κυματάριθμου για μεγάλο σφάλμα του οργάνου, όπως το 1 nT, και μεγάλο βήμα δειγματοληψίας 1 m). Η εφαρμογή του φίλτρου εξομάλυνσης καθάρισε λίγο την εικόνα του κυματάριθμου, αλλά οι κορυφές που αντιστοιχούν στα όρια της πηγής μπορούν να διακριθούν μόνο στην καμπύλη του κυματάριθμου που προέρχεται από την πολυωνυμική διαφορά.

Οι καμπύλες του πλάτους, τόσο για την κεντρική όσο και για την πολυωνυμική διαφορά, δείχνουν πολύ καθαρά τα όρια των δύο πηγών, που βρίσκονται στις θέσεις των δύο ζευγών με τις μεγαλύτερες κορυφές. Σε αντίθεση με ότι ισχύει για τον κυματάριθμο, η εφαρμογή του φίλτρου εξομάλυνσης αλλοίωσε τις δύο καμπύλες του πλάτους, αφού το κάθε ζευγάρι κορυφών αντικαταστάθηκε από μία. Επίσης σε συμφωνία με τα όρια των πηγών, που προέκυψαν από τις καμπύλες του πλάτους, έρχεται και η καμπύλη της φάσης μόνο για την κεντρική διαφορά. Η καμπύλη της φάσης της πολυωνυμικής διαφοράς εντοπίζει μόνο τα όρια του πρώτου σώματος και δεν δίνει καθαρά τα όρια του δεύτερου. Επίσης από την εικόνα της φάσης βγαίνει το συμπέρασμα ότι σε περιπτώσεις που ο θόρυβος είναι σχετικά μεγάλος, οι καμπύλες της φάσης πρέπει να χρησιμοποιούνται μαζί με άλλες καμπύλες για τη σωστή οριοθέτηση των στόχων.

Κατά τη διάρκεια της μελέτης των παραμέτρων της πηγής για το *profile1* διαπιστώθηκε ότι ο συνδυασμός των μεγίστων του πλάτους και του κυματάριθμου δεν οδηγεί σε σωστά αποτελέσματα, καθώς οι δύο καμπύλες παρουσιάζουν μέγιστα σε άλλα σημεία. Επομένως χρησιμοποιήθηκε μόνο η καμπύλη του πλάτους της κεντρικής διαφοράς για την εύρεση των ορίων των πηγών. Στη συνέχεια ο υπολογισμός των παραμέτρων έγινε σύμφωνα με τη μέθοδο SPI, όπως αναφέρεται και στην παράγραφο (5.3). Να σημειωθεί ότι, παρόλο που η καμπύλη του πλάτους για την πολυωνυμική διαφορά δίνει ακριβώς τα ίδια όρια, η επεξεργασία των παραμέτρων των δύο πηγών με βάση την αντίστοιχη συνάρτηση του κυματάριθμου έδωσε αποτελέσματα που δεν μπορούσαν να θεωρηθούν σωστά.

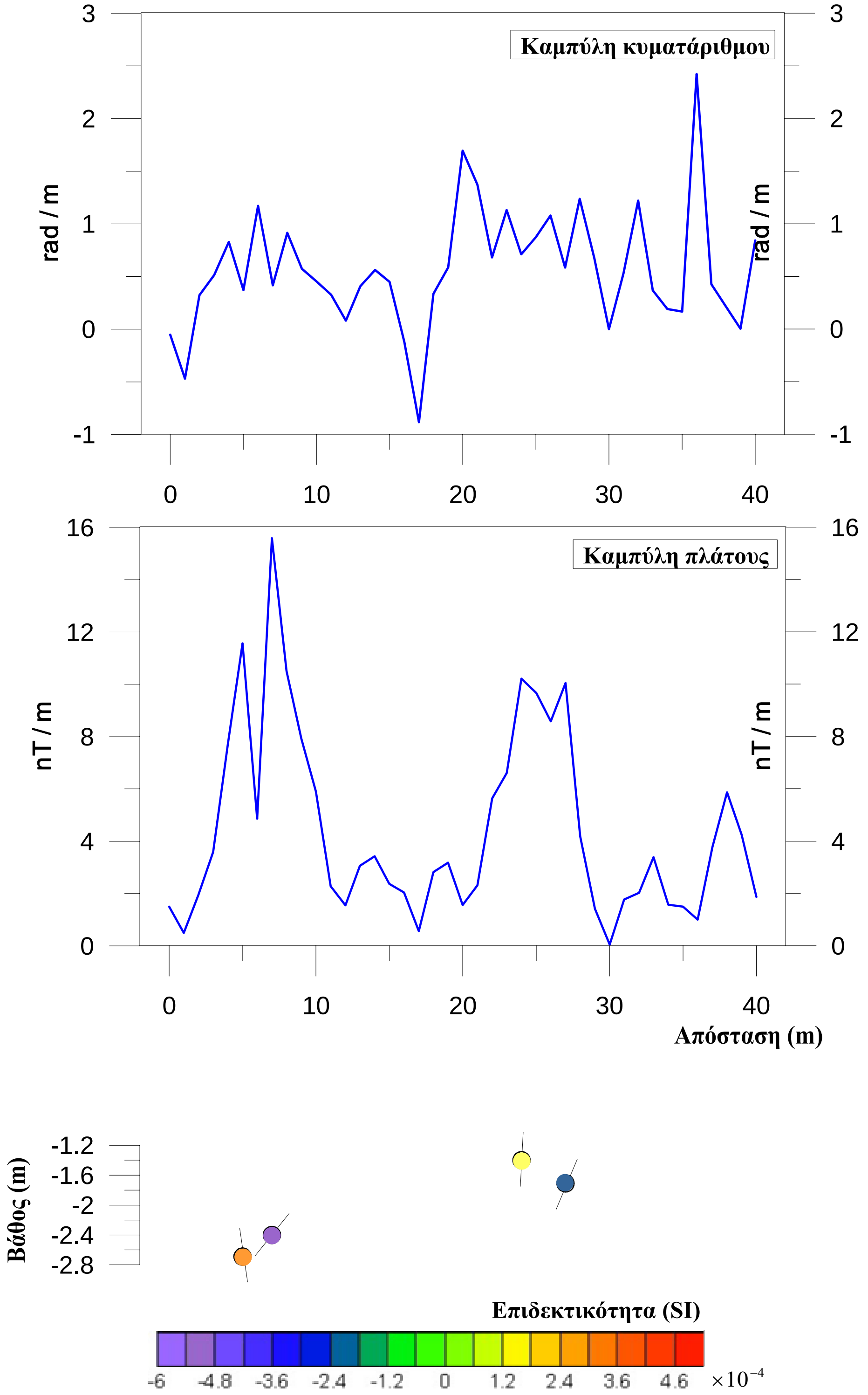
Στον πίνακα (5.4.2.I) φαίνονται οι τιμές του βάθους ταφής, της κλίσης και της αντίθεσης επιδεκτικότητας των δύο πηγών που εντοπίστηκαν, με βάση όλα όσα προαναφέρθηκαν. Επίσης στο σχήμα (5.4.2.2) φαίνεται η σχηματική αναπαράσταση των τεσσάρων κορυφών, δύο για κάθε σώμα, καθώς και των παραμέτρων των σωμάτων.

Πίνακας 5.4.2.I : Υπολογισμένες τιμές των παραμέτρων των δύο πηγών του κελιού 024. Στην πρώτη στήλη είναι οι θέσεις στην όδευση των ρηχότερων κορυφών των πηγών. Στη δεύτερη στήλη δίνεται το βάθος ταφής για κάθε κορυφή, στη Τρίτη στήλη η κλίση κάθε κορυφής και στην τέταρτη η αντίθεση της επιδεκτικότητας της κορυφής με το περιβάλλον πέτρωμα.

Θέση x στην όδευση (m)	Βάθος ταφής κορυφής (m)	Κλίση κορυφής (^{0})	Αντίθεση επιδεκτικότητας κορυφής (SI)
5	2.69	81.63	$3.4x10^{-4}$
7	2.4	-51.27	$-5.2x10^{-4}$
24	1.41	92.95	$1.6x10^{-4}$
27	1.71	-67.13	$-2x10^{-4}$

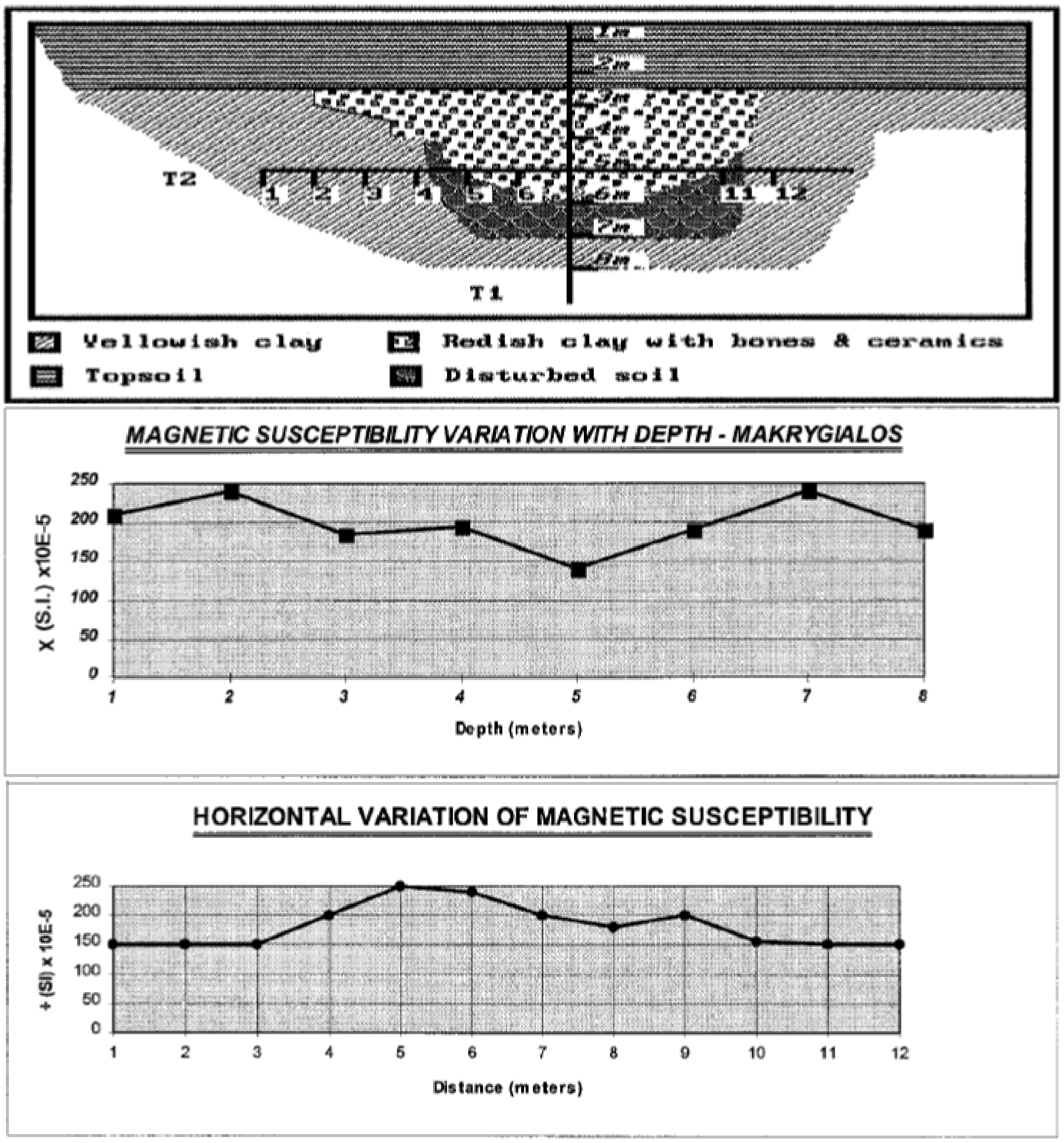
Από τον πίνακα (5.4.2.I) και το σχήμα (5.4.2.2) διαπιστώνεται ότι το πλάτος του πρώτου σώματος (βλ. σχήμα (5.4.1.1)) είναι 2 m, ξεκινώντας από τη θέση των 5 m μέχρι τη θέση των 7 m. Το βάθος ταφής της πρώτης επαφής είναι 2.69 m και της δεύτερης 2.4 m, με ένα μέσο βάθος ταφής για την πάνω επιφάνεια του σώματος 2.55 m. Η κλίση κάθε επαφής μετριέται βάσει του σχήματος (1.2.1.1) του πρώτου κεφαλαίου, δηλαδή η θετική φορά είναι αυτή των δεικτών του ρολογιού, ξεκινώντας από τον άξονα x προς τον κατακόρυφο προς τα κάτω άξονα z. Στο σχήμα (5.4.2.2) φαίνεται καθαρά η κλίση των επαφών, με τις κεκλιμένες ευθείες πάνω στους κύκλους, οι οποίοι αναπαριστούν τις κορυφές των σωμάτων. Η αντίθεση επιδεκτικότητας βλέπουμε ότι είναι θετική, με τιμή $3.4x10^{-4}$, στην πρώτη κορυφή, δηλαδή καθώς μπαίνουμε στο σώμα, και αρνητική, με τιμή $-5.2x10^{-4}$, στη δεύτερη, δηλαδή καθώς βγαίνουμε, πράγμα που σημαίνει ότι το σώμα έχει μεγαλύτερη επιδεκτικότητα από το περιβάλλον πέτρωμα του.

Ανάλογα συμπεράσματα βγαίνουν και για το δεύτερο σώμα, το οποίο έχει πλάτος 3 m και είναι ρηχότερα θαμμένο κατά 1 m από το πρώτο σώμα, με μέσο βάθος ταφής 1.56 m. Επίσης κι αυτό παρουσιάζει μεγαλύτερη επιδεκτικότητα από το περιβάλλον του, η οποία είναι όμως κάτι παραπάνω 2 φορές μικρότερη από την αντίθεση επιδεκτικότητας του πρώτου σώματος.



Σχήμα 5.4.2.2: Σχηματική αναπαράσταση των καμπυλών του κυματάριθμου και του πλάτους (κεντρική διαφορά), καθώς και των τεσσάρων κορυφών των δύο σωμάτων 1 και 2 αντίστοιχα, που βρέθηκαν με τη μέθοδο SPI κατά μήκος της όδευσης *profile1*. Στην κάτω εικόνα με κύκλους παριστάνονται οι τέσσερις κορυφές, όπου φαίνονται τα βάθη ταφής τους, η αντίθεση επιδεκτικότητας τους από το ανάλογο χρώμα και η κλίση τους από την κλίση των ευθειών πάνω σε κάθε κύκλο.

Στην περιοχή Α του χάρτη (5.2.2.1) έγινε μία εκσκαφή ενός λαξεύματος, που αποτελεί συνέχεια του σώματος 1 του σχήματος (5.4.1.1) (Tsokas et al. 1997). Στο σχήμα (5.4.2.3) φαίνεται μία τομή της εκσκαφής. Παρατηρείται από το σχήμα ότι το



Σχήμα 5.4.2.3: Τομή του ανασκαμμένου λαξεύματος στην περιοχή Α του χάρτη (5.2.2.1). Στην δεύτερη και τρίτη εικόνα φαίνονται οι μεταβολές της μαγνητικής επιδεκτικότητας κατά την κατακόρυφη και οριζόντια κατεύθυνση αντίστοιχα, στην περιοχή της ανασκαφής.

βάθος ταφής του λαξεύματος είναι περίπου 2.5 m, τιμή που ταυτίζεται με τα αποτελέσματα του σχήματος (5.4.2.2). Επίσης οι κλίσεις των δύο ρηχότερων κορυφών συμφωνούν με τις κλίσεις των δύο κεκλιμένων πλευρών του λαξεύματος, όπως φαίνεται στο σχήμα (5.4.2.3). Ακριβέστερα η κλίση της κορυφής στη θέση των 5 m (βλ. σχ. (5.4.2.2)) συμφωνεί με την κλίση της πλευράς στα 12 m του σχήματος (5.4.2.3), και η κλίση της κορυφής στα 7 m συμφωνεί με την κλίση της πλευράς στα 3 m. Το πλάτος του λαξεύματος της εκσκαφής βρέθηκε ότι ήταν 7 m, που δε συμφωνεί με το αποτέλεσμα του σχήματος (5.4.2.2).

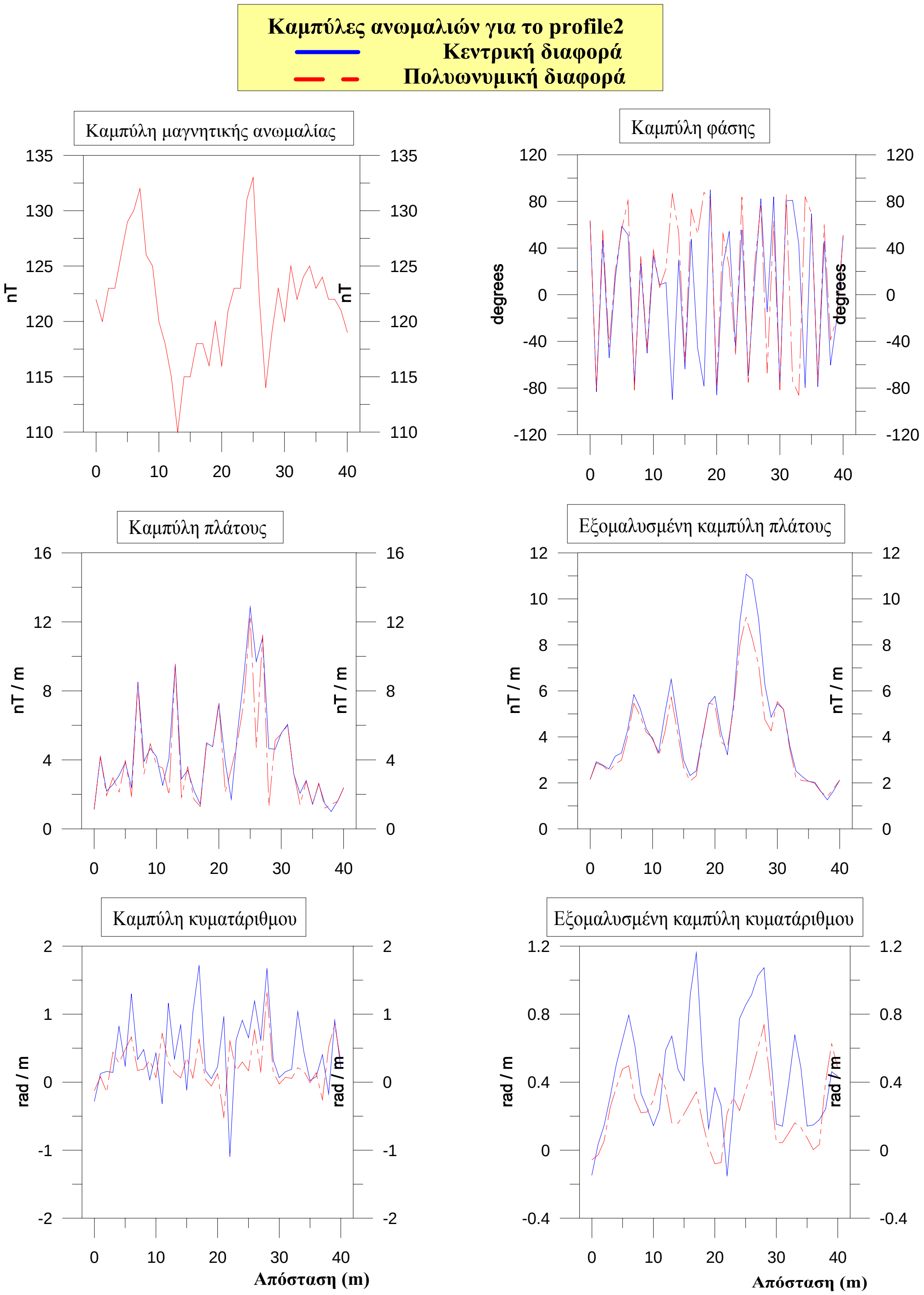
Επίσης στην περιοχή της εκσκαφής μετρήθηκε και η μεταβολή της επιδεκτικότητας στην κατακόρυφη και στην οριζόντια διεύθυνση. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα (5.4.2.3). Η μεταβολή της επιδεκτικότητας μέχρι τα 4 m, βάθος μεγαλύτερο από αυτό των κορυφών, δεν είναι σημαντική. Η μελέτη της αντίθεσης της επιδεκτικότητας στην περιοχή της εκσκαφής δίνει τιμές της τάξης του 10^{-4} (SI). Έτσι για παράδειγμα η μεταβολή της επιδεκτικότητας από τα 2 m μέχρι τα 3 m, δηλαδή καθώς μπαίνουμε στο σώμα, είναι $25x10^{-4}$- $20x10^{-4}$= $5x10^{-4}$ (SI), τιμή που βρίσκεται σε πολύ καλή συμφωνία με τις τιμές του πίνακα (5.4.2.I).

5. 4. 3 Προσδιορισμός παραμέτρων πηγών κατά μήκος της όδευσης *profile2*

Ανάλογος τρόπος επεξεργασίας ακολουθήθηκε και για τον προσδιορισμό των παραμέτρων των σωμάτων κατά μήκος της όδευσης *profile2*. Έτσι ελήφθησαν οι καμπύλες του κυματάριθμου και του πλάτους, και των αντίστοιχων εξομαλυσμένων καμπυλών τους, καθώς και της φάσης, από τις οποίες έγινε ο προσδιορισμός των κορυφών που οφείλονταν στα σώματα. Οι καμπύλες των μιγαδικών χαρακτηριστικών και της μαγνητικής ανωμαλίας φαίνονται στο σχήμα (5.4.3.1).

Όπως φαίνεται και στο σχήμα, οι καμπύλες που προκύπτουν για το *profile2* περιέχουν αρκετές κορυφές εξαιτίας του θορύβου. Ο λόγος είναι ότι, όπως φαίνεται και στο σχήμα (5.4.1.1), το σήμα της μαγνητικής ανωμαλίας κατά μήκος της όδευσης είναι ασθενές, με αποτέλεσμα ο θόρυβος να φτάνει σε ίδια επίπεδα με αυτό. Παρόλα αυτά ως καταλληλότερη καμπύλη για τον προσδιορισμό των θέσεων των κορυφών των σωμάτων κρίθηκε η καμπύλη του πλάτους της κεντρικής διαφοράς.

Από την καμπύλη του πλάτους προέκυψαν κάποιες θέσεις πάνω στην όδευση που αντιστοιχούν στα πιθανά όρια των σωμάτων. Βεβαίως από τις θέσεις αυτές επιλέχτηκαν μόνο αυτές που συμφωνούν και με το χάρτη (5.4.1.1), οι οποίες συμπίπτουν και με τα όρια των δύο σωμάτων που βρέθηκαν κατά μήκος της όδευσης *profile1*. Τα αποτελέσματα για τις παραμέτρους των δύο σωμάτων φαίνονται στον πίνακα (5.4.3.I), καθώς και σε σχηματική αναπαράσταση στο σχήμα (5.4.3.2).



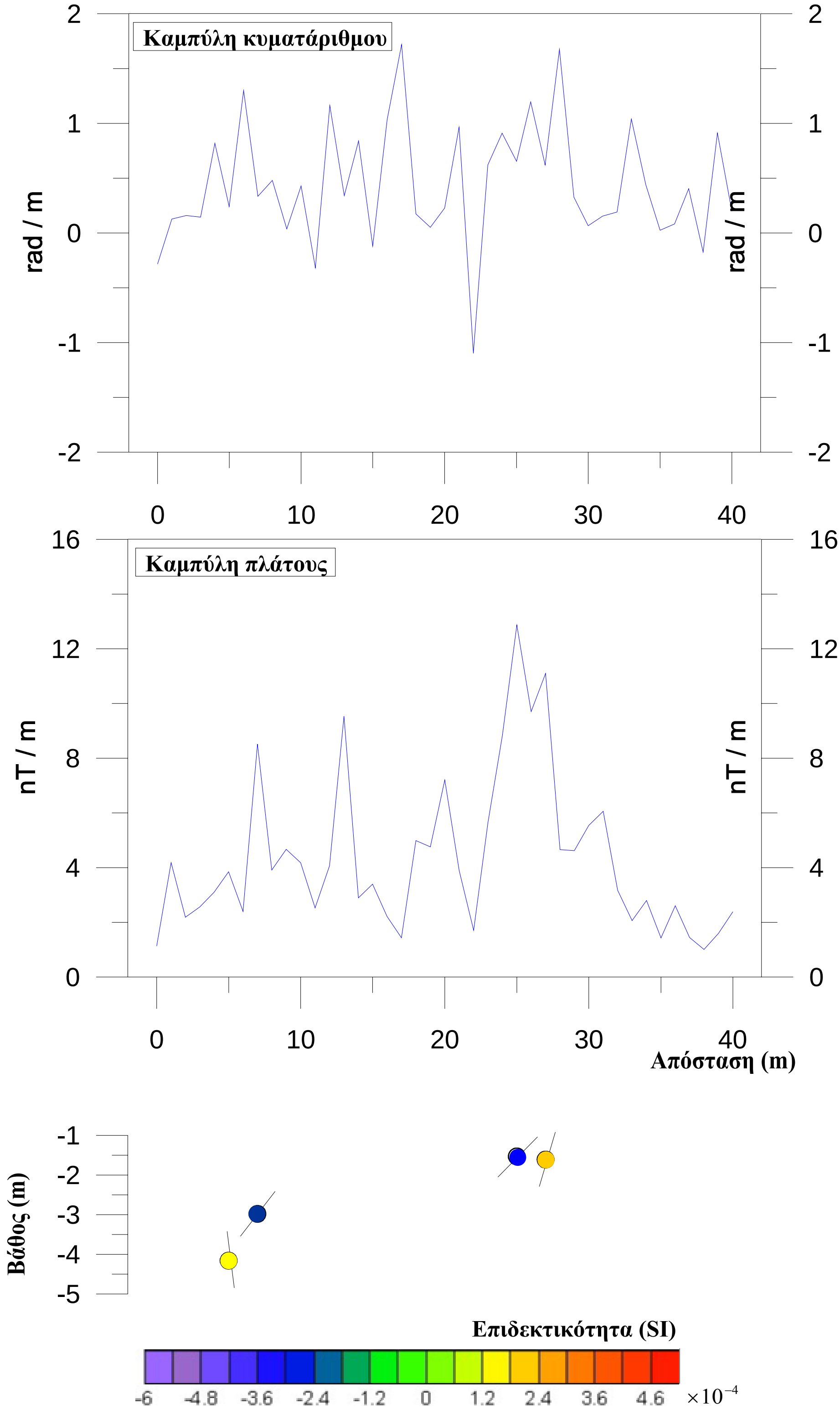
Σχήμα 5.4.3.1: Καμπύλες της μαγνητικής ανωμαλίας και των μιγαδικών χαρακτηριστικών κατά μήκος της όδευσης *profile2*. Επίσης φαίνονται οι καμπύλες του πλάτους και του κυματάριθμου μετά την εφαρμογή του φίλτρου εξομάλυνσης του κυμαινόμενου μέσου όρου.

Όπως φαίνεται από τον πίνακα (5.4.3.Ι) και το σχήμα (5.4.3.2), τα αποτελέσματα για αυτήν την όδευση διαφωνούν σε μερικά σημεία με αυτά του *profile1*. Για το σώμα με όρια τα 5 και 7 m το βάθος της πρώτης κορυφής είναι αρκετά βαθιά, στα 4.16 m, τιμή που φαίνεται αφύσικη. Επίσης η αντίθεση επιδεκτικότητας πέφτει στο μισό αυτής της πρώτης όδευσης. Παρόλα αυτά οι τιμές της κλίσης των κορυφών είναι σε πολύ καλή συμφωνία.

Πίνακας 5.4.3.I : Υπολογισμένες τιμές των παραμέτρων των δύο πηγών του κελιού 024. Στην πρώτη στήλη είναι οι θέσεις στην όδευση των ρηχότερων κορυφών των πηγών. Στη δεύτερη στήλη δίνεται το βάθος ταφής για κάθε κορυφή, στη Τρίτη στήλη η κλίση κάθε κορυφής και στην τέταρτη η αντίθεση της επιδεκτικότητας της κορυφής με το περιβάλλον πέτρωμα.

Θέση x στην όδευση (m)	**Βάθος ταφής κορυφής (m)**	**Κλίση κορυφής (^{0})**	**Αντίθεση επιδεκτικότητας κορυφής (SI)**
5	4.16	82.87	$1.7x10^{-4}$
7	2.98	-52.23	$-3.5x10^{-4}$
25	1.53	-45.35	$-3x10^{-4}$
27	1.61	106.42	$2x10^{-4}$

Το δεύτερο σώμα εντοπίζεται μεταξύ των 25 και 27 m, ενώ στην πρώτη όδευση εντοπίστηκε μεταξύ των 24 και 27 m. Τα βάθη είναι σε καλή συμφωνία μεταξύ τους, διατηρώντας και το ίδιο μέσο βάθος. Παρόλα αυτά οι υπολογισμοί της κλίσης και της αντίθεσης επιδεκτικότητας διαφέρουν αρκετά. Μάλιστα οι τιμές που προκύπτουν για τις κλίσεις δεν μπορούν και να ερμηνευτούν από μόνες τους, δίνοντας αφύσικα αποτελέσματα. Επίσης οι τιμές της αντίθεσης επιδεκτικότητας παρόλο που δεν διαφέρουν πολύ, έχουν αντίθετα πρόσημα. Πράγμα που σημαίνει ότι ενώ κατά μήκος της πρώτης όδευσης το σώμα έχει μεγαλύτερη επιδεκτικότητα από το περιβάλλον του πέτρωμα, κατά μήκος της δεύτερης όδευσης έχει μικρότερη. Αυτό όμως δεν μπορεί να δικαιολογηθεί με βάση το χάρτη της μαγνητικής ανωμαλίας (5.4.1.1), καθώς δε φαίνεται στο χάρτη να υπάρχει αλλαγή στη γεωλογία μεταξύ των δύο περιοχών. Να σημειωθεί ότι οι διαφορές στις παραμέτρους των σωμάτων στις δύο οδεύσεις είναι τέτοιες, που δεν μπορούν να αποδοθούν σε μεταβολές της γεωλογίας και της τοπογραφίας από τη μία όδευση στην άλλη. Επομένως, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι οι διαφορές οφείλονται στην αδυναμία της μεθόδου να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα όταν ο θόρυβος είναι αρκετά υψηλός σε σχέση με το σήμα των σωμάτων.



Σχήμα 5.4.3.2: Σχηματική αναπαράσταση των καμπυλών του κυματάριθμου και του πλάτους (κεντρική διαφορά), καθώς και των τεσσάρων κορυφών των δύο σωμάτων 1 και 2 αντίστοιχα, που βρέθηκαν με τη μέθοδο SPI κατά μήκος της όδευσης *profile2*. Στην κάτω εικόνα με κύκλους παριστάνονται οι τέσσερις κορυφές, όπου φαίνονται τα βάθη ταφής τους, η αντίθεση επιδεκτικότητας τους από το ανάλογο χρώμα και η κλίση τους από την κλίση των ευθειών πάνω σε κάθε κύκλο.

5. 5 *Συμπεράσματα από την Εφαρμογή της Μεθόδου SPI σε Πραγματικά Δεδομένα*

Η μέθοδος SPI των Thurston και Smith (1997) εφαρμόστηκε για τον προσδιορισμό των παραμέτρων πηγών από πραγματικές μαγνητικές μετρήσεις ολικού πεδίου, κατά μήκος δύο οδεύσεων στην περιοχή του Μακρύγιαλου Πιερίας. Σαν πρώτο συμπέρασμα που μπορεί να εξαχθεί από τη μελέτη είναι ότι παρόλο που η μέθοδος χρειάζεται μόνο τον εντοπισμό των μεγίστων κατά μήκος της καμπύλης του κυματάριθμου, **δεν μπορεί να εφαρμοστεί ένας αυτοματοποιημένος τρόπος με τον οποίο να ανιχνεύονται αυτόματα τα μέγιστα που οφείλονται σε κορυφές των σωμάτων και στη συνέχεια να υπολογίζονται στις θέσεις αυτών οι παράμετροι των σωμάτων**. Αυτό συμβαίνει γιατί σε πραγματικά δεδομένα η ύπαρξη του θορύβου δημιουργεί επιπλέον μέγιστα στην καμπύλη του κυματάριθμου. Επομένως ένας αυτοματοποιημένος τρόπος θα υπολόγιζε και τα ανεπιθύμητα μέγιστα δίνοντας λάθος εκτιμήσεις. Επίσης φάνηκε ότι στη συγκεκριμένη μελέτη η καταλληλότερη καμπύλη για τον προσδιορισμό των ορίων των σωμάτων ήταν αυτή του πλάτους και όχι του κυματάριθμου. Επομένως η χρήση της μεθόδου SPI απαιτεί και τη χρήση επιπλέον πληροφοριών για μία σωστή ερμηνεία.

Κατά μήκος της πρώτης όδευσης *profile1* τα αποτελέσματα της μεθόδου ήταν αρκετά ικανοποιητικά, για όλες τις παραμέτρους των πηγών που υπολογίστηκαν. Αντιθέτως κατά μήκος της όδευσης *profile*2 τα αποτελέσματα ήταν αρνητικά, γεγονός που πρέπει να οφείλεται στην ασθενή μαγνητική ανωμαλία κατά μήκος της όδευσης, με αποτέλεσμα ο θόρυβος και το σήμα να είναι στο ίδιο επίπεδο. Επομένως φτάνουμε στο συμπέρασμα ότι **η μέθοδος SPI μπορεί να εφαρμοστεί με επιτυχία σε πραγματικά δεδομένα, αρκεί ο θόρυβος που υπεισέρχεται στις μετρήσεις να μην είναι συγκρίσιμος με το σήμα**.

Συμπεράσματα

Το αντικείμενο της παρούσας διατριβής χωρίστηκε σε δύο κύρια μέρη. Στο πρώτο μέρος μελετήθηκαν οι δυνατότητες των μιγαδικών χαρακτηριστικών σε ιδεατά (συνθετικά) δεδομένα. Το δεύτερο μέρος αφορούσε τη μελέτη των μιγαδικών χαρακτηριστικών σε πραγματικά δεδομένα.

Το πρώτο μέρος, όπου ουσιαστικά αναφέρεται στα κεφάλαια δύο και τρία, αφορά τη μελέτη των μιγαδικών χαρακτηριστικών μέσω της λύσης του ευθέος προβλήματος συγκεκριμένων μοντέλων πολυγωνικών σωμάτων. Επίσης αναφέρεται στη μελέτη των μιγαδικών χαρακτηριστικών που προκύπτουν απευθείας από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας με αριθμητικές μεθόδους, για τα ίδια μοντέλα πολυγωνικών σωμάτων. Από τη μελέτη του ευθέος προβλήματος προέκυψαν συμπεράσματα όσον αφορά τις δυνατότητες εντοπισμού των κορυφών πολυγωνικών σωμάτων από τις συναρτήσεις των μιγαδικών χαρακτηριστικών, καθώς και της οριζόντιας και κατακόρυφης παραγώγου της μαγνητικής ανωμαλίας. Όσον αφορά τις δύο παραγώγους, επαληθεύτηκε ακόμα μία φορά η δυνατότητα τους εντοπισμού των ορίων σωμάτων, όχι όμως και των εσωτερικών κορυφών. Οι συναρτήσεις των μιγαδικών χαρακτηριστικών παρουσίασαν μία έντονη εξάρτηση από τη γεωμετρία των σωμάτων. Οι συναρτήσεις του πλάτους και του κυματάριθμου έδειξαν ικανότητες εντοπισμού και εσωτερικών κορυφών σωμάτων, με τον κυματάριθμο να διατηρεί αυτήν τη διακριτική του ικανότητα για μικρότερα πολυγωνικά σώματα και μικρότερες αποστάσεις γειτονικών κορυφών των σωμάτων σε σχέση με το πλάτος. Η συνάρτηση της φάσης έδειξε εξαιρετικές ικανότητες εντοπισμού ορίων σωμάτων, ακόμα και για αρκετά μικρά σώματα για τα οποία και το πλάτος και ο κυματάριθμος έδιναν μία μόνο κορυφή, χάνοντας έτσι τα όρια των σωμάτων. Όμως η συνάρτηση της φάσης παρουσίαζε αποκλίσεις εντοπισμού των ορίων για μεγάλα σώματα.

Η μελέτη της εξαγωγής των συναρτήσεων των μιγαδικών χαρακτηριστικών απευθείας από τις τιμές της μαγνητικής ανωμαλίας με αριθμητικές μεθόδους, ανέδειξε το πρόβλημα των σφαλμάτων λόγω διακριτοποίησης. Η παραγώγιση μίας διακριτής συνάρτησης παρουσιάζει αποκλίσεις από την παράγωγο της συνάρτησης, όπως αυτή θα προέκυπτε από αναλυτικές σχέσεις. Η κατακόρυφη παράγωγος, η οποία υπολογιζόταν μέσω του μετασχηματισμού Fourier, εμφάνισε μικρότερες αποκλίσεις σε σχέση με την οριζόντια παράγωγο. Η οριζόντια παράγωγος υπολογίστηκε με αριθμητική παραγώγιση χρησιμοποιώντας δύο τύπους, αυτόν της κεντρικής διαφοράς και της πολυωνυμικής διαφοράς πέντε σημείων. Η αριθμητική παραγώγιση με την πολυωνυμική διαφορά έδειξε μεγαλύτερες αποκλίσεις από τις θεωρητικά υπολογιζόμενες παραγώγους, σε σχέση με την κεντρική διαφορά. Επομένως οι συναρτήσεις των μιγαδικών χαρακτηριστικών εμφανίζουν ανάλογα φαινόμενα, αφού υπολογίζονται από τις παραγώγους της ανωμαλίας. Τις μεγαλύτερες αποκλίσεις παρουσίασε η συνάρτηση του κυματάριθμου (η οποία χρησιμοποιεί και δεύτερες παραγώγους, οι οποίες διογκώνουν το πρόβλημα), εμφανίζοντας , για μικρά σώματα τρεις κορυφές από τις δύο μόνο των ορίων που αναμένονταν. Αισθητές αποκλίσεις παρουσίασε και η συνάρτηση της φάσης, όχι όμως σε θέματα εντοπισμού ορίων αλλά σε πλάτη της συνάρτησης πάνω στα όρια.

Το δεύτερο μέρος χωρίστηκε σε δύο τμήματα. Στο πρώτο τμήμα (κεφάλαιο τέσσερα) έγινε μία μελέτη της επίδρασης του θορύβου στις συναρτήσεις των μιγαδικών χαρακτηριστικών. Δύο είδη θορύβου μελετήθηκαν: α) ο θόρυβος που εισάγεται λόγω του σφάλματος από τη διακριτοποίηση της μαγνητικής ανωμαλίας και, β) ο θόρυβος που υπεισέρχεται από την περιορισμένη ακρίβεια (σφάλμα) του οργάνου. Η μελέτη των δύο ειδών θορύβου χωριστά οδήγησε στο συμπέρασμα ότι καθώς αυξάνει το βήμα δειγματοληψίας το σφάλμα λόγω διακριτοποίησης αυξάνεται ενώ η επίδραση του σφάλματος του οργάνου μειώνεται. Αυτό οδήγησε στο συμπέρασμα ότι το ολικό σφάλμα, που οφείλεται και στα δύο είδη σφαλμάτων, όσο αυξάνει το βήμα δειγματοληψίας μειώνεται, παρουσιάζοντας ένα ελάχιστο και στη συνέχεια αυξάνεται. Σχεδιάστηκαν καμπύλες ολικού σφάλματος- βήματος δειγματοληψίας για κάθε μία από τις συναρτήσεις των μιγαδικών χαρακτηριστικών για δύο τιμές σφαλμάτων οργάνου, δηλαδή για σφάλμα 1 nT που παρουσιάζουν τα πυρηνικά μαγνητόμετρα και 0.02 nT που παρουσιάζουν τα μαγνητόμετρα καισίου. Έτσι δίνεται η δυνατότητα να προταθούν κατάλληλες τιμές βημάτων δειγματοληψίας. Με τον τρόπο αυτό φάνηκε πως, όταν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε τα μιγαδικά χαρακτηριστικά για ερμηνεία, τα βήματα δειγματοληψίας των 0.5 και 1 m, που χρησιμοποιούνται συχνότερα στην αρχαιομετρία, είναι οι καταλληλότερες τιμές όταν χρησιμοποιούνται μαγνητόμετρα κεσίου, ενώ δε συμβαίνει το ίδιο με τα πυρηνικά μαγνητόμετρα, τα οποία δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα σε μεγαλύτερα βήματα.

Το δεύτερο μέρος, που αναφέρεται στο πέμπτο κεφάλαιο, αφορούσε τη μελέτη των συναρτήσεων των μιγαδικών χαρακτηριστικών σε πραγματικά δεδομένα και την εφαρμογή της μεθόδου SPI των Thurston και Smith για τον εντοπισμό των παραμέτρων πραγματικών των πηγών. Το πρώτο συμπέρασμα που βγήκε είναι ότι δεν μπορεί να υπάρξει αυτοματοποιημένος τρόπος εύρεσης των κορυφών στην καμπύλη του κυματάριθμου, όπως απαιτεί η μέθοδος SPI, καθώς δεν μπορεί να γίνει διάκριση μεταξύ κορυφών που οφείλονται στις πηγές και αυτών που οφείλονται στο θόρυβο. Επίσης διαπιστώθηκε στη συγκεκριμένη εφαρμογή ότι η καμπύλη του κυματάριθμου δεν είναι πάντα η καταλληλότερη για τον εντοπισμό των κορυφών. Στην εφαρμογή χρησιμοποιήθηκε για το σκοπό αυτό η καμπύλη του πλάτους. Επίσης τα αποτελέσματα για τις παραμέτρους των πηγών ήταν αρκετά ικανοποιητικά στην περίπτωση που το σήμα της ανωμαλίας ήταν ισχυρό συγκριτικά με το θόρυβο. Με βάση τα παραπάνω καταλήξαμε στο τελικό συμπέρασμα ότι η μέθοδος των μιγαδικών χαρακτηριστικών μπορεί να εφαρμοστεί ικανοποιητικά ως επιπλέον εργαλείο στην ερμηνεία, στον τομέα της αρχαιομετρίας, αρκεί ο θόρυβος να μην είναι αρκετά μεγάλος και συγκρίσιμος με το σήμα της ανωμαλίας.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Κώδικας υπολογισμού της μαγνητικής ανωμαλίας και των μιγαδικών χαρακτηριστικών πολυγωνικών σωμάτων από την επίλυση του ευθέος προβλήματος (“*fortran.for*”)

```
c  ********************************************************
c  **                                                    **
c  **        CALCULATION OF THE ANALYTICAL SIGNAL,       **
c  **          LOCAL PHASE AND LOCAL WAVENUMBER          **
c  **                FOR ANY GIVEN BODY                  **
c  **                                                    **
c  ********************************************************

c  Fortran program that calculates the complex attributes of the
c  analytic signal of a magnetized body. The complex attributes
c  are calculated via the real and imaginary parts of the analytic
c  which are calculated in the subroutine "anasi". The geometric
c  parameters of the geomagnetic field and the profile, aw well as
c  the coordinates of the polygonal body, are input data to the
c  program. As output the program gives the complex attributes, the
c  magnetic anomaly values of the body and it's derivatives, all of
c  them followng the profile distance values. Also in output there
c  is a file (file 8) containing only the magnetic anomaly values,
c  serving as the synthetic input data to the program "numeric.for"
c  that calculates the complex attributes by numerical methods on
c  values of the magnetic anomaly. There is also the option for the
c  user to insert error in the data.


   PARAMETER par=4000,pi=3.14159265
   DOUBLE PRECISION k,f,d,a,const,id,lp,st,yd,std
   DOUBLE PRECISION co(par,2),dip(par,2),reimd(par,par)
   DOUBLE PRECISION magan(par,par),summagan(par),upmagan(par,par)
   DOUBLE PRECISION domagan(par,par),upsummagan(par),dosummagan(par)
   DOUBLE PRECISION lwxz(par,par),ampl(par),phi(par),lwave(par)
   DOUBLE PRECISION sumre(2,par),slwxz(2,par),ran1,gasdev
   INTEGER num,temp,ir,seed,div
   CHARACTER ans*3




c  Ask for the needed coefficients k,F,i,A

   write(*,'(a,$)')"Give the susceptibility contrast of the body: "
   read(*,*)k
   write(*,'(a,$)')"Give the magnetic field(nT): "
   read(*,*)f
   write(*,'(a,$)')"Give the inclination(deg) of the magnetic field:"
   read(*,*)d
   write(*,'(a,/,a,$)')"Give the angle(deg) between magnetic north ",
  ^"and positive x axis: "
   read(*,*)a

20 write(*,'(a,$)')'Give the length(m) of the profile: '
   read(*,*)lp
   write(*,'(a,$)')'Give the step for each measurement: '
```

```
   read(*,*)st
c  We must check if the division of lp by st is integer
   ir=int(lp/st)
   if(lp/st.ne.float(ir))then
     temp=ir+1
   else
     temp=ir
   endif

   div=int(4/st)
   temp=temp+div




c  We ask for the body's angles' coocrdinates

   write(*,'(a,$)')'Give the number of angles the body has: '
   read(*,*)num
   write(*,*)'-------------------------------------------------------'
   write(*,'(5(a,/))')' Following the direction
  ^(anticlockwise) of your profile',
  ^ ' give the coordinates of the 1st angle, then ,the 2nd',' e.t.c.,
  ^ writing the x coordinate, space, then the z',' coordinate and
  ^ continue for the next angle in the',' next line.'
   write(*,*)"!!! Keep in mind that the origin of the coordinate ",
  ^"axis depends on the number of the body's angles.",
  ^"For odd number the origin is placed above the",
  ^"central corner. For even number the zero is placed",
  ^"above the middle of the two central corners."
   do i=1,num
     read(*,*)co(i,1),co(i,2)
   enddo

   write(*,'(a,$)')'Give the high of the magnetometer: '
c  read(*,*)yd



c  --------------------------------------------------------
c                     ANGLES
c  --------------------------------------------------------

c  Now the calculation follows of the first and last angles


   if(co(1,2).eq.co(num,2))then
      dip(1,1)=0
      dip(num,2)=0
   elseif(co(1,2).gt.co(num,2))then
      dip(1,1)=atan2(co(1,2)-co(num,2),co(1,1)-co(num,1))
      dip(num,2)=atan2(co(1,2)-co(num,2),co(1,1)-co(num,1))
   elseif(co(1,2).lt.co(num,2))then
      dip(1,1)=atan2(co(num,2)-co(1,2),co(num,1)-co(1,1))
      dip(num,2)=atan2(co(num,2)-co(1,2),co(num,1)-co(1,1))
   endif



c  Now the dips in each angle have to be calculated. There are
c  2 dips in eachangle, so we use an Nx2 matrix, named dip(num,2)
```

```
   do i=2,num         !For the first angle
     if(co(i,2).gt.co(i-1,2))then
       dip(i,1)=atan2(co(i,2)-co(i-1,2),co(i,1)-co(i-1,1))
     elseif(co(i,2).lt.co(i-1,2))then
       dip(i,1)=atan2(co(i-1,2)-co(i,2),co(i-1,1)-co(i,1))
     elseif(co(i,2).eq.co(i-1,2))then
      dip(i,1)=0.
     endif
   enddo

   do i=1,num-1        !For the second angle
     if(co(i,2).gt.co(i+1,2))then
       dip(i,2)=atan2(co(i,2)-co(i+1,2),co(i,1)-co(i+1,1))
     elseif(co(i,2).lt.co(i+1,2))then
       dip(i,2)=atan2(co(i+1,2)-co(i,2),co(i+1,1)-co(i,1))
     elseif(co(i,2).eq.co(i+1,2))then
      dip(i,2)=0.
     endif
   enddo

   write(*,*)'Give seed number: '
   read(*,*)seed
   const=2.*k*f*(1.-(cos(d*pi/180.)**2)*(sin(a*pi/180.)**2))
   id=atan2(tan(d*pi/180.),cos(a*pi/180.)) !This is the I angle
                                           !used for the "phi" in
                                           !the calculations of real
                                           !and complex components
                                           ! of the analytical signal


c  Ask if the user wants to use any error

   write(*,*)
   write(*,'(a,$)')'Do you want to add noise in the data?(y/n)'
   read(*,*)ans
   if(ans.eq.'Y'.or.ans.eq.'y')then
     write(*,'(a,$)')'Give the rms error: '
     read(*,*)std
   else
     std=0.
   endif




c  ------------------------------------------
c          MAGNETIC ANOMALY
c  ------------------------------------------

c  We calculate the magnetic anomaly


25    do i=1,num-1
     if(co(i,2).ne.co(i+1,2))then
      do j=1,temp
        magan(i,j)=const*sin(dip(i,2))*
    ^((atan2(-lp/2.+j*st-co(i,1),co(i,2)+yd)-
    ^atan2(-lp/2.+j*st-co(i+1,1),co(i+1,2)+yd))*
    ^cos(2.*id-dip(i,2)-pi/2.)+
    ^sin(2.*id-dip(i,2)-pi/2.)*log(sqrt((-lp/2.+j*st-co(i,1))**2+
```

```
  ^(co(i,2)+yd)**2)/sqrt((-lp/2.+j*st-co(i+1,1))**2+
  ^(co(i+1,2)+yd)**2)))
      enddo
     else
         do j=1,temp
        magan(i,j)=0.
      enddo
     endif
    enddo



c   For the first and last angles

    do i=1,temp
     if(co(num,2).ne.co(1,2))then
      magan(num,i)=const*sin(dip(num,2))*
  ^((atan2(-lp/2.+i*st-co(num,1),co(num,2)+yd)
  ^-atan2(-lp/2.+i*st-co(1,1),co(1,2)+yd))*
  ^cos(2.*id-dip(num,2)-pi/2.)+
  ^sin(2.*id-dip(num,2)-pi/2.)*log(sqrt((-lp/2.+i*st-co(num,1))**2+
  ^(co(num,2)+yd)**2)/sqrt((-lp/2.+i*st-co(1,1))**2+
  ^(co(1,2)+yd)**2)))
     else
      magan(num,i)=0.
     endif
    enddo



    do j=1,temp
      summagan(j)=0.
      if(ans.eq.'Y'.or.ans.eq.'y')then
        do i=1,num
          summagan(j)=summagan(j)+magan(i,j)
        enddo
        summagan(j)=summagan(j)+std*gasdev(seed)
      else
        do i=1,num
          summagan(j)=summagan(j)+magan(i,j)
        enddo
      endif
    enddo



c   We call the suroutine "anasy", which calculates the real and
c   imaginary part of the anal. sig. for every corner

c   -----------------------------------------------------------------
    call anasi(num,const,id,dip,co,lp,st,temp,-yd,-lp/2.,reimd)
c   -----------------------------------------------------------------

c   -----------------------------------------------------------------
c                              COMPLEX ATTRIBUTES
c   -----------------------------------------------------------------

c   Calculation of the local wavenumber
c   First we calculate the second derivatives for one corner
```

```
   do i=1,num
    do j=1,temp
c  The second derivative with respect to x and z
      lwxz(2*i-1,j)=(2.*(co(i,2)-(-yd))*reimd(2*i-1,j)+const*
  ^(-sin(dip(i,2))*Cos(2.*id-dip(i,2)-pi/2.)+sin(dip(i,1))*
  ^Cos(2.*id-dip(i,1)-pi/2.)))/((co(i,2)-(-yd))**2+
  ^(lp/2.+j*st-co(i,1))**2)                            !
c  ***************************
c  The second derivative with respect to x twice

      lwxz(2*i,j)=(-2.*(-lp/2.+j*st-co(i,1))*reimd(2*i-1,j)+const*
  ^(sin(dip(i,2))*sin(2.*id-dip(i,2)-pi/2.)-sin(dip(i,1))*
  ^sin(2.*id-dip(i,1)-pi/2.)))/((co(i,2)-(-yd))**2+
  ^(-lp/2.+j*st-co(i,1))**2)
    enddo
   enddo

c  We calculate the sum of the real and imaginary part of the
c  analytic
c  signal and the sum of the second derivatives


   do j=1,temp
     do i=1,num
       sumre(1,j)=sumre(1,j)+reimd(2*i-1,j)
       sumre(2,j)=sumre(2,j)+reimd(2*i,j)
       slwxz(1,j)=slwxz(1,j)+lwxz(2*i-1,j)  !Sum of 2nd derivative xz
       slwxz(2,j)=slwxz(2,j)+lwxz(2*i,j)    !Sum of 2nd derivative xx
     enddo
     sumre(1,j)=sumre(1,j)+std*gasdev(seed)
     sumre(2,j)=sumre(2,j)+std*gasdev(seed)
        slwxz(1,j)=slwxz(1,j)+std*gasdev(seed)
     slwxz(2,j)=slwxz(2,j)+std*gasdev(seed)
   enddo

   do j=1,temp
    ampl(j)=sqrt(sumre(1,j)**2+sumre(2,j)**2)
    phi(j)=atan(sumre(2,j)/sumre(1,j))
    lwave(j)=(slwxz(1,j)*sumre(1,j)-slwxz(2,j)*
  ^sumre(2,j))/(ampl(j)**2)
   enddo


c  --------------------------------------------------
c                 FILE WRITTING
c  --------------------------------------------------

40 open(1,file='amplitude.dat',status='unknown')!The amplitude values
   open(2,file='phi.dat',status='unknown')      !The phase values
   open(3,file='loc_wavenum.dat',status='unknown')  !The wavenumber
                                                    !values
   open(5,file='horizontal.dat',status='unknown')  !Horizontal
                                                   !derivative values
   open(6,file='vertical.dat',status='unknown')    !Vertical
                                                   !derivative values
   open(7,file='anomaly.dat',status='unknown')     !Magnetic anomaly
   open(8,file='input.dat',status='unknown')       !Input data of
                                                   !magnetic anomaly
                                                   !values

   do i=1,temp
```

```
      write(1,*)-lp/2+i*st,ampl(i)
      write(2,*)-lp/2+i*st,phi(i)*180./pi
      write(3,*)-lp/2+i*st,lwave(i)
      write(5,*)-lp/2+i*st,sumre(1,i)
      write(6,*)-lp/2+i*st,sumre(2,i)
      write(7,*)-lp/2+i*st,summagan(i)
      write(8,*)summagan(i)
   enddo

   close(1)
   close(2)
   close(3)
   close(5)
   close(6)
   close(7)
   close(8)


   end


c -------------------------------------------------------------------
c *******************************************************************
c -------------------------------------------------------------------

   SUBROUTINE anasi(num,c,id,dip,co,lp,st,temp,y,b,reim)
   PARAMETER par=4000,pi=3.141592
   INTEGER num,temp
   DOUBLE PRECISION id,lp,st,c,dip(par,2),co(par,2),reim(par,par)
   DOUBLE PRECISION y,b  !"b" is the begining of the profile. Usually
                         !it takes the value -lp/2. "y" is the high
                         !to which we want to make the measurements.




c  We calculate the Real and Imaginary part of the analytical signal
c  of one corner

   do i=1,num
     do j=1,temp
      reim(2*i-1,j)=(c*(sin(dip(i,2))*((co(i,2)-y)*  !The real part
  ^Cos(2*id-dip(i,2)-pi/2)+
  ^(b+j*st-co(i,1))*Sin(2*id-dip(i,2)-pi/2))
  ^-sin(dip(i,1))*((co(i,2)-y)*                      !Here begins the
  ^Cos(2*id-dip(i,1)-pi/2)+                          !second term
  ^(b+j*st-co(i,1))*Sin(2*id-dip(i,1)-pi/2)))/
  ^((co(i,2)-y)**2+(b+j*st-co(i,1))**2))

     reim(2*i,j)=(c*(sin(dip(i,2))*(-(co(i,2)-y)* !The imaginary part
  ^Sin(2*id-dip(i,2)-pi/2)+
  ^(b+j*st-co(i,1))*Cos(2*id-dip(i,2)-pi/2))
  ^-sin(dip(i,1))*(-(co(i,2)-y)*                     !Here begins the
  ^Sin(2*id-dip(i,1)-pi/2)+                          !second term
  ^(b+j*st-co(i,1))*Cos(2*id-dip(i,1)-pi/2)))/
  ^((co(i,2)-y)**2+(b+j*st-co(i,1))**2))
     enddo
   enddo


   return
```

```
   END



c -------------------------------------------------------------------
c +++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
c -------------------------------------------------------------------


      FUNCTION gasdev(idum)
      INTEGER idum
      REAL gasdev
CU    USES ran1
      INTEGER iset
      REAL fac,gset,rsq,v1,v2,ran1
      SAVE iset,gset
      DATA iset/0/
      if (iset.eq.0) then
1       v1=2.*ran1(idum)-1.
        v2=2.*ran1(idum)-1.
        rsq=v1**2+v2**2
        if(rsq.ge.1..or.rsq.eq.0.)goto 1
        fac=sqrt(-2.*log(rsq)/rsq)
        gset=v1*fac
        gasdev=v2*fac
        iset=1
      else
        gasdev=gset
        iset=0
      endif
      return
      END
C  (C) Copr. 1986-92 Numerical Recipes Software "?U]2'>W.




c  ------------------------------------------------------------------
c  ++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
c  ------------------------------------------------------------------


      FUNCTION ran1(idum)
      INTEGER idum,IA,IM,IQ,IR,NTAB,NDIV
      REAL ran1,AM,EPS,RNMX
      PARAMETER (IA=16807,IM=2147483647,AM=1./IM,IQ=127773,IR=2836,
     *NTAB=32,NDIV=1+(IM-1)/NTAB,EPS=1.2e-7,RNMX=1.-EPS)
      INTEGER j,k,iv(NTAB),iy
      SAVE iv,iy
      DATA iv /NTAB*0/, iy /0/
      if (idum.le.0.or.iy.eq.0) then
        idum=max(-idum,1)
        do 11 j=NTAB+8,1,-1
          k=idum/IQ
          idum=IA*(idum-k*IQ)-IR*k
          if (idum.lt.0) idum=idum+IM
          if (j.le.NTAB) iv(j)=idum
11      continue
        iy=iv(1)
      endif
```

```
      k=idum/IQ
      idum=IA*(idum-k*IQ)-IR*k
      if (idum.lt.0) idum=idum+IM
      j=1+iy/NDIV
      iy=iv(j)
      iv(j)=idum
      ran1=min(AM*iy,RNMX)
      return
      END
C  (C) Copr. 1986-92 Numerical Recipes Software "?U]2'>W.
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Κώδικας υπολογισμού των μιγαδικών χαρακτηριστικών μέσω αριθμητικών μεθόδων, καθώς και των παραμέτρων των πηγών (“*numeric.for*”)

```
c  ***********************************************************
c  **                                                       **
c  **                  (( SPI METHOD ))                     **
c  **        -------------------------------------          **
c  **           CALCULATION OF THE PARAMETERS OF            **
c  **         A MAGNETIZED BODY USING THE COMPLEX           **
c  **                     ATRIBUTES                         **
c  **                                                       **
c  ***********************************************************

c  This program computes the complex attributes and the magnetic
c  anomaly's derivatives by inserting the user the values of the
c  magnetic anomaly. As input are also some geometric characteristics
c  of the geomagnetic field and the profile. The program also
c  calculates the source's parameters by means of the SPI method


   PARAMETER pi=3.14159265,par=8192  !Power of 2
   REAL mes(par),hor(par),ver(2*par),kx(par),ampl(par)
   REAL phi(par),zh(2*par),hh(par),wavenum(par)
   REAL depth(par),dip(par),susc(par),wlevel(par),alevel(par)
   REAL smwave(par),smampl(par),amax(par),wmax(par)
   REAL st,fn,lp,f,d,a,id,c,lev,aamax,wwmax,per
   INTEGER n_max,n,k,kk,l,ans,nadd,nadd2,auto,meth,reg
   CHARACTER fname*30,fname2*30,ans2*3
c  --------------------------------------------------
c  Ask for the file that contains the field values
c  --------------------------------------------------

   write(*,'(a,$)')"Give the field values' filename:"
   read(*,*)fname
   open(1,file=fname,status='old')

   write(*,'(a,$)')"Give the magnetic field(nT): "
   read(*,*)f
   write(*,'(a,$)')"Give the inclination(deg) of the magnetic field:"
   read(*,*)d
   write(*,'(a,/,a,$)')"Give the angle(deg) between magnetic north ",
  ^"and positive x axis: "
   read(*,*)a

   c=1.-(cos(d*pi/180.)**2)*(sin(a*pi/180.)**2)
   id=atan(tan(d*pi/180.)/cos(a*pi/180.))



   write(*,'(a,$)')'Give the first measurement point: '
   read(*,*)lp
   write(*,'(a,$)')'Give the step between each measurement: '
   read(*,*)st
```

```
c  -------------------------------------------------
c  Reading the values
c  -------------------------------------------------


   do i=1,par
      read(1,*,end=10)mes(i)
   enddo

10 close(1)

   k=i-1

   n=k

c  ---------------------------------------------------------
c  Ask whether the user wants to calculate the horizontal
c  derivatives with the central or polynomial difference
c  ---------------------------------------------------------

15 write(*,*)
   write(*,*)'You can calculate the horizontal derivatives using:'
   write(*,*)'  1.  The Central difference, or'
   write(*,*)'  2.  The Polynomial difference'
   write(*,'(a,$)')'Select one of the above options, by pressing 1 or
  ^ 2: '
   read(*,*)ans
   if(ans.ne.1.and.ans.ne.2)then
     write(*,*)'Wrong choice. Please try again...'
     goto 15
   endif



c  ---------------------------------------------------------
c  Calculation of the Horizontal derivative by means of the
c  polynomial difference or the central difference.
c  ---------------------------------------------------------


16 if(ans.eq.1)then
   do i=2,n-1
     hor(i)=(mes(i+1)-mes(i-1))/(2.*st)
   enddo
   hor(1)=hor(2)
   hor(n)=hor(n-1)
   else
   do i=3,n-2
     hor(i)=(2.*mes(i+2)+mes(i+1)-mes(i-1)-2.*mes(i-2))/(10.*st)
   enddo
   hor(2)=(mes(3)-mes(1))/(2.*st)
   hor(1)=hor(2)
   hor(n-1)=(mes(n)-mes(n-2))/(2.*st)
   hor(n)=hor(n-1)
   endif

c  -------------------------------------------------
c  The second horizontal derivative is:
c  -------------------------------------------------

17 if(ans.eq.1)then
```

```
   do i=2,n-1
     hh(i)=(hor(i+1)-hor(i-1))/(2.*st)
   enddo
   hh(1)=hh(2)
   hh(n)=hh(n-1)
   else
   do i=3,n-2
     hh(i)=(2.*hor(i+2)+hor(i+1)-hor(i-1)-2.*hor(i-2))/(10.*st)
   enddo
   hh(2)=(hor(3)-hor(1))/(2.*st)
   hh(1)=hh(2)
   hh(n-1)=(hor(n)-hor(n-2))/(2.*st)
   hh(n)=hh(n-1)
   endif



c  ++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
c  ------------------------------------------------------------------
c  For the calculation of the vertical derivative we make use of the
c  subroutine "four1".
c  ------------------------------------------------------------------


   fn=float(n-1)+1.e-6

c  We raise the counter to the first number that's power of 2

   n_max=int(alog(fn)/alog(2.))+1  !We add 1 because the function int
   n_max=2**n_max                  !cuts the decimals points
   n=n_max                         !returning an integer less than
                                   !needed

c  We check if n=k and if not we fill the matrix with the first value
c  in front and with the last value in the end

   if(n.eq.k)goto 19

   nadd=n-k
   nadd2=nadd/2

   do i=nadd2+k,nadd2+1,-1     !We move the values to the middle
     mes(i)=mes(i-nadd2)       !of the matrix
   enddo

   do i=1,nadd2                !We fill the first places with the
     mes(i)=mes(nadd2+1)       !the first value
   enddo

   do i=k+nadd2+1,n            !We fill the last places with the
     mes(i)=mes(k+nadd2)       !the last value
   enddo



   do i=1,n
     ver(2*i-1)=mes(i)
     ver(2*i)=0.
   enddo
```

```
c -------------------------------------------------------------------
19 call four1(ver,n,1)    !We call the subroutine "four1".
c -------------------------------------------------------------------


   do i=(n/2)+2,n   !For negative wavenumbers
      kx(i-(n/2)-1)=2*pi*(i-n-1)/(n*st)
   enddo

   do i=1,(n/2)+1   !For positive wavenumbers
      kx(i+(n/2)-1)=2*pi*(i-1)/(n*st)
   enddo

c  The vertical derivative is calculated in the wavenumber domain by
c  multipling the real and imaginary component of the transform with
c  abs(k), where k=2*pi/lamda=2*pi*freq.

   do i=(n/2)+2,n   !For negative frequencys
      ver(2*i-1)=ver(2*i-1)*abs(kx(i-(n/2)-1))
      ver(2*i)=ver(2*i)*abs(kx(i-(n/2)-1))
   enddo

   do i=1,(n/2)+1   !For positive frequencys
      ver(2*i-1)=ver(2*i-1)*abs(kx(i+(n/2)-1))
      ver(2*i)=ver(2*i)*abs(kx(i+(n/2)-1))
   enddo


c -------------------------------------------------------------------
   call four1(ver,n,-1)    !We call the subroutine "four1".
c -------------------------------------------------------------------


   do i=1,n
     ver(i)=ver(2*i-1)/n
   enddo

   do i=1,k
     ver(i)=ver(nadd2+i)
   enddo

c +++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++


c  The horizontal derivative of the vertical derivative


   if(ans.eq.1)then
   do i=2,k-1
     zh(i)=(ver(i+1)-ver(i-1))/(2.*st)
   enddo
   zh(1)=zh(2)
   zh(k)=zh(k-1)
   else
   do i=3,k-2
     zh(i)=(2.*ver(i+2)+ver(i+1)-ver(i-1)-2.*ver(i-2))/(10.*st)

   enddo
   zh(2)=(ver(3)-ver(1))/(2.*st)
   zh(1)=zh(2)
```

```
      zh(k-1)=(ver(k)-ver(k-2))/(2.*st)
      zh(k)=zh(k-1)
      endif




      do i=1,k
         ampl(i)=sqrt(ver(i)**2+hor(i)**2)
         phi(i)=atan(ver(i)/hor(i))
         wavenum(i)=(zh(i)*hor(i)-hh(i)*ver(i))/((ampl(i))**2)
      enddo


      kk=k

      open(3,file='vertical.dat',status='unknown')
      open(4,file='horizontal_cd.dat',status='unknown')
      open(5,file='amplitude_pd.dat',status='unknown')
      open(6,file='wavenumber_pd.dat',status='unknown')
      open(7,file='phase_pd.dat',status='unknown')



      do i=1,kk
        write(3,*)lp+i*st,ver(i)
        write(4,*)lp+i*st,hor(i)
        write(5,*)lp+i*st,ampl(i)
           write(6,*)lp+i*st,wavenum(i)
        write(7,*)lp+i*st,phi(i)*180./pi
      enddo

      close(3)
      close(4)
      close(5)
      close(6)
      close(7)


c     -------------------------------------------------
c         APLLICATION OF THE MOVING AVERAGE FILTER
c     -------------------------------------------------

      do i=2,kk-1
c       smwave(i)=(wavenum(i-1)+2.*wavenum(i)+wavenum(i+1))/4
           smwave(i)=wavenum(i)
        smampl(i)=ampl(i)
c       smampl(i)=(ampl(i-1)+2.*ampl(i)+ampl(i+1))/4
      enddo

c     smwave(1)=(2.*wavenum(1)+wavenum(2))/3
c     smwave(kk)=(2.*wavenum(kk)+wavenum(kk-1))/3
      smwave(1)=wavenum(1)
      smwave(kk)=wavenum(kk)
      smampl(1)=ampl(1)
      smampl(kk)=ampl(kk)
c     smampl(1)=(2.*ampl(1)+ampl(2))/3
c     smampl(kk)=(2.*ampl(kk)+ampl(kk-1))/3


c     ---------------------------------------------------------
```

```
c  Ask whether the user wants to calculate the source
c  parameters
c  ----------------------------------------------------------

   write(*,*)
   write(*,'(a,$)')'Do you want to estimate the source parameters?
     ^(y/n)'
   read(*,*)ans2

   if(ans2.ne.'y'.and.ans2.ne.'Y')goto 100


c  Ask which method the user wants to use
   write(*,*)'--------------------------------'
   write(*,*)"There are 3 ways to estimate the parameters:"
   write(*,*)"   1.Using the wavenumber,"
   write(*,*)"   2.Using the amplitude,"
   write(*,*)"   3.Using both the wavenumber and the amplitude."
20 write(*,'(a,$)')'Please select one method: '
   read(*,*)meth
   if(meth.ne.1.and.meth.ne.2.and.meth.ne.3)then
     write(*,*)'Wrong choice. Please try again...'
     goto 20
   endif

   if(meth.eq.3)then
   write(*,*)"You can compare between amplitude's and wavenumber's:"
   write(*,*)"   1.Local maxima or,"
   write(*,*)"   2.Regions where the local maxima occur."
21 write(*,'(a,$)')'Please select one the above two: '
   read(*,*)reg
   if(reg.ne.1.and.reg.ne.2)then
     write(*,*)'Wrong choice. Please try again...'
     goto 21
   endif
   endif

22   write(*,*)                            !Calculation of levels
     write(*,*)'You want to use a level that is:'
     write(*,*)'  1.  Calculated by the program, or'
     write(*,*)'  2.  Given by you'
     write(*,'(a,$)')'Select one of the above options, by pressing
    ^ 1 or 2: '
     read(*,*)auto
     if(auto.ne.1.and.auto.ne.2)then
       write(*,*)'Wrong choice. Please try again...'
       goto 22
     endif
     write(*,'(a,$)')'Give the number of levels you want to use: '
     read(*,*)lev



   if(auto.eq.2)then
    if(meth.eq.1.or.meth.eq.2)then
     write(*,'(a,$)')"Give the level's values: "   !User's levels
      if(meth.eq.1)then
       do j=1,lev
         read(*,*)wlevel(j)
       enddo
```

```
      elseif(meth.eq.2)then
       do j=1,lev
         read(*,*)alevel(j)
       enddo
      endif
    else
     write(*,'(a,$)')"Give the wavenumber level's values: " !User's
   levels
       do j=1,lev                                            !for
   wavenumber
         read(*,*)wlevel(j)
       enddo
     write(*,'(a,$)')"Give the amplitude level's values: "  !User's
   levels
       do j=1,lev                                            !for
   amplitude
         read(*,*)alevel(j)
       enddo
    endif
   else                                             !Computer's levels
     write(*,'(a,$)')"Give the persentage of the level's distance
  ^ from the wavenumber's maximum value: "
     read(*,*)per
     aamax=0.
     wwmax=0.
     do i=1,kk
      if(meth.eq.1)then
       if(smwave(i).ge.wwmax)then
        wwmax=smwave(i)
       endif
       do j=1,lev
         wlevel(j)=wwmax-j*per*wwmax
       enddo
      elseif(meth.eq.2)then
       if(smampl(i).ge.aamax)then
        aamax=smampl(i)
       endif
       do j=1,lev
         alevel(j)=aamax-j*per*aamax
       enddo
      elseif(meth.eq.3)then
       if(smwave(i).ge.wwmax)then
        wwmax=smwave(i)
       endif
       if(smampl(i).ge.aamax)then
        aamax=smampl(i)
       endif
       do j=1,lev
         wlevel(j)=wwmax-j*per*wwmax
         alevel(j)=aamax-j*per*aamax
       enddo
      endif
     enddo
   endif

c  Calling the appropiate subroutine according to which method was
   selected

c -------------------------------------------------------------------
   if(meth.eq.1)then
     call parest1(lp,st,id,f,c,lev,kk,ampl,phi,wavenum,
```

```
  ^smwave,wlevel,wmax,depth,dip,susc)
   elseif(meth.eq.2)then
     call parest1(lp,st,id,f,c,lev,kk,ampl,phi,wavenum,
  ^smampl,alevel,amax,depth,dip,susc)
   elseif(meth.eq.3)then
     call parest2(lp,st,reg,id,f,c,lev,kk,ampl,phi,wavenum,
  ^smwave,smampl,wlevel,alevel,wmax,depth,dip,susc)
   endif
c --------------------------------------------------------------------


   open(10,file='grid18_depth_both_cd.dat',status='unknown')
   open(11,file='grid18_dip_both_cd.dat',status='unknown')
   open(12,file='grid18_susceptib_both_cd.dat',status='unknown')


   do i=1,kk
     write(10,*)lp+i*st,depth(i)
     write(11,*)lp+i*st,dip(i)
     write(12,*)lp+i*st,susc(i)
   enddo

   open(13,file='smooth_amplitude_cd.dat',status='unknown')
   open(14,file='max_values_cd.dat',status='unknown')
   do i=1,kk
     if(reg.eq.1.or.reg.eq.3)then
      write(13,*)lp+i*st,smampl(i)
      write(14,*)lp+i*st,wmax(i)
     else
      write(13,*)lp+i*st,smampl(i)
      write(14,*)lp+i*st,amax(i)
     endif
   enddo



   close(10)
   close(11)
   close(12)
   close(13)
   close(14)

100   end

c  -----------------------------------------------------------------
c  *****************************************************************
c  -----------------------------------------------------------------

      SUBROUTINE four1(data,nn,isign)
      INTEGER isign,nn
      REAL data(2*nn)
      INTEGER i,istep,j,m,mmax,n
      REAL tempi,tempr
      DOUBLE PRECISION theta,wi,wpi,wpr,wr,wtemp
      n=2*nn
      j=1
      do 11 i=1,n,2
        if(j.gt.i)then
          tempr=data(j)
          tempi=data(j+1)
          data(j)=data(i)
```

```
          data(j+1)=data(i+1)
          data(i)=tempr
          data(i+1)=tempi
        endif
        m=n/2
1       if ((m.ge.2).and.(j.gt.m)) then
          j=j-m
          m=m/2
        goto 1
        endif
        j=j+m
11    continue
      mmax=2
2     if (n.gt.mmax) then
        istep=2*mmax
        theta=6.28318530717959d0/(isign*mmax)
        wpr=-2.d0*sin(0.5d0*theta)**2
        wpi=sin(theta)
        wr=1.d0
        wi=0.d0
        do 13 m=1,mmax,2
          do 12 i=m,n,istep
            j=i+mmax
            tempr=sngl(wr)*data(j)-sngl(wi)*data(j+1)
            tempi=sngl(wr)*data(j+1)+sngl(wi)*data(j)
            data(j)=data(i)-tempr
            data(j+1)=data(i+1)-tempi
            data(i)=data(i)+tempr
            data(i+1)=data(i+1)+tempi
12        continue
          wtemp=wr
          wr=wr*wpr-wi*wpi+wr
          wi=wi*wpr+wtemp*wpi+wi
13      continue
        mmax=istep
      goto 2
      endif
      return
      END
C  (C) Copr. 1986-92 Numerical Recipes Software "?U]2'>W.




c  ---------------------------------------------------------------
c  ***************************************************************
c  ---------------------------------------------------------------

      SUBROUTINE parest1(lp,st,id,f,c,lev,kk,ampl,phi,wavenum,
     ^smooth,level,mmax,depth,dip,susc)

   PARAMETER pi=3.14159265,par=8192  !Power of 2
   REAL wavenum(par),ampl(par),phi(par)
   REAL x(par),depth(par),dip(par),susc(par)
   REAL smooth(par),mmax(par)
   REAL space(par),level(par)
   REAL st,lp,f,id,c,lev
   INTEGER kk
c       This subroutine calculates the source's parameters by
c       determinating the amplitude's or wavenumber's maxima
c       and then using Thurston and Smith's relations.
```

```
c  -------------------------------------------------
c    SEARCH FOR WAVENUMBER'S OR AMPLITUDE'S MAXIMA
c  -------------------------------------------------


c  First find the intervals where the wavenumber is higher
c  than the level's value

   do j=1,lev             !##########################################
   do i=1,kk
     if(smooth(i)-level(j).ge.0.)then
       space(i)=lp+i*st
     else
       space(i)=99999.
     endif
   enddo


c  Now search for the wavenumber's maxima


   do i=2,kk-1
     if(space(i).ne.99999.)then
       if(smooth(i).gt.smooth(i+1).and.smooth(i).gt.smooth(i-1))then
         mmax(i)=smooth(i)
         x(i)=space(i)
       else
         mmax(i)=99999.
         x(i)=99999.
       endif
     else
       mmax(i)=99999.
       x(i)=99999.
     endif
   enddo




c  --------------------------------------------------
c    SEARCH FOR THE WAVENUMBER'S LOCAL MAXIMA,
c     WINDOW PASSING, PARAMETER'S ESTIMATION
c  --------------------------------------------------


      do i=2,kk-1
     if(mmax(i).ne.99999.)then
       depth(i)=1./wavenum(i)
       dip(i)=(phi(i)+2.*id-pi/2.)*180./pi
          susc(i)=ampl(i)/(2.*wavenum(i)*f*c*sin(dip(i)*pi/180.))
     else
       depth(i)=99999.
       dip(i)=99999.
       susc(i)=99999.
     endif
   enddo
   enddo                  !##########################################

   depth(1)=99999.
```

```
      dip(1)=99999.
      susc(1)=99999.
      depth(kk)=99999.
      dip(kk)=99999.
      susc(kk)=99999.

      return
      END


c   -----------------------------------------------------------------
c   *****************************************************************
c   -----------------------------------------------------------------

      SUBROUTINE parest2(lp,st,reg,id,f,c,lev,kk,ampl,phi,wavenum,
     ^smwave,smampl,wlevel,alevel,wmax,depth,dip,susc)

      PARAMETER pi=3.14159265,par=8192  !Power of 2
      REAL wavenum(par),ampl(par),phi(par)
      REAL ax(par),wx(par),depth(par),dip(par),susc(par)
      REAL smwave(par),smampl(par),wmax(par),amax(par)
      REAL wspace(par),aspace(par),wlevel(par),alevel(par)
      REAL st,lp,f,id,c,lev
      INTEGER kk,reg
c   This subroutine calculates the source's parameters by
c   determinating both the amplitude's and wavenumber's
c   maxima and then using Thurston and Smith's relations.


c   --------------------------------------------------
c            SEARCH FOR WAVENUMBER'S MAXIMA
c   --------------------------------------------------


c   First find the intervals where the wavenumber is higher
c   than the level's value

      do j=1,lev             !##########################################
      do i=1,kk
        if(smwave(i)-wlevel(j).ge.0.)then
          wspace(i)=lp+i*st
        else
          wspace(i)=99999.
        endif
      enddo


c   Now search for the wavenumber's maxima


      do i=2,kk-1
        if(wspace(i).ne.99999.)then
          if(smwave(i).gt.smwave(i+1).and.smwave(i).gt.smwave(i-1))then
            wmax(i)=wavenum(i)
            wx(i)=wspace(i)
          else
            wmax(i)=99999.
            wx(i)=99999.
          endif
        else
          wmax(i)=99999.
```

```
        wx(i)=99999.
      endif
    enddo


c   -------------------------------------------------
c            SEARCH FOR AMPLITUDE'S MAXIMA
c   -------------------------------------------------


c   First find the intervals where the amplitude is higher
c   than the level's value

    do i=1,kk
      if(smampl(i)-alevel(j).ge.0.)then
        aspace(i)=lp+i*st
      else
        aspace(i)=99999.
      endif
    enddo


c   Now search for the wavenumber's maxima


    do i=2,kk-1
      if(aspace(i).ne.99999.)then
        if(smampl(i).gt.smampl(i+1).and.smampl(i).gt.smampl(i-1))then
          ax(i)=aspace(i)
        else
          ax(i)=99999.
        endif
      else
        ax(i)=99999.
      endif
    enddo




c   --------------------------------------------------
c     SEARCH FOR THE WAVENUMBER'S LOCAL MAXIMA,
c      WINDOW PASSING, PARAMETER'S ESTIMATION
c   --------------------------------------------------


    if(reg.eq.1)then       !Search where the local maxima are equal
       do i=2,kk-1
     if(ax(i).eq.wx(i))then
      if(wmax(i).ne.99999.)then
        depth(i)=1./wmax(i)
        dip(i)=(phi(i)+2.*id-pi/2.)*180./pi
           susc(i)=ampl(i)/(2.*wmax(i)*f*c*sin(dip(i)*pi/180.))
      else
        depth(i)=99999.
        dip(i)=99999.
        susc(i)=99999.
      endif
     else
      depth(i)=99999.
```

```
  dip(i)=99999.
  susc(i)=99999.
 endif
enddo
else                   !Search where the local maxima are equal
   do i=2,kk-1
 if(aspace(i).eq.wspace(i))then
  if(wmax(i).ne.99999.)then
    depth(i)=1./wmax(i)
    dip(i)=(phi(i)+2.*id-pi/2.)*180./pi
       susc(i)=ampl(i)/(2.*wmax(i)*f*c*sin(dip(i)*pi/180.))
  else
    depth(i)=99999.
    dip(i)=99999.
    susc(i)=99999.
  endif
 else
  depth(i)=99999.
  dip(i)=99999.
  susc(i)=99999.
 endif
enddo
endif
enddo                  !###########################################

depth(1)=99999.
dip(1)=99999.
susc(1)=99999.
depth(kk)=99999.
dip(kk)=99999.
susc(kk)=99999.


return
END
```

Βιβλιογραφία

Baranov V. 1957, *A new method for interpretation of aeromagnetic maps: pseudo-gravimetric anomalies,* Geophysics 22, 359- 383

Baranov V. & Naudy H. 1964, *Numerical calculation of the formula of reduction to the magnetic pole,* Geophysics 29, 67- 79

Blakely Richard J. 1995, *Potential theory in gravity & magnetic applications,* Cambridge University Press

Bringham E. Oran 1974, *The fast Fourier tranform,* Prentice- Hall, Inc, Englewood Cliffs, N. J.

Hartman R. R., Teskey D. & Friedberg J. L. 1971, *A system for rapid digital aeromagnetic interpretation,* Geophysics 36, 891- 918

Logacev A. A. & Zacharov V. P. 1973, *Magnetic prospecting,* Moscow

Nabighian Misac N. 1972, *The analytic signal of two- dimensional magnetic bodies with polygonal cross- section: Its properties and use for automated anomaly interpretation,* Geophysics 37, 507- 517

Nabighian Misac N. 1974, *Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross- section,* Geophysics 39, 85- 92

Nabighian Misac N. 1984, *Toward a three- dimensional automatic interpretation of potential field via generalized Hilbert transforms: Fundamental relations*

Naudy H. 1971, *Automatic determination of depth on aeromagnetic profiles,* Geophysics 36, 717- 722

O' Brien D. P. 1971, *An automated method of magnetic anomaly resolution and depth- to- source computation,* Symposium, Berkeley, California

Press William H., Teukolsky Saul A., Vetterling William T. & Flannery Brian P. 1995, *Numerical recipes in Fortran: The art of scientific computing,* Second edition, Cambridge University Press

Smith Richard S., Thurston Jeffrey B., Dai Ting- Fan & MacLeod Ian N. 1998, *iSPI ™- the improved source parameter imaging method,* Geophysical Prospecting 46, 141- 151

Tabach A., Desvignes G. & Dabas M. 1997, *Processing of Z gradimeter magnetic data using linear transforms and analytic signal,* Archaeological prospection 4 (1), 1-14

Talwani Manik & Heirtzler James R. 1964, *Computation of magnetic anomalies caused by two dimensional structures of arbitrary shape,* Stanford University Publications

Thurston Jeffrey B. & Smith Richard S. 1997, *Automatic conversion of magnetic data to depth, dip and susceptibility contrast using the SPI ™ method,* Geophysics 62, 807- 813

Thurston J. B., Smith R. S. & Guillon J. C. 2002, *A multimodel method for depth estimation from magnetic data,* Geophysics 67, 555- 561

Thompson D. T. 1982, *EULDPH: A new technique for making computer- assisted depth estimates from magnetic data,* Geophysics 47, 31- 37

Tsokas G. N., Papazachos C. B., Loucoyannakis M. Z. & Karousova O. 1991, *Geophysical data from archaeological sites: Inversion filters based on the vertical-sited finite prism model,* Archaeometry 33, 215- 230

Tsokas G. N. & Papazachos C. B. 1992, *Two- dimensional inversion filters in magnetic prospecting: Application to the exploration of buried antiquities,* Geophysics 57, 1004- 1013

Tsokas G. N. 1993, *An investigation of the effectiveness of inverse filtering in the geophysical search of archaeological sites,* Theory and practice of applied geophysics 7, Geophysical exploration of archaeological sites, Vogel and Tsokas eds, 72- 88

Tsokas G. N., Sarris A., Pappa M., Bessios M., Papazachos C. B., Tsourlos P. & Giannopoulos A. 1997, *A large- scale magnetic survey in Makrygialos (Pieria), Greece,* Archaeological prospection 4 (3), 123- 138

Tsokas G. N. & Hansen R. O. 2000, *On the use of complex attributes and the inferred source parameter estimates in the exploration of archaeological sites,* Archaeological Prospection 7, 17- 30

Werner S. 1953, *Interpretation of magnetic anomalies at sheet-like bodies,* Sveriges Geologiska Undersok, Arsbok 43, no. 6, series C, no. 508