

ΕΝΑ ΦΙΛΤΡΟ ΔΙΑΥΓΑΣΗΣ/ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΩΝ

Γ. Αιμ. Σκιάνης, Δ. Βαϊόπουλος, Β. Τσαρμπός*

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία προτείνεται ένα νέο φίλτρο επεξεργασίας μονοδιάστατων και δισδιάστατων σημάτων, το χαρακτηριστικό του οποίου είναι ότι επιδρά κυρίως στις χαμηλές συχνότητες, όπου η απόκρισή του είναι μεταβλητή, ενώ στις υψηλές συχνότητες η απόκρισή του τείνει ασυμπτωτικά σε μια σταθερή τιμή. Μελετώντας την επίδραση του φίλτρου σε ορθογώνιους παλμούς και σε γκαουσιανά σήματα, διαπιστώνεται ότι το προτεινόμενο φίλτρο μπορεί να προκαλέσει διαύγηση ή εξομάλυνση του σήματος, ανάλογα με τις τιμές που παίρνει μια χαρακτηριστική παράμετρος. Σε όλες τις περιπτώσεις η μορφή του σήματος διατηρείται και περιορίζονται, σε σημαντική κλίμακα, βαθμιαίες πτωτικές τάσεις του μονοδιάστατου σήματος ή το «θάμπωμα» της εικόνας, στις δύο διαστάσεις. Πιθανά πεδία αξιοποίησης των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας μπορούν να είναι η επεξεργασία χρονοσειρών, μονοδιάστατων και δισδιάστατων σημάτων χωρικής μεταβολής μεγεθών, καθώς και δορυφορικών εικόνων.

ABSTRACT

In the present paper a new filter is proposed to process one- and two- dimensional signals and images. The filter response is variable in low frequencies and tends asymptotically to a constant value in high frequencies. Studying the effect of the filter in rectangular pulses (boxes) and in gaussian signals, it was concluded that the filter may sharpen or smooth the signal, according to the value of a characteristic parameter. In all cases, the signal's outline is maintained and clearly expressed. Gradual decay tendencies of the one-dimensional signal, or «blurring» of the image, are, in a great extent, avoided. The results of this paper may be useful in processing time series, one- and two- dimensional signals which represent spatial variations of physical quantities, as well as satellite images.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα της εξαγωγής πληροφορίας από ένα σήμα, η οποία συνυπάρχει με το θόρυβο και συχνά δεν είναι εύκολο να διαχωριστεί απ' αυτόν, είναι στις γαιοεπιστήμες, τόσο παλιό, όσο και η πρακτική της μέτρησης και χωρικής ή χρονικής καταγραφής φυσικών μεγεθών με σκοπό τη μελέτη του γεωλογικού καθεστώτος της περιοχής έρευνας. Σε ένα πρώτο επίπεδο, το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με τη διαίσθηση και την εμπειρία του ερευνητή, ο οποίος μελετώντας μια χρονοσειρά, μια καμπύλη ή μια διδιάστατη απεικόνιση της χωρικής μεταβολής ενός μεγέθους, μπορεί να αναγνωρίσει, με ποιοτικούς όρους, κάποια χαρακτηριστικά που να οδηγούν στην ερμηνεία των δεδομένων των μετρήσεων. Ο αναπόφευκτος υποκειμενισμός που υπεισέρχεται σε μια τέτοια πρακτική, μαζί με την έλλειψη ποσοτικών κριτηρίων ερμηνείας, μπορεί ίσως να συμβάλει στη διαμόρφωση μιας πρώτης εικόνας του μελετούμενου γεωλογικού ή άλλου φυσικού συστήματος, δεν αρκεί όμως, όταν το ζητούμενο είναι μια όσο το δυνατόν περισσότερο αξιόπιστη, και με ποσοτικά κριτήρια, επεξεργασία και ερμηνεία των δεδομένων.

Ανακύπτει επομένως η ανάγκη για μια επεξεργασία, με ποσοτικούς όρους, του αρχικού σήματος, ώστε να εξαχθεί η χρήσιμη πληροφορία. Η διαδικασία αυτή είναι η **επεξεργασία σήματος**, που αναπτύχθηκε κυρίως κατά το δεύτερο μισό του αιώνα, με τις συνεισφορές του Shannon 1949, του Wiener 1961 και άλλων ερευνητών στη **θεωρία φίλτρων**, καθώς και με τη βοήθεια της τεχνολογίας των υπολογιστών.

Στο χώρο των γαιοεπιστημών, η θεωρία φίλτρων εφαρμόστηκε αρχικά στην επεξεργασία σεισμικών καταγραφών, σύντομα όμως επεκτάθηκε και στην επεξεργασία καμπυλών χωρικής καταγραφής φυσικών μεγεθών, στη μία και στις δύο διαστάσεις. Η ανάπτυξη της διαστημικής τεχνολογίας και της τηλεανίχνευσης αποτέλεσε ένα νέο πεδίο εφαρμογών της θεωρίας φίλτρων, με κίνητρο την επεξεργασία δορυφορικών εικόνων.

* Εργαστήριο Τηλεανίχνευσης, Τμήμα Γεωλογίας, Πανεπιστήμιο Αθηνών, Πανεπιστημιούπολη, Αθήνα 157 84

Δύο είδη φίλτρων που χρησιμοποιούνται πολύ συχνά στην επεξεργασία σημάτων και εικόνων είναι τα **φίλτρα διαύγασης και εξομάλυνσης**. Τα φίλτρα της πρώτης κατηγορίας αποσκοπούν στο να εκδηλωθούν με μεγαλύτερη ευκρίνεια ορισμένα χαρακτηριστικά του σήματος, ώστε να διευκολυνθεί η ανάγνωση και ερμηνεία του. Τα φίλτρα της δεύτερης κατηγορίας αποσκοπούν στην εξάλειψη του υψίσυχνου θορύβου, ώστε να αναδειχθεί το σήμα που περιέχει την πληροφορία που ενδιαφέρει το μελετητή. Μια παρουσίαση φίλτρων διαύγασης και εξομάλυνσης γίνεται από τους Gonzalez & Wintz (1987), Πήτα (1996) και Jensen (1996). Ο τελευταίος διαπραγματεύεται αυτά τα φίλτρα από τη σκοπιά των εφαρμογών τους στην επεξεργασία δορυφορικών εικόνων.

Στην παρούσα εργασία προτείνεται ένα φίλτρο που μπορεί να εξυπηρετήσει τόσο στη διαύγαση, όσο και στην εξομάλυνση του σήματος ή της εικόνας. Αρχικά είχε σχεδιαστεί για την εξάλειψη της επιρροής του επιφανειακού στρώματος στη διαμόρφωση των ανωμαλιών φυσικού δυναμικού που μετρώνται στην επιφάνεια του εδάφους (Skianis et. al. 1996, 1998, Σκιάνης & Βαϊόπουλος 1998), στη συνέχεια όμως διαπιστώθηκε ότι μπορούσε να έχει ένα ευρύτερο πεδίο εφαρμογών σε σχέση με την επεξεργασία σήματος. Σε πρώτη φάση μελετάται η συμπεριφορά του φίλτρου στη μια διάσταση και η επίδρασή του σε ορθογώνιους παλμούς, καθώς και σε σήματα που περιγράφονται από γκαουσιανές συναρτήσεις. Στη συνέχεια εξετάζεται η συμπεριφορά του φίλτρου στις δύο διαστάσεις, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα εφαρμογής του φίλτρου στην επεξεργασία εικόνας και συνάγονται συμπεράσματα.

Τα πορίσματα αυτής της εργασίας μπορούν να αξιοποιηθούν στην επεξεργασία μονοδιάστατων σημάτων (χρονοσειρών, καμπυλών χωρικής μεταβολής φυσικών μεγεθών), καθώς και δορυφορικών εικόνων, με σκοπό τον εντοπισμό γεωλογικών, τοπογραφικών και άλλων στόχων ενδιαφέροντος.

Η ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ ΣΤΗ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ

Στο χώρο των συχνοτήτων, η απόκριση του φίλτρου $F(\omega)$ εκφράζεται από τη σχέση:

$$F(\omega) = \frac{1 - ke^{-2|\omega|b}}{1 - k} \quad (1)$$

ω είναι η συχνότητα. Οι παράμετροι b και k είναι πραγματικοί αριθμοί, με $b > 0$ και $|k| < 1$.

Σε προηγούμενες εργασίες μας με αντικείμενο το φυσικό δυναμικό (για παράδειγμα, Σκιάνης & Βαϊόπουλος 1998), το b εξέφραζε το πάχος του επιφανειακού στρώματος και το k την αντίθεση αγωγιμότητας μεταξύ επιφανειακού στρώματος και υποβάθρου. Στην παρούσα εργασία, οι ποσότητες b και k λογίζονται ως παράμετροι του φίλτρου, χωρίς κατ'ανάγκη να αντιστοιχούν σε συγκεκριμένο φυσικό μέγεθος.

Στο (σχ. 1) παριστάνεται γραφικά η απόκριση του φίλτρου στο χώρο των συχνοτήτων. Παρατηρούμε ότι στις χαμηλές συχνότητες η απόκριση $F(\omega)$ γενικά διαφέρει, όμως στις υψηλές συχνότητες η καμπύλη $F(\omega)$ τείνει ασυμπτωτικά στη σταθερή τιμή $1/(1-k)$. Αυτό σημαίνει ότι το φίλτρο επηρεάζει κυρίως τα μεγάλης κλίμακας χαρακτηριστικά του σήματος, ενώ, από την άλλη πλευρά, διατηρούνται οι μικρής κλίμακας (απότομες) μεταβολές, το φασματικό περιεχόμενο των οποίων πολλαπλασιάζεται επί το σταθερό παράγοντα $1/(1-k)$.

Στο χώρο των διαστημάτων (ή του χρόνου), το φίλτρο $f(x)$ περιγράφεται από τη σχέση:

$$f(x) = \frac{1}{1-k} \left[\delta(x) - \frac{2bk}{\pi(x^2 + 4b^2)} \right] \quad (2)$$

x είναι το διάστημα (ή, εναλλακτικά, ο χρόνος), $\delta(x)$ είναι η συνάρτηση του Dirak.

Η σχέση (2) προκύπτει από τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier της σχέσης (1), λαμβάνοντας τα ζεύγη μετασχηματισμών Fourier:

$$\delta(x) \leftrightarrow 1 \quad (3) \quad (\text{Papoulis 1962})$$

$$\frac{2b}{\pi(x^2 + 4b^2)} \leftrightarrow e^{-2|\omega|b} \quad (4) \quad (\text{Spiegel 1978})$$

Παρακάτω μελετάται η επίδραση του φίλτρου σε σήματα των μορφών:

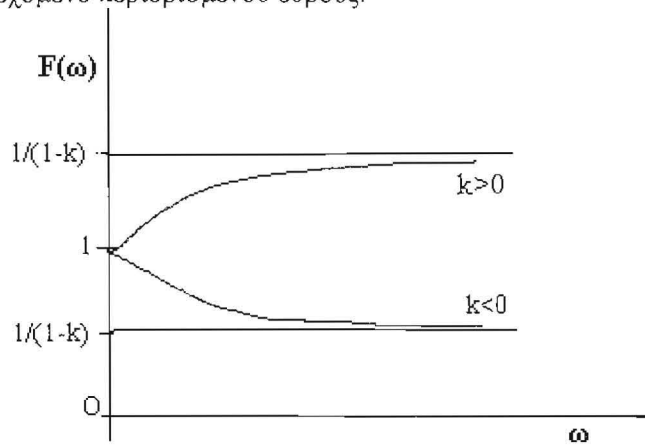
$$p(x) = \begin{cases} c, & |x| < a \\ 0, & |x| \geq a \end{cases} \quad (5) \quad (\text{ορθογώνιος παλμός})$$

$$p(x) = c \cdot \exp(-ax^2) \quad (6) \quad (\text{γκουσιανό σήμα})$$

και στις δυο συναρτήσεις, ισχύει $a, c > 0$.

Η συνάρτηση που δίνεται από τη σχέση (5) εκφράζει ένα σήμα που μηδενίζεται απότομα και συνεπώς τα όριά του είναι σαφώς περιγεγραμμένα ως προς τις γειτονικές μεταβολές του μεγέθους που αναπαριστάται. Η σχέση (6) εκφράζει μια βαθμιαία μεταβολή των τιμών του σήματος, από το μέγιστο ως το μηδέν, η οποία δεν ευνοεί μια σαφή οριοθέτηση του σήματος ως προς τις γειτονικές τιμές.

Η μελέτη της επίδρασης του φίλτρου $F(\omega)$ (ή $f(x)$) στις παραπάνω συναρτήσεις, εξυπηρετεί στο να δει κανείς ποια είναι τα αποτελέσματα της εφαρμογής του φίλτρου αυτού σε σήματα με απότομες μεταβολές και ευρύ φασματικό περιεχόμενο, καθώς και σε σήματα με ομαλές μεταβολές και φασματικό περιεχόμενο περιορισμένου εύρους.



Σχ. 1. Απόκριση του φίλτρου στο χώρο των συχνοτήτων (οι καμπύλες είναι συμμετρικές, ως προς τον κατακόρυφο άξονα).

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ ΣΤΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΛΜΟ

Στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου), ο ορθογώνιος παλμός περιγράφεται από τη σχέση (5). Στο χώρο των συχνοτήτων, ο ορθογώνιος παλμός εκφράζεται από το μετασχηματισμό Fourier του $p(x)$, που είναι:

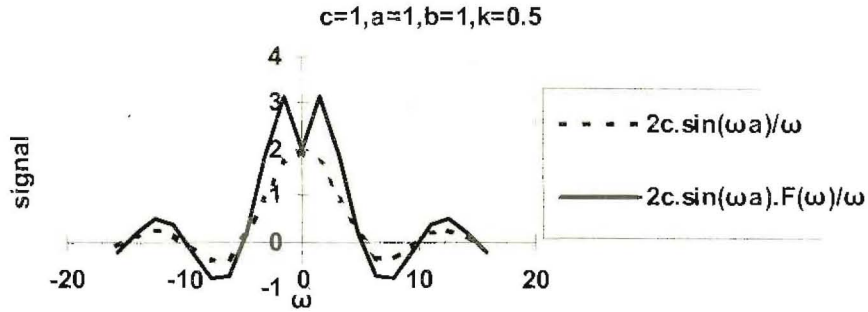
$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot e^{-i\omega x} dx \quad (7)$$

Η επίδραση του φίλτρου $F(\omega)$ στο χώρο των συχνοτήτων εκφράζεται από το γινόμενο $F(\omega) \cdot P(\omega)$, το οποίο, δυνάμει των σχέσεων (1), (5) και (7), μπορεί να αποδειχτεί ότι είναι:

$$P_{\text{fil}}(\omega) = F(\omega) \cdot P(\omega) = \frac{2c}{1-k} \cdot \frac{\sin(a\omega)}{\omega} \cdot (1 - ke^{-2|\omega|b}) \quad (8)$$

$P_{\text{fil}}(\omega)$ είναι το φιλτραρισμένο σήμα στο χώρο των συχνοτήτων.

Στο (σχ. 2) παρουσιάζεται γραφικά η επίδραση του φίλτρου $F(\omega)$ πάνω στον ορθογώνιο παλμό, στο χώρο των συχνοτήτων. Παρατηρούμε ότι για $\omega=0$, το φίλτρο δεν έχει καμία επίδραση στο σήμα $P(\omega)$. Αυτό σημαίνει ότι η μέση τιμή του φιλτραρισμένου σήματος $p_{\text{fil}}(x)$, στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου), παραμένει αναλλοίωτη και ίση με τη μέση τιμή του αρχικού σήματος $p(x)$. Η επίδραση του φίλτρου εκδηλώνεται στις συχνότητες που διαφέρουν από το μηδέν, ενώ στις υψηλές συχνότητες η επίδραση του φίλτρου τείνει να γίνει σταθερή και ίση με την ποσότητα $1/(1-k)$.



Σχ. 2. Επίδραση του φίλτρου στον ορθογώνιο παλμό, στο χώρο των συχνοτήτων

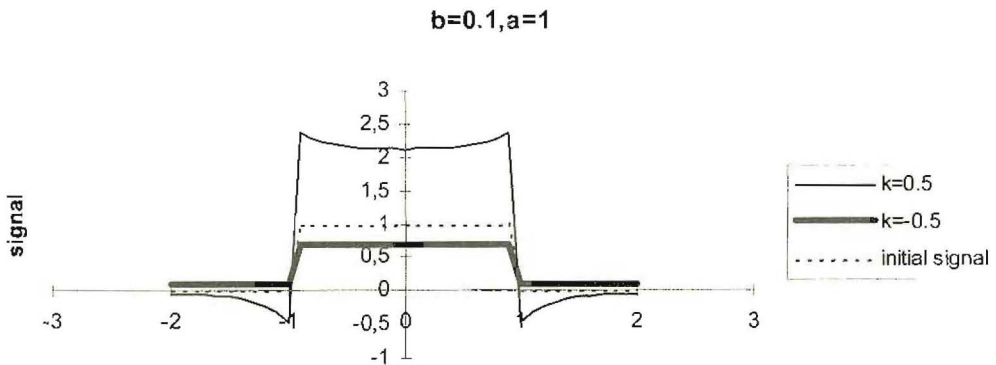
Το φιλτραρισμένο σήμα $p_{\text{fil}}(x)$ στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου), εκφράζεται από τον αντίστροφο μετασχηματισμό της σχέσης (8), που είναι:

$$p_{\text{fil}}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2c}{1-k} \cdot \frac{\sin(a\omega)}{\omega} \cdot (1 - ke^{-2|\omega|^b}) e^{i\omega x} d\omega \quad (9)$$

Με τη βοήθεια γνωστών ολοκληρωμάτων (Gradshteyn & Ryzhik 1994), και λαμβάνοντας υπόψη ότι η υπό ολοκλήρωση συνάρτηση είναι άρτια, μπορεί να αποδειχτεί ότι:

$$p_{\text{fil}}(x) = \begin{cases} \frac{c}{1-k} \cdot \left[1 - \frac{k}{\pi} \cdot \arctan \frac{4ba}{4b^2 - a^2 + x^2} \right], & |x| < a \\ \frac{-ck}{\pi(1-k)} \cdot \arctan \frac{4ba}{4b^2 - a^2 + x^2}, & |x| \geq a \end{cases} \quad (10)$$

Στο (σχ. 3) παρουσιάζεται η επίδραση του φίλτρου πάνω στον ορθογώνιο παλμό, στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου). Παρατηρούμε ότι όταν $k > 0$, το αρχικό σήμα ενισχύεται διατηρώντας την απότομη πτώση στα σημεία $-a, +a$. Όταν $k < 0$, το πλάτος του σήματος μειώνεται και αμβλύνεται το εύρος, καθώς εκδηλώνεται μια ασυμπτωτική πτωτική τάση του $p_{\text{fil}}(x)$ προς το μηδέν. Ωστόσο και σ' αυτήν την περίπτωση εκφράζεται ευκρινώς η απότομη πτώση του $p_{\text{fil}}(x)$ στα όρια $-a$ και $+a$. Κατά συνέπεια, το φίλτρο μπορεί να λειτουργήσει ενισχυτικά όταν $0 < k < 1$ και αποσβεστικά όταν $-1 < k < 0$. Και στις δύο περιπτώσεις, εκδηλώνεται ευκρινώς μια απότομη πτωτική τάση του $p_{\text{fil}}(x)$, με αποτέλεσμα να διακρίνεται αυτό ευκρινώς από τις γειτονικές τιμές του αναπαριστώμενου μεγέθους. Οι αρνητικές τιμές του ενισχυμένου σήματος, δεξιά και αριστερά από το διάστημα $[-a, +a]$, καθώς και οι θετικές και βαθμιαία ελαττούμενες τιμές του εξομαλυνθέντος (με μειωμένο πλάτος) σήματος, απορρέουν από το ότι η μέση τιμή του σήματος, πριν και μετά το φιλτράρισμα, διατηρείται σταθερή.



Σχ. 3. Επίδραση του φίλτρου στον ορθογώνιο παλμό, στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου)

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ ΣΤΟ ΓΚΑΟΥΣΙΑΝΟ ΣΗΜΑ

Το γκαουσιανό σήμα $p(x)$, στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου), περιγράφεται από τη σχέση (6). Ο μετασχηματισμός Fourier του $p(x)$ είναι ο $P(\omega)$ και δίνεται από τη σχέση (Paroulis 1962):

$$P(\omega) = c \cdot (\pi/a)^{1/2} \cdot \exp(-\omega^2/4a) \quad (11)$$

Στο χώρο των συχνοτήτων, η επίδραση του φίλτρου $F(\omega)$ πάνω στο $P(\omega)$ δημιουργεί ένα σήμα $P_{\text{fil}}(\omega)$, που, δυνάμει των σχέσεων (2) και (11), εκφράζεται ως:

$$P_{\text{fil}}(\omega) = F(\omega) \cdot P(\omega) = \frac{c}{1-k} \cdot (\pi/a)^{1/2} \cdot (1 - ke^{-2|\omega|b}) \cdot \exp(-\omega^2/4a) \quad (12)$$

Όπως και στην περίπτωση του ορθογώνιου παλμού, το αρχικό σήμα $P(\omega)$ έχει την ίδια τιμή με το $P_{\text{fil}}(\omega)$, για $\omega=0$. Στις υψηλές συχνότητες, τόσο το $P(\omega)$ όσο και το $P_{\text{fil}}(\omega)$ μηδενίζονται, καθώς η γκαουσιανή καμπύλη έχει μια ομαλή συμπεριφορά στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου) και περιορισμένο φασματικό περιεχόμενο.

Ωστόσο, το φίλτρο $f(x)$ μπορεί να ενισχύσει ή να αποσβέσει το γκαουσιανό σήμα $p(x)$, για $k>0$ και $k<0$, αντίστοιχα. Αυτό φαίνεται από τη συμπεριφορά του φιλτραρισμένου σήματος $p_{\text{fil}}(x)$, που είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier της σχέσης (12) και που αποδεικνύεται, με τη βοήθεια γνωστών ολοκληρωμάτων (Gradshteyn & Ryzhik 1994), ότι είναι:

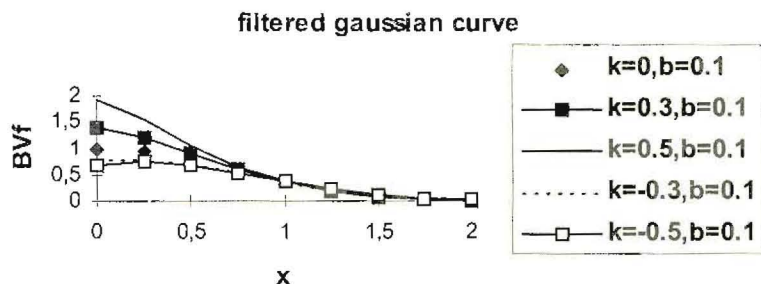
$$p_{\text{fil}}(x) = \frac{ce^{-ax^2}}{1-k} \cdot \left[1 - ke^{4b^2 a} \cdot \left\{ \cos(4abx) - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (a\sqrt{4b^2+x^2})^n \cdot \cos[4abx+(2n+1)\phi]}{n!(2n+1)} \right\} \right] \quad (13)$$

$$\text{όπου } \phi = \arctan(x/2b) \quad (14)$$

Από τις σχέσεις (13) και (14) φαίνεται ότι η επιρροή του φίλτρου εκδηλώνεται με τον παράγοντα μέσα στις εξωτερικές αγκύλες. Στο (σχ. 4) παρουσιάζεται γραφικά το πώς επιδρά το φίλτρο $f(x)$ στο σήμα $p(x)$. Όταν $k>0$, το σήμα γίνεται οξύτερο και ενισχύεται το πλάτος του (φίλτρο διαύγασης). Όταν $k<0$, ελαττώνεται το πλάτος του σήματος και αυξάνεται κάπως το εύρος του (φίλτρο εξομάλυνσης).

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ ΜΕ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΤΩΝ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ (ΧΡΟΝΟΥ)

Στις παραγράφους 2α και 2β, το φιλτράρισμα του σήματος έγινε στο χώρο των συχνοτήτων, πολλαπλασιάζοντας το μετασχηματισμό Fourier του αρχικού σήματος επί τη συνάρτηση $F(\omega)$, που ορίζεται από τη σχέση (1), και βρίσκοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier του γινομένου που προκύπτει. Υπάρχει όμως η δυνατότητα να γίνει το φιλτράρισμα του σήματος απ'ευθείας στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου), με βάση τη σχέση:



Σχ. 4. Επίδραση του φίλτρου σε γκαουσιανό σήμα, στο χώρο των διαστημάτων (χρόνου). Οι καμπύλες είναι συμμετρικές, ως προς τον κατακόρυφο άξονα.

$$p_{f,i} = \sum_{n=-1}^1 p_{i-n} f_n \quad (15)$$

Οι συντελεστές f_n υπολογίζονται με βάση τη σχέση (2) και είναι:

$$f_n = \frac{1}{1-k} \left[\delta(n) - \frac{2bk}{\pi(n^2 + 4b^2)} \right] \quad (16)$$

όπου $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

μπορεί κανείς εύκολα να δει ότι:

$$f_n = f_{-n} \quad (17)$$

Η απόκριση $f(x)$ του φίλτρου στο χώρο των διαστημάτων προσεγγίζεται από τη συνάρτηση $f'(x)$ που είναι:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n \delta(x-n) \quad (18)$$

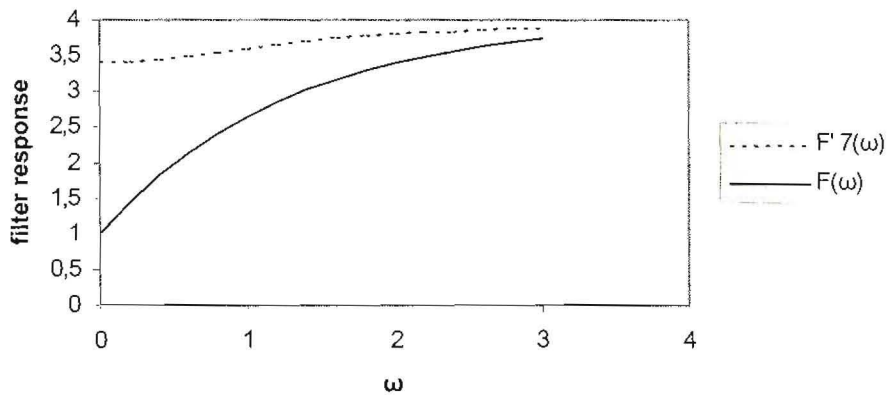
Στο χώρο των συχνοτήτων, η απόκριση $F(\omega)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier της $f'(x)$ ο οποίος, λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (17), αποδεικνύεται ότι είναι:

$$F(\omega) = f_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} f_n \cos(\omega n) \quad (19)$$

Στην πράξη, το n είναι ένας πεπερασμένος ακέραιος αριθμός, οπότε:

$$F(\omega) = f_0 + 2 \sum_{n=1}^N f_n \cos(\omega n) \quad (20)$$

approximating $F(\omega)$, $k=0.75$, $b=0.4$



Σχ. 5. Προσέγγιση του φίλτρου $F(\omega)$ από τη συνάρτηση $F'(\omega)$

Στον παρακάτω πίνακα, παρουσιάζονται οι συντελεστές f_0, f_1, \dots, f_6 , που υπολογίστηκαν για $b=0.4$ και $k=0.5$, με βάση τη σχέση (16)

n	0	1	2	3	4	5	6
f_n	3.701584	-0.11301	-0.02436	-0.0068	-0.00247	-0.00108	-0.00054

Στο (σχ. 5) παρουσιάζεται η απόκριση του φίλτρου $F(\omega)$ στο χώρο των συχνοτήτων, με βάση τη σχέση (20). Παρατηρούμε ότι η $F(\omega)$ προσεγγίζεται ικανοποιητικά στις υψηλές συχνότητες από την

$F'(\omega)$, για $N=3$, ωστόσο στις χαμηλές συχνότητες η προσέγγιση δεν είναι ικανοποιητική. Αν αυξηθεί το N βελτιώνεται η προσέγγιση τόσο στις χαμηλές, όσο και στις υψηλές συχνότητες.

Η ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ ΣΤΙΣ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

Στις δύο διαστάσεις, η έκφραση για το φίλτρο $F(\omega_x, \omega_y)$ είναι:

$$F(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{1-k} \left[1 - k \cdot \exp(-2b \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}) \right] \quad (21)$$

Η έκφραση για το φίλτρο $f(x, y)$ στο χώρο των διαστημάτων προκύπτει από τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier της σχέσης (21) και με τη βοήθεια γνωστών ολοκληρωμάτων Fourier (Papoulis 1962, Campbell & Foster 1957), βρίσκεται ότι:

$$f(x, y) = \frac{1}{1-k} \left[\delta(x) \cdot \delta(y) - \frac{bk}{\pi(x^2 + y^2 + 4b^2)^{3/2}} \right] \quad (22)$$

Το φιλτράρισμα της εικόνας μπορεί να γίνει στο χώρο των συχνοτήτων, μέσω της $F(\omega_x, \omega_y)$, και με μια διαδικασία ανάλογη με αυτήν που περιγράφεται στην παράγραφο 2. Μπορεί επίσης να γίνει στο χώρο των διαστημάτων, με βάση το μετασχηματισμό:

$$p_{f,i,j} = \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 p_{i-n,j-m} f_{n,m} \quad (23)$$

Για το σκοπό αυτό θα πρέπει να δημιουργηθούν μάσκες $N \times N$ διαστάσεων με συντελεστές $f_{n,m}$ που υπολογίζονται με βάση τη σχέση (22).

Παρακάτω παρουσιάζονται μάσκες διαστάσεων 3×3 , 5×5 και 7×7 , για $b=0.4$ και $k=0.75$. Στο βαθμό που αυξάνονται οι διαστάσεις της μάσκας, το φίλτρο προσεγγίζει σε ικανοποιητικότερο βαθμό τη συνάρτηση $F(\omega_x, \omega_y)$ στο χώρο των συχνοτήτων. Με βάση την εμπειρία από τη μια διάσταση, και λαμβάνοντας υπόψη ότι η $F(\omega_x, \omega_y)$ έχει, ως προς το μέτρο της συχνότητας $(\omega_x^2 + \omega_y^2)^{1/2}$ την ίδια συμπεριφορά με την $F(\omega)$ στη μια διάσταση, μπορούμε να συμπεράνουμε πως μια μάσκα 7×7 μπορεί να λειτουργήσει ικανοποιητικά ως φίλτρο διαύγασης ή εξομάλυνσης της εικόνας.

-0.089	-0.182	-0.089
-0.182	2.508	-0.182
-0.089	-0.182	-0.089

Μάσκα 3×3

-0.015	-0.029	-0.038	-0.029	-0.015
-0.029	-0.089	-0.182	-0.089	-0.029
-0.038	-0.182	2.508	-0.182	-0.038
-0.029	-0.089	-0.182	-0.089	-0.029
-0.015	-0.029	-0.038	-0.029	-0.015

Μάσκα 5×5

-0.005	-0.008	-0.011	-0.013	-0.011	-0.008	-0.005
-0.008	-0.015	-0.029	-0.038	-0.029	-0.015	-0.008
-0.011	-0.029	-0.089	-0.182	-0.089	-0.029	-0.011
-0.013	-0.038	-0.182	2.508	-0.182	-0.038	-0.013
-0.011	-0.029	-0.089	-0.182	-0.089	-0.029	-0.011
-0.008	-0.015	-0.029	-0.038	-0.029	-0.015	-0.008
-0.005	-0.008	-0.011	-0.013	-0.011	-0.008	-0.005

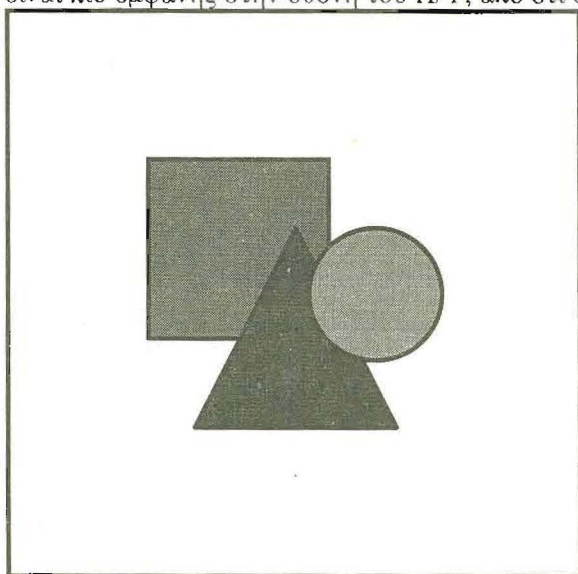
Μάσκα 7×7

Όπως και στη μια διάσταση, έτσι και στην περίπτωση των δύο διαστάσεων, επιτυγχάνεται διαύγαιση εικόνας για $0 < k < 1$ και εξομάλυνση εικόνας για $-1 < k < 0$. Και στις δύο περιπτώσεις το φίλτρο διατηρεί το περίγραμμα της εικόνας, αν και για $k < 0$, μπορεί να δημιουργηθεί, σε κάποιο βαθμό, ένα «θάμπωμα», το οποίο όμως αναμένεται να είναι λιγότερο έντονο από αυτό που δημιουργείται με την εφαρμογή ενός φίλτρου κινούμενου μέσου όρου

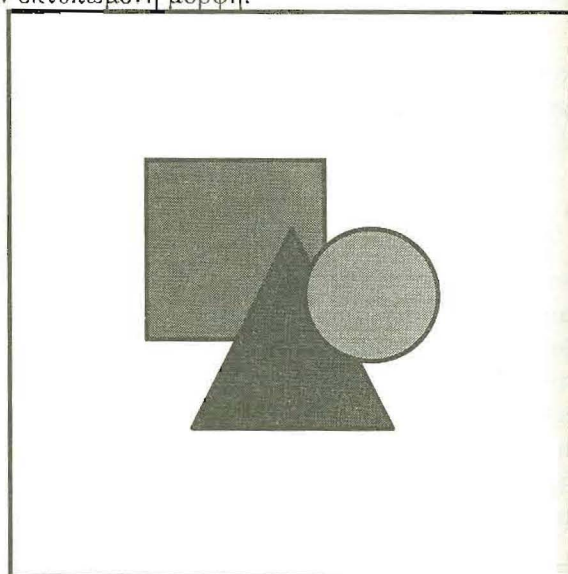
ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Για να δοκιμασθεί η λειτουργικότητα του προτεινόμενου φίλτρου, εφαρμόστηκε μια μάσκα 5 x 5 σε μια δορυφορική εικόνα του Landsat TM (ζώνη 1) από την περιοχή των εκβολών του Εύηνου.

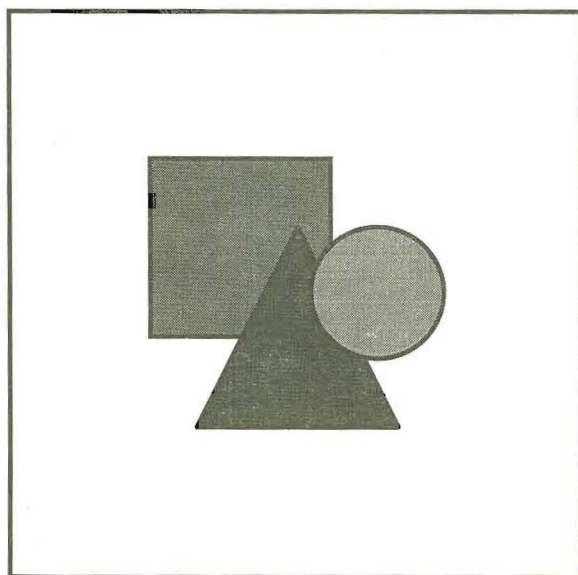
Παρατηρούμε ότι η αρχική εικόνα (εικ. 1) είναι πιο φωτεινή και λίγο πιο «θαμπή». Η εικόνα 2 (που προκύπτει από κοινό φίλτρο διαύγασης) διαφέρει πολύ λίγο από την πρώτη, καθώς βελτιώνεται οριακά η ευκρίνεια των γραμμικών σχηματισμών και ενισχύεται ο θόρυβος. Στην εικόνα 3 (ενισχυμένο φίλτρο διαύγασης) και στην εικόνα 4 (με το παραπάνω προτεινόμενο φίλτρο 5 x 5) το υπόβαθρο παρουσιάζεται πιο σκοτεινό και η αντίθεση φωτεινότητας εντονότερη και με καλύτερη κλιμάκωση. Από την άλλη πλευρά ο θόρυβος είναι πιο έντονος αλλά παράλληλα εκφράζονται καθαρότερα οι γραμμικοί σχηματισμοί, με κάπως καλύτερη ευκρίνεια και λιγότερο, σε κάποιο βαθμό, θόρυβο στην εικ. 4. Εκτιμάται ότι φίλτρα ακόμα μεγαλύτερων διαστάσεων με βάση την εξίσωση (22) μπορούν να έχουν καλύτερα αποτελέσματα. Η διαφορά στη ευκρίνεια ανάμεσα στις εικόνες 3 και 4 είναι πιο εμφανής στην οθόνη του Η/Υ, από ότι στην εκτυπωμένη μορφή.



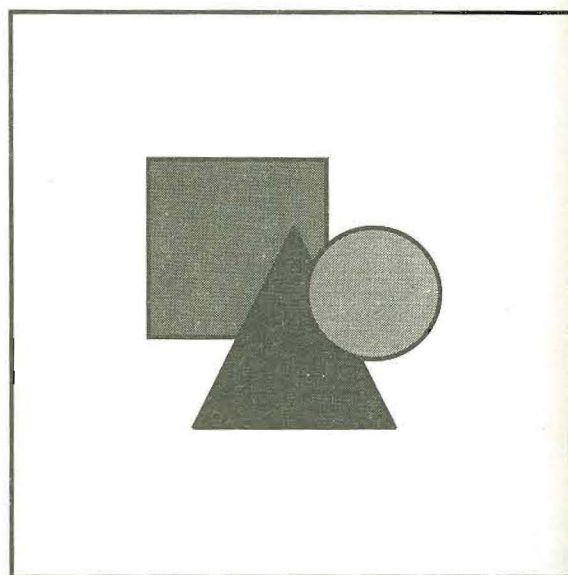
Εικ. 1 : Αρχική εικόνα



Εικ. 2 : Εικόνα μετά από κοινό φίλτρο διαύγασης (Sharpen - Photoshop 5.0)



Εικ. 3 : Εικόνα μετά από ενισχυμένο φίλτρο διαύγασης (Sharpen More - Photoshop 5.0)



Εικ. 4 : Εικόνα μετά την εφαρμογή του προτεινόμενου φίλτρου (μάσκα 5 x 5)

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Το φίλτρο που περιγράφεται από τις σχέσεις (1) και (2), λειτουργεί ως φίλτρο διαύγασης, αν $k > 0$, και ως φίλτρο μείωσης του πλάτους του σήματος (φίλτρο εξομάλυνσης), αν $k < 0$. Θα πρέπει πάντα $|k| \leq 1$, διότι στην αντίθετη περίπτωση το αρχικό σήμα μπορεί να διαστρεβλωθεί σημαντικά, όπως διαπιστώθηκε με πειραματισμό με συνθετικά μοντέλα και με διάφορες τιμές του k . Σημαντικές στρεβλώσεις εκδηλώνονται επίσης όταν η παράμετρος b ξεπερνάει το 10% του εύρους του αρχικού σήματος.

Το βασικό χαρακτηριστικό του φίλτρου είναι ότι αυτό παρεμβαίνει κυρίως στις χαμηλές συχνότητες του φάσματος του σήματος, ενώ τις υψηλές συχνότητες τείνει να τις πολλαπλασιάσει επί το σταθερό παράγοντα $1/(1-k)$. Αποτέλεσμα αυτής της συμπεριφοράς είναι να διατηρείται το περίγραμμα του μονοδιάστατου σήματος ή της εικόνας και να περιορίζονται, σε σημαντικό βαθμό, ανεπιθύμητες βαθμιαίες πτωτικές τάσεις του μονοδιάστατου σήματος ή το «θάμπωμα» της εικόνας.

Προκειμένου να μειωθεί το πλάτος του σήματος, οι σχέσεις (1) και (2) στη μια διάσταση, ή οι (21) και (22) στις δύο διαστάσεις, μπορούν να πολλαπλασιαστούν επί τον παράγοντα $1/d$, όπου $d > 1$. Ο παράγοντας αυτός μειώνει κατά οποιαδήποτε τάξη μεγέθους το πλάτος του σήματος, χωρίς να επηρεάσει το φασματικό του περιεχόμενο.

Μια συστηματικότερη μελέτη της συμπεριφοράς του προτεινόμενου φίλτρου στις 2 διαστάσεις, με περισσότερο πειραματισμό και με την ανάπτυξη κατάλληλου λογισμικού, μπορεί να βελτιώσει την αξιοπιστία του.

Τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας μπορούν να αξιοποιηθούν στην επεξεργασία χρονοσειρών, καθώς και μονοδιάστατων ή διδιάστατων σημάτων ή εικόνων, που αναπαριστούν χωρικές μεταβολές φυσικών μεγεθών. Ιδιαίτερα ενδιαφέρον πεδίο εφαρμογής, μπορεί να αποτελέσει η ψηφιακή επεξεργασία δορυφορικών εικόνων ή αεροφωτογραφιών, με σκοπό τον εντοπισμό γεωλογικών, τοπογραφικών και άλλων στόχων ενδιαφέροντος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Campbell G. A., Foster R. A., 1957: Fourier Integrals. D. Van Nostrand Company Inc.
- Gonzalez R. C., Wintz P., 1987: Digital Image Processing. Addison-Wesley.
- Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M., 1994: Table of Integrals, Series and Products. Academic Press.
- Jensen J. R., 1996: Introductory digital image processing. A Remote Sensing perspective.
- Papoulis A., 1962: The Fourier Integral and its applications. McGraw-Hill.
- Πήτας Ι., 1996: Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας. Θεσσαλονίκη.
- Shannon C. E., 1949: Communication in the Presence of Noise. Proc. IRE.
- Skianis G. Αι., Papadopoulos T. D., Vaiopoulos D. A., 1996: Self-Potential field over a horizontal polarized cylinder laid in a horizontally layered medium. Extended Abstracts of the 1st Congress of the Balkan Geophysical Society, 200-201.
- Skianis G. Αι., Vaiopoulos D. A., Papadopoulos T., 1998: Quantitative Interpretation of Thermo-Electric Self-Potential Anomalies due to a Dipping Sheet-like Structure. Proceedings of the IV Meeting of the Environmental and Engineering Geophysical Society, 845-848.
- Σκιάνης Γ. Αι., Βαϊόπουλος Δ., 1998: Ένα φίλτρο αναγωγής ανωμαλιών φυσικού δυναμικού (ηλεκτρικού δυναμικού) σε ομογενές μέσο. Ανακοίνωση στο Συνέδριο Ακουστικής Τεχνολογίας'98, Σχολή Ναυτικών Δοκίμων.
- Spiegel M. R., 1978: Ανάλυση Fourier. McGraw-Hill, ΕΣΠΠ.
- Wiener N., 1961: Κυβερνητική. MIT Press, Καστανιώτης.