



ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ ΓΕΩΡΓΑΚΟΠΟΥΛΟΥ Πτυχιούχος Μαθηματικός

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΝΟΤΙΑΣ ΑΜΕΡΙΚΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΚΡΥΠΤΟ-ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ 'ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗ ΓΕΩΛΟΓΙΑ', ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: 'ΣΕΙΣΜΟΛΟΓΙΑ'



ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

2023





ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ ΓΕΩΡΓΑΚΟΠΟΥΛΟΥ Πτυχιούχος Μαθηματικός

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΝΟΤΙΑΣ ΑΜΕΡΙΚΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΚΡΥΠΤΟ-ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Υποβλήθηκε στο Τμήμα Γεωλογίας στα πλαίσια του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών 'Εφαρμοσμένη και Περιβαλλοντική Γεωλογία', Κατεύθυνση 'Σεισμολογία'

Ημερομηνία Προφορικής Εξέτασης: 07/09/2023

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

Καθηγητής, Θεόδωρος Τσάπανος (Γεωλογία – ΑΠΘ) Αναπλ. Καθηγήτρια, Αλεξάνδρα Παπαδοπούλου (Μαθηματικό – ΑΠΘ) Ερευνητής Α', Βασίλειος Καραστάθης (Γεωδυναμικό Ινστιτούτο – ΕΑΑ) © Ευαγγελία Α. Γεωργακοπούλου, Μαθηματικός, 2023 Με την επιφύλαξη κάποιων δικαιωμάτων ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΝΟΤΙΑΣ ΑΜΕΡΙΚΗΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΚΡΥΠΤΟ-ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ- Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία Το έργο παρέχεται υπό τους όρους Creative Commons CC BY-NC-SA 4.0.

© Evangelia A. Georgakopoulou, Mathematician, 2023 Some rights reserved. STUDY OF THE SEISMICITY OF CENTRAL AND SOUTH AMERICA USING THE HIDDEN MARKOV MODEL – *Master Thesis* The work is provided under the terms of Creative Commons CC BY-NC-SA 4.0.

Citation:

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Γεωργακοπούλου Ε. Α., 2023. –Μελέτη της Σεισμικότητας της Κεντρικής και Νότιας Αμερικής με την χρήση του Κρυπτο-Μαρκοβιανού Μοντέλου. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Γεωλογίας Α.Π.Θ., 109 σελ.

Georgakopoulou E. A., 2023. –Study of the Seismicity of Central and South America using the Hidden Markov Model. Master Thesis, School of Geology, Aristotle University of Thessaloniki, 109 pp.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι εκφράζουν τις επίσημες θέσεις του Α.Π.Θ.

Εικόνα Εζωφύλλου: Τεκτονικό περιβάλλον στην Κεντρική Αμερική. (Σχήμα τροποποιημένο από Burbach et al., 1984)



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 BA Σ IKE $\Sigma - \Gamma$ ENIKE Σ ENNOIE Σ
1.2 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ4
1.3 MAPKOBIANA MONTEΛA
1.4 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ
2.1 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΕΚΤΟΝΙΚΗΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ
2.2 ΑΚΡΙΒΕΙΑ, ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΤΗΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ
2.3 ΠΡΟΣΕΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΜΕΤΑΣΕΙΣΜΟΙ ΣΤΙΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ
3.1 ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ
3.2 ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΕΣ ΑΛΥΣΙΔΕΣ

3.2.1 ΗΜΙ - ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΕΣ ΑΛΥΣΙΔΕΣ	.29
3.2.2 КРУПТО-МАРКОВІАΝА МОΝΤΕΛΑ	30
3.2.2α ΤΑ ΤΡΙΑ ΒΑΣΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΩΝ	

3.2.3 КРУПТО-МАРКОВІАNA MONTEAA POISSON......34



M.																																							 	2	31	6	5
																																										-	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

4.1 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ. ΕΥΡΕΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ
4.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΚΡΥΠΤΟ-ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ44
KEΦΑΛΑΙΟ 5 – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ55
ΚΕΦΔΛΔΙΟ 6 - ΣΥΜΠΕΡΔΣΜΔΤΔ 96
$\mathbf{KL} \mathbf{\Psi} \mathbf{M} \mathbf{H} \mathbf{U} \mathbf{U} = \mathbf{Z} \mathbf{I} \mathbf{W} \mathbf{H} \mathbf{L} \mathbf{I} \mathbf{H} \mathbf{Z} \mathbf{W} \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{M} \mathbf{U} \mathbf{U} \mathbf{U} \mathbf{U} \mathbf{U} \mathbf{U} \mathbf{U} U$
ЕЛЛНИКН ПЕРІЛНҰН
АГГЛІКН ПЕРІЛНҰН100
STUDY OF THE SEISMICITY OF CENTRAL AND SOUTH AMERICA USING
THE HIDDEN MARKOV MODEL

EVANGELIA GEORGAKOPOULOU

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....101

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

TADE

Γμήμα Γεωλογίας

Στόχος της παρούσας διατριβής αποτελεί η μελέτη της σεισμικότητας της Κεντρικής και της Νότιας Αμερικής με τη χρήση του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου. Πρόκειται για ένα μοντέλο που σύμφωνα με διάφορες μελέτες προσομοίωσης σε ένα σύνολο δεδομένων από πραγματικούς σεισμούς, εκτιμά με επιτυχία μελλοντικούς σεισμούς.

Στο πρώτο κεφάλαιο, αναλύονται οι βασικές έννοιες της «ποιοτικής» και «ποσοτικής» σεισμικότητας και οι σταθερές του νόμου των Gutenberg-Richter οι οποίες αποτελούν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για την εκτίμηση της «ποσοτικής» σεισμικότητας. Ακόμα, γίνεται μία εισαγωγή στην επεξεργασία των καταλόγων των δεδομένων, στη συνέχεια γίνεται μία πρώτη προσέγγιση στην έννοια των Μαρκοβιανών μοντέλων και τέλος μία συνοπτική αναφορά στη σεισμοτεκτονική της περιοχής μελέτης.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, περιγράφεται λεπτομερώς η τεκτονική της περιοχής. Στη συνέχεια, γίνεται η επεξεργασία των δεδομένων, αρχής γενομένης με την αφαίρεση των προσεισμών και των μετασεισμών, μέσω της μεθόδου Reasenberg, από τους καταλόγους των δεδομένων και εφαρμόζονται οι τρεις βασικές ιδιότητες που πρέπει να έχει ένας κατάλογος σεισμών. Αυτές είναι: η ακρίβεια, η ομοιογένεια και η πληρότητα. Με βάση την παραπάνω επεξεργασία και προηγούμενη έρευνα, η περιοχής που μελετάται χωρίστηκε σε 10 ζώνες. Τέσσερις από αυτές ανήκουν στην Κεντρική Αμερική και οι υπόλοιπες έξι στη Νότια Αμερική.

Στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται ανάλυση των Μαρκοβιανών αλυσίδων, των Ημι-Μαρκοβιανών αλυσίδων, των κρυπτο-Μαρκοβιανών μοντέλων όπως και των κρυπτο-Μαρκοβιανών μοντέλων Poisson ως κατηγορίες στοχαστικών διαδικασιών. Επίσης, αναφέρεται ο αλγόριθμος Expectation-Maximization (EM) όπως και η ειδική περίπτωση αυτού Baum-Welch αλγόριθμος ως σημαντικά εργαλεία στη διαδικασία της εύρεσης των κρυφών καταστάσεων ενός κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η διαδικασία που ακολουθείται για την επεξεργασία των δεδομένων και την ανάλυση αυτών μέσω ιστογραμμάτων και πινάκων. Για κάθε μία από τις δέκα ζώνες που προαναφέραμε εκτιμήθηκαν οι τιμές που σχετίζονται με τις παραμέτρους που είναι αναγκαίες για την ολοκλήρωση μιας διαδικασίας κρυπτο-Μαρκοβιανών αλυσίδων. Αυτές είναι: η μέση τιμή (λ) και ο πίνακας μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν με το πέρας της διαδικασίας της επεξεργασίας των δεδομένων. Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων πραγματοποιείται για κάθε μία από τις δέκα ζώνες της περιοχής μελέτης. Με αυτό τον τρόπο, επιλέγεται το πιο αξιόπιστο μοντέλο σε σχέση με τα δεδομένα που κατέχουμε. Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο γίνεται η εξαγωγή των συμπερασμάτων με βάση τα αποτελέσματα. Τα συμπεράσματα επικεντρώνονται στην αξιοπιστία των κρυπτο-Μαρκοβιανών μοντέλων Poisson που σύμφωνα με την έρευνα που κάναμε είναι τα μοντέλα που εξηγούν καλύτερα τα δεδομένα μας σε σχέση με το απλό μοντέλο Poisson. Ακόμα, παρατηρούμε ομοιότητες ή και διαφορές μεταξύ των ζωνών σε σχέση με την εκτίμηση της σεισμικότητας για κάθε μία από αυτές για τα επόμενα 30 χρόνια.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διατριβής, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου κύριο Θεόδωρο Τσάπανο (Καθηγητή Σεισμολογίας στον τομέα Γεωφυσικής του Α.Π.Θ) και κυρία Αλεξάνδρα Παπαδοπούλου (Αναπληρώτρια Καθηγήτρια στο τμήμα Μαθηματικών Α.Π.Θ.) για την ανάθεση του θέματος και τη διαρκή καθοδήγησή τους σε όλη την πορεία μιας απαιτητικής έρευνας, τον κύριο Βασίλειο Καραστάθη (Ερευνητή Α' στο Γεωδυναμικό Ινστιτούτο-ΕΑΑ) για την ενδελεχή εξέταση και έλεγχο της διατριβής καθώς και την κυρία Ceren Eda Can (Επίκουρη Καθηγήτρια στο τμήμα Στατιστικής του πανεπιστημίου Hacettepe) για τις χρήσιμες συμβουλές της όσον αφορά την παρουσίαση των δεδομένων. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Μανώλη Σκορδύλη (Καθηγητή Σεισμολογίας στον τομέα Γεωφυσικής του Α.Π.Θ), τον κύριο Αλέξανδρο Καραγρηγορίου (Καθηγητή στο τμήμα Στατιστικής και Αναλογιστικών-Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου), τον Ανδρέα Μακρίδη (Ειδικός Επιστήμονας στο Πανεπιστήμιο Κύπρου), τον Ισίδωρο Ιακωβίδη για την αμέριστη αρωγή καθ'όλη τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας καθώς και τον Δρ. Γιώργο Κόραβο για την βοήθειά του. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, τις φίλες και τους φίλους μου καθώς και τους/τις συμφοιτητές-τριες μου στο ΠΜΣ για την έμπνευση και τη δημιουργικότητα που μου μετέδωσαν.





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1ΒΑΣΙΚΕΣ – ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Η σεισμικότητα αποτελεί ένα από τα ποικίλα θέματα που εξετάζει η επιστήμη της Σεισμολογίας και ένας τεράστιος (μπορούμε να πούμε) αριθμός εργασιών έχει γίνει για τη μελέτη της σεισμικότητας διαφόρων περιοχών της Γης. Παλαιότερα, ως ποσότητα υπολογισμού του μέτρου της σεισμικότητας χαρακτηρίζονταν η πυκνότητα των επικέντρων των σεισμών που κάλυπταν κάποια περιοχή. Αλλά αυτή ήταν η «ποιοτική» σεισμικότητα. Χαρακτηρίζόταν από την απεικόνιση των επικέντρων των σεισμών που κάλυπταν κάποια περιοχή. Αλλά αυτή ήταν η αιοιοτική» σεισμικότητα. Χαρακτηρίζόταν από την απεικόνιση των επικέντρων των σεισμών που κάλυπταν κάποια περιοχή. Αλλά αυτή ήταν η αποιοτική» σεισμικότητα. Χαρακτηρίζόταν από την απεικόνιση των επικέντρων των σεισμών των σεισμών που κάλυπται αλιάφορα μεγέθη των σεισμών και για τα διάφορα εστιακά βάθη. Η σεισμικότητα άλλαξε κατεύθυνση μετά τον ορισμό του μεγέθους από τον Richter (1935), που πρόσφερε τη δυνατότητα υπολογισμού της σεισμικής ενέργειας που εκλύεται κατά τη γένεση ενός σεισμού. Με βάση αυτό το νέο εργαλείο στα χέρια των επιστημόνων, η Σεισμολογία άλλαξε σελίδα και πέρασε από την «ποιοτική» στην «ποσοτική».

Ως σεισμικότητα μπορούμε να ορίσουμε μια αύξουσα συνάρτηση του μεγέθους αλλά και της συχνότητας με την οποία γεννούνται σεισμοί σε μια περιοχή κατά τη διάρκεια ορισμένου χρόνου (Παπαζάχος 1993). Έτσι, με την «ποσοτική» έκφραση μπορούμε να συγκρίνουμε την σεισμικότητα δύο ή περισσοτέρων περιοχών για το ίδιο χρονικό διάστημα ή μιας περιοχής για διαφορετικά χρονικά διαστήματα. Νεότερες έρευνες (Τσάπανος 1988) έδειξαν, ότι η σεισμικότητα εξαρτάται και από το διάστημα των μεγεθών για το οποίο εξετάζεται. Έτσι λοιπόν, εξετάσθηκαν με αυτόν τον τρόπο (με χρονικό παράθυρο 1904-1980) δέκα από τις πλέον σεισμογενείς περιοχές της Γης και συγκρίθηκαν με την σεισμικότητα της Ελλάδας. Βρέθηκε ότι η Ελλάδα κατέχει την 6η θέση από άποψη σεισμικότητας.

Ο Bath (1953) όρισε την σεισμικότητα ως την ολική σεισμική ενέργεια που απελευθερώνεται ανά μονάδα χρόνου και επιφανείας. Ο Aki (1968) διατύπωσε την άποψη, ότι ως σεισμικότητα θα πρέπει να θεωρούμε την εικόνα που παίρνουμε από τις αναγραφές των σεισμογράφων για μία περιοχή μέχρι την στιγμή εκδήλωσης του σεισμού. Κατά την άποψη του Stacey (1969), η σεισμικότητα συνδέεται με τον όρο

σεισμική δράση. Ο Lomnitz (1974) με βάση τον ορισμό του Bath (1953) μελέτησε διάφορες σεισμικές περιοχές της Γης.

Για την εκτίμηση της «ποσοτικής» σεισμικότητας έχουν προταθεί από έναν αριθμό ερευνητών μέθοδοι και τεχνικές χρήσιμες, καθώς και υπάρχει ένα πλήθος επιστημόνων οι οποίοι ασχολούνται με αυτό το θέμα (Gutenberg-Richter 1954, Gumbel 1958, Rothe 1964, Yegulalp and Kuo 1974, Bloom and Ermann 1980, Makropoulos and Burton 1985, Papazachos 1990, Tsapanos 1990, Tsapanos and Burton 1991, Kijko and Graham 1998, 1999, Tsapanos et al. 2001, Bayrak et al. 2013, Yadav et al. 2022, και άλλοι). Οι σταθερές του νόμου των Gutenberg-Richter (1944), αποτελούν ένα πολύ καλό εργαλείο για την εκτίμηση της «ποσοτικής» σεισμικότητας χρησιμοποιώντας διάφορα μέτρα σεισμικότητας που έχουν προταθεί κατά καιρούς, όπως:

- 1. Το συχνότερα παρατηρούμενο μέγεθος σεισμού για χρονικό διάστημα t ετών
- 2. Το σύνολο της σεισμικής ενέργειας
- 3. Ο αριθμός των σεισμών πάνω από ένα ορισμένο μέγεθος
- 4. Ο αριθμός των σεισμών που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένο μέγεθος
- 5. Ο μέγιστος σεισμός M_{max}

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Α.Π.Θ

- 6. Η μέση περίοδος επανάληψης T_m
- Ο μέσος ετήσιος αριθμός των σεισμών που γίνονται σε μία περιοχή και έχουν μέγεθος M ή μεγαλύτερο
- Η πιθανότητα Ρ ώστε η περίοδος επανάληψης των σεισμών με μέγεθος Μ ή μεγαλύτερα να είναι μεγαλύτερη από ορισμένη τιμή T_m
- 9. Η πιθανότητα Pt να γίνει σεισμός με μέγεθος M ή μεγαλύτερο σε μια περιοχή κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου t, υποθέτοντας κατανομή Poisson.

Τα περισσότερα από τα παραπάνω μέτρα στηρίζονται στις παραμέτρους α και b της σχέσης (1.1) που συνδέει τον αριθμό των σεισμών με το μέγεθος και διατυπώθηκε από τους Gutenberg - Richter (1944).

$$\log N = a - bM \tag{1.1}$$

όπου Ν είναι το πλήθος των σεισμών με μέγεθος μεγαλύτερο ή ίσο με Μ, ενώ α, και b είναι οι σταθερές παράμετροι που πρέπει να προσδιοριστούν. Μία τέτοια κατανομή φαίνεται στο Σχήμα 1.1. Για την ισχύ του παραπάνω νόμου προϋπόθεση είναι ότι η χρονική κατανομή των σεισμών είναι τυχαία κατανομή (Poisson).



Σχήμα 1.1. Λογάριθμος της συσσωρευτικής συχνότητας των σεισμών (log N) σε συνάρτηση με το μέγεθος M (νόμος Gutenberg – Richter) για την περιοχή του Παναμά και των γύρω περιοχών

Σύμφωνα με τον Lomnitz (1974) στην κατανομή αυτή: α) η πιθανότητα να συμβούν στην ίδια περιοχή δύο σεισμοί την ίδια χρονική στιγμή είναι μηδενική και β) Ο μέσος ρυθμός γένεσης των σεισμών παραμένει σταθερός με την πάροδο του χρόνου.

Οι παράμετροι α και b έχουν γίνει αντικείμενο εκατοντάδων μελετών από την στιγμή που διατυπώθηκε ο νόμος κατανομής των μεγεθών.

Η παράμετρος α εξαρτάται: 1) από το χρονικό διάστημα για το οποίο έχουμε σεισμούς, 2) από την έκταση που καλύπτουν τα επίκεντρα και 3) από τη σεισμικότητα της περιοχής,

Ο Mogi (1967) από πειράματα που έκανε στο εργαστήριο, συσχέτισε τη θραύση των πετρωμάτων με την παράμετρο b και κατέληξε στο συμπέρασμα, ότι αυτή αυξάνεται με την ανομοιογένεια των υλικών. Ο Scholz (1968) πραγματοποιώντας παρόμοια πειράματα, έδειξε ότι η τιμή της παραμέτρου b ελαττώνεται, όταν οι τάσεις στην περιοχή είναι αυξημένες.

Οι Carter και Berg (1981) υπολόγισαν τις τιμές της παραμέτρου b για τις ζώνες κατάδυσης της Περι-Ειρηνικής περιοχής και εκτίμησαν τις μεταβολές στις τιμές των τάσεων των περιοχών μελέτης σε σχέση με τις τιμές του b.

Επομένως, η παράμετρος b μίας περιοχής εξαρτάται: 1) από τις τάσεις που επικρατούν, 2) από την ομοιογένεια του υλικού της εστίας, 3) από την ηλικία των πετρωμάτων της περιοχής και 4) από την τεκτονική της.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Ο Tsapanos (1990) εξέτασε την παράμετρο b για όλη την Περι-Ειρηνική περιοχή για δύο ξεχωριστές χρονικές περιόδους και βρήκε ότι οι 2 πλευρές της Περι-Ειρηνικής ζώνης έχουν τελείως διαφορετικές τιμές αυτής της παραμέτρου και το πιστοποίησε εφαρμόζοντας και άλλη μεθοδολογία. Έκανε δε ερμηνεία των διαφορετικών τιμών στηριζόμενος στην διαφορετική τεκτονική των περιοχών. Για την πλευρά της Αμερικανικής ηπείρου ήταν χαμηλότερες (μέση τιμή b=0.92), ενώ οι τιμές της παραμέτρου αυτής ήταν μεγαλύτερες (μέση τιμή b=1.10) για την υπόλοιπη Περι-Ειρηνική ζώνη. Τιμές τις παραμέτρου αυτής έδωσε και ο Wang (1988) για την Ταιβάν και τις συνδύασε με διάφορα σεισμοτεκτονικά χαρακτηριστικά.

1.2 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Η χρησιμοποίηση των σεισμών απευθείας από τους καταλόγους που δίδονται δεν είναι σωστό να γίνεται με αυτόν τον τρόπο. Και αυτό, γιατί πρέπει πρώτα να καθορισθεί το εστιακό βάθος για το οποίο θέλουμε να επεξεργασθούμε το υλικό παρατήρησης. Όπως είναι γνωστό, οι σεισμοί συμβαίνουν σε διάφορα βάθη και αυτό σχετίζεται με τη διαδικασία κατάδυσης των λιθοσφαιρικών πλακών. Έτσι, διακρίνουμε τους σεισμούς σε α) επιφανειακούς (εστιακό βάθος μέχρι 60 χιλιόμετρα), β) ενδιαμέσου βάθους (από 61 μέχρι 300 χιλ.) και γ) σεισμούς βάθους (πάνω από 301 χιλιόμετρα). Στο Σχήμα 1.2 απεικονίζεται η παγκόσμια κατανομή των βαθών των σεισμών Tsapanos (1985), ανά διαστήματα βάθους 40 χιλιομέτρων για σεισμούς που έγιναν στη Γη κατά το χρονικό διάστημα 1904-1980.

Έπειτα, ακολουθεί ο έλεγχος για το αν τα δεδομένα έχουν ακρίβεια στις εστιακές τους παραμέτρους, είναι ομοιογενή δηλ. εκφρασμένα στην ίδια κλίμακα μεγεθών (π.χ. M_s) και τέλος, να ικανοποιούν κάποια κριτήρια πληρότητας. Για το τελευταίο, γίνεται ο κατάλληλος διαχωρισμός του όλου χρονικού διαστήματος που καλύπτουν οι σεισμοί σε μικρότερα τμήματα και επιλέγεται το κατάλληλο μέγεθος σεισμού για κάθε διάστημα.



Σχήμα 1.2. Λογάριθμος του αριθμού των σεισμών , *n*, ανά σαράντα χιλιόμετρα σε συνάρτηση με το εστιακό βάθος, *h* (Τσάπανος 1985)

Η μελέτη της σεισμικότητας εκτός των άλλων έχει και πρακτική εφαρμογή στην εκτίμηση της σεισμικής επικινδυνότητας, *Η*, μίας περιοχής η οποία στη συνέχεια μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση του σεισμικού κινδύνου σε έναν τόπο.

Η σεισμικότητα της Περι-Ειρηνικής ζώνης έχει μελετηθεί από πλήθος ερευνητών, είτε ως σύνολο είτε σε συγκεκριμένες περιοχές. (Lomnitz 1970, Kaila and Narain 1971, Kelleher 1972, Hatori 1974, Makropoulos 1978, Τσάπανος 1985, Pacheco and Sykes 1992, Tsapanos 2000, Bilek 2010, Koravos et al. 2016, και άλλοι)

1.3 ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

μήμα Γεωλογίας Α.Π.Θ

Η Μαρκοβιανή αλυσίδα είναι μία στοχαστική διαδικασία που μεταβάλλεται από μια κατάσταση σε μια άλλη, ανάμεσα σε ένα πεπερασμένο αριθμό καταστάσεων. Πρόκειται για μία τυχαία διαδικασία που δε διατηρεί μνήμη για τις προηγούμενες μεταβολές. Το πού θα βρεθεί στην επόμενη, εξαρτάται αποκλειστικά από την παρούσα κατάσταση και όχι από αυτές που προηγήθηκαν. Καθώς το σύστημα μεταβάλλεται τυχαία, είναι γενικά αδύνατο να προβλεφθεί με βεβαιότητα η κατάσταση μιας Μαρκοβιανής αλυσίδας σε ένα δεδομένο μελλοντικό σημείο. Μπορούν όμως να προβλεφθούν οι στατιστικές ιδιότητες για το μέλλον του συστήματος. Οι αλλαγές κατάστασης του συστήματος ονομάζονται μεταβάσεις και οι πιθανότητες που σχετίζονται με τις διάφορες μεταβάσεις μεταξύ καταστάσεων ονομάζονται πιθανότητες μετάβασης.

Η Μαρκοβιανή αλυσίδα έχει πολλές εφαρμογές ακόμα και στην καθημερινότητά μας. Με Μαρκοβιανή αλυσίδα οι Tsapanos (2001) και οι Karagrigoriou et al. (2016) εξέτασαν σεισμούς με μεγάλα μεγέθη στην Νότια Αμερική, με σκοπό την τυχόν ύπαρξη μοντέλων επανάληψης των σεισμών αυτών. Επειδή τα μεγάλα μεγέθη είναι λίγα σχετικά με το πλήθος των σεισμών, χρησιμοποιούνται σε τέτοιες περιπτώσεις μοντέλα προσομοίωσης, όπως για παράδειγμα μπορούμε να αναφέρουμε το Monte Carlo. Με την μέθοδο αυτή γίνονται επαναλήψεις της όποιας διαδικασίας, κάνοντας χρήση σε κάθε επανάληψη διαφορετικό αριθμό δεδομένων, τυχαίων αριθμών, που πρέπει να ακολουθούν μία καθορισμένη γνωστή κατανομή.

1.4 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

Από το Ηπειρωτικό σύστημα διάρρηξης, η Περι-Ειρηνική ζώνη έχει γίνει αντικείμενο πολλών και εκτεταμένων μελετών. Πρόκειται για την περιοχή όπου παρατηρεί κάποιος το σύνολο σχεδόν των τεκτονικών διεργασιών που συμβαίνουν στον πλανήτη (π.χ. κατάδυση λιθοσφαιρικών πλακών με αποτέλεσμα τη γένεση μεγάλων και καταστροφικών σεισμών, ηφαιστειότητα, κτλ). Εξάλλου, ο σεισμός του Μαΐου του 1960 με μέγεθος M_w=9.5 (Kanamori 1977) ο μεγαλύτερος καταγραμμένος σεισμός μέχρι στιγμής στον κόσμο, έγινε στην ζώνη αυτή και συγκεκριμένα στην Χιλή. Άλλοι δύο σεισμοί με μέγεθος μεγαλύτερο M_w>9.0 συνέβησαν στην περιοχή αυτή. Πρόκειται για τον σεισμό της Ινδονησίας (2004, M_w=9.2) και το τσουνάμι που ακολούθησε και έπνιξε χιλιάδες κόσμο και τον σεισμό στο Τόχοκου (Ιαπωνία) το

2011 με μέγεθος M_w=9.1 όπου συνέβη και το πυρηνικό ατύχημα στην Φουκοσίμα. Και εδώ το τσουνάμι που ακολούθησε έπνιξε χιλιάδες άτομα.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

А.П.Ө

Με βάση τον λόγο των παραμέτρων της σχέσης Gutenberg-Richter (μετά από τις απαραίτητες αναγωγές στην μονάδα του χρόνου και στην μονάδα του χώρου), ο Τσάπανος (1985) ταξινόμησε 25 σεισμικές περιοχές της Γης με τη σειρά της σεισμικότητάς τους. Τα πιο πιθανά μέγιστα μεγέθη ανά έτος και ανά έκταση που προέκυψαν και αναφέρονται σε περιοχές της Περι-Ειρηνικής ζώνης ήταν για παράδειγμα 6.9 για τη Χιλή, 6.7 για τις ΒΔ ακτές της Ν. Αμερικής, 6.5 για την Κ. Αμερική και 6.7 για το Μεξικό, μεταξύ άλλων.

Θα εξετάσουμε στην συνέχεια την σεισμικότητα της Κεντρικής (αρχή από τα σύνορα Μεξικού –Νικαράγουας) και Νότιας Αμερικής. Είναι δύο περιοχές με πλήθος μεγάλων σεισμών, που κατά καιρούς προξένησαν καταστροφές και πολυάριθμες ανθρώπινες απώλειες. Σε κατάταξη μεταξύ 50 σεισμογενών περιοχών της Γης (Tsapanos and Burton 1991), η Χιλή κατατάσσεται στη 2η θέση, το Περού καταλαμβάνει την 4η θέση, ενώ και άλλα μέρη της περιοχής (π.χ. Ισημερινός, Ελ Σαλβαδόρ, Γουατεμάλα, Νικαράγουα, κτλ.) παρουσιάζονται επίσης ψηλά στην κατάταξη.

Οι σεισμοί που γίνονται στην περιοχή της Κεντρικής και Νότιας Αμερικής τοποθετούνται κατά μήκος της ζώνης κατάδυσης της πλάκας Nazca και συγκεκριμένα κάτω από την Αμερικάνικη πλάκα. Σεισμοί αντίστοιχου ή παραπλήσιου μεγέθους με αυτόν της Χιλής (1960) και συγκεκριμένα με μέγεθος μεγαλύτερο από 8.0 συνέβησαν στον εικοστό αιώνα στον Ισημερινό (1906), στη Χιλή (1906, 1922, 1943) και στο Περού (1906, 1964, 1966, 1974). Στο Σχήμα 1.3 έχουν χαρτογραφηθεί οι σεισμοί στις περιοχές της Κεντρικής και Νότιας Αμερικής με μέγεθος Μ_w≥7.0 που έγιναν στο χρονικό διάστημα 1900-2021.

Κατά μήκος των ακτών του Ειρηνικού παρατηρούνται τα επίκεντρα επιφανειακών σεισμών των οποίων οι μηχανισμοί γένεσης φανερώνουν συμπιέσεις, γεγονός που τους καθιστά άμεσα συναρτώμενους με ανάστροφα ρήγματα. Επιπροσθέτως, σύμφωνα με τον Jarrard (1986), παρατηρούνται σεισμοί που συνδέονται με ρήγματα οριζόντιας μετατόπισης. Ένας μικρός αριθμός σεισμών οι οποίοι σύμφωνα με τον Dimaté et al. (1999) και τον Bilek (2010) συνδέονται με πεδίο εφελκυστικών τάσεων που εμφανίζονται σε κανονικά ρήγματα συνδέονται με τον σχηματισμό των λεκανών μέσα στην ζώνη ορογένεσης των Άνδεων.

Στην περιοχή της Κεντρικής Αμερικής, οι ισχυροί σεισμοί (M≈8.0) παρατηρούνται στα όρια των πλακών (interplate) και έχουν εστιακό βάθος που φτάνει τα 200Km. Οι σεισμοί αυτοί αρχίζουν να ελαττώνονται σε πλήθος και να έχουν μικρότερο εστιακό βάθος, καθώς προσεγγίζουν την τριπλή σύνδεση της Αμερικανικής πλάκας, της Καραϊβικής πλάκας και της πλάκας Nazca. Παρόλα αυτά, οι σεισμοί για την πλειοψηφία της Κεντρικής Αμερικής οι οποίοι είναι μικρότερου μεγέθους (M≈6.5) είναι και οι πλέον καταστροφικοί. Αυτοί οι σεισμοί παρατηρούνται στο εσωτερικό της Καραϊβικής πλάκας (intraplate) και σχετίζονται με ρήγματα οριζόντιας μετατόπισης (Dewey and Suárez 1991).

Σεισμοί βάθους επιπροσθέτως γίνονται και στη ζώνη Wadati-Benioff η οποία προκύπτει από την κατάδυση της ωκεάνιας λιθόσφαιρας των πλακών Nazca και

Cocos κάτω από την λιθόσφαιρα της Αμερικανικής και της Καραϊβικής πλάκας. Αυτοί οι σεισμοί συμβαίνουν αποσπασματικά σε σημεία της ζώνης, ενδεχομένως εξαιτίας της μερικής τήξης της καταδυόμενης πλάκας (Hanuš and Vaněk 1978). Οι επιφανειακοί σεισμοί από την άλλη, γίνονται κατά μήκος όλης της έκτασης της ζώνης κατάδυσης. Ο Tsapanos (2000) θεώρησε, πως η τάση που προκαλεί τη σεισμική δραστηριότητα, παρουσιάζει μία γραμμική μείωση περίπου στα 300 km με τις ελάχιστες τιμές να βρίσκονται μεταξύ των 300 km και 400 km.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Σε μία σεισμική ζώνη οι μηχανισμοί γένεσης των σεισμών είναι παρόμοιοι. Για κάθε σεισμική ζώνη ο προσανατολισμός και οι διαστάσεις της είναι παρόμοιοι με τις διαστάσεις της διάρρηξης που προξένησε ο μεγαλύτερος σεισμός. Και οι σεισμοί στις περιοχές μελέτης είναι πολύ μεγάλοι.



Σχήμα 1.3. Επίκεντρα σεισμών με μέγεθος $M_w \ge 7.0$ στις περιοχές της Νότιας και Κεντρικής Αμερική

Η συσσώρευση των επίκεντρων των επιφανειακών σεισμών σύμφωνα με τους Barazangi and Isacks (1976), γίνεται στους πρόποδες των Άνδεων χωρίς η απόσταση που απέχουν από την τάφρο να έχει σχέση με αυτά. Επιπροσθέτως, η γωνία κλίσης της ζώνης Benioff εξηγείται από την ισχυρότερη σύζευξη που σχετίζεται άμεσα με τους ισχυρότερους σεισμούς στις δύο περιοχές των που μελετώνται. Απόδειξη αυτών, είναι και οι μηχανισμοί γένεσης των σεισμών αυτών. Οι εστίες των σεισμών εντοπίζονται σε μία στενή ζώνη στην επαφή των δύο πλακών (Delouis et al. 1996).

Η σχετική ταχύτητα σύγκλισης εκτιμάται στα 9.3 cm/yr (Casaverde and Vargas 1984). Παράλληλα, έχουν κατά καιρούς δοθεί διαφορετικές τιμές ταχύτητας





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

Γίνεται περιγραφή της επεξεργασίας των δεδομένων για την περαιτέρω χρήση τους για τον υπολογισμό των πινάκων της Μαρκοβιανής αλυσίδας. Επίσης, παρουσιάζεται η γεωτεκτονική της περιοχής που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

2.1. ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΕΚΤΟΝΙΚΗΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ

Στις περιοχές μελέτης, οι καταστροφές που προκαλούνται από τους πολύ μεγάλους σεισμούς, συμπληρώνονται πολλές φορές από την γένεση κυμάτων τσουνάμι. Πολλές φορές, οι καταστροφές που προκαλούνται από τα τσουνάμι είναι μεγαλύτερες από αυτές που προκαλούνται από τους σεισμούς αυτούς. Οι περιοχές έχουν θρηνήσει χιλιάδες θύματα από τις καταστροφές αυτές (π.χ. 1868 σύνορα Χιλής Περού 25.000 θύματα).

Ανάλογα με τα τεκτονικά χαρακτηριστικά τους, οι ζώνες κατάδυσης χωρίζονται σε 2 μεγάλες κατηγορίες (Uyeda and Kanamori 1986) που είναι: α) οι «τύπου Χιλής» και β) οι «τύπου Μαριάνες».

Η κυριότερη διαφορά τους, είναι η απουσία του νησιωτικού τόξου και της περιθωριακής θάλασσας από την πρώτη κατηγορία. Άλλες διαφορές που μπορούμε να επισημάνουμε, είναι ότι στις «τύπου Χιλής» υπάρχει ομαλότερη (μικρότερη) η γωνία βύθισης της πλάκας, η έντονη ορογένεση και η ιζηματογένεση με ιζήματα που προέρχονται τόσο από την ήπειρο όσο και από την συγκλίνουσα λιθοσφαιρική πλάκα και σαν συνέπεια αυτού είναι η γένεση μεγάλων σεισμών σε ανάστροφα ρήγματα.

Ο Jarrard (1986) διατύπωσε την άποψη ότι υπάρχουν 7 είδη ζωνών κατάδυσης. Αυτή η κατηγοριοποίηση έγινε με βάση τις τάσεις που επικρατούν στην οπισθότοξη περιοχή. Αν στην οπισθότοξη περιοχή επικρατούν έντονες εφελκυστικές

δυνάμεις, τότε η περιοχή ανήκει στην κατηγορία 1 και έχουμε ζώνη «τύπου Μαριάνες». Στην ακραία περίπτωση που έχουμε μεγάλες συμπιεστικές τάσεις (κατηγορία 7), τότε το τόξο ανήκει στην κατηγορία «τύπου Χιλής».

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Έτσι λοιπόν, κατατάσσονται στην κατηγορία 6 η Κολομβία και ο Ισημερινός (Κεντρική Αμερική) και το Περού (νότια Αμερική). Από την άλλη μεριά, στη Νότια Αμερική, ιδιαίτερα στη Βόρεια και Κεντρική Χιλή, επικρατούν πολύ έντονες τάσεις και ανήκουν στην κατηγορία 7, ενώ η Νότια Χιλή ανήκει στην κατηγορία 5.

Όπως είναι γνωστό, η κατάδυση της ωκεάνιας πλάκας δίνει δύο διαφορετικούς τύπους ορογενετικών ζωνών που εξαρτώνται από την φύση της υπερκείμενης πλάκας. Υπάρχουν στη Νότια Αμερική δύο μεγάλες τάφροι της Χιλής και του Περού, όπου η ωκεάνια λιθόσφαιρα (Nazca) καταδύεται κάτω από την εφιππεύουσα ηπειρωτικού τύπου λιθόσφαιρα. Ο Tsapanos (2000) χαρτογραφώντας διάφορες σεισμικές παραμέτρους σε συνάρτηση με το βάθος για τις περιοχές αυτές, βρήκε ότι η κλίση της Nazca γίνεται μικρότερη πηγαίνοντας από το νότιο μέρος της Νότιας Αμερικής προς το βορειότερο τμήμα της. Λίγο αργότερα, ο Lemoine et al. (2002) εξέτασαν τις κινήσεις των ενδιαμέσων σεισμών βάθους για τις ζώνες κατάδυσης του Μεξικού, του Περού και της Χιλής και διαπίστωσαν ότι η ετερογένεια του πεδίου των τάσεων, που προκαλείται από τη σύνθετη γεωμετρία της λιθοσφαιρικής πλάκας, είναι αυτή που παίζει σημαντικό ρόλο στους ενδοπλακικούς σεισμούς ενδιαμέσου βάθους. Η κατάδυση κάτω από ηπειρωτική λιθοσφαιρική πλάκα, γίνεται αφορμή σχηματισμού μίας σχεδόν ευθύγραμμης οροσειράς πάνω στην υπερκείμενη πλάκα, που είναι σχεδόν παράλληλη με τη ζώνη κατάδυσης. Όποια λοιπόν οροσειρά σχηματίζεται με αυτόν τον τρόπο, ονομάζεται γενικά «οροσειρά τύπου Άνδεων». Τα όρια επαφής των λιθοσφαιρικών πλακών οριοθετούνται με ακρίβεια με γεωφυσικές και κυρίως σεισμολογικές μεθόδους. Η Νότια Αμερική αποτελεί το Νότιο τμήμα της Αμερικανικής ηπείρου. Το μήκος της από βορρά προς νότο είναι 7.500 χιλιόμετρα και το πλάτος από ανατολή προς δύση 5.200 χιλιόμετρα. Η λιθοσφαιρική πλάκα Νάζκα είναι αυτή που καταδύεται κάτω από το δυτικό τμήμα της Νότιας Αμερικής και αυτή η κατάδυση είναι η αιτία των πολύ μεγάλων σεισμών που γίνονται κατά καιρούς στην περιοχή αυτή. Οι μηχανισμοί γένεσης των επιφανειακών σεισμών είναι σε διευθύνσεις B 80° A. Οι μεγάλοι σεισμοί ποικίλουν κατά μήκος της διεύθυνσης των ενεργών σεισμικών ζωνών. Αυτή η ιδιομορφία,

σύμφωνα με τους Kelleher (1972), οφείλεται στο πλάτος της ζώνης επαφής της καταδυόμενης πλάκας με την υπερκείμενη.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Στη Κεντρική Αμερική έχουμε κατάδυση μίας μικρότερης λιθοσφαιρικής πλάκας που είναι η πλάκα Cocos (Burbach et al. 1984). Αυτή καταδύεται κάτω από την ηπειρωτική Αμερικανική λιθόσφαιρα στις ακτές του Μεξικού, ενώ κατά μήκος των ακτών της Κεντρικής Αμερικής η κατάδυση γίνεται κάτω από την επίσης ηπειρωτική λιθόσφαιρα της Καραϊβικής πλάκας (Burbach et al. 1984). Οι μηχανισμοί γένεσης επιφανειακών σεισμών κατά μήκος αυτών των δομών δείγνουν μία επώθηση της πλάκας Cocos πάνω στις πλάκες της Καραϊβικής και της Βόρειας Αμερικής (Dean and Drake 1978, Bilek 2010) με διεύθυνση σύγκλισης B 30° A. Oι Carr and Stoiber (1977) πρότειναν, ότι οι διαφοροποιήσεις στην γεωμετρία των κεκλιμένων σεισμικών ζωνών επηρεάζουν σε ένα βαθμό την θέση των μεγάλων σεισμών και άλλων φαινομένων σχετικών με την κατάδυση. Η Κεντρική Αμερική είναι μια από τις πιο υψηλού κινδύνου περιοχές στον κόσμο για σεισμό. Οι Kanamori and Stewart (1978) μελετώντας τον σεισμό της Γουατεμάλας (ο μεγαλύτερος σεισμός Μ=7.5, 1976) βρήκαν, ότι είναι ίσως ο μεγαλύτερος σεισμός που έγινε σε ρήγμα μετασχηματισμού στην περιοχή, είχε τη μεγαλύτερη ζώνη διάρρηξης και έγινε σε σχετικά μικρό επιφανειακό βάθος (5 km). Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα λεπτομερών μελετών σεισμικής ολίσθησης, τεκτονικών δομών, μηχανισμών ρηγμάτων και μοντέλων διάρρηξης κατά μήκος διαφόρων τμημάτων της τάφρου της Κεντρικής Αμερικής ο McNally (1981) επινόησε μια τεκτονική δομή για την ανάλυση τόσο μακροπρόθεσμων, ενδιάμεσων αλλά και βραχυπρόθεσμων μοντέλων σεισμικότητας που προηγούνται των μεγάλων επιφανειακών σεισμών.

Η περιοχή που εξετάζουμε, όπως προαναφέρθηκε, καλύπτει την Κεντρική και την Νότια Αμερική, δύο περιοχές που έχουν δοκιμασθεί τόσο στο παρελθόν όσο και σε πρόσφατο χρόνο (π.χ. 27 Φεβρουαρίου 2010, M=8.8) από πολύ καταστροφικούς σεισμούς. Περιγραφές για πολύ μεγάλους σεισμούς υπάρχουν ήδη από τον 16° αιώνα (π.χ. 1570 στην Conception, 1686 στην Ica και to 1868 στην Arica). Τόσο τα μεγέθη τους, αλλά και οι περίοδοι επανάληψης που υπολογίζονται κατά προσέγγιση στα 100-150 χρόνια, δείχνουν, ότι το 90% περίπου της παραμόρφωσης που προκαλείται από την σύγκρουση των δύο λιθοσφαιρικών πλακών, εκδηλώνεται με την έκλυση σεισμών (Prince and Scheweller 1978, Stein et al. 1986, Tsapanos and Christova, 2000). Η περιοχή της μελέτης μας περιλαμβάνεται μεταξύ των συντεταγμένων 17 B/ -45 N γεωγραφικό πλάτος και -95 Δ / -65 Δ γεωγραφικό πλάτος, ενώ το χρονικό διάστημα που καλύπτουν τα δεδομένα που χρησιμοποιηθήκαν, φθάνει μέχρι και το 2021.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

2.2. ΠΡΟΣΕΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΜΕΤΑΣΕΙΣΜΟΙ ΣΤΙΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ

Στην αρχή της επεξεργασίας των δεδομένων, έγινε η διαγραφή των προσεισμών και των μετασεισμών από τον κατάλογο των δεδομένων μας κάνοντας χρήση διαφόρων κριτηρίων.

Τα δεδομένα αυτά αντλήθηκαν από τα αρχεία του ISC (International Seismological Centre, http://www.isc.ac.uk/). Επικουρικά χρησιμοποιήθηκαν ο κατάλογος online (σε απευθείας σύνδεση) Global Centroid Moment Tensor Catalogue (GCMT, https://www.globalcmt.org), οι κατάλογοι των: Pacheco and Sykes (1992), Engdahl et al. (1998), όπως επίσης και των Engdahl and Villaseñor (2002). Για τα δεδομένα των ιστορικών σεισμών της περιοχής μελέτης, χρησιμοποιήθηκαν τα αρχεία από το USGS Historical (https://www.usgs.gov//programs/earthquake-zards/earthquakes).

Όσον αφορά τα προαναφερθέντα κριτήρια, όπως αυτά έχουν προταθεί, αφορούν τόσο το χρονικό παράθυρο για το οποίο έχουμε προσεισμούς και μετασεισμούς, όσο και την απόσταση στην οποία ένα γεγονός θεωρείται προσεισμός ή μετασεισμός. Ο Utsu (1969) έδειξε ότι οι μετασεισμοί συμβαίνουν σε ακτίνα ίση με:

$$L = 10^{0.5M_s - 1.8}$$
 (2.1)

όπου M_s είναι το επιφανειακό μέγεθος του κύριου σεισμού, ενώ η απόσταση L εκφράζεται σε χιλιόμετρα.

Σύμφωνα με τους Jones and Molnar (1976), η προσεισμική δραστηριότητα αρχίζει 40 μέρες πριν τον κύριο σεισμό, ιδίως αν πρόκειται για μεγάλο σεισμό.

Διάφοροι ερευνητές, όπως οι Gardner and Knopoff (1974) διατύπωσαν διαφορετική άποψη όσον αφορά τόσο την απόσταση όσο και την χρονική διάρκεια των μετασεισμών. Η μέθοδος θεωρεί ένα παράθυρο που ομαδοποιεί τους σεισμούς σύμφωνα με τις χωροχρονικές αποστάσεις μεταξύ τους. Για κάθε ένα από τα σμήνη των ομαδοποιημένων σεισμών, ο σεισμός με το μεγαλύτερο μέγεθος θεωρείται ως ο κύριος σεισμός, ενώ όλοι οι άλλοι εντός του χωροχρονικού παραθύρου του κύριου σεισμού εξαλείφονται. Ο λόγος της εφαρμογής της μεθόδου αυτής είναι η απλότητα που την χαρακτηρίζει και την εφαρμόσαμε στην παρούσα διατριβή ειδίκευσης για την απόρριψη των προσεισμών και μετασεισμών από τον κατάλογο των σεισμών που χρησιμοποιήθηκε.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Το ότι οι μετασεισμοί γίνονται σε χρονικό διάστημα μέχρι και ένα χρόνο μετά τον κύριο σεισμό, διατυπώθηκε από τους Tajima and Kanamori (1985). Μία διαφορετική άποψη για το χρονικό παράθυρο των μετασεισμών διατυπώθηκε από τον Uhrhammer (1986).

Οι μελέτες που αφορούν την σεισμικότητα βασίζονται σε κύριους σεισμούς και για τον λόγο αυτό έχουν εφαρμοσθεί τεχνικές «αποσυσταδιοποίησης». Αυτές βασίζονται κυρίως σε «χωροχρονική» βάση. Η διαδικασία αυτή είναι πολύπλοκη και οι σεισμολόγοι προσπαθούν να βρουν μία κοινά αποδεκτή μέθοδο ακόμη και με σύγχρονη έρευνα (van Stiphout et al. 2012, Talbi et al. 2013, Teng and Baker 2019, Yamagishi et al. 2021).

Μια εναλλακτική μέθοδος για τον εντοπισμό μετασεισμών εφαρμόστηκε από τον Reasenberg (1985) σε σεισμούς από 1969 μέχρι το 1982 (σεισμοί στον κατάλογο του Γεωλογικού Ινστιτούτου των ΗΠΑ στην κεντρική Καλιφόρνια), όπου υπολογίστηκε σχέση μεταξύ ενός ορίου μεγεθών σεισμών Μ ≥4.0 σε αποστάσεις μεταξύ τους έως 80 km και σε βάθος χρόνου έως 320 ημέρες. Η απλότητα που χαρακτηρίζει τη μεθοδολογία αυτή, είναι ο λόγος που την εφαρμόσαμε στην παρούσα διατριβή ειδίκευσης για την απαλοιφή των προσεισμών και των μετασεισμών από τον κατάλογο των σεισμών που χρησιμοποιήθηκε.

Οι περιοχές που μελετήθηκαν χωρίστηκαν σε δέκα σεισμικές ζώνες με βάση την χωρική κατανομή των επιφανειακών σεισμών σύμφωνα με δημοσιεύσεις που κάνουν παρόμοιους διαχωρισμούς (στην ίδια περιοχή), όπως για παράδειγμα των: Papadimitriou (1993), Cernadas et al. (1998), Galanis (2000) και Galanis et al. (2001). Φυσικά, μικρές παρεμβάσεις έγιναν με σκοπό να περιληφθούν στις ζώνες δεδομένα που δεν υπήρχαν σε προηγούμενους διαχωρισμούς (Bilek 2010).

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

. Στο Σχήμα 2.1 φαίνονται οι ζώνες αυτές και στον Πιν. 2 αναγράφονται οι συντεταγμένες των κορυφών της κάθε ζώνης. Επίσης, δίνονται η παράμετρος b της σχέσης Gutenberg-Richter που υπολογίστηκε για κάθε ζώνη και ο μέγιστος σεισμός κάθε ζώνης.



Σχήμα 2.2. Οι δέκα σεισμικές ζώνες στις οποίες χωρίστηκαν οι περιοχές μελέτης

Πίνακας 2.2. Οι συντεταγμένες των κορυφών των δέκα ζωνών, η παράμετρος b της σχέσης των Gutenberg – Richter καθώς και το εύρος των μεγεθών (M_{min} - M_{max}) κάθε ζώνης.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

88

	ΣΥΝΤ	ΈΤΑΓΜΕΝΕΣ ΚΟ	ΟΡΥΦΩΝ ΤΩΝ ΖΩ	ΩΝΩΝ
ΖΩΝΕΣ				
	φ	λο	b	M _{min} - M _{max}
	17.00	07.00		
	15.00	-95.00		
ZONH 1	18.70	-90.00	-0.96 ± 0.032	16 82
	13.20	-83.50	-0.90 <u>-</u> 0.092	H. 0 = 0.2
	10.00	-87.67		
	10.00	-87.67		
	13.20	-83.50	0.01 + 0.022	16 76
ZSZINIT Z	10.04	-82.46	-0.91 <u>+</u> 0.022	4.0 - 7.0
	07.45	-85.00		
	07.45	-85.00		
70NH 2	11.15	-81.35	1.05 + 0.028	16 67
ZS2INFI 5	09.11	-80.13	-1.03 <u>+</u> 0.028	4.0 - 0.7
	05.12	-82.50		
	06.48	-81.68		
70NH 4	10.57	-79.25	0.88 + 0.018	40 74
ZSZINIT 4	03.33	-72.26	-0.00 <u>+</u> 0.010	4.9 - 7.4
	02.85	-76.92		
	10.57	-79.25		
	14.18	-70.00	1.22 + 0.016	15 66
ZSZINH 3	10.00	-67.00	-1.22 <u>+</u> 0.010	4.3 - 0.0
	03.33	-72.26		



· 1	10			
	-03.18	-74.36		
	02.85	-76.92		
70NH 6	06.48	-81.68	0.02 ± 0.026	16 78
2.521111 0	05.12	-82.50	-0.92 <u>+</u> 0.020	4.0 - 7.8
	02.00	-84.00		
	-04.94	-82.80		
	-04.94	-82.80		
	-03.18	-74.36		
701117	-16.15	-66.65	0.96 + 0.024	4 6 9 4
ZS2NH /	-18.75	-73.75	-0.86 <u>+</u> 0.034	4.0 - 8.4
	-19.00	-77.50		
	-10.05	-82.00		
	-17.37	-70.00		
	-18.75	-73.75		
ZΩNH 8	-29.00	-74.00	-0.82 <u>+</u> 0.030	4.6 - 8.3
	-29.20	-69.50		
	-22.50	-66.50		
	-29.00	-74.00		
	-29.35	-66.65		
ZΩNH 9	-35.00	-67.50	-0.89 <u>+</u> 0.026	4.7 - 8.4
	-35.50	-70.05	-0.89 <u>+</u> 0.020	
	-35.50	-74.50		

"OE	Βιβλιοθηκ Πίνακας 2.2 (συ	νέχεια)			
8	А.П.О	φ	$\lambda^{ m o}$	b	M _{min} - M _{max}
		-35.50	-74.50		
		-35.50	-70.05		
	ZΩNH 10	-45.00	-72.50	-0.88 ± 0.022	4.7 - 8.8
		-45.00	-76.50		
		-43.00	-77.50		
L			1	1	

Στον παραπάνω πίνακα, παρατηρούμε ότι οι τιμές της παραμέτρου b σε περιοχές της Κεντρικής Αμερικής είναι ανάλογες με τις τιμές που έχουν βρεθεί με διαφορετικά δεδομένα και για διαφορετικά χρονικά διαστήματα (Tsapanos, 1990). Επίσης, στις ζώνες 7, 8, 9 και 10 οι τιμές της παραμέτρου b εμφανίζονται πολύ κοντινές μεταξύ τους που σημαίνει ότι βρίσκονται σε ένα όμοιο τεκτονικό περιβάλλον (Ruiz and Madariaga 2018).

2.3 ΑΚΡΙΒΕΙΑ, ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΤΗΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Η απευθείας χρήση του υλικού παρατήρησης θα μας οδηγούσε σε λανθασμένα αποτελέσματα. Το πλήθος των δεδομένων πρέπει να είναι ικανό σε αριθμό για να καλύψει μία μελέτη και αυτά πρέπει να πληρούν ορισμένες βασικές προϋποθέσεις. Επομένως το υλικό παρατήρησης πρέπει να πληροί 3 προϋποθέσεις: 1) τα δεδομένα μας να είναι ακριβή. 2) επίσης να είναι να είναι ομοιογενή και 3) να είναι πλήρη.

Η ακρίβεια αναφέρεται κυρίως στα σφάλματα που γίνονται στον υπολογισμό των συντεταγμένων του επικέντρου, του εστιακού βάθους, καθώς και το μέγεθος του σεισμού και εξαρτάται από τον χρόνο που έγινε ο σεισμός και από το μέγεθός του. Όσο πάμε πίσω στον χρόνο γένεσης, τόσο τα σφάλματα γίνονται μεγαλύτερα. Η ομοιογένεια περιλαμβάνει κυρίως τα μεγέθη, που πρέπει να είναι όλα εκφρασμένα σε μία κλίμακα μεγέθους π.χ. όλα στην κλίμακα ροπής M_w.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Στη συνέχεια, έγινε επεξεργασία, ώστε ο τελικός κατάλογος που θα χρησιμοποιήσουμε, να ταιριάζει με το πιο αντιπροσωπευτικό μέγεθος για κάθε σεισμό στους παραπάνω καταλόγους από τους οποίους αντλήσαμε τα δεδομένα. Τα αναφερόμενα μεγέθη στις προαναφερθείσες πηγές δεδομένων δίνονται σε διάφορες κλίμακες (όπως M_s, mb, M_w). Για να εξασφαλιστεί η ομοιογένεια του καταλόγου ως προς το μέγεθος, επιλέχθηκε η κλίμακα μεγέθους ροπής, M_w, ως η πιο αξιόπιστη. Όλα τα άλλα μεγέθη μετατράπηκαν σε M_w, με κατάλληλους τύπους μετατροπής, ήδη δημοσιευμένους, (π.χ. Scordilis 2005, 2006, Tsampas et al. 2016). Το τελικά αποδεκτό μέγεθος για κάθε σεισμό ήταν είτε το αρχικό μέγεθος ροπής (που υιοθετήθηκε από οποιαδήποτε από τις παραπάνω πηγές), είτε το ισοδύναμο μέγεθος ροπής που εκτιμήθηκε ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των μεγεθών που μετατράπηκαν, σταθμίζοντας το καθένα από αυτά με την αντίστροφη τυπική απόκλιση των αντίστοιχων εφαρμοσμένων σχέσεων μετατροπής τους σε M_w. Στην παρούσα εργασία θα μελετηθούν μόνο επιφανειακοί σεισμοί (h<60 km).

Η πληρότητα αναφέρεται και αυτή στα μεγέθη των σεισμών και στον χρόνο γένεσής τους. Και ενώ για τις άλλες δύο προϋποθέσεις, τόσο οι κατάλογοι που χρησιμοποιήθηκαν, όσο και η επεξεργασία τους, πληρούν την ακρίβεια και την ομοιογένεια των σεισμών, η πληρότητα απαιτεί περαιτέρω επεξεργασία . Για να είναι το δείγμα μας πλήρες, πρέπει να περιέχει όλους τους σεισμούς που γίνονται σε μία περιοχή κατά την διάρκεια ενός ορισμένου χρονικού διαστήματος, και τα μεγέθη να είναι ίσα ή μεγαλύτερα από ορισμένη τιμή (Comninakis and Papazachos 1977). Για παράδειγμα, ο Τσάπανος (1985) με κατάλληλη επεξεργασία, βρήκε ότι στον παγκόσμιο κατάλογο υπάρχει η πληρότητα για τα μεγέθη Μ≥7.0 για το χρονικό διάστημα 1904-1980. Αυτό σημαίνει, ότι δεν λείπει κανένας σεισμός για τα μεγέθη αυτά και για το αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

Η τελική δομή του καταλόγου περιλαμβάνει όλους τους επιφανειακούς σεισμούς (h \leq 60 km) που παρατηρήθηκαν στις υπό μελέτη ζώνες. Το μέγεθος των σεισμών αυτών καθορίστηκε, όπως προαναφέρθηκε, να ανήκει στην κλίμακα M_w και τα δεδομένα που επεξεργαστήκαμε αφορούν αυτούς με μέγεθος M_w \geq 4.5. Εδώ φυσικά θα θέλαμε να τονίσουμε ότι το μέγεθος πληρότητας (M_c) αυτό δεν είναι ενιαίο για

βιβλιοθήκη όλες τις σεισμικές ζώνες, αλλά ποικίλλει σε σχέση με το χρόνο και το πλήθος των δεδομένων σε κάθε μία απ' αυτές, όπως φαίνεται και στα παρακάτω σχήματα (Σχήμα 2.1.1, ..., Σχήμα 2.1.10). Τα σχήματα αυτά έγιναν με την ανάλογη χρησιμοποίηση του στατιστικού πακέτου ZMAP (Wiemer 2001).

Ψηφιακή συλλογή



Σχήμα 2.1.1. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 1



Σχήμα 2.1.2. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 2



Σχήμα 2.1.3. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 3



Σχήμα 2.1.4. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 4



Σχήμα 2.1.5. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 5



Σχήμα 2.1.6. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 6



Σχήμα 2.1.7. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 7



Σχήμα 2.1.8. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 8



Σχήμα 2.1.9. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 9



Σχήμα 2.1.10. Εκτίμηση μεγέθους πληρότητας (M_c) σε συνάρτηση με τον χρόνο για τη Ζώνη 10

Οι τιμές τόσο του μεγέθους πληρότητας όσο και του αντίστοιχου έτους αναγράφονται στον Πίν. 1. Και φυσικά δεν είναι δυνατόν να υπάρχουν μεγέθη σεισμών π.χ. 4.7 στην ιστορική περίοδο 1800-1899. Σεισμούς τέτοιους μεγέθους συναντούμε πολύ αργότερα κοντά στην δεκαετία του '90, όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα (2.1).

ΖΩΝΕΣ	ΜΕΓΕΘΟΣ ΠΛΗΡΟΤΗΤΑΣ (M _c)	ΕΤΟΣ
ΖΩΝΗ 1	4.6	1992
ΖΩΝΗ 2	4.6	1995
ΖΩΝΗ 3	4.6	1990
ΖΩΝΗ 4	4.9	1965
ΖΩΝΗ 5	4.5	1995
ΖΩΝΗ 6	4.6	1995
ΖΩΝΗ 7	4.7	1992
ΖΩΝΗ 8	4.6	1995
ΖΩΝΗ 9	4.7	1998
ZΩNH 10	4.7	1998

Πίνακας 1. Το μέγεθος πληρότητας και το αντίστοιχο έτος κάθε ζώνης

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

3.1 ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ

Για την περιγραφή των φυσικών φαινομένων χρησιμοποιούμε συνήθως τα μαθηματικά μοντέλα. Τα μοντέλα αυτά είναι:

- Αιτιοκρατικά (deterministic), αν ξέρουμε πλήρως την χρονική τους εξέλιξη.
- Στοχαστικά (stochastic or random), αν η χρονική εξέλιξη τους είναι άγνωστη.

Στη θεωρία των πιθανοτήτων, μια στοχαστική διαδικασία, ή μερικές φορές μια τυχαία διαδικασία είναι μια συλλογή τυχαίων μεταβλητών, που αντιπροσωπεύουν την εξέλιξη κάποιου συστήματος με τυχαίες τιμές κατά τη πάροδο του χρόνου.

Μια στοχαστική διαδικασία είναι μία παραμετρική οικογένεια $\{X(t)\}$ τυχαίων μεταβλητών, που είναι όλες ορισμένες στον ίδιο χώρο πιθανότητας (Ω, F, P) . Η παράμετρος t, συνήθως παριστάνει το χρόνο και παίρνει τιμές, είτε διακριτές, είτε συνεχείς. Στην ουσία, για κάθε τιμή της παραμέτρου $t, X(t): \Omega \to \mathbb{R}$ (Βασιλείου 1999).

Όταν θέλουμε να μοντελοποιήσουμε πραγματικά συστήματα, είναι πολύ συνηθισμένο ο κανόνας που περιγράφει τη δυναμική του συστήματος να εξαρτάται μόνο από την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος και όχι από το πώς το σύστημα βρέθηκε εκεί. Τα στοχαστικά συστήματα που έχουν αυτή την ιδιότητα χαρακτηρίζονται ως μαρκοβιανά.

3.2 ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΕΣ ΑΛΥΣΙΔΕΣ

Η Μαρκοβιανή αλυσίδα θεωρείται ένα στατιστικό μοντέλο, ανάμεσα σε διάφορα άλλα, με μια μεγάλη ποικιλία εφαρμογών. Οτιδήποτε μπορεί να θεωρηθεί ως Μαρκοβιανό μοντέλο, π.χ. το επίπεδο της σεισμικής ενέργειας, το μέγεθος των σεισμών, κτλ. Τα βήματα που γίνονται για την μετάβαση μιας κατάστασης σε μία άλλη που υποδηλώνουν την εμφάνιση σεισμών, στην περίπτωσή μας, περιγράφονται από τις πιθανότητες μετάβασης (Anagnos and Kiremidjian 1988).

Μία νέα στατιστική μέθοδος, εκφρασμένη ως αλυσίδα Markov, εφαρμόσθηκε (Nava et al. 2005) για την αξιολόγηση του σεισμικού κινδύνου, που βασίζεται στη μοντελοποίηση των πιθανοτήτων μετάβασης των διαφόρων τύπων σεισμικότητας στις περιοχές ενός γεωγραφικού χώρου κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος,
Οι υψηλές τιμές πιθανότητας μετάβασης που υπολογίσθηκαν για την περιοχή της Ιαπωνίας θεωρήθηκαν ως επιτυχημένη πρόβλεψη.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Α.Π.Θ

Η Μαρκοβιανή αλυσίδα διακριτού χρόνου αποτελεί μια στοχαστική διαδικασία με τη μαρκοβιανή ιδιότητα για ένα αριθμήσιμο (πεπερασμένο) χώρο καταστάσεων (Andrey Markov 1906). Ο όρος Μαρκοβιανή ιδιότητα, αναφέρεται σε μία τυχαία διαδικασία η οποία δε διατηρεί μνήμη για τις προγενέστερες μεταβολές του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, η επόμενη κατάσταση στην οποία θα επέλθει το σύστημα εξαρτάται αποκλειστικά από την τωρινή κατάστασή του και όχι από όλες τις προηγούμενες καταστάσεις από τις οποίες διήλθε.

Ας θεωρήσουμε $S=\{1,2,3,..,k\}$ τον διακριτό χώρο καταστάσεων μιας Μαρκοβιανής αλυσίδας και X_i (t=0,1,2,...) την Μαρκοβιανή αλυσίδα με τιμές από το χώρο των καταστάσεων S. Αν συμβολίσουμε με p_i την αρχική πιθανότητα ένα Μαρκοβιανό σύστημα να βρίσκεται στην κατάσταση *i* κατά τη χρονική στιγμή t=0και p_{ij} την πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση *i* στην κατάσταση *j* κατά βήμα *n*, τότε προκύπτει:

$$p_i = P(X_0 = i) \text{ όπου } i = 1,2,.... (3.1)$$

και
$$p_{ij}(t) = P(X_n = j | X_{n-1} = i) \text{ όπου } i, j = 1,2,..., k \text{ και } t = 1,2,.... (3.2)$$

Ως συνέπεια της Μαρκοβιανής ιδιότητας, η πιθανότητα με την οποία μια Μ.Α. βρίσκεται σε μία κατάσταση κατά τη χρονική στιγμή t=n δεν εξαρτάται από όλες τις προγενέστερες καταστάσεις από τις οποίες διήλθε παρά μόνο από την αμέσως προηγούμενη, δηλαδή την κατάσταση κατά τη χρονική στιγμή t=n-1. Οι πιθανότητες $p_{ij}(t)$ ονομάζονται και πιθανότητες μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας και για να γίνει πιο βολικός ο τρόπος αναφοράς μας σ' αυτές, χρησιμοποιούμε ένα πίνακα P(t)με πεπερασμένες διαστάσεις, εφόσον και ο χώρος καταστάσεων S είναι κι αυτός πεπερασμένος. Ο πίνακας αυτός ονομάζεται πίνακας μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας για το χρονικό διάστημα [t-1,t) και έχει την εξής μορφή:

Πίνακας 3.1 Πίνακας μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας

$p_{11}(t)$	$p_{12}(t)$	 	$p_{1n}(t)$
$p_{21}(t)$	$p_{22}(t)$	 	$p_{2n}(t)$
$Lp_{n1}(t)$	$p_{n2}(t)$	 	$p_{nn}(t)$

Όλα τα στοιχεία του πίνακα μετάβασης είναι μη αρνητικά. Πιο συγκεκριμένα, όλα τα στοιχεία που περιέχει ένας πίνακας μετάβασης είναι θετικά και το άθροισμα αυτών κατά κάθε γραμμή του πίνακα είναι ίσο με τη μονάδα. Κάθε πίνακας που έχει τις προαναφερθείσες ιδιότητες καλείται στοχαστικός πίνακας.

Όταν η πιθανότητα μετάβασης από την μία κατάσταση στην άλλη δεν εξαρτάται από το χρόνο στον οποίο πραγματοποιείται αυτή η μετάβαση, τότε η

Μαρκοβιανή αλυσίδα ονομάζεται ομογενής. Τότε η πιθανότητα μετάβασης συμβολίζεται :

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Α.Π.Θ

 $p_{ij} = P(X_n = j | X_{n-1} = i)$ óπου i,j=1,2,...,k (3.3)

Σε συνέχεια των παραπάνω, θα μπορούσαμε να πούμε πως ένα Μαρκοβιανό μοντέλο μπορεί να χαρακτηριστεί από το σύνολο των καταστάσεων της διαδικασίας, *S*, καθώς και από τον πίνακα μετάβασης, *P*, πιο συγκεκριμένα με το ζεύγος (*S*,*P*). Επίσης, στην περίπτωση που ο χρόνος είναι συνεχής, οι χρόνοι παραμονής στις καταστάσεις ακολουθούν εκθετικές κατανομές ενώ εάν ο χρόνος είναι διακριτός, οι χρόνοι παραμονής ακολουθούν γεωμετρικές κατανομές.

Ο Vere-Jones (1966) παρουσίασε ένα μοντέλο για μετασεισμούς στο οποίο υποτίθεται ότι οι διαδοχικοί μετασεισμοί αντιπροσωπεύουν μεταβάσεις ενός ενεργού συστήματος από τη μια κατάσταση στην άλλη, με τις διαδοχικές καταστάσεις να συνδέονται σε μια αλυσίδα Markov. Οι καταστάσεις αφορούν την συχνότητα του μετασεισμού, την απελευθέρωση ενέργειας και τον νόμο συχνότητας-μεγέθους.

Με βάση το Μαρκοβιανό μοντέλο, οι Tsapanos and Papadopoulou (1999) εξέτασαν την πιθανότητα γένεσης μεγάλων σεισμών τόσο χωρικά, όσο και χρονικά στην σεισμογενή περιοχή της Αλάσκας και των Αλεουτίων νήσων. Κατασκευάσθηκε για τον σκοπό αυτό ένα Μαρκοβιανό μοντέλο δύο καταστάσεων και εφαρμόσθηκε σε 3 σεισμικές ζώνες στις οποίες οι προαναφερθείσες περιοχές είχαν χωρισθεί.

Ο Tsapanos (2001) εφάρμοσε το Μαρκοβιανό μοντέλο σε προκαθορισμένες σεισμικές ζώνες της Νότιας Αμερικής και εκτίμησε την πιθανότητα μετάβασης από ζώνη σε ζώνη και το συνέδεσε με την γένεση μεγάλων σεισμών στις ζώνες αυτές.

Με μακροπρόθεσμες προβλέψεις σεισμών, στην Νότια Αμερική, με χρήση Μαρκοβιανού μοντέλου και με βάση την μεθοδολογία συστημάτων πολλαπλών καταστάσεων ασχολήθηκαν οι Karagrigoriou et al. (2016).

3.2.1 ΗΜΙ - ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΕΣ ΑΛΥΣΙΔΕΣ

Μια άλλη κατηγορία στοχαστικών διαδικασιών αποτελούν οι Ημι – Μαρκοβιανές αλυσίδες. Αρκετά από τα χαρακτηριστικά τους είναι ίδια με αυτά των Μαρκοβιανών αλυσίδων, όπως για παράδειγμα ο χρόνος και ο χώρος καταστάσεων που είναι διακριτοί και ο αριθμός τους πεπερασμένος. Επιπλέον, οι διαδοχικές μεταβάσεις γίνονται με βάση τις πιθανότητες μετάβασης μια Μαρκοβιανής αλυσίδας. Από την άλλη, μία βασική τους διαφορά αποτελεί ο χρόνος που θα συμβεί η μετάβαση του συστήματος από μία κατάσταση *i* στην επόμενη κατάσταση *j*. Στις Μαρκοβιανές αλυσίδες, το σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση *i* στην επόμενη κατάσταση *j* κάθε χρονική στιγμή. Στις Ημι – Μαρκοβιανές αλυσίδες η εξέλιξη της διαδικασίας ελέγχεται από τις κατανομές αλλαγής κατάστασης δηλαδή από τον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης και τις αντίστοιχες κατανομές των χρόνων

παραμονής. Οι πιθανότητες μετάβασης p_{ij} όπου i,j=1,2,... της εμβαπτισμένης Μαρκοβιανής αλυσίδας εκφράζουν τις πιθανότητες ότι η Ημι-Μαρκοβιανή αλυσίδα τη δεδομένη στιγμή βρίσκεται στη θέση i και η επόμενη μετάβαση θα γίνει στην κατάσταση j. Ο χρόνος που θα πραγματοποιηθεί η μετάβαση αυτή αποτελεί μία τυχαία μεταβλητή τ_{ij} όπου i,j=1,2,... και έχει κατανομή $h_{ij}(m)$ με

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

$$h_{ij}(m) = P[\tau_{ij} = m]$$
 όπου $m=1,2,...n$ και $i,j=1,2,...$ (3.4)

Η τυχαία μεταβλητή τ_{ij} καλείται χρόνος παραμονής και όλες οι τιμές της είναι μεγαλύτερες ή και ίσες με την μονάδα. Τέλος, η εύρεση του πίνακα μετάβασης Ρ της εμβαπτισμένης Μαρκοβιανής αλυσίδας καθώς και οι πιθανότητες των χρόνων παραμονής h_{ij} είναι απαραίτητη για την πλήρη περιγραφή μιας Ημι-Μαρκοβιανής αλυσίδας.

Η Votsi, et al. (2012) εκτίμησαν, με την εφαρμογή του Ημι-Μαρκοβιανού μοντέλου, τον αναμενόμενο αριθμό σεισμών, στην περιοχή του Βόρειου Αιγαίου.

Ημι-Μαρκοβιανό μοντέλο που θεωρήθηκε χρονικά ομογενές εφάρμοσαν οι Panorias et al. (2016) σε 9 σεισμικές ζώνες της Ιαπωνίας. Η μελέτη κατέληξε σε ενδιαφέροντα αποτελέσματα που αφορούσαν το διάστημα των πιθανοτήτων μετάβασης μεταξύ των ζωνών.

Οι πιθανότητες εμφάνισης σεισμών στο κεντρικό τμήμα των Ιονίων νήσων μελετήθηκαν από την Pertsinidou και τους συνεργάτες (2017) με την εφαρμογή της Ημι-Μαρκοβιανής αλυσίδας. Οι πιθανότητες αυτές είναι χρήσιμο εργαλείο επειδή μπορούν να παρέχουν όχι μόνο το πιθανότερο μέγεθος σεισμού αλλά και τον πιθανό χρόνο γένεσης του.

Οι πιθανότητες εμφάνισης σεισμού υπολογίζονται (Altinok and Kolcak 1999) με την εφαρμογή του Ημι- Μαρκοβιανού μοντέλου. Αυτό το μοντέλο προϋποθέτει ότι οι διαδοχικοί σεισμοί στην ίδια τεκτονική δεν είναι ανεξάρτητα γεγονότα, αλλά επηρεάζονται από το χρονικό διάστημα που έχει παρέλθει μεταξύ τους.

3.2.2 ΚΡΥΠΤΟ-ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα προτάθηκαν για πρώτη φορά από τους Baum and Petrie (1966). Η εφαρμογή αυτών αρχικά στην αναγνώριση λόγου (Rabiner 1989) και στη συνέχεια στη βιολογία, στα οικονομικά/οικονομετρία, στη βιοφυσική/βιοχημεία όπως και σε πολλές άλλες επιστήμες τα καθιστούν δημοφιλή στατιστικά μοντέλα. Το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο έχει πολλές εφαρμογές σε στατιστικά προβλήματα ενώ έχει αποδειχθεί και ένα χρήσιμο εργαλείο για μελέτες που σχετίζονται με τους σεισμούς. Οι Granat και Donnellan (2002) εφάρμοσαν το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο για την προσαρμογή δεδομένων σεισμών στην νότια Καλιφόρνια και έγινε χρήση του μοντέλου για την εύρεση σεισμών παρόμοιας τάξης μεγέθους. Ο Ebel και οι συνεργάτες του (2007) έκαναν χρήση του μοντέλου για την πρόβλεψη μελλοντικών σεισμών βασίζοντας κάθε πρόβλεψη στα διαθέσιμα δεδομένα.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Ο Chambers και οι συνεργάτες του (2012) ανάπτυξαν μια μέθοδο, βασισμένη σε κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο με σκοπό την πρόβλεψη σεισμών και εφαρμόζει την νέα αυτή μέθοδο για την σεισμική δραστηριότητα της νότιας Καλιφόρνιας και της δυτικής Νεβάδα.

Σμηνοσεισμοί εμφανίζονται σε πολλές περιοχές της Γης. Η μελέτη των σμηνοσειρών είναι πολύ περιορισμένη και οι περισσότερες αναφορές τους γίνονται περιγραφικά. Οι Li και Anderson-Spencer (2013) πρότειναν τη χρήση του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου για την εκτίμηση της κατανομής των χρόνων αναμονής για σμηνοσειρές και εφάρμοσαν αυτό το μοντέλο στους μεγαλύτερους σμηνοσεισμούς στην περιοχής του Yellowstone. Η μοντελοποίηση Markov αποδείχθηκε καλύτερη από τη μοντελοποίηση που γίνεται π.χ. με πεπερασμένες κατανομές εξαιτίας της ετερογένειας των δεδομένων.

Για να βρεθούν χαρακτηριστικά της γένεσης των σεισμών που δεν είναι ορατά με απευθείας παρατήρηση η Votsi, et al. (2013) και θεωρώντας ως καταστάσεις το πεδίο των τάσεων σεισμών έκαναν χρήση του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου για να αποκαλύψουν το πεδίο των τάσεων που υπάρχει κατά την γένεση ενός σεισμού. Η διαδικασία έγινε για σεισμούς με μέγεθος M≥6.5 που έγιναν στην Ελλάδα από το 1845.

Κρυφά Ημι-Μαρκοβιανά μοντέλα για εμφάνιση ισχυρού σεισμού με μέγεθος Μ≥5.5 με σκοπό την εκτίμηση της σεισμικότητας στις περιοχές του Βόρειου και του Νότιου Αιγαίου εφαρμόσθηκαν από την Pertsinidou και τους συνεργάτες (2017). Παρατηρήθηκε ότι για 70 από τις 88 μελετώμενες περιπτώσεις το κρυφό Ημι-Μαρκοβιανό μοντέλο παρουσίασε καλά αποτελέσματα.

Σύμφωνα με τα Μαρκοβιανά μοντέλα που αναφέρθηκαν παραπάνω, οι μεταβάσεις πρέπει να ακολουθούν συγκεκριμένη κατανομή όπως επίσης και η εξέλιξη του συστήματος μπορεί να ελεγχθεί από αυτόν που φτιάχνει το μοντέλο. Σε διάφορες εφαρμογές όμως, οι μεταβάσεις δεν ακολουθούν συγκεκριμένη κατανομή, όπως επίσης και η εξέλιξη του συστήματος δεν μπορεί να ελεγχθεί. Αυτοί οι λόγοι λοιπόν, οδήγησαν τους επιστήμονες να αναπτύξουν άλλα μοντέλα ένας τύπος των οποίων είναι και τα κρυπτο-Μαρκοβιανά.

Ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο είναι μία διπλή στοχαστική διαδικασία η οποία αποτελείται από την υποκείμενη διαδικασία η οποία είναι Μαρκοβιανή

διαδικασία με χώρο καταστάσεων $S = \{s_1, s_2, ..., s_N\}$ και από τη διαδικασία παρατήρησης δηλαδή μία ακολουθία τυχαίων μεταβλητών που παίρνουν τιμές από το χώρο καταστάσεων $O = \{o_1, o_2, ..., o_M\}$. Η υποκείμενη διαδικασία δεν μπορεί να παρατηρηθεί σε αντίθεση με τη διαδικασία παρατήρησης. Πιο συγκεκριμένα, η παρατηρήσιμη ακολουθία καταστάσεων παράγεται και εξαρτάται από τις καταστάσεις της Μαρκοβιανής αλυσίδας.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



Σχήμα 3.2. Τυπική απεικόνιση ενός Κρυπτο-Μαρκοβιανού Μοντέλου

Τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα διακρίνονται σε συνεχή και διακριτά ανάλογα με την κατανομή της διαδικασίας παρατήρησης. Η κατανομή της παρατηρούμενης διαδικασίας μπορεί να είναι είτε συνεχής, είτε διακριτή είτε ακόμα και ένας συνδυασμός αυτών των δύο. Στην παρούσα διατριβή θα ασχοληθούμε με την περίπτωση της διακριτής κατανομής ως προς τη διαδικασία παρατήρησης.

Ένα διακριτό κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο χαρακτηρίζεται από την παρακάτω πεντάδα στοιχείων :

- i. Τον αριθμό N των καταστάσεων της Μαρκοβιανής αλυσίδας με χώρο καταστάσεων $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$.
- ii. Τον αριθμό M των συμβόλων παρατήρησης της παρατηρούμενης ακολουθίας $O = \{o_1, o_2, ..., o_M\}.$
- iii. Τον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης, $P = \{p_{ij}\}$, της Μαρκοβιανής αλυσίδας.
- iv. Τις πιθανότητες παρατήρησης, B={b_i(o_k)}, όπου b_i(o_k) είναι η πιθανότητα η παρατήρηση o_k να προκύπτει όταν η υποκείμενη διαδικασία βρίσκεται στην κατάσταση s_i.

ν. Την αρχική κατανομή, $\pi_0 = {\pi_0(i)}$ όπου $\pi_0(i)$ είναι η πιθανότητα το σύστημα να ξεκινήσει από την κατάσταση s_i .

Για να οριστεί πλήρως ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο, είναι απαραίτητο να καθοριστούν οι παράμετροι N (αριθμός των καταστάσεων της Μαρκοβιανής αλυσίδας), M (αριθμός των συμβόλων παρατήρησης) και T (μήκος της παρατηρούμενης ακολουθίας), καθώς και τα τρία στοχαστικά μεγέθη P,B και π . Επειδή ο αριθμός των καταστάσεων της υποκείμενης διαδικασίας, όπως και ο αριθμός των συμβόλων της παρατηρούμενης ακολουθίας, είναι συνήθως γνωστοί, ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο μπορούμε να πούμε ότι χαρακτηρίζεται μόνο από τα τρία στοχαστικά μεγέθη και ο συμβολισμός που χρησιμοποιείται γι αυτό είναι $\lambda = (P, B, \pi)$.

Παράδειγμα κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Είμαστε σε ένα δωμάτιο με τον Bill του οποίου η διάθεση αλλάζει σύμφωνα με τον καιρό και θέλουμε να μοντελοποιήσουμε την κατάσταση του καιρού. Έτσι όταν ο καιρός είναι ηλιόλουστος τότε η διάθεση του Bill είναι καλή (Good), όταν ο καιρός είναι συννεφιασμένος τότε είναι μέτρια (So-So) ενώ όταν ο καιρός είναι βροχερός τότε η διάθεσή του είναι κακή (Bad). Επόμενο είναι λοιπόν να μπορούμε να φτιάζουμε ένα Μαρκοβιανό μοντέλο που θα περιγράφει τον καιρό και κατά συνέπεια και την διάθεση του Bill. Οι πιθανότητες μετάβασης του καιρού από τη μία κατάσταση στην άλλη δίνονται στο παρακάτω διάγραμμα ροής.



Σχ. 3.1 Διάγραμμα ροής της Μαρκοβιανής Αλυσίδας το οποίο περιγράφει την κατάσταση του καιρού σε συνδυασμό με τη διάθεση του Bill. (Γιονταμελή, 2011)

3.2.2α ΤΑ ΤΡΙΑ ΒΑΣΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΚΡΥΠΤΟ-ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

ιήμα Γεωλογίας

Σύμφωνα με τον Rabiner (1989), η χρήση των Κρυπτο-Μαρκοβιανών μοντέλων σε πραγματικές εφαρμογές απαιτεί πρώτα την επίλυση των τριών θεμελιωδών προβλημάτων. Τα προβλήματα αυτά αναλύονται παρακάτω.

- Πρόβλημα εκτίμησης. Δοσμένης της ακολουθίας παρατήρησης
 O = {o₁, o₂, ..., o_M } και του μοντέλου λ=(P,B,π) πώς θα υπολογιστεί η
 πιθανότητα P(O|λ), δηλαδή η πιθανότητα η ακολουθία παρατήρησης να έχει
 παραχθεί δεδομένου του μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, μέσω της πιθανότητας
 αυτής γίνεται καλύτερη εκτίμηση σχετικά με το πόσο καλά ταιριάζει το
 μοντέλο με τη συγκεκριμένη ακολουθία παρατηρήσεων. Η επίλυση του
 ποβλήματος αυτού είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιπτώσεις που υπάρχουν
 πολλά μοντέλα υποψήφια και με αυτό τον τρόπο γίνεται η επιλογή του
 μοντέλου που ταιριάζει περισσότερο στις παρατηρήσεις.
- 2. Πρόβλημα αποκωδικοποίησης. Δοσμένης της ακολουθίας παρατήρησης Ο = {ο₁, ο₂, ..., ο_M } και του μοντέλου λ=(P,B,π) πώς θα υπολογιστεί η βέλτιστη ακολουθία των καταστάσεων της Μαρκοβιανής διαδικασίας. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται προσπάθεια να βρεθεί η ακολουθία καταστάσεων της υποκείμενης διαδικασίας που προκύπτει με τη μεγαλύτερη πιθανότητα ότι έχει παραχθεί από τη συγκεκριμένη ακολουθία παρατηρήσεων.
- 3. Πρόβλημα εκμάθησης. Δοσμένης της ακολουθίας παρατήρησης Ο = {o₁, o₂, ..., o_M } και του μοντέλου λ=(P,B,π) πώς θα μεγιστοποιηθεί η πιθανότητα P(O|λ), δηλαδή πώς θα μεγιστοποιηθεί η πιθανότητα η ακολουθία παρατήρησης να έχει προκύψει από το συγκεκριμένο μοντέλο. Αυτό επιτυγχάνεται με τον προσδιορισμό των βέλτιστων παραμέτρων του μοντέλου.

3.2.3 ΚΡΥΠΤΟ-ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΑ ΜΟΝΤΕΛΑ POISSON

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Α.Π.Θ

Ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson (Poisson Hidden Markov Model -PHMM) αποτελεί μια διπλή στοχαστική διαδικασία διακριτού χρόνου. Πιο συγκεκριμένα, ένα PHMM αποτελείται από την πεπερασμένου χώρου υποκείμενη Μαρκοβιανή διαδικασία $X_t = (X_1, X_2, ..., X_T)$ όπου t = 0, 1, 2, ..., T και από μία παρατηρήσιμη στοχαστική διαδικασία $Y_t = (Y_1, Y_2, ..., Y_T)$ όπου t = 0, 1, 2, ..., T.

Κατά αυτόν τον τρόπο, ένα PHMM χαρακτηρίζεται από την παρακάτω πεντάδα στοιχείων :

- 1. Το πλήθος των κρυφών καταστάσεων (N) : Κάθε μία από τις παρατηρήσεις $Y_t = (Y_1, Y_2, ..., Y_T)$ προέρχεται από μία από τις N κατανομές Poisson. Πιο συγκεκριμένα, κάθε κρυφή κατάσταση $X_t = (X_1, X_2, ..., X_T)$ της υποκείμενης ομογενούς Μαρκοβιανής Αλυσίδας καλείται παράμετρος (μέση τιμή) των N κατανομών Poisson. Οι N καταστάσεις ενός κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson ορίζονται ως $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_N$.
- Τον πίνακα μετάβασης (P) : Κάθε στοιχείο του πίνακα μετάβασης P εκφράζει την πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση λ_i σε χρόνο t στην κατάσταση λ_j σε χρόνο t+1.

$$p_{ii} = P(X_{t+1} = \lambda_i | X_t = \lambda_i) \forall \lambda_i, \lambda_i \in \lambda \text{ Kal } t \in T.$$
 (3.5)

- 3. Οι παρατηρήσεις είναι ακέραιες και μη αρνητικές τιμές.
- 4. Όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση λ_i τη στιγμή t, η παρατηρούμενη τιμή τη δεδομένη στιγμή προέρχεται από μια κατανομή Poisson με παράμετρο λ_i. Έτσι, η κατανομή της Y_t δεδομένης της X_t ορίζεται ως εξής :

$$P(Y_t = y | X_t = \lambda_i) = e^{-\lambda_i} \frac{(\lambda_i)^y}{y!} \epsilon \alpha y = 0, 1, 2, \dots$$
(3.6)

 Την αρχική κατανομή π₀(i), όπου η Μαρκοβιανή διαδικασία ξεκινά από την κατάσταση λ_i με πιθανότητα:

$$\pi_0(i) = P(X_0 = \lambda_i) \ \forall \ \lambda_i \in \lambda \tag{3.7}$$



Σχήμα 3.3. Τρόπος λειτουργίας ενός κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson με πιθανότητες μετάβασης α_{ij} όπου *i*,*j*=1,2,... (Can et al. 2004)

3.3 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΜ

Ο ΕΜ αλγόριθμος αποτελεί μία επαναληπτική μέθοδο για την εκτίμηση της Μέγιστης Πιθανοφάνειας και χρησιμοποιείται σε διάφορα στατιστικά προβλήματα. Πρόκειται για μία ελκυστική εναλλακτική λύση για τον υπολογισμό της Μέγιστης Πιθανοφάνειας, καθώς σε κάθε επανάληψη παρατηρείται αύξηση της πιθανοφάνειας κι έτσι θα συγκλίνει σε ένα τοπικό μέγιστο της συνάρτησης πιθανότητας.

Σύμφωνα με τον Dempster et al. (1977), ο αλγόριθμος ΕΜ χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των παραμέτρων μιας κατανομής από ένα δοσμένο σύνολο δεδομένων το οποίο είτε είναι ελλιπές είτε μη πλήρες. Από αυτό λοιπόν το σύνολο θα είναι γνωστό μόνο το ένα τμήμα του και το υπόλοιπο θα θεωρείται άγνωστο ή λανθάνον (μη φανερό), όταν οι μεταβλητές του μοντέλου στις οποίες βασίζεται είναι κρυφές.

Τα αρχικά ΕΜ προκύπτουν από τις λέξεις Expectation – Maximization (Εκτίμηση – Μεγιστοποίηση) και αυτό οφείλεται στα βήματα που ακολουθεί ο αλγόριθμος σε κάθε επανάληψη. Στο πρώτο βήμα (E-step), υπολογίζεται η μέση τιμή της συνάρτησης πιθανότητας ως προς το σύνολο των δεδομένων με την προϋπόθεση ότι τα παρατηρούμενα δεδομένα και οι προηγούμενες τιμές των παραμέτρων που εκτιμώνται είναι γνωστά. Στο δεύτερο βήμα (M-step), υπολογίζονται οι επόμενες τιμές των παραμέτρων που μεγιστοποιούν τη μέση τιμή. Σχηματική παράσταση του αλγορίθμου ΕΜ απεικονίζεται στο Σχήμα 3.4.

Η υπόθεση για την κατανομή των δεδομένων, η εκτίμηση των παραμέτρων που γίνεται μέσω της μεγιστοποίησης της συνάρτησης πιθανότητας (Likelihood

function) και η αρχικοποίηση που χρειάζεται ο αλγόριθμος αποτελούν βασικά χαρακτηριστικά του αλγορίθμου ΕΜ. Η ταχύτητα σύγκλισης του αλγόριθμου σε μέγιστο, και το αν αυτό θα αποτελεί τοπικό ή ολικό μέγιστο εξαρτάται από την αρχικοποίηση και τα δεδομένα.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



Σχήμα 3.4. Απεικόνιση του αλγορίθμου ΕΜ. Μετά την αρχικοποίηση, τα βήματα Expectation – Maximization εναλλάσσονται μεταξύ τους μέχρι τη σύγκλιση της παραμέτρου. (Moon 1996)

Μία ειδική περίπτωση του ΕΜ αλγορίθμου αποτελεί ο Baum - Welch αλγόριθμος το όνομα του οποίου προέκυψε από αυτούς που τον δημιούργησαν, τον Leonard E. Baum and Lloyd R. Welch (1970). Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιείται για την εύρεση των κρυφών παραμέτρων ενός κρυπτο- Μαρκοβιανού μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιείται για την εύρεση της εκτίμησης της Μέγιστης Πιθανοφάνειας των κρυφών παραμέτρων ενός Κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Στο παρόν κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την εφαρμογή των κρυπτο-Μαρκοβιανών μοντέλων για τη μελέτη της σεισμικότητας της Κεντρικής και της Νότιας Αμερικής, όταν οι πληροφορίες μας προέρχονται από δεδομένα Poisson. Η μελέτη αυτή θα πραγματοποιηθεί σε κάθε μία από τις δέκα ζώνες στις οποίες χωρίσαμε την Κεντρική και Νότια Αμερική.

4.1 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Έχοντας ήδη απαλείψει τους προσεισμούς και μετασεισμούς (Reasenberg 1985) από κάθε μία ζώνη, συνεχίσαμε με τον προσδιορισμό του μεγέθους πληρότητας. Ακολούθως, προχωρήσαμε στη δημιουργία ιστογραμμάτων (Σχήμα 4.1.1,...,Σχήμα 4.1.10) τα οποία απεικονίζουν τον ετήσιο αριθμό σεισμών σε συνάρτηση με τον χρόνο και υπολογίσαμε τη μέση τιμή και την διακύμανση των δεδομένων.



Σχήμα 4.1.1. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 1 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.6



Σχήμα 4.1.2. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 2 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.6



Σχήμα 4.1.3. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 3 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.6



Σχήμα 4.1.4. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 4 με μεγέθη σεισμών M≥4.9



Σχήμα 4.1.5. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 5 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.5



Σχήμα 4.1.6. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 6 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.6



Σχήμα 4.1.7. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 7 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.7



Σχήμα 4.1.8. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 8 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.6



Σχήμα 4.1.9. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 9 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.7



Σχήμα 4.1.10. Ιστόγραμμα του ετήσιου αριθμού σεισμών σε συνάρτηση με τα χρόνια στη Ζώνη 10 με μεγέθη σεισμών Μ≥4.7

ΖΩΝΕΣ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ
ZΩNH 1	45	191	102.0333	1737.902
ZΩNH 2	7	40	16.5556	58.4691
ZΩNH 3	5	31	16.0938	36.1475
ZΩNH 4	0	22	7.1579	17.8523
ZΩNH 5	3	29	12.0370	33.8875
ZΩNH 6	8	70	25.7037	179.6900
ZΩNH 7	16	105	45.7667	355.0456
ZΩNH 8	20	100	42.1111	290.5432
ZΩNH 9	19	216	59.5417	2068.9983
ZΩNH 10	2	233	27.0417	2091.5399

Πίνακας 4.1.1. Η ελάχιστη και η μέγιστη συχνότητα, η μέση τιμή και η διακύμανση των δεδομένων ανά ζώνη

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

μήμα Γεωλογίας

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από τον πίνακα (Πίν. 4.1.1), η μέση τιμή και η διακύμανση των δεδομένων διαφέρουν. Σε όλες τις ζώνες η διακύμανση είναι μεγαλύτερη από την μέση τιμή. Αυτό συμβαίνει, γιατί κάποιες χρονιές ο αριθμός των σεισμών είναι αυξημένος, σε αντίθεση με κάποιες άλλες που είναι ιδιαίτερα χαμηλός έως και μηδενικός. Σε αυτές τις περιπτώσεις που παρατηρείται υπερδιασπορά, δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Poisson κατανομή για τη μοντελοποίηση των δεδομένων σε αντίθεση με τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα, τα οποία αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο για τέτοιου είδους διαδικασίες.

4.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΚΡΥΠΤΟ-ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα αποτελούνται:

- 1. από τη διαδικασία της παρατήρησης και
- 2. την κρυπτο-Μαρκοβιανή διαδικασία

Αρχικά, πρέπει να προσδιορίσουμε τον αριθμό των κρυφών καταστάσεων. Στην εύρεση του αριθμού των κρυφών καταστάσεων θα μας οδηγήσει η επίλυση του τρίτου προβλήματος των κρυπτο-Μαρκοβιανών, δηλαδή το πρόβλημα της εκμάθησης το οποίο αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3. Μέσω της επίλυσης του προβλήματος αυτού, γίνεται προσπάθεια για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μοντέλου, ώστε αυτές οι παράμετροι να ανταποκρίνονται όσο γίνεται καλύτερα στον τρόπο με τον οποίο έχει προκύψει η ακολουθία των παρατηρήσεων.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Α.Π.Θ

Στην παρούσα διπλωματική διατριβή, η ακολουθία των παρατηρήσεων εκφράζει το ετήσιο πλήθος των σεισμών κατά την χρονική περίοδο που ερευνούμε σε κάθε ζώνη. Κάθε παρατήρηση προκύπτει από μία από τις N σε πλήθος κατανομές Poisson ενώ οι κρυφές καταστάσεις θα εκφράζουν τις παραμέτρους των κατανομών αυτών, $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_N$. Ο προσδιορισμός της κάθε παραμέτρου (μέση τιμή) των N κατανομών Poisson επιτυγχάνεται με τη χρήση του αλγορίθμου των Baum και Welch (1970).

Η εκτέλεση του αλγορίθμου Baum-Welch έγινε με τη χρήση της στατιστικής γλώσσας προγραμματισμού R. Πρόκειται για μία εύχρηστη γλώσσα προγραμματισμού, η οποία προσφέρει τη δυνατότητα υπολογιστικής στατιστικής και γραφημάτων. Είναι ευρέως διαδεδομένη, καθώς χρησιμοποιείται σε πολλούς επιστημονικούς τομείς λόγω της πληθώρας στατιστικών πακέτων που περιέχει, συμπεριλαμβανομένων και αυτών που απευθύνονται στα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα.

Ο αλγόριθμος Baum-Welch (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β) χρησιμοποιήθηκε μέσω ενός πακέτου της γλώσσας R με την προσθήκη κάποιων επιπρόσθετων εντολών. Πιο συγκεκριμένα, η εκτέλεση του αλγορίθμου αυτού προϋποθέτει τον καθορισμό τεσσάρων παραμέτρων:

- 1. Το διάνυσμα που περιλαμβάνει την ακολουθία των παρατηρήσεων.
- 2. Το διάνυσμα που περιλαμβάνει τις τρέχουσες εκτιμήσεις των παραμέτρων N κατανομών Poisson που ακολουθούν οι παρατηρήσεις.
- 3. Τη μεταβλητή που εκφράζει το πλήθος των κρυφών καταστάσεων.
- Την τρέχουσα εκτίμηση του πίνακα μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας.

Ο αλγόριθμος αυτός επαναλαμβάνεται για διαφορετικό αριθμό κρυφών καταστάσεων κάθε φορά. Αυτό συμβαίνει, γιατί πρέπει να επιλέξουμε από κάθε υποψήφιο μοντέλο αυτό που προσεγγίζει καλύτερα το πραγματικό μοντέλο. Σύμφωνα με τους Can et al. (2014), ο αριθμός των κρυφών καταστάσεων επηρεάζει την ποιότητα των στατιστικών συμπερασμάτων και η αύξηση του αριθμού των καταστάσεων λαμβάνοντας πάντα υπόψη την πιθανοφάνεια του μοντέλου, βελτιώνει την προσαρμογή του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου.

Στην επιλογή του καλύτερου μοντέλου συμβάλλει ο υπολογισμός των τιμών των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC (Akaike Information Criterion) και BIC (Bayesian Information Criterion). Και στα δύο κριτήρια επιλέγεται ως πιο κατάλληλο το μοντέλο με την μικρότερη τιμή. Όσον αφορά την τρέχουσα εκτίμηση των πινάκων μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας (Πιν. 1, ..., Πιν. 50), για κάθε ζώνη και για διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά, αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση του μαθηματικού πακέτου Matlab (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α). Η επιλογή αυτή έγινε αφού πρόκειται για ένα πρόγραμμα σχεδιασμένο για τους υπολογισμούς πινάκων.

Στη συνέχεια, με το πέρας της εκτέλεσης του αλγόριθμου Baum-Welch προκύπτουν τα αποτελέσματα που αναγράφονται παρακάτω:

- 1. Το διάνυσμα με τις εκτιμήσεις των παραμέτρων N κατανομών Poisson, τις εκτιμήσεις δηλαδή των τιμών των κρυφών καταστάσεων.
- Ο εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας.
- Ο λογάριθμος της πιθανοφάνειας που δείχνει το πόσο καλά το μοντέλο που εκτιμήθηκε ταιριάζει με τις παρατηρήσεις και είναι απαραίτητος για τον υπολογισμό των τιμών των κριτηρίων AIC και BIC.
- 4. Οι τιμές των κριτηρίων ΑΙC και BIC.

Έχοντας υπολογίσει τον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας οδηγούμαστε στον υπολογισμό της στάσιμης κατανομής η οποία περιγράφει τη χρονικά αναλλοίωτη κατανομή των καταστάσεων. Πιο συγκεκριμένα, η στάσιμη κατανομή μιας Μαρκοβιανής αλυσίδας παρουσιάζει την κατανομή των καταστάσεων η οποία μετά από ένα μεγάλο χρονικό διάστημα δεν αλλάζει αλλά παραμένει σταθερή. Η στάσιμη κατανομή μιας Μαρκοβιανής αλυσίδας ορίζεται ως εξής:

$$\pi P = \pi \tag{4.1}$$

Στο τέλος της διαδικασίας, υπολογίζονται οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ) έτσι όπως προκύπτουν από το μοντέλο που κρίθηκε ως το πιο αξιόπιστο από τα διάφορα πιθανά μοντέλα κρυπτο-Μαρκοβιανών αλυσίδων. Οι εκτιμώμενες αυτές παρατηρήσεις όπως και οι παρατηρήσεις που θα προέκυπταν από ένα απλό μοντέλο Poisson συγκρίθηκαν με τις παρατηρήσεις των δεδομένων και έγινε έλεγχος της σύγκλισης των τιμών αυτών.

$Z\Omega NH 1$

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 1. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 69.6471$ και $\lambda_2 = 144.3846$

$$\begin{bmatrix} 0.8125 & 0.1875 \\ 0.3077 & 0.6923 \end{bmatrix}$$



Πίνακας 2. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τριών καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 60.9167$, $\lambda_2 = 101.3333$ και $\lambda_3 = 157.5556$

[0.6667	0.3333	0]
0.5000	0.2500	0.2500
LΟ	0.3333	0.6667

Πίνακας 3. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 54.4$, $\lambda_2 = 76$, $\lambda_3 = 127.625$ και $\lambda_4 = 171.2$

0.2000	0.6000	0.2000	0]
0.2727	0.5455	0.0909	0.0909
0.1250	0.3750	0.3750	0.1250
L 0	0	0.6000	0.4000

Πίνακας 4. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης πέντε καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 54.4, \lambda_2 = 69.2222, \lambda_3 = 106.8571, \lambda_4 = 142.6$ και $\lambda_5 = 176.25$

0.2000 p	0.6000	0.2000	0	ך 0	
0.3333	0.4444	0.2222	0	0	
0.1667	0.3333	0.1667	0.1667	0.1667	
0	0	0.2000	0.4000	0.4000	
Lo	0	0.5000	0.5000	0]	

$Z\Omega NH 2$

Πίνακας 5. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 11.1429$ και $\lambda_2 = 22.3846$

$$\begin{bmatrix} 0.6923 & 0.3077 \\ 0.3077 & 0.6923 \end{bmatrix}$$

Βιβλιοθήκη Πίνακας 6. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τριών καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 9.7778$, $\lambda_2 = 14.8$ και $\lambda_3 = 26.3750$

0.6250	0.2500	0.1250]
0.2000	0.7000	0.1000
l0.1250	0.1250	0.7500

Πίνακας 7. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 7.3333$, $\lambda_2 = 12.6154$, $\lambda_3 = 16.6667$ και $\lambda_4 = 26.375$

0.3333	0.6667	0	0]
0.0833	0.6667	0.1667	0.0833
0.3333	0.3333	0	0.3333
L O	0.1250	0.1250	0.7500

$Z\Omega NH 3$

Ψηφιακή συλλογή

Πίνακας 8. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 11.6667$ και $\lambda_2 = 21.7857$

 $\begin{bmatrix} 0.5556 & 0.4444 \\ 0.5385 & 0.4615 \end{bmatrix}$

Πίνακας 9. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τριών καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 8.25$, $\lambda_2 = 14.2$ και $\lambda_3 = 24.75$

[0	1	0]
0.2000	0.5500	0.2500
L0.1481	0.5556	0.2963

Πίνακας 10. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 6.5$, $\lambda_2 = 12.5294$, $\lambda_3 = 20.9091$ και $\lambda_4 = 29.5$

1	0]	1	0	0]
	0.1176	0.4706	0.3529	0.0588
	0	0.5000	0.4000	0.1000
	0	0.5000	0.5000	0

$Z\Omega NH 4$

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

А.П.Ө

Πίνακας 11. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 5.4783$ και $\lambda_2 = 14.1818$

$$\begin{bmatrix} 0.8667 & 0.1313 \\ 0.5455 & 0.4545 \end{bmatrix}$$

Πίνακας 12. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τριών καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 4.7027$, $\lambda_2 = 10.7222$ και $\lambda_3 = 20.5$

0.7778	0.2222	0]
0.5000	0.3889	0.1111
L O	1	0]

Πίνακας 13. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 3.6087$, $\lambda_2 = 7.3478$, $\lambda_3 = 12.7778$ και $\lambda_4 = 20.5$

0.6087	0.3043	0.0870	0]
0.3182	0.5000	0.1818	0
0.2222	0.3333	0.2222	0.2222
LO	0.5000	0.5000	0]



Πίνακας 14. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 9.7273$ και $\lambda_2 = 22.2$

$$\begin{bmatrix} 0.9048 & 0.0952 \\ 0.6000 & 0.4000 \end{bmatrix}$$

Πίνακας 15. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τριών καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 7.5455$, $\lambda_2 = 12.8462$ και $\lambda_3 = 25$

[0.5455	0.3636	0.0909]
0.2500	0.6667	0.0833
L0.6667	0.3333	0]

Πίνακας 16. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 5.2$, $\lambda_2 = 11.0588$, $\lambda_3 = 19.3333$ και $\lambda_4 = 26.5$

0	1	0	0]	
0.2500	0.6250	0.0625	0.0625	
0.3333	0	0.6667	0	
L O	1	0	0]	

$Z\Omega NH 6$

Πίνακας 17. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 15.8333$ και $\lambda_2 = 33.6$

$$\begin{bmatrix} 0.5833 & 0.4167 \\ 0.3571 & 0.6429 \end{bmatrix}$$



0	1	0	
0.1765	0.6470	0.1765	
0.2000	0.6000	0.2000	

Πίνακας 19. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 9$, $\lambda_2 = 17.2$, $\lambda_3 = 27$ και $\lambda_4 = 46.8$

0	0	1	0]
0.2000	0.5000	0.2000	0.1000
0	0.3333	0.4444	0.2222
L 0	0.4000	0.4000	0.2000

Πίνακας 20. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης πέντε καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 9$, $\lambda_2 = 17.2$, $\lambda_3 = 27$, $\lambda_4 = 34.6667$ και $\lambda_5 = 65$

г О	0	1	0	ך 0
0.2000	0.5000	0.2000	0.1000	0
0	0.3333	0.4444	0.1111	0.1111
0	0.6667	0.3333	0	0
L 0	0	0.5000	0.5000	0]

$Z\Omega NH 7$

Πίνακας 21. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 31.6875$ και $\lambda_2 = 61.8571$

 $\begin{bmatrix} 0.6250 & 0.3750 \\ 0.3846 & 0.6154 \end{bmatrix}$

Πίνακας 22. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τριών καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 25.4444$, $\lambda_2 = 48$ και $\lambda_3 = 75.2$

0.4444	0.4444	0.1111]
0.1875	0.6250	0.1875
0.2500	0.5000	0.2500

Πίνακας 23. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 20.5$, $\lambda_2 = 35.4167$, $\lambda_3 = 57.0833$ και $\lambda_4 = 90.5$

0.5000	0.5000	0	0]
0.0833	0.4167	0.4167	0.0833
0	0.4545	0.4545	0.0909
LO	0	1	0]

Πίνακας 24. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης πέντε καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 17$, $\lambda_2 = 31$, $\lambda_3 = 51.8333$, $\lambda_4 = 67.75$ και $\lambda_5 = 105$

0.5000 r	0.5000	0	0	ך 0	
0.0909	0.2727	0.4545	0.0909	0.0909	
0	0.4167	0.4167	0.1667	0	
0	0.3333	0.3333	0.3333	0	
Lo	0	1	0	0	

$Z\Omega NH 8$

Ψηφιακή συλλογή

Πίνακας 25. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 35.0476$ και $\lambda_2 = 66.8333$

0.9000	ן0.1000
l0.5000	0.5000



Πίνακας 27. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 22.25$, $\lambda_2 = 38.0588$, $\lambda_3 = 60.2$ και $\lambda_4 = 100$

0.2500

0.2500	0.5000	0.2500	0]
0.1875	0.7500	0.0625	0
0	0.6000	0.2000	0.2000
0	0	1	0

$Z\Omega NH 9$

Πίνακας 28. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 42.5$ και $\lambda_2 = 144.75$

 $\begin{bmatrix} 0.8947 & 0.1053 \\ 0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix}$

Πίνακας 29. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τριών καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 35.3125$, $\lambda_2 = 82.8333$ και $\lambda_3 = 183.5$

0.8667	0.0667	0.0666
0.3333	0.5000	0.1667
LO	1	0]

Πίνακας 30. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 30.7692$, $\lambda_2 = 64.2857$, $\lambda_3 = 106$ και $\lambda_4 = 183.5$

F0.9167	0	0	0.08331
0.1429	0.7143	0	0.1429
0	1	0	0
0	0	1	0

Πίνακας 31. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης πέντε καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 26.6$, $\lambda_2 = 58.4$, $\lambda_3 = 106$, $\lambda_4 = 151$ και $\lambda_5 = 216$

0.7000	0.2000	0	0	0.1000ך	
0.2222	0.6667	0	0.1111	0	
0	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	
LO	0	1	0	0]	

ΖΩΝΗ 10

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

A.Π.C

Πίνακας 32. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης δύο καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 11.1176$ και $\lambda_2 = 65.7143$

 $\begin{bmatrix} 0.7500 & 0.2500 \\ 0.5714 & 0.4286 \end{bmatrix}$

Πίνακας 33. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τριών καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 6.4286$, $\lambda_2 = 14.4$ και $\lambda_3 = 65.7143$

[0.3333	0.5000	0.1667
0.5000	0.2000	0.3000
Lο	0.5714	0.4286

Πίνακας 34. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 6.4286$, $\lambda_2 = 14.4$, $\lambda_3 = 23.3333$ και $\lambda_4 = 97.5$

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

А.П.Ө

88

0.3333	0.5000	0.1667	0]	
0.5000	0.2000	0.1000	0.2000	
0	1	0	0	
0	0.2500	0.2500	0.5000	

Πίνακας 35. Εκτιμώμενος πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης πέντε καταστάσεων με παραμέτρους $\lambda_1 = 6.4286$, $\lambda_2 = 14.4$, $\lambda_3 = 23.3333$, $\lambda_4 = 35$ και $\lambda_5 = 118.3333$

г0.3333	0.5000	0.1667	0	ך 0
0.5000	0.2000	0.1000	0.1000	0.1000
0	1	0	0	0
0	1	0	0	0
Lo	0	0.3333	0	0.6667



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Σε συνέχεια του Κεφαλαίου 4 που αναλύσαμε τη διαδικασία επεξεργασίας των δεδομένων, στο παρόν Κεφάλαιο θα αναφερθούμε στα αποτελέσματα αυτής. Θα γίνει η παρουσίαση των εκτιμώμενων πινάκων μετάβασης και των κρυφών καταστάσεων όπως αυτά προέκυψαν από τον αλγόριθμο ΕΜ, της στάσιμης κατανομής, και των τιμών των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC. Επίσης, θα γίνει σύγκριση μεταξύ των εκτιμώμενων παρατηρήσεων έτσι όπως αυτές προέκυψαν από το μοντέλο που κρίθηκε ως το πιο αξιόπιστο, των παρατηρήσεων που θα προέκυπταν από ένα απλό μοντέλο Poisson και των παρατηρήσεων των δεδομένων. Όλα τα παραπάνω παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες (Πιν. 1, ..., Πιν. 81) και στα σχήματα (Σχήμα 5.1, ..., Σχήμα 5.24).

Αρχικά, ως ενδεικτικό παράδειγμα της παρουσίασης των δεδομένων παραθέτουμε τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει και σχετίζονται με τη Ζώνη 8 (Νότια Αμερική), στη συνέχεια με τη Ζώνη 6 (Κεντρική - Νότια Αμερική) και ακολουθούν και οι υπόλοιπες.

ZΩNH 8

Η ζώνη 8 καταλαμβάνει το βόρεια τμήμα της Χιλής, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.2. Αποτελεί και αυτή μία από τις σεισμογενείς περιοχές τις οποίες μελετήσαμε με μέγιστο μέγεθος σεισμού M_w=8.5 το 1922.

Πίνακας 1. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	42.1111
lnL	-159.0229
AIC	320.0459
BIC	321.3417

Πίνακας 2. Οι παράμετροι λ₁ και λ₂, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

λ1	35.3082
λ_2	67.5931
lnL	-118.9069
AIC	251.8138
BIC	260.8847

Πίνακας 3. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

$$\begin{bmatrix} 0.8987 & 0.1013 \\ 0.5375 & 0.4625 \end{bmatrix}$$

Πίνακας 4. Οι παράμετροι λ₁, λ₂ και λ₃, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον ΕΜ αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων

λ_1	26.4255
λ_2	43.9485
λ3	74.8758
lnL	-109.9326
AIC	253.8652
BIC	275.8944

Πίνακας 5. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

[0.7160	0.2840	0]
0.2044	0.6869	0.1087
LΟ	0.7799	0.2201

Πίνακας 6. Οι παράμετροι λ₁, λ₂, λ₃ και λ₄, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τεσσάρων καταστάσεων

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

λ1	26.0658
λ_2	40.5032
λ3	59.2944
λ4	99.990
lnL	-102.2242
AIC	266.4483
BIC	306.6193

Πίνακας 7. Ο πίνακας μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

0.7129	0.1494	0.1377	0]
0.2178	0.6928	0.0894	0
0	0.5891	0.2223	0.1886
L O	0	1	0



Σχήμα 5.1. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζονται οι τιμές των κριτηρίων.

Σύμφωνα με τα κριτήρια AIC και BIC το πιο κατάλληλο μοντέλο, αυτό δηλαδή που προσεγγίζει καλύτερα το πραγματικό μοντέλο είναι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων. Αυτό συμβαίνει γιατί οι τιμές των ΑΙC και BIC είναι μικρότερες στο συγκεκριμένο μοντέλο (Σγήμα 5.1). Η μεγαλύτερη τιμή των κριτηρίων αυτών παρατηρείται στο μοντέλο μίας κατάστασης, στο απλό μοντέλο Poisson. Στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων που επιλέχθηκε ως το πιο κατάλληλο, κάθε παρατήρηση παράγεται από μία από τις δύο κατανομές Poisson σε κάθε χρονική στιγμή t ε T. Στον πίνακα μετάβασης αυτού του μοντέλου (Πιν. 3) παρατηρούμε ότι οι πιο συχνές μεταβάσεις γίνονται από την κατάσταση 1 στον εαυτό της. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως η πιθανότητα μετάβασης ($p_{11} = 0.8987$) από μία παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 35.3082$ (Πιν. 2) σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί και αυτή Poisson κατανομή με μέση τιμ
ή $\lambda_1=35.3082$ είναι αρκετά μεγάλη. Η αμέσως επόμενη μεγαλύτερη πιθανότητα ($p_{21} = 0.5375$) παρατηρείται όταν έχουμε μετάβαση από μία παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 67.5931$ (Πιν. 2) σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 35.3082$

Πίνακας 8. Ο πίνακας μετάβασης σε ένα βήμα

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

 $\begin{bmatrix} 0.8987 & 0.1013 \\ 0.5375 & 0.4625 \end{bmatrix}$

Πίνακας 9. Ο πίνακας μετάβασης σε δύο βήματα

[0.8621	0.1379
l0.7316	0.2684

Πίνακας 10. Ο πίνακας μετάβασης σε τρία βήματα

[0.8489	ן0.1511
L0.8017	0.1983 []]

Πίνακας 11. Ο πίνακας μετάβασης σε τέσσερα βήματα

[0.8441	ן0.1559
l0.8271	0.1729 []]



Πίνακας 13. Ο πίνακας μετάβασης σε έξι βήματα

[0.8417	0.1583]
L0.8395	0.1605

Πίνακας 14. Ο πίνακας μετάβασης σε εφτά βήματα

[0.8415	ן0.1585
L0.8407	0.1593J

Πίνακας 15. Ο πίνακας μετάβασης σε οχτώ βήματα

[0.8414	ן0.1586
l0.8411	0.1589J

Πίνακας 16. Ο πίνακας μετάβασης σε εννιά βήματα

[0.8414	0.1586]
L0.8413	0.1587 []]

Πίνακας 17. Ο πίνακας μετάβασης σε δέκα βήματα

[0.8414	0.1586]
L0.8414	0.1586 ^J



Σχήμα 5.2. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Η εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια μπορεί να πραγματοποιηθεί με τον υπολογισμό της στάσιμης κατανομής. Οι πιθανότητες των κρυφών καταστάσεων δίνονται στους πίνακες (Πιν.8, ..., Πιν. 17) και στο Σχήμα 5.2. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, το σύστημα το 2022 εκτιμάται πως θα έχει δύο καταστάσεις με πιθανότητες 0.8987 και 0.1013, οι οποίες μεταβάλλονται ελάχιστα τα επόμενα χρόνια και παραμένουν σταθερές από το 2031 και μετά. Αυτό μας οδηγεί στην εκτίμηση πως η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης είναι αρκετά μεγαλύτερη από αυτή της δεύτερης κατάστασης. Κατά αυτόν τον τρόπο, θα μπορούσαμε να πούμε πως οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι σεισμοί με M≥4.6 θα συμβούν σύμφωνα με μία κατανομή Poisson με παράμετρο λ =35.3082 για τα επόμενα 30 χρόνια στη ζώνη 8. Η εκτίμηση σε αυτή τη ζώνη όπως και στις επόμενες που ακολουθούν έγινε με την ακρίβεια του τέταρτου δεκαδικού ψηφίου.

Ετήσιος αριθμός σεισμών	Παρατηρούμενος αριθμός ετών	Κρυπτο- Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 2 καταστάσεων	Απλό μοντέλο Poisson
0 - 10	0	0	0
11 - 20	1	0.0846	0.0033
21 - 30	7	4.7294	0.8543
31 - 39	6	12.5464	8.6398
≥40	13	9.6396	17.5026
ΣΥΝΟΛΟ	27	27	27

Πίνακας 18. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Στον πίνακα (Πιν. 18) γίνεται η σύγκριση μεταξύ του παρατηρούμενου αριθμού ετών ως προς την ετήσια συχνότητα σεισμών σε σχέση με τον εκτιμώμενο αριθμό ετών από το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων και του απλού μοντέλου Poisson. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, ο παρατηρούμενος αριθμός ετών προσεγγίζει καλύτερα τον εκτιμώμενο από το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων σε αντίθεση με αυτόν του απλού μοντέλου Poisson. Επιβεβαιώνεται και με αυτό τον τρόπο ότι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων αποτελεί ένα αξιόπιστο μοντέλο για τα δεδομένα μας.

Η ίδια διαδικασία εύρεσης των αποτελεσμάτων ακολουθείται και στις υπόλοιπες ζώνες.

$Z\Omega NH 6$

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 19. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	25.7037
lnL	-148.9274
AIC	299.8547
BIC	301.1506

Πίνακας 20. Οι παράμετροι λ₁ και λ₂, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων

λ_1	22.5569
λ_2	64.9316
lnL	-106.0491
AIC	226.0982
BIC	235.169

Πίνακας 21. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

$$\begin{bmatrix} 0.9581 & 0.0419 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Πίνακας 22. Οι παράμετροι λ₁, λ₂ και λ₃, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον ΕΜ αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

λ1	13.2458
λ_2	25.6292
λ3	64.9605
lnL	-95.9526
AIC	225.9051
BIC	247.9343

Πίνακας 23. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

0	1	0]
0.3483	0.5954	0.0563
L 0	1	0]

Πίνακας 24. Οι παράμετροι λ₁, λ₂, λ₃ και λ₄, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τεσσάρων καταστάσεων

λ1	11.9724
λ_2	18.8160
λ3	28.4792
λ4	64.9798
lnL	-91.7003
AIC	245.4005
BIC	285.5714
Πίνακας 25. Οι παράμετροι λ₁, λ₂, λ₃, λ₄ και λ₅ η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον ΕΜ αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τεσσάρων καταστάσεων

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

λ_1	9.8642
λ_2	17.6539
λ3	24.8804
λ4	32.0490
λ_5	64.9731
lnL	-90.5162
AIC	279.0324
BIC	342.5284



Σχήμα 5.3. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζονται οι τιμές των κριτηρίων.

Στη ζώνη 6, σύμφωνα με το κριτήριο BIC το πιο κατάλληλο μοντέλο είναι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων σε αντίθεση με το AIC το οποίο υποδεικνύει το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων (Σχήμα 5.3). Στον πίνακα μετάβασης του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson δύο καταστάσεων (Πιν. 21) παρατηρούμε πως η πιθανότητα μετάβασης ($p_{11} = 0.9581$) από μία παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 22.5569$ (Πιν. 20) σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί και αυτή

Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 22.5569$ είναι αρκετά μεγάλη. Επίσης, παρατηρούμε πως με πιθανότητα $p_{21} = 1$ η μετάβαση από μία παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_2 = 64.9316$ γίνεται μόνο σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_2 = 22.5569$ και δεν υπάρχει καμία μετάβαση σε παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_2 = 64.9316$.

Πίνακας 26. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων σε ένα βήμα

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

[0.9581	0.0419]
l 1	0]

Πίνακας 27. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων σε δύο βήματα

[0.9599	ן0.0401
L0.9581	0.0419 []]

Πίνακας 28. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων σε τρία βήματα

[0.9598	0.0402]
l0.9599	0.0401 ^J

Πίνακας 29. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων σε τέσσερα βήματα

 $\begin{bmatrix} 0.9598 & 0.0402 \\ 0.9598 & 0.0402 \end{bmatrix}$

Πίνακας 30. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων σε πέντε βήματα

[0.9598	0.0402]
l0.9598	0.0402

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό οι τιμές του πίνακα κατανομής σταθεροποιούνται από το τέταρτο βήμα και μετά (Πιν. 29, Πιν.30).



Σχήμα 5.4. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Πίνακας 31. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε ένα βήμα

0	1	0]
0.3483	0.5954	0.0563
L 0	1	0]

Πίνακας 32. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε δύο βήματα

[0.3483	0.5954	0.0563]
0.2074	0.7591	0.0335
L0.3483	0.5954	0.0563

Πίνακας 34. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε τέσσερα βήματα

0.2644	0.6928	0.0428]	
0.2413	0.7196	0.039	
0.2644	0.6928	0.0428	

Πίνακας 35. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε πέντε βήματα

[0.2413	0.7196	ן 0.039
0.2506	0.7088	0.0406
L0.2413	0.7196	0.039

Βιβλιοθήκη ΟΕΟΞΡΑΣΤΟΣ" Γμήμα Γεωλογίας Πίνακας 36. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε έξι βήματα

[0.2506	0.7088	0.0406]
0.2469	0.7132	0.0399
l0.2506	0.7088	0.0406

Πίνακας 37. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε επτά βήματα

[0.2469	0.7132	0.0399]
0.2484	0.7114	0.0402
0.2469	0.7132	0.0399]

Πίνακας 38. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε οχτώ βήματα

0.2484	0.7114	0.0402
0.2478	0.7121	0.0401
0.2484	0.7114	0.0402

Πίνακας 39. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε εννιά βήματα

0.2478	0.7121	0.0401]
0.2480	0.7118	0.0401
0.2478	0.7121	0.0401

Πίνακας 40. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε δέκα βήματα

0.2480	0.7118	0.0401]
0.2479	0.7120	0.0401
0.2480	0.7118	0.0401

Πίνακας 41. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων σε έντεκα βήματα

[0.2479	0.7120	0.0401]
0.2480	0.7119	0.0401
L0.2479	0.7120	0.0401





Σχήμα 5.5. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

πιθανότητες εμφάνισης κρυφών καταστάσεων δύο Oι των των επικρατέστερων μοντέλων για τα επόμενα 30 χρόνια δίνονται στους πίνακες (Πιν.26, ..., Πιν. 42) και στα σχήματα (Σχήμα 5.4, Σχήμα 5.5). Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό στο μοντέλο δύο καταστάσεων, το σύστημα το 2022 εκτιμάται πως θα έχει δύο καταστάσεις με πιθανότητες εμφάνισης 0.9581 και 0.0419, οι οποίες μεταβάλλονται ελάχιστα τα επόμενα χρόνια και παραμένουν σταθερές από το 2025 και μετά. Το μοντέλο τριών καταστάσεων δίνει μία διαφορετική εικόνα. Σύμφωνα με αυτό, το σύστημα το 2022 εκτιμάται πως θα έχει μία κατάσταση κάτι το οποίο αλλάζει από το 2023 και μετά. Δώδεκα χρόνια αργότερα υπάρχουν τρεις καταστάσεις με πιθανότητες μετάβασης 0.2480, 0.7119 και 0.0401 αντίστοιχα.

Κρυπτο-Α.Π.Θ Κρυπτο-Μαρκοβιανό Απλό Ετήσιος Μαρκοβιανό Παρατηρούμενος αριθμός μοντέλο μοντέλο αριθμός ετών μοντέλο Poisson σεισμών Poisson 2 Poisson 3 καταστάσεων καταστάσεων 0 - 10 2 1.5554 0.0102 0.0665 11 - 20 10 8.8242 7.9186 4.0803 21 - 30 10 15.6598 13.2324 18.2961 ≥31 5 2.4495 4.2936 4.6134 27 ΣΥΝΟΛΟ 27 27 27

Πίνακας 43. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Στον πίνακα (Πιν. 43) όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, ο παρατηρούμενος αριθμός ετών προσεγγίζει καλύτερα τον εκτιμώμενο από το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων σε αντίθεση με τον εκτιμώμενο από το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων και με αυτόν του απλού μοντέλου Poisson.

ZΩNH 1

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 44. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	102.0333
lnL	-353.4038
AIC	708.8076
BIC	710.2088



Σχήμα 5.6. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά

Σύμφωνα με τα κριτήρια AIC και BIC το πιο κατάλληλο μοντέλο ανάμεσα στα πέντε εκτιμώμενα που υπολογίστηκαν από τον αλγόριθμο EM για τη ζώνη 1, είναι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων (Σχήμα 5.6). Η μεγαλύτερη τιμή των κριτηρίων αυτών παρατηρείται στο απλό μοντέλο Poisson.

Πίνακας 45. Οι παράμετροι λ₁, λ₂ και λ₃, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον ΕΜ αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων

λ_1	62.5852
λ_2	100.5505
λ3	74.8758
lnL	-137.2215
AIC	308.443
BIC	332.2633

Πίνακας 46. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

[0.7597	0.2403	0]
0.5267	0.3034	0.1699
LΟ	0.2019	0.7981

Στον πίνακα μετάβασης του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson τριών καταστάσεων (Πιν. 46) παρατηρούνται οι συχνότερες μεταβάσεις από την κατάσταση 1 στον εαυτό της και από την κατάσταση 3 στον εαυτό της. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως η πιθανότητα μετάβασης ($p_{11} = 0.7597$) από μία παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 62.5852$ (Πιν. 45) σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί και αρκετά μεγάλη. Κατά τον ίδιο τρόπο, μεγάλη είναι και η πιθανότητα μετάβασης ($p_{33} = 0.7981$) από μία παρατήρηση η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_3 = 74.8758$ (Πιν. 45) σε μία άλλη παρατήρηση τιμή $\lambda_3 = 74.8758$.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



Σχήμα 5.7. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από το Σχήμα 5.7, το σύστημα το 2022 εκτιμάται πως θα έχει τρεις καταστάσεις με πιθανότητες 0.7597, 0.2403 και 0 οι οποίες μεταβάλλονται τα επόμενα χρόνια. Το 2051 εκτιμάται πως οι πιθανότητες των τριών καταστάσεων θα είναι 0.5436, 0.2479 και 0.2087 αντίστοιχα. Η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης είναι μεγαλύτερη από αυτές της δεύτερης και τρίτης κατάστασης. Σύμφωνα με τα παραπάνω, τουλάχιστον το 50% των σεισμών με $M \ge 4.6$ θα συμβούν σύμφωνα με μία κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda = 62.5852$ για τα επόμενα 30 χρόνια στη ζώνη 1. Πίνακας 47. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Ετήσιος αριθμός σεισμών	Παρατηρούμενος αριθμός ετών	Κρυπτο- Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 3 καταστάσεων	Απλό μοντέλο Poisson
0 - 25	0	0	0
26 - 50	1	0.9691	0
51 - 75	11	14.4764	0.0928
76 - 99	5	4.3133	12.1174
≥100	13	10.2412	17.7898
ΣΥΝΟΛΟ	30	30	30

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό στον πίνακα (Πιν. 47), ο παρατηρούμενος αριθμός ετών είναι παρόμοιος με τον εκτιμώμενο από το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων σε αντίθεση με αυτόν του απλού μοντέλου Poisson. Επιβεβαιώνεται και με αυτό τον τρόπο ότι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων αποτελεί ένα αξιόπιστο μοντέλο για τα δεδομένα μας.

$Z\Omega NH 2$

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Γμήμα Γεωλογίας

Πίνακας 48. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	16.5556
lnL	-104.9106
AIC	211.8213
BIC	213.1171



Σχήμα 5.8. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά

Σύμφωνα με τα κριτήρια AIC και BIC το πιο κατάλληλο μοντέλο ανάμεσα στα τέσσερα εκτιμώμενα που υπολογίστηκαν από τον αλγόριθμο EM για τη ζώνη 2, είναι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων (Σχήμα 5.8).

Πίνακας 49. Οι παράμετροι λ₁ και λ₂, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων

λ_1	12.2719
λ_2	25.3612
lnL	-81.9686
AIC	177.9372
BIC	187.0081

Πίνακας 50. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

[0.9402	0.0598]
l0.1091	0.8909]

Στον πίνακα μετάβασης του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson δύο καταστάσεων (Πιν. 50) παρατηρούνται οι συχνότερες μεταβάσεις από την κατάσταση 1 στον εαυτό της με πιθανότητα $p_{11} = 0.9402$ και από την κατάσταση 2 στον εαυτό της με πιθανότητα $p_{22} = 0.8909$. Έτσι, η μετάβαση μίας παρατήρησης η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $λ_1 = 12.2719$ (Πιν. 49) σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί και αυτή Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 12.2719$ συμβαίνει με μεγάλη πιθανότητα. Κατά τον ίδιο τρόπο, μεγάλη είναι και η πιθανότητα μετάβασης από μία οποία ακολουθεί Poisson παρατήρηση η κατανομή με μέση τιμή $λ_2 = 25.3612$ (Πιν. 49) σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί και αυτή Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_2 = 25.3612$.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



Σχήμα 5.9. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από το Σχήμα 5.9, το σύστημα το 2022 εκτιμάται πως θα έχει δύο καταστάσεις με πιθανότητες 0.9402 και 0.0598 οι οποίες μεταβάλλονται τα επόμενα χρόνια. Το 2051 εκτιμάται πως οι πιθανότητες εμφάνισης των τριών καταστάσεων θα είναι 0.6475 και 0.3525 αντίστοιχα. Η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης είναι μεγαλύτερη από αυτή της δεύτερης κατάστασης. Σύμφωνα με τα παραπάνω, τουλάχιστον το 60% των σεισμών με M≥4.6 θα συμβούν σύμφωνα με μία κατανομή Poisson με παράμετρο λ =12.2719 για τα επόμενα 30 χρόνια στη ζώνη 2.

А.П.О		Κρυπτο-	
Ετήσιος αριθμός	Παρατηρούμενος	Μαρκοβιανό	Απλό μοντέλο
σεισμών	αριθμός ετών	μοντέλο Poisson 2	Poisson
		καταστάσεων	
0 - 5	0	0.2988	0.0251
6 - 10	5	5.2754	1.6037
11 - 15	11	8.9784	9.5147
16 - 19	3	3.5726	9.6863
≥20	8	8.8748	6.1702
ΣΥΝΟΛΟ	27	27	27

Πίνακας 51. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Παρατηρώντας τον πίνακα (Πιν. 51), γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι ο παρατηρούμενος αριθμός ετών είναι παρόμοιος με τον εκτιμώμενο του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson 2 καταστάσεων σε αντίθεση με τον εκτιμώμενο αριθμό ετών από ένα απλό μοντέλο Poisson.

ΖΩΝΗ 3

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 52. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	16.0938
lnL	-108.1402
AIC	218.2804
BIC	219.7461



Σχήμα 5.10. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά

Σύμφωνα με το κριτήριο BIC το πιο κατάλληλο μοντέλο ανάμεσα στα τέσσερα εκτιμώμενα που υπολογίστηκαν από τον αλγόριθμο EM για τη ζώνη 3, είναι το απλό μοντέλο Poisson σε αντίθεση με το κριτήριο AIC το οποίο δείχνει ως το πιο κατάλληλο το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων (Σχήμα 5.7). Θα υπολογιστεί η στάσιμη κατανομή του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson δύο καταστάσεων και στο τέλος θα συγκρίνουμε τα δύο μοντέλα.

Πίνακας 53. Οι παράμετροι λ₁ και λ₂, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων

λ1	13.1516
λ_2	23.4731
lnL	-98.6546
AIC	211.3093
BIC	221.5694

Πίνακας 54. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

$$\begin{bmatrix} 0.8149 & 0.1851 \\ 0.3989 & 0.6011 \end{bmatrix}$$

Στον πίνακα μετάβασης του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson δύο καταστάσεων (Πιν. 54) παρατηρούνται οι συχνότερες μεταβάσεις από την κατάσταση 1 στον εαυτό της με πιθανότητα $p_{11} = 0.8149$ και από την κατάσταση 2 στον εαυτό της με πιθανότητα $p_{22} = 0.6011$. Έτσι, η μετάβαση μίας παρατήρησης η οποία ακολουθεί Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 13.1516$ (Πιν. 53) σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί και αυτή Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_1 = 13.1516$ συμβαίνει με μεγάλη πιθανότητα. Κατά τον ίδιο τρόπο, μεγάλη είναι και η πιθανότητα μετάβασης από μία οποία ακολουθεί Poisson κατανομή παρατήρηση η με μέση τιμή $λ_2 = 23.4731$ (Πιν. 53) σε μία άλλη παρατήρηση η οποία ακολουθεί και αυτή Poisson κατανομή με μέση τιμή $\lambda_2 = 23.4731$.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



Σχήμα 5.11. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Το σύστημα το 2022 εκτιμάται πως θα έχει δύο καταστάσεις με πιθανότητες εμφάνισης 0.8149 και 0.1851, οι οποίες μεταβάλλονται τα επόμενα χρόνια και παραμένουν σταθερές από το 2035 και μετά (Σχήμα 5.11). Παρά τις μεταβολές, η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης είναι αρκετά μεγαλύτερη από αυτή της δεύτερης κατάστασης. Κατά αυτόν τον τρόπο, θα μπορούσαμε να πούμε πως οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι σεισμοί με Μ≥4.6 θα συμβούν σύμφωνα με μία κατανομή Poisson με παράμετρο λ=13.1516 για τα επόμενα 30 χρόνια στη ζώνη 3.

Α.Π.Θ Ετήσιος αριθμός σεισμών	Παρατηρούμενος αριθμός ετών	Κρυπτο- Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 2 καταστάσεων	Απλό μοντέλο Poisson
0 - 5	1	0.2125	0.0414
6 - 10	3	5.0238	2.3346
11 - 15	14	11.5916	12.2629
16 - 19	5	6.1241	11.1414
≥20	9	9.0480	6.2197
ΣΥΝΟΛΟ	32	32	32

Πίνακας 55. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Αν και σύμφωνα με το κριτήριο BIC το πιο αξιόπιστο μοντέλο για τα δεδομένα μας ήταν το απλό μοντέλο Poisson, σύμφωνα με τον πίνακα (Πιν. 55) ο εκτιμώμενος αριθμός ετών από το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 2 καταστάσεων προσεγγίζει καλύτερα τον παρατηρούμενο αριθμό ετών.

$Z\Omega NH 4$

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 56. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	7.1579	
lnL	-171.2374	
AIC	344.4748	
BIC	346.5178	



Σχήμα 5.12. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζονται οι τιμές των κριτηρίων.

Σύμφωνα με το Σχήμα 5.12, η τιμές των AIC και BIC είναι χαμηλότερες στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων. Έτσι, επιλέγεται αυτό ως το πιο κατάλληλο μοντέλο που μπορεί να ερμηνεύσει καλύτερα τα δεδομένα μας.

Πίνακας 57. Οι παράμετροι λ₁ και λ₂, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων

λ_1	5.1234	
λ_2	11.6139	
lnL	-153.2039	
AIC	320.4079	
BIC	334.7092	

Πίνακας 58. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

$$\begin{bmatrix} 0.8601 & 0.1399 \\ 0.2879 & 0.7121 \end{bmatrix}$$

Παρατηρώντας τους πίνακες (Πιν. 57, Πιν. 58) προκύπτει πως οι πιο συχνές μεταβάσεις γίνονται από την κατάσταση 1 στον εαυτό της όπως και από την κατάσταση 2 στον εαυτό της. Επομένως, η μετάβαση από μία παρατήρηση που προκύπτει από μία κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda_1 = 5.1234$ γίνεται σε μία κατάσταση που προκύπτει από μία κατανομή Poisson με την ίδια παράμετρο. Αντίστοιχα, η μετάβαση από μία παρατήρηση που προκύπτει από μία κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda_2 = 11.6139$ γίνεται σε μία κατάσταση που προκύπτει από μία κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda_2 = 11.6139$.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

6 - 10

11 - 15



Σχήμα 5.13. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Στο Σχήμα 5.13 αποτυπώνεται η εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια. Παρατηρώντας το σχήμα μπορούμε να συμπεράνουμε πως το σύστημα θα έχει δύο καταστάσεις και οι πιθανότητες με τις οποίες θα γίνονται οι μεταβάσεις μεταξύ των καταστάσεων αυτών θα παραμείνουν σταθερές από το 2039 και μετά. Επίσης, η εμφάνιση της κατάστασης 1 είναι πιο συχνή από αυτή της κατάστασης 2.

			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
			Κρυπτο-	
Ετήσ	σιος αριθμός	Παρατηρούμενος	Μαρκοβιανό	Απλό μοντέλο
	σεισμών	αριθμός ετών	μοντέλο Poisson 2	Poisson
			καταστάσεων	
	0 - 5	23	23,2805	16.017

21.7137

9.5976

34.707

6.1063

Πίνακας 59. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

23

9

Η εκτίμησή μας πως το πιο αξιόπιστο μοντέλο αποτελεί το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 2 καταστάσεων επιβεβαιώνεται και στον πίνακα (Πιν. 59) αφού όπως φαίνεται ο εκτιμώμενος αριθμός ετών από το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 2 καταστάσεων προσεγγίζει καλύτερα τον παρατηρούμενο αριθμό ετών σε αντίθεση με ένα απλό μοντέλο Poisson.

$Z\Omega NH 5$

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 60. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	12.0370
lnL	- 92.8102
AIC	187.6203
BIC	188.9162



Σχήμα 5.14. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζονται οι τιμές των κριτηρίων.

Το μοντέλο που ταιριάζει καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων σύμφωνα με τις τιμές των κριτηρίων AIC και BIC (Σχήμα 5.14).

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 61. Οι παράμετροι λ₁ και λ₂, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων

λ_1	9.9498
λ_2	23.0272
lnL	-79.3640

Πίνακας 62. Ο πίνακας μετάβασης δύο καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

[0.9055	0.0945]
L0.7072	0.2928

Στον πίνακα μετάβασης (Πιν. 62) οι πιο συχνές μεταβάσεις παρατηρούνται από την κατάσταση 1 και την κατάσταση 2 στην κατάσταση 1. Έτσι, θα μπορούσαμε να πούμε πως μία παρατήρηση που ακολουθεί κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 =$ 9.9498 ή μία που ακολουθεί κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 23.0272$ μεταβαίνουν με μεγάλες πιθανότητες σε μία παρατήρηση που ακολουθεί κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 = 9.9498$ (Πιν. 61).



Σχήμα 5.15. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Οι πιθανότητες εμφάνισης των κρυφών καταστάσεων για τα επόμενα 30 χρόνια δίνονται στο Σχήμα 5.15. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, το σύστημα το 2022 εκτιμάται πως θα έχει δύο καταστάσεις με πιθανότητες 0.9055 και 0.0945, οι οποίες μεταβάλλονται ελάχιστα τα επόμενα χρόνια και παραμένουν σταθερές από το 2027 και έπειτα. Αυτό μας οδηγεί στην εκτίμηση πως η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης είναι αρκετά μεγαλύτερη από αυτή της δεύτερης κατάστασης. Κατά αυτόν τον τρόπο, θα μπορούσαμε να πούμε πως οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι σεισμοί με M≥4.5 θα συμβούν σύμφωνα με μία κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 = 9.9498$ για τα επόμενα 30 χρόνια στη ζώνη 5.

Ετήσιος αριθμός σεισμών	Παρατηρούμενος αριθμός ετών	Κρυπτο- Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 2 καταστάσεων	Απλό μοντέλο Poisson
0 - 5	2	1.6436	0.5366
6 - 10	9	12.3983	8.7342
11 - 15	11	8.8187	13.4559
≥16	5	4.1394	4.2733
ΣΥΝΟΛΟ	27	27	27

Πίνακας 63. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Σύμφωνα με τον πίνακα (Πιν. 63) ο παρατηρούμενος αριθμός ετών συγκλίνει με τους εκτιμώμενους του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson 2 καταστάσεων αλλά και του Απλού μοντέλου Poisson. Αυτό θα μπορούσαμε να πούμε πως συμβαίνει γιατί οι τιμές των AIC και BIC είναι αρκετά κοντά στα δύο αυτά μοντέλα οπότε τα δεδομένα μας θα μπορούσαν ενδεχομένως να ερμηνευθούν και από τα δύο αυτά μοντέλα.

$Z\Omega NH 7$

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 64. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	45.7667	
lnL	-196.4816	
AIC	394.9631	
BIC	396.3643	



Σχήμα 5.16. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζονται οι τιμές των κριτηρίων.

Όπως και στη ζώνη 6, έτσι κι εδώ, σύμφωνα με τις τιμές των AIC και BIC κριτηρίων τα προτεινόμενα μοντέλα είναι δύο, το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων και το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων.

Πίνακας 65. Οι παράμετροι λ₁ και λ₂, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων

λ_1	30.4337
λ_2	60.7303
lnL	-136.6728
AIC	287.3457
BIC	297.1541



 $\begin{bmatrix} 0.6621 & 0.3379 \\ 0.2825 & 0.7175 \end{bmatrix}$

Πίνακας 67. Οι παράμετροι λ₁, λ₂ και λ₃, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον ΕΜ αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων

λ_1	30.1330
λ_2	57.0006
λ3	104.9935
lnL	-124.2593
AIC	282.5186
BIC	306.3389

Πίνακας 68. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

0.6581	0.2721	0.0698]
0.2853	0.7147	0
L 0	1	0]

Στους πίνακες μετάβασης των κρυπτο-Μαρκοβιανών μοντέλων δύο και τριών καταστάσεων (Πιν.66, Πιν.68) παρατηρούνται συχνές μεταβάσεις από την κατάσταση 1 στον εαυτό της όπως και από την κατάσταση 2 στον εαυτό της. Πιο συγκεκριμένα, στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο δύο καταστάσεων γίνονται μεταβάσεις από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 = 30.4337$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 = 30.4337$ και από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 60.7303$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 60.7303$. Αντίστοιχα, στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τριών καταστάσεων γίνονται μεταβάσεις από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή λ_1 = 30.1330 σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 =$ 30.1330 και από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 57.0006$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή λ₂ = 57.0006. Επίσης, στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τριών καταστάσεων παρατηρούνται μεταβάσεις από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_3 = 104.9935$ μόνο σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 57.0006$ (Πιν.65, Πιν.67).



Σχήμα 5.17. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια



Σχήμα 5.18. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Στα παραπάνω σχήματα (Σχήμα 5.17, Σχήμα 5.18) απεικονίζονται οι εκτιμήσεις των κρυφών καταστάσεων για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα δύο και τριών καταστάσεων. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης και της δεύτερης κατάστασης είναι σχεδόν ίδιες και η πιθανότητα εμφάνισης της τρίτης κατάστασης για το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τριών καταστάσεων είναι πολύ μικρή. μήμα Γεωλογίας А.П.Ө Κρυπτο-Κρυπτο-Μαρκοβιανό Απλό Ετήσιος Παρατηρούμενος Μαρκοβιανό αριθμός μοντέλο μοντέλο αριθμός ετών μοντέλο Poisson σεισμών Poisson 2 Poisson 3 καταστάσεων καταστάσεων 0 - 20 2 0.4434 0.0006 0.4082 21 - 40 11 12.7736 12.5090 6.6278 41 - 60 12 8.5962 11.1279 22.8328 5 8.2220 ≥61 5.9197 0.5388 30 ΣΥΝΟΛΟ 30 30 30

Πίνακας 69. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Σύμφωνα με τον πίνακα (Πιν.69) ο εκτιμώμενος αριθμός ετών από το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 3 καταστάσεων συγκλίνει αρκετά με τον παρατηρούμενο αριθμό ετών. Αυτό όμως δεν αποκλείει το ενδεχόμενο αξιοπιστίας του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson 2 καταστάσεων καθώς και ο εκτιμώμενος αριθμός ετών αυτού προσεγγίζει αρκετά τον παρατηρούμενο αριθμό ετών.

ZΩNH 9

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 70. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	59.5417
lnL	-400.2669
AIC	802.5337
BIC	803.7118



Σχήμα 5.19. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζονται οι τιμές των κριτηρίων.

Σύμφωνα με το Σχήμα 5.19, δύο είναι τα υποψήφια μοντέλα, το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τριών καταστάσεων και το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τεσσάρων καταστάσεων.

Πίνακας 71. Οι παράμετροι λ₁, λ₂ και λ₃, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον ΕΜ αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων

λ1	30.3106
λ_2	72.3107
λ3	183.5
lnL	-120.6602
AIC	275.3205
BIC	295.3474



[0.9167	0	0.0833]	
0.0652	0.8236	0.1112	
Lο	1	0	

Πίνακας 73. Οι παράμετροι λ₁, λ₂, λ₃ και λ₄, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον EM αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τεσσάρων καταστάσεων

λ_1	29.5833
λ_2	61.8750
λ3	106
λ4	183.5
lnL	-100.5158
AIC	263.0317
BIC	299.5514

Πίνακας 74. Ο πίνακας μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

[0.	9167	0	0	0.0833	
	0	0.8571	0	0.1429	
	0	1	0	0	
L	0	0	1	0	

Στους πίνακες μετάβασης των κρυπτο-Μαρκοβιανών μοντέλων τριών και τεσσάρων καταστάσεων (Πιν.72, Πιν.74) παρατηρούνται συχνές μεταβάσεις από την κατάσταση 1 στον εαυτό της, από την κατάσταση 2 στον εαυτό της όπως και από την κατάσταση 3 στην κατάσταση 2. Ειδικότερα, στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τριών καταστάσεων γίνονται μεταβάσεις από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 = 30.3106$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 72.3107$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 72.3107$ και από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 72.3107$ και από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 72.3107$ και από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_3 = 183.5$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 72.3107$. Αντίστοιχα, στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τρούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 72.3107$.

ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 = 29.5833$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_1 = 29.5833$, από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 61.8750$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 61.8750$ και από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_3 = 106$ σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_2 = 61.8750$. Επίσης, στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τεσσάρων καταστάσεων παρατηρούνται μεταβάσεις από παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_4 = 183.5$ μόνο σε παρατηρήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson με μέση τιμή $\lambda_3 = 106$ (Πιν.71, Πιν.73).

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



Σχήμα 5.20. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια



Σχήμα 5.21. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Στα παραπάνω σχήματα (Σχήμα 5.20, Σχήμα 5.21) απεικονίζονται οι εκτιμήσεις των κρυφών καταστάσεων για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα τριών και τεσσάρων καταστάσεων. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης και της δεύτερης κατάστασης είναι σχεδόν ίδιες και η πιθανότητα εμφάνισης της τρίτης κατάστασης για το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τριών καταστάσεων είναι πολύ μικρή. Αντίθετα, η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης μειώνεται σε συνάρτηση με το χρόνο, της δεύτερης αυξάνεται και της τρίτης όπως και της τέταρτης παραμένουν σχεδόν σταθερές.

Ετήσιος αριθμός σεισμών	Παρατηρούμενος αριθμός ετών	Κρυπτο- Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 3 καταστάσεων	Απλό μοντέλο Poisson
0 - 10	0	0.0002	0
11 - 20	2	0.3002	0
21 - 30	7	4.7423	0.0004
31 - 39	1	4.0463	0.0721
≥40	14	14.9110	23.9275
ΣΥΝΟΛΟ	24	24	24

Πίνακας 75. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Σύμφωνα με τον πίνακα (Πιν.75) καλύτερο μοντέλο είναι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τριών καταστάσεων καθώς ο εκτιμώμενος αριθμός ετών αυτού του μοντέλου προσεγγίζει καλύτερα τον παρατηρούμενο αριθμό ετών.

ΖΩΝΗ 10

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Πίνακας 76. Η παράμετρος λ, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για ένα απλό μοντέλο Poisson

λ	27.0417
lnL	-512.6488
AIC	1027.298
BIC	1028.476



Σχήμα 5.22. Τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC για το απλό μοντέλο Poisson και για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson με διαφορετικό αριθμό καταστάσεων κάθε φορά. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζονται οι τιμές των κριτηρίων.

Όπως είναι εύκολα αντιληπτό, για τα δεδομένα της ζώνης 10 τα υποψήφια μοντέλα είναι δύο. Το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο τριών καταστάσεων και το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο πέντε καταστάσεων.

Πίνακας 77. Οι παράμετροι λ₁, λ₂ και λ₃, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον ΕΜ αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

λ1	9.7313
λ_2	24.8139
λ3	156
lnL	- 133.6615
AIC	301.3229
BIC	321.3499

Πίνακας 78. Ο πίνακας μετάβασης τριών καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

ſ	0.8526	0.1474	0]
	0.2324	0.6448	0.1227
l	. 0	0.5000	0.5000

Πίνακας 79. Οι παράμετροι λ₁, λ₂, λ₃, λ₄ και λ₅, η λογαριθμημένη πιθανοφάνεια *lnL* και οι τιμές των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC όπως αυτές εκτιμήθηκαν από τον ΕΜ αλγόριθμο για ένα κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τεσσάρων καταστάσεων

λ_1	8.6174
λ_2	20.8335
λ3	79
λ_4	33.5268
λ_5	233
lnL	- 93.5829
AIC	285.1658
BIC	342.8905

Πίνακας 80. Ο πίνακας μετάβασης τεσσάρων καταστάσεων όπως αυτός εκτιμήθηκε από τον ΕΜ αλγόριθμο

<mark>0.886 ر</mark>	8 0.1132	0	0	ך 0
0.216	3 0.5729	0	0.1094	0.1014
0	1	0	0	0
0	1	0	0	0
L O	0	1	0	0

Στον πίνακα μετάβασης τριών καταστάσεων παρατηρούνται πιο συχνές μεταβάσεις από την κατάσταση ένα στον εαυτό της, από την κατάσταση δύο στον εαυτό της ενώ από την κατάσταση τρία οι μεταβάσεις γίνονται στην κατάσταση δύο και στον εαυτό της (Πιν. 78). Στον πίνακα μετάβασης πέντε καταστάσεων παρατηρούνται πιο συχνές μεταβάσεις από την κατάσταση ένα στον εαυτό της, από την κατάσταση δύο στον εαυτό της, από την κατάσταση τρία και την κατάσταση τέσσερα στην κατάσταση δύο και από την κατάσταση πέντε στην κατάσταση τρία (Πιν. 80).

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



Σχήμα 5.23. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια



Σχήμα 5.24. Εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson για τα επόμενα 30 χρόνια

Σχετικά με την εκτίμηση των κρυφών καταστάσεων και των δύο μοντέλων για τα επόμενα 30 χρόνια παρατηρείται μία παρόμοια συμπεριφορά. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, η πιθανότητα εμφάνισης της πρώτης κατάστασης σε σχέση με τις υπόλοιπες καταστάσεις και για τα δύο μοντέλα είναι αρκετά μεγαλύτερη. Κατά αυτόν τον τρόπο, θα μπορούσαμε να πούμε πως οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι σεισμοί με M≥4.7 θα συμβούν σύμφωνα με μία κατανομή Poisson με παράμετρο λ=9.7313 στο μοντέλο τριών καταστάσεων και με παράμετρο λ=8.6174 στο μοντέλο πέντε καταστάσεων για τα επόμενα 30 χρόνια στη ζώνη 10.

Ετήσιος αριθμός σεισμών	Παρατηρούμενος αριθμός ετών	Κρυπτο- Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 5 καταστάσεων	Κρυπτο- Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson 3 καταστάσεων	Απλό μοντέλο Poisson
0 - 5	3	2.0064	1.0454	0
6 - 10	6	8.7209	7.2284	0.0038
11 - 15	4	4.1590	4.8042	0.2043
16 - 19	4	2.302	1.4994	1.4170
≥20	7	6.8117	9.4226	22.3749
ΣΥΝΟΛΟ	24	24.0000	24.0000	24.0000

Πίνακας 81. Σύγκριση κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου με το απλό μοντέλο Poisson

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα (Πιν. 82) το μοντέλο που προσεγγίζει καλύτερα τον παρατηρούμενο αριθμό ετών είναι το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο πέντε καταστάσεων.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη



Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

ιήμα Γεωλογίας Α.Π.Θ

ΣΥΖΗΤΗΣΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Οι στοχαστικές διαδικασίες έχουν αποδειχθεί χρήσιμο εργαλείο για την εκτίμηση της σεισμικότητας μίας περιοχής. Μια μορφή στοχαστικής διαδικασίας είναι οι Μαρκοβιανές αλυσίδες που είναι μία διαδικασία με ποικιλία εφαρμογών. Αυτές μεταβάλλονται από μια κατάσταση σε μια άλλη, ανάμεσα σε ένα πεπερασμένο αριθμό καταστάσεων. Οτιδήποτε μπορεί να θεωρηθεί ως κατάσταση στην Μαρκοβιανή αλυσίδα π.χ. το μέγεθος των σεισμών. Πρόκειται για μία τυχαία διαδικασία που δε διατηρεί μνήμη για τις προηγούμενες μεταβολές. Μεταβάσεις μεταξύ των καταστάσεων γίνονται με τον πίνακα μετάβασης που περιγράφει την πιθανότητα με την οποία γίνονται αυτές οι μεταβάσεις.

Εάν P_{ij} θεωρηθεί μία πιθανότητα μετάβασης της Μαρκοβιανής διαδικασίας η πιθανότητα αυτή μας δείχνει ότι το σύστημα που βρίσκεται τώρα στην κατάσταση *i* θα μεταβεί στην κατάσταση *j* στο επόμενο βήμα. Η διαδικασία μεταβολής ενός συστήματος μεταβάλλεται τυχαία κι αυτό περιορίζει την πρόβλεψη με βεβαιότητα της κατάστασης μιας Μαρκοβιανής αλυσίδας σε ένα δεδομένο μελλοντικό σημείο. Μπορούν όμως να προβλεφθούν οι στατιστικές ιδιότητες για το μέλλον του συστήματος.

Στην παρούσα διπλωματική διατριβή, ασχοληθήκαμε με τη μελέτη της σεισμικότητας της Κεντρικής και Νότιας Αμερικής με τη χρήση του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου. Η όλη περιοχή χωρίστηκε σε δέκα σεισμικές ζώνες και έγινε επεξεργασία των δεδομένων της κάθε ζώνης (διαγραφή προσεισμών και μετασεισμών). Στη συνέχεια, ασχοληθήκαμε με την ακρίβεια, την ομοιογένεια και την πληρότητα των δεδομένων μας.

Ακολούθως, έγινε η παρουσίαση της Μαρκοβιανής αλυσίδας και διάφορων άλλων κατηγοριών στοχαστικών μοντέλων, ενώ ιδιαίτερη μνεία έγινε για τα κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα των οποίων κάναμε χρήση στη συνέχεια του παρόντος για την εκτίμηση της σεισμικότητας της κάθε ζώνης για τα επόμενα 30 χρόνια.

Στη συνέχεια, έγινε ο υπολογισμός των παραμέτρων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson με την εφαρμογή του αλγορίθμου EM (Expectation-Maximization). Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος αποτελεί κατάλληλο εργαλείο για τον υπολογισμό των απαιτούμενων παραμέτρων ενός κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson οι οποίες είναι: α) οι τιμές των κρυφών καταστάσεων (παράμετροι από Poisson κατανομές) και β) ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης. Μετά τον υπολογισμό των ανωτέρω παραμέτρων προχωρήσαμε στην εκτίμηση των τιμών των Κριτηρίων Πληροφορίας AIC και BIC οι οποίες μας οδηγούν στην επιλογή του πιο αξιόπιστου κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson ανάμεσα σε διάφορα μοντέλα διαφορετικών καταστάσεων.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

Έχοντας λοιπόν επιλέξει, με τα παραπάνω κριτήρια, το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson που ταιριάζει καλύτερα στα δεδομένα μας οδηγούμαστε στον υπολογισμό της στάσιμης κατανομής της Μαρκοβιανής αλυσίδας. Εδώ θέλουμε να τονίσουμε ότι όλοι οι υπολογισμοί στη διατριβή αυτή έγιναν με την ακρίβεια του τέταρτου δεκαδικού ψηφίου. Με βάση την διατριβή και όσα αναφέρονται σε αυτήν οδηγούμαστε σε διάφορα συμπεράσματα:

1) Η στάσιμη κατανομή εμφανίζει την κατανομή των κρυφών καταστάσεων όπως αυτή διαμορφώνεται σε επόμενο χρονικό διάστημα που ακολουθεί και από κάποιο χρόνο και έπειτα σταθεροποιείται και δεν αλλάζει από εκεί και πέρα. Η διαδικασία αυτή οδήγησε και στην σύγκριση μοντέλων με τις παρατηρήσεις από τις περισσότερες ζώνες να δείχνουν προτίμηση στο κρύπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο. Εξαίρεση αποτελεί η ζώνη 3 όπου οι παρατηρήσεις της δείχνουν μια ιδιαίτερη προτίμηση στην κατανομή Poisson. Αυτό δεν αναιρεί το γεγονός ότι και το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δεν απορρίπτεται εντελώς καθώς στη σύγκριση των δύο αυτών μοντέλων ως προς τον εκτιμώμενο αριθμό ετών σε σχέση με την ετήσια συχνότητα σεισμών οι τιμές στην πλειοψηφία τους είναι αρκετά κοντά μεταξύ τους.

2) Η πλειοψηφία των ζωνών ακολουθούν το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson. Η σταθεροποίηση των πιθανοτήτων εμφάνισης των καταστάσεων αυτού του μοντέλου στις ζώνες 1,2,4 και 5 (που ανήκουν στην Κεντρική Αμερική) πραγματοποιείται στα 50, 60, 19 και 7 χρόνια, αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι στις δύο πρώτες ζώνες (1 και 2), οι πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων σταθεροποιούνται μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα. Αναφορικά με τη ζώνη 3 παρ' ότι εμφανίζει μία επαμφοτερίζουσα κατανομή, οι πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεών της σταθεροποιούνται σε 15 χρόνια και αυτό είναι πολύ κοντά με τη ζώνη 4 που παρουσιάζει σταθερότητα στις πιθανότητες αυτές σε 19 χρόνια.

3) Οι ζώνες 6, 7, 8, 9 και 10 καταλαμβάνουν την έκταση της Νότιας Αμερικής. Από αυτές μόνο η ζώνη 8 παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά με τις ζώνες 1,2,4 και 5 με τις πιθανότητες των καταστάσεών της να σταθεροποιούνται στα 10 χρόνια.

4) Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στις ζώνες 6,7,9 και 10 οι οποίες παρουσιάζουν δύο κρυπτο-Μαρκοβιανά μοντέλα Poisson ως αξιόπιστα για την κάθε μία. Αυτό συμβαίνει γιατί το κριτήριο AIC παρουσιάζει μικρότερη τιμή σε ένα μοντέλο, ενώ το κριτήριο BIC παρουσιάζει μικρότερη τιμή σε ένα άλλο μοντέλο, οπότε αξιολογήθηκαν και τα δύο.

5) Ξεκινώντας από τη ζώνη 6 παρατηρούμε ότι με το κριτήριο BIC καταλήγουμε στο πιο αξιόπιστο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο

καταστάσεων οι πιθανότητες εμφάνισης των οποίων σταθεροποιούνται στα 5 χρόνια. Από την άλλη μεριά, για την ίδια ζώνη το κριτήριο AIC δείχνει ως πιο αξιόπιστο το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων οι πιθανότητες εμφάνισης των οποίων σταθεροποιούνται στα 12 χρόνια.

Ψηφιακή συλλογή Βιβλιοθήκη

6) Στη ζώνη 7, οι πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων σταθεροποιούνται και με τα δύο μοντέλα σχεδόν στα ίδια χρόνια, 12 χρόνια με το BIC και 11 χρόνια με το AIC. Για την ίδια ζώνη το κριτήριο BIC προτείνει ως το πιο αξιόπιστο μοντέλο το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson δύο καταστάσεων σε αντίθεση με το κριτήριο AIC το οποίο προτείνει το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων.

7) Πολύ μεγάλες πιθανότητες εμφάνισης καταστάσεων παρατηρούνται στις ζώνες 9 και 10. Συγκεκριμένα, για τη ζώνη 9 το κριτήριο BIC δείχνει αξιοπιστία στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων ενώ το AIC φανερώνει αξιοπιστία στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τεσσάρων καταστάσεων. Στα 80 χρόνια θα παρουσιαστεί σταθερότητα στις πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson τριών καταστάσεων. Από την άλλη πλευρά, στα 150 χρόνια θα παρουσιαστεί σταθερότητα στις πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson τριών καταστάσεων. Από την άλλη πλευρά, στα 150 χρόνια θα παρουσιαστεί σταθερότητα στις πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson τεσσάρων καταστάσεων.

8) Στην πλειοψηφία των ζωνών το σύστημα παραμένει στην πρώτη κατάσταση για τα επόμενα 30 χρόνια. Στις ζώνες 6,7 και 9 το σύστημα παραμένει στη δεύτερη κατάσταση για τα επόμενα 30 χρόνια.

9) Τέλος, για τη ζώνη 10 το κριτήριο BIC δείχνει αξιοπιστία στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson τριών καταστάσεων ενώ το AIC φανερώνει αξιοπιστία στο κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson πέντε καταστάσεων που είναι και ο μεγαλύτερος αριθμός καταστάσεων σε κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στην περιοχή μελέτης. Στα 30 χρόνια θα παρουσιαστεί σταθερότητα στις πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson τριών καταστάσεων. Αντίθετα, στα 45 χρόνια θα παρουσιαστεί σταθερότητα στις πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων του κρυπτο-Μαρκοβιανού μοντέλου Poisson πέντε καταστάσεων.

Τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν έδειξαν ότι είναι αξιόπιστα για την εκτίμηση της σεισμικότητας της Κεντρικής και Νότιας Αμερικής και φυσικά θα μπορούν μελλοντικά να εφαρμοστούν και σε άλλες περιοχές. Το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και σε άλλες εφαρμογές, όπως για παράδειγμα η εκτίμηση της οριζόντιας επιτάχυνσης ενός σεισμού που είναι πολύ σημαντική για το σχεδιασμό μεγάλων τεχνικών έργων. Και όπως έχουμε αναφέρει πολλές φορές στο παρόν κείμενο, η σεισμικότητα των περιοχών που μελετήσαμε




ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι σεισμοί αποτελούν ένα από τα πιο δραστικά φυσικά φαινόμενα τα οποία επηρεάζουν την γεωφυσική δομή του πλανήτη αλλά και επιφέρουν ποικίλες αλλαγές στη ζωή των ανθρώπων και ευρύτερα των κοινωνιών. Για την εκτίμηση του σεισμικού κινδύνου σε περιοχές που πλήττονται από τους σεισμούς έχουν γρησιμοποιηθεί ποικίλα μοντέλα και μεταξύ αυτών περιλαμβάνονται και τα στοχαστικά. Αποσκοπώντας στην όσο πιο ταχεία και αποτελεσματική εκτίμηση του σεισμικού κινδύνου η παρούσα διατριβή ακολούθησε ένα συγκεκριμένο στογαστικό μοντέλο το κρυπτο-Μαρκοβιανό μοντέλο Poisson, χρησιμοποιώντας δεδομένα από έναν κατάλογο σεισμών. Για την εκτίμηση των παραμέτρων αυτού του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος Baum-Welch, μια ειδική περίπτωση του αλγορίθμου Expectation – Maximization (EM). Στις υπό μελέτη περιοχές της Κεντρικής και Νότιας Αμερικής λόγω της έντονης τεκτονικής των περιοχών αυτών παρατηρούνται εκτεταμένες καταστροφές οφειλόμενες κυρίως σε πολύ μεγάλους σεισμούς (π.χ. 1960, Mw=9.5, Χιλή) καθώς και στη γένεση κυμάτων τσουνάμι. Με σκοπό την ακριβέστερη μελέτη και εν συνεχεία εκτίμηση του σεισμικού κινδύνου των επιμέρους περιοχών έγινε ο διαγωρισμός τους σε δέκα ζώνες σύμφωνα με σεισμοτεκτονικά και γεωμορφολογικά κριτήρια. Το ελάχιστο μέγεθος σεισμών που επιλέχθηκε για τη μελέτη μας εξαρτάται από την πληρότητα των δεδομένων σε κάθε ζώνη. Κατά αυτόν τον τρόπο, το ελάχιστο μέγεθος που υπολογίστηκε για κάθε ζώνη κυμαίνεται από 4.5 έως 4.9. Η εκτίμηση σεισμικού κινδύνου πραγματοποιείται για τα επόμενα 30 χρόνια για κάθε ζώνη.



ABSTRACT

Earthquakes are one of the most hazardous natural phenomena that affect the tectonic structure of the crust but also may cause various changes in the lives of people. Various models have been used to estimate the seismic risk in earthquakeprone areas, including stochastic models. Aiming at the most rapid and effective assessment of seismic hazard, this thesis followed a specific stochastic model, the hidden-Markov Poisson model, using data from an earthquake catalog. The Baum-Welch algorithm, a special case of the Expectation – Maximization (EM) algorithm, was used to estimate the parameters of this model. In the studied regions of Central and South America, due to the active tectonics of these regions, extensive disasters are observed mainly due to very large earthquakes (e.g. 1960, Mw=9.5, Chile) as well as the generation of tsunami waves. In order to study more precisely and then assess the seismic risk of the individual areas, they were divided into ten zones according to seismotectonic and geomorphological criteria. The minimum magnitude of earthquakes chosen for our study depends on the completeness of the data in each zone. In this way, the minimum magnitude calculated for each zone ranges from 4.5 to 4.9. Seismic hazard assessment is carried out for the next 30 years for each zone.



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Aki, K., 1968. Seismicity and Seismological Method. *Tectonophysics*, 6, 41-58.

- Altinok, Y. and Kolcak, D., (1999). An application of the semi-Markov model for earthquake occurrences in North Anatolia, Turkey. *Journ. of the Balkan Geophysical Society*, 2 (4), 90-99.
- Anagnos, T. and Kiremidjian, A. S., 1988. A review of earthquake occurrence model for seismic analysis, *Prob. Engin. Mechanics*, 3, 3-11.
- Barazangi, M. and Isacks, B. L., 1976. Spatial distribution of earthquakes and subduction of the Nazka plate beneath South America. *Geology*, 4, 686-692.
- Basharin, Gely P., Langville, Amy N., Naumov, Valeriy A., 2004. The life and work of A.A. Markov. *Linear Algebra and its Applications*, 386(1), 3-26.
- Båth, M., 1953. Seismicity of Fennoscandia and Related Problems. *Gerl. Beitr. Z. Geophysik*, 63, 173-208.
- Baum, L. E. and Petrie, T., 1966. Statistical Inference for Probabilistic Functions of Finite State Markov Chains. *The Annals of Mathematical Statistics*, 37, 1554-1563.
- Bayrak, Y., Yadav, R. B. S., Kalafat, D., Tsapanos, T. M., Cinar, H., Singh, A. P., Bayrak, E., Yilmaz, S., Ocal, F. and Koravos, G., 2013. Seismogenesis and earthquake triggering during the Van (Turkey) 2011 seismic sequence. *Tectonophysics*, 601, 163-176, 2013.
- Bilek, S. L., 2010. Seismicity along the South America subduction zone: Review of large earthquakes, tsunamis and subduction zone complexity. *Tectonophysics*, 495 (1-2) 2-14.
- Bloom, E. D. and Erdmann, R. C., 1980. The observation of a universal shape regularity in earthquakes frequency magnitude distributions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 70, 349-362.
- Burbach, G., Frolich, C., Pennington, W. and Matumoto, T., 1984. Seismicity and tectonics of the subducted Cocos plate. *J. Geophys. Res.*, 89, 7719-7735.

Can, C. E., Ergun, G. and Gokceoglu, C., 2014. Prediction of Earthquake Hazard by Hidden Markov Model (around Bilecik, NW Turkey). *Central European Journal of Geosciences.*, 6(3), 403-414

- Carr, M. J. and Stoiber, E. E., 1977. Geologic setting of some destructive earthquakes in Central America. *Geol. Soc.American Bulletin*, 88, 151-156.
- Carter, J. A. and Berg, E., 1981. Relative stress variations as determined by b-values from earthquakes in circum Pacific subduction zone. *Tectonophysics*, 76, 257-271.
- Casaverde, L. A. and Vargas, J. N., 1984. Seismic risk in Peru. *Proc. Of the 8th world conference on earthquake engineering*, I, 93-100, July 21-28, San Francisco California U.S.A
- Cernadas, D., Osella, A. and Sabbione, N., 1998. Self-similarity in the Seismicity of the South-American Subduction Zone. *Pure Appl. Geophys.* 152, 57-73
- Chambers, D. W., Baglivo, J. A., Ebel, J. E. and Kafka, L. K., 2012. Earthquake Forecasting Using Hidden Markov Models. *Pure Appl. Geophys.* 169, 625– 639
- Comninakis, P. E. and Papazachos, B. C., 1977. Completeness, accuracy and homogeneity of the data for seismicity studies in the Mediterranean and the surrounding area for the period 1901-1975. *Proc. of the Symp. Analysis of Seismicity and on Seismic Risk, Liblice 1977", 139-149.*
- Dean, B. W. and Drake, C. L., 1978. Focal mechanism solutions and tectonics of Middle America arc. *The Journal of Geology*, 86 (1), 111-128.
- Delouis, B., Cisternas, A., Dorbath, L., Rivera, L. and Kausel, E., 1996. The Andean subduction zone between 22 and 25°S (northern Chile): precise geometry and state of stress. *Tectonophysics*, 259, 81-100.
- Dempster, A. P., Laird N. M. and Rubin D. B., 1977. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society*. *Series B (Methodological)*, 39, 1-38.
- Dewey, J. S. and Lamb, S. H., 1992. Active tectonics of the Andes. *Tectonophysics*, 205, 79-95.

Dewey, J. W. and Suarez, G., 1991. Seismotectonics of Middle America. In: Slemmons, D. B., Engdahl, E. R., Zoback, M. D. and Blackwell D. B. (eds.) *Neotectonics of North America*, GSA DNAG, 309-321.

- Dimaté, C., Drake, L., Yepez, H., Ocola, L., Rendon, H., Grinthal, G. and Giardini., D., 1999. Seismic hazard assessment in Northern Andes (PILOTO project). Ann. Geofis., 42, 1039-1055.
- Ebel, J. E., Chambers, D. W., Kafka, A. L. and Baglivo, J. A., 2007. Non-Poissonian Earthquake Clustering and theHidden Markov Model as Bases for EarthquakeForecasting in California. Seismological Research Letters 78 (1)1 57-65.
- Engdahl, E. R., van der Hilst, R. and Buland, R., 1998. Global teleseismic earthquake relocation with improved travel times and procedures for depth determination, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 88, no. 3, 722–743.
- Engdahl, E. R. and Villaseñor, A., 2002. Global Seismicity: 1900-1999, in International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology, Part A, chapter 41, pp. 665-690, eds Lee WHK, Kanamori H, Jennings PC, Kisslinger C, Academic Press.
- Galanis, O. C., Tsapanos, T. M., Papadopoulos, G. A. and Kiratzi, A. A., 2001. An alternative Bayesian statistics for probabilistic earthquake prediction in Mexico, Central and South America. *Bulletin of the Geological Society of Greece*, 34(4), 1485–1491.
- Gardner, J. K. and Knopoff, L., 1974. Is the sequence of earthquakes in Southern California with aftershocks removed, Poissonian? *Bull. SEismol. soc. Am.*, 64 (5), 1363-1367.
- Granat, R. and A. Donnellan, 2002. A hidden Markov model-based tool for geophysical data exploration. *Pure and Applied Geophysics* 159, 2,271–2,283.
- Gumbel, B. J., 1958. Statistics of extremes. Columbia Univ. Press, New York and London, pp. 375.
- Gutenberg, B. and Richter, C. F., 1944. Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 34, 185-188.

Gutenberg, B. and Richter, C. F., 1954. Seismicity of the Earth and associated phenomena. Princeton Univ. Press, Princeton, N. pp. 310.

- Hanuš, V. and Vanek, J., 1978. Morphology of the Andean Wadati-Benioff zone, andesitic volcanism and tectonic features of the Nazca plate. *Tectonophysics*, 44, 65-77.
- Hatori, S., 1974. Regional distribution of b values in the world. *Bull. Intern. Inst. Seismol.*, 12, 39-57.
- Jarrant, R. D., 1986.Relations among subduction parameters. *Rev. Geoph.*, 24, 217-284.
- Jarrant, R. D., 1986. Relations among subduction parameters. *Rev. Geoph.*, 24, 217-284.
- Jones, L. M. and Molnar, P., 1976. Frequency of foreshocks. Nature, 262, 677-679.
- Kanamori, H. 1977. The energy release in great earthquakes. J. Geophys. Res., 82 (20), 2981-2987.
- Kanamori, H. and Steward, G. S., 1978. Seismological aspects of the Guatemala earthquake of February 4, 1976. J. Geophys. Res., 91 No (B7), 3427-3434.
- Karagrigoriou, A., Makrides, A., Tsapanos, T. M. and Vougiouka, G., 2016
 Earthquake forecasting based on Multi-State System methodology. *Methodology & Computing in Applied Probability*, 18 (2), 547-561.
- Kijko, A. and Graham, G., 1998. Parametric-historic procedure for probabilistic seismic hazard analysis Part I: Estimation of maximum regional magnitude m_{REG.} *Pageoph*, 413-442.
- Kijko, A. and Graham, G., 1999. Parametric-historic procedure for probabilistic seismic hazard analysis Part II: Assessment of earthquake hazard at specific site. *Pageoph*, 154, 1-22
- Kelleher, J. A., 1972. Rupture zones of south American earthquakes and ome predictions. J. Geophys. Res., 84, 2087-2103.
- Lemoine, A., Madariaga, R. and Campos, J., 2002. Slab-pull and slab push earthhquakes in the Mexican, Chilean and peruvian subduction zones, Phys. Erath Planet. Interiors, 132, 157-175.

Li, Y. and Anderson-Spencer, R., 2013. Hidden Markov Modeling of Waiting Times in the 1985 Yellowstone Earthquake Swarm. *Pure Appl. Geophys.* 170, 785– 795

- Lomnitz, C., 1974. Global tectonics and earthquake risk. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, pp. 320.
- Makropoulos, C. K. and Burton, P. W., 1985. Seismic hazard in Greece: I. Magnitude recurrence, *Tectonophysics*, 117, 205-257.
- McNall, K. C., 1981, Earthquake Prediction: An International Review. Volume 4. Edts: David W. Simpson and Paul G. Richards, 63-72. Book Series: Maurice Ewing Series, DOI:10.1029/ME004.
- Mogi, K., 1967. Earthquake and fractures. *Tectonophysics*, 5, 35-55.
- Moon, T. K., 1996. The Expectation-Maximization Algorithm. *IEEE Signal Processing Magazine*, 13, 47-60.
- Nava, F. A., Herrera, C., Frez, J. and Glowacka, E., 2005. Seismic Hazard Evaluation Using Markov Chains: Application to the Japan Area. *Pure Appl. Geophys.* 162, 1347–1366
- Panwrias, C., Papadopoulou, A. A. and Tsapanos, T. M., 2016. On the earthquake occurrences in Japan and the surrounding area via semi-Markov modeling. *Bull.* of the Geolog. Soc of Greece, vol. XLVIII, No 167, pp. 1535-1542.
- Papadimitriou, E. E., 1993. Long-term Earthquake Prediction along the Western Coast of South and Central America Based on a Time Predictable Model. *Pageoph* 140, 301-316.
- Papazachos, B. C., 1990. Seismicity of the Aegean and the surrounding area. *Tectonophysics*, 178, 287- 308.
- Pacheco, J. F. and Sykes L. R., 1992. Seismic moment catalog of large shallow earthquakes, 1900 to 1989. *Bull Seism Soc Am* 82:1306-1349.
- Pertsinidou, C. E., Tsaklidis, G., Papadimitrioy, E. and Limnios, N., 2017. Application of hidden-Markov models for the seismic hazard assessment of the North and South Aegean, Greece. *Journal of Applied Statistics*, 44: 6, 1064-1085, DOI: 10.1080/02664763.2016.1193724.

Pertsinidou, C. E., Tsaklidis, G. and Papadimitrioy, E., 2017. Study of the seismic activity in central Ionian islands via semi-Markov modeling. *Acta Geophysica*, DOI 10.1007/s11600-017-0040-y

- Prince, R. A. and Scheweller, W. J., 1978. Dates, rates, and angles of faulting in Peru-Chile trench. *Nature* 271, 743-745.
- Quezada, F. J., 1997. Seismic observation in Chile. Bull. Intern. Inst. Seismol. Earthq. Engin., 31, 243-259.
- Rabiner, L., 1989. A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition. *Proceedings of the IEEE*, 77, 257-286.
- Reasenberg, P., 1985. Second-order moment of central California seismicity. 1969-1982. J. Geophys. Res., 90, no. B7, 5479–5495.
- Richter, C. F., 1935. An instrumental earthquake scale. Bull. Seismol. Soc. Am., 25, 1-32.
- Rothe, J. P., 1969. The seismicity of the Earth 1953-1965. Paris, UNESCO, pp.311.
- Ruiz, S. and Madariaga, R., 2018. History and recent large megathrust earthquake in Chile. *Tectonophysics*, 733, 37-56.
- Scholz, C. H., 1968. The frequency magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58, 339-415
- Scordilis, E. M., 2005. Globally valid relations converting M_s, m_b and M_{JMA} to M_w. Proc of NATO Advanced Research Workshop on Earthquake Monitoring and Seismic Hazard Mitigation in Balkan Countries, 11-17 September 2005, the Rila Mountains-Resort Village Borovetz, Bulgaria, Abstracts book, 158-161
- Scordilis, E. M., 2006. Emprical global relations converting M_s and m_b to moment magnitude. *J Seismology*, 10:225-236, DOI: 10.1007/s10950-006-9012-4
- Stacey, V., 1969. Physics of the Earth. John Wileey and Sons, Inc., New York, 4141pp.
- Stein, S., Engeln, J. E., De Meto, C., Gordan , R. G., Woods, D. R., Lundgren, P., Argus, D., Quibble, D., Stein, C., Weistein, S. and Wiens, D. A., 1986. The Nazca South America convergence rate and the recurrence of the grate Chilean earthquakes. *Geophys. Res. Lett.* 13, 713-716.

Tajima, F. and Kanamori, H., 1985. Global survey of aftershocks area expansion patterns. *Phys. Earth Planet. Interiors*, 40, 77-134.

- Talbi, A., Nanjo, K., Satake, K., Zhuang, J. and Hamdache, M., 2013. Comparison of seismicity declustering methods using a probabilistic measure of clustering. *J. Seismology*, 17:1041–1061, DOI 10.1007/s10950-013-9371-6.
- Teng, G. and Baker, J. W., 2019. Seismicity declustering and hazard analysis of the Oklahoma – Kansan region. Bull. Seismol. Soc. Am., 101 (6), 2346-2366. doi: 10.1785/0120190111
- Tsampas, A. D., Scordilis, E. M., Papazachos, C. B. and Karakaisis, G. F., 2016. Global magnitude scaling relations for intermediate-depth and deep-focus earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, DOI: 10.1785/0120150201, 106, 2, 418–434.
- Tsapanos, T. M., 1990. b-Values of two tectonic parts in the circum-Pacific belt. *Pageoph*, 134, 229-242.
- Tsapanos, T. M. and Burton, P. W., 1991. Seismic hazard evaluation for specific seismic regions of the world. *Tectonophysics*, 194, 153-169.
- Tsapanos, T. M. and Papadopoulou, A. A., 1999. A discrete Markov model for earthquake occurrence in southern Alaska and Aleutian islands. J. Balk. Geophys. Soc., 2, 75-83.
- Tsapanos, T. M., 2000. The depth distribution of seismic parameters estimated for the South America area, *Earth and Planet. Science Letters*, 180, 103-115.
- Tsapanos, T. M. and Christova, C. V., 2000. Some preliminary results of the worldwide seismicity estimation: a case study of the seismic hazard evaluation in South America. Ann. di Geofis., 43, 11-22.
- Tsapanos, T. M., 2001. The Markov model as a pattern for earthquakes recurrence in South America. *Bull. Geol. Soc. Greece, Vol. XXXIV/4, 1611-1617.*
- Tsapanos, T. M., Lyubushin, A.A. and Pisarenko, V.F., 2001. Application of a Bayesian approach for estimation of seismic hazard parameters in some regions of the circum Pacific belt. *Pageoph*, 158, 859-875.

Uhrhammer, R. A., 1986. Characteristics of northern and central Calofornia seismicity. *Earthq. Notes*, 57 (1), 21-37

- Utsu, T., 1969. Aftershocks and and earthquake statistics (I). J. Fac. Sci. Jokkaido Univ., Ser. VII, 2, 130-195.
- Uyeda, S. and Kanamori, H., 1979. Back-arc opening and the mode of subduction. J. *Geophys. Res.*, 84, 1049-1061.
- Yamagishi, Y., Saito, K., Hirakara, K. and Ueda, N., 2021. Spatio-temporal clustering of earthquakes, on distribution of magnitudes. *Appl Netw Sci.* 6:71, https://doi.org/10.1007/s41109-021-00413-3.
- van Stiphout, T., Zhuang, J. and Marsan, D., 2012. Seismicity declustering, in Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis, Vol. 10, 1–25, doi: 10.5078/corssa-52382934.
- Vere-Jones, D., 1966. A Markov model for aftershock occurrence. *Pageoph*, 64, 31-42.
- Votsi, I., Limnios, N., Tsaklidis, G. and Papadimitriou, E., 2012. Estimation of the expected number of earthquake occurrence based on semi-Markov models. *Methodology & Computing in Applied Probability*, 14, 685-703, DOI 10.1007/s11009-011-9257-4
- Votsi, I., Limnios, N., Tsaklidis, G and Papadimitriou, E., 2013. Hidden Markov models revealing the stress field underlying the earthquake generation. *Physics* A, 392, 2868-2885.
- Wang, J. H., 1988. b-Values of shallow earthquakes in Taiwan. Bull. Seismol. Soc. Am., 78, 1243-1254.
- Wiemer, S., 2001. A software package to analyze seismicity: ZMAP. Seismological Research Letters, 72(3), 373-382. https://doi.org/10.1785/gssrl.72.3.373.
- Yadav, R. B. S., Tsapanos, T. M., Burton, P. W., Kumar, R. M. and Sandhu, M., 2022. Seismicity and magnitude recurrence hazard assessment in the Eastern Nepal, Northeast India and Tibet, Himalaya. *Physics and Chemistry of the Earth*, 127, 103-158.



Ελληνική Βιβλιογραφία

- Βασιλείου, Π.-Χ. Γ., 1999. Στοχαστικές μέθοδοι στις Επιχειρησιακές Έρευνες, Εκδόσεις ZHTH, Θεσσαλονίκη.
- Γαλάνης, Οδυσσεύς, 2000. Πιθανολογικός προσδιορισμός της Σεισμικότητας των περιοχών του Μεξικού της Κεντρικής και της Νότιας Αμερικής με τη μέθοδο Bayes. Διατριβή ειδίκευσης, Τμήμα Γεωλογίας Α.Π.Θ.., σελ. 97.
- Γιονταμελή, Αντουανέττα, Θ., 2011. Κρυφά Ημιμαρκοβιανά Μοντέλα. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μαθηματικών Α.Π.Θ., 119 σελ.
- Παπαζάχος, Β. Κ., 1990. Εισαγωγή στη Σεισμολογία, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Θεσσαλονίκη, σελ. 382.
- Τσάπανος, Θ. Μ., 1985. Συμβολή στη μελέτη της σεισμικότητας της Γης. Διδακτορική Διατριβή, 1985, Τμήμα Γεωλογίας, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, σελ.147.
- Τσάπανος, Θ. Μ., 1988. Η σεισμικότητα της Ελλάδας σε σύγκριση με την σεισμικότητα άλλων σεισμογενών χωρών της Γης. 'Πρακτικά του Ιου Συμποσίου για τις Νέες Εξελίζεις στη σεισμολογία και Γεωφυσική του Ελληνικού χώρου', Θεσσαλονίκη 1-3 Ιουλίου 1988, 186-193.



- Baum Welch algorithm for training a Hidden Markov Model Part 2 of the HMM series, 2019, Analytics Vidhya, https://medium.com/analytics-vidhya/baumwelch-algorithm-for-training-a-hidden-markov-model-part-2-of-the-hmm-seriesd0e393b4fb86 (ανακτήθηκε 25-05-2023)
- National Earthquake Information Center, (NEIC), 2011, Earthquake Hazards Program, http://neic.usgs.gov/neis/epic/index.html (ανακτήθηκε 12-04-2023)



Ο κώδικας που ακολουθεί υπολογίζει έναν πίνακα μετάβασης τριών καταστάσεων. Ο ίδιος κώδικας χρησιμοποιείται και για τον υπολογισμό πινάκων μετάβασης διαφορετικού πλήθους καταστάσεων με το μόνο που να αλλάζει να είναι οι διαστάσεις των πινάκων.

```
clear
  clc
  %pinakas metavashs
  load('zone9.txt');
  events=zone9(:,1);
  [ml,m2]=size(events); %diastaseis pinakasuml=zeros(3,1);
  k=ml-1;
  pij=zeros(3,3);%pinakas metavasis
  suml=zeros(3,1);%pinakas me to plhthos metavasewn gia thn katastash Sl
□ for i=1:k
      if (events(i)>=0 && events(i)<61)
          if (events(i+1)>=0 && events(i+1)<61)
           suml(1)=suml(1)+1;
          elseif (events(i+1)>=61 && events(i+1)<121)
           suml(2) = suml(2) +1;
          elseif events(i+1)>=121
           suml(3) = suml(3) +1;
          end
      end
  end
  sum_all1=sum1(1)+sum1(2)+sum1(3);
  pll=suml(1)/sum all1;
  pl2=suml(2)/sum alll;
  pl3=suml(3)/sum all1;
   sum2=zeros(3,1); %pinakas me to plhthos metavasewn gia thn katastash S2
 for i=1:k
       if (events(i)>=61 && events(i)<121)
           if (events(i+1)>=0 && events(i+1)<61)
            sum2(1)=sum2(1)+1;
           elseif (events(i+1)>=61 && events(i+1)<121)
            sum2(2)=sum2(2)+1;
           elseif events(i+1)>=121
            sum2(3) = sum2(3) + 1;
           end
       end
   end
   sum_all2=sum2(1)+sum2(2)+sum2(3);
   p21=sum2(1)/sum all2;
   p22=sum2(2)/sum all2;
   p23=sum2(3)/sum all2;
```

```
Ψηφιακή συλλογή
Βιβλιοθήκη
                  171
 σρασ
              Τ/
   sum3=zeros(3,1); %pinakas me to plhthos metavasewn gia thn katastash S3
 □ for i=1:k
       if events(i)>=121
           if (events(i+1)>=0 && events(i+1)<61)
            sum3(1)=sum3(1)+1;
           elseif (events(i+1)>=61 && events(i+1)<121)</pre>
            sum3(2) = sum3(2)+1;
           elseif events(i+1)>=121
            sum3(3)=sum3(3)+1;
           end
       end
  └ end
   sum_all3=sum3(1)+sum3(2)+sum3(3);
   p31=sum3(1)/sum_all3;
   p32=sum3(2)/sum all3;
   p33=sum3(3)/sum_all3;
   pij=[pll pl2 pl3;p21 p22 p23;p31 p32 p33];
   pl=pl1+pl2+pl3;
   p2=p21+p22+p23;
```

p3=p31+p32+p33;



Κώδικας Baum-Welch για την εύρεση του πίνακα μετάβασης, των παραμέτρων των κατανομών Poisson και των τιμών των κριτηρίων AIC και BIC

```
observed <- read.delim('zone10.txt')
#arxeio me tis parathrhseis
x <- observed[[1]]</pre>
install.packages("HMMpa")
library(HMMpa)
library(expm)
# m: Arithmos parametrwn
# k: Dianysma me tis arxikes meses times (lambda)\
# gamma: Arxikos pinakas metavasewn
# epistrefei antistoixa tis meses times, to AIC, to BIC kai ton teliko pinaka metavasewn
HMM <- function(m, k, gamma){
 delta <- rep(1/m, m)
 distribution_class <- "pois"
 distribution_theta <- list(lambda = k)
 trained_HMM_with_m_hidden_states <-
  Baum_Welch_algorithm(x = x,
                     m = m,
                     delta = delta,
                     gamma = gamma,
                      distribution_class = distribution_class,
                      distribution_theta, BW_max_iter = 1000, BW_limit_accuracy = 0.00001)
return(k)
3
#eisagw tis parametrous kai tous pinakes pou tha trexei o Baum-Welch algorithmos
#HMM(1, c(59.5417), matrix(c(1), byrow = T, nrow = 1))
#HMM(2, c(11.1429, 22.3846), matrix(c(0.6923, 0.3077,
#
                                   0.3077, 0.6923), byrow = T, nrow = 2))
#HMM(3, c(35.3125, 82.8333, 183.5), matrix(c(0.8667, 0.0667, 0.0666,
# 0.3333, 0.5000, 0.1667,
#
                                              0.0000,
                                                            1,
                                                                    0),
#
                                             byrow = T, nrow = 3))
#HMM(4, c(22.25, 38.0588, 60.2, 100), matrix(c(0.2500, 0.5000, 0.2500, 0,
                                                 0.1875, 0.7500, 0.0625, 0,
#
                                                 0, 0.6000, 0.2000, 0.2000,
                                                 0, 0,
#
                                                               1,
                                                                          0),
#
                                               byrow = T, nrow = 4))
```



}
final_obs1=(1-athroisma1-b1/113)*113 #anamenomenos arithmos xronwn me 11 seismous kai panw ana xrono
b1 #anamenomenos arithmos xronwn me 0 seismous ana xrono (PP)
p1 #dianysma me ton anamenomeno arithmo xronwn me 1 ews kai 10 seismous ana xrono (PP)
final_obs1