Προσομοίωση αιτιοκρατικών και στοχαστικών μοντέλων εξέλιξης του ανάγλυφου

Δ. Βαϊόπουλος, Θ. Γκουρνέλλος και Β. Τσαρμπός
Τομέας Γεωγραφίας-Κλιματολογίας, Πανεπιστήμιο Αθηνών
15784 Αθήνα

Περίληψη

Προσομοίωση (simulation) είναι η αναπαράσταση μερικών, όσο το δυνατόν περισσότερων, χαρακτηριστικών συμπεριφοράς ενός φυσικού ή θεωρητικού συστήματος με τη συμπεριφορά ενός άλλου συστήματος, που απεικονίζεται με μαθηματικά τρόπο και πρακτικά αποδίδεται αριθμητικό με συστήματα Ηλεκτρονικού Υπολογιστή.

Η προσομοίωση, όμως, μπορεί να είναι αιτιοκρατική ή στοχαστική. Αιτιοκρατική θεωρείται όταν η προσέγγιση του φυσικού συστήματος (π.χ. αναγλύφου) είναι μονοσήμαντη, εφόσον καθορισθούν οι αρχικές συνθήκες και οι διάφορες παράμετροι που διέπουν το σύστημα. Έτσι στα αιτιοκρατικά μοντέλα η εξέλιξη του φυσικού συστήματος είναι προβλέψιμη και δεν υπεισέρχονται τυχαία γεγονότα.

Στοχαστική θεωρείται η προσομοίωση του φυσικού συστήματος, όταν η εξέλιξή του είναι κάθε φορά διαφορετική, ακόμα και αν το σύστημα ξεκινά πάντα από τις ίδιες αρχικές συνθήκες και διέπεται από τις ίδιες παραμέτρους. Στα στοχαστικά μοντέλα υπεισέρχεται και λαμβάνεται υπόψη ο τυχαίος παράγων.

Στην εργασία μας αυτή εξετάζουμε και τα δύο είδη μοντέλων για την εξέλιξη του αναγλύφου. Στο αιτιοκρατικό μοντέλο, η εκθετική μείωση του αναγλύφου, λόγω διάβρωσης, θεωρείται σαν βασική προϋπόθεση, ενώ στο στοχαστικό μοντέλο χρησιμοποιούμε σαν βάση στοχαστικές διαδικασίες γέννησης-θανάτου. Τέλος, στην εργασία μας, τόσο στο αιτιοκρατικό, όσο και στο στοχαστικό μοντέλο, γίνεται προσομοίωση με πρόγραμμα γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού C.

Abstract

The representation of some of the behavioural characteristics (as many as possible) of a physical or theoretical system, with the aid of another, mathematically represented system has come to be known by

the term "simulation", and is nowadays mostly achieved by using numerical methods and computers.

Simulation can be deterministic or stochastic. Deterministic simulation guarantees that the evolution of a system (for example the earth's relief) will always be the same, once the initial states and the various parameters that define the system have been set. The evolution of the system is thus always predictable and no random variables or parameters are taken into consideration.

Stochastic simulation, on the contrary, provides us with an evolutionary model of the system that is never twice the same, even if the system starts out from the same initial states and is ruled by the same laws. In stochastic models random variables are taken into account.

In this paper we examine both models of evolution of the Earth's relief. In the deterministic model, the exponential decay of the relief —due to erosion— is a main requirement, while the stochastic model utilises stochastic birth-death processes. Finally, the simulation for both models in done by a program written in C, especially for this purpose.

1. Εισαγωγή

Σκοπός αυτής της εργασίας ήταν η διερεύνηση των δυνατοτήτων που προσφέρουν οι τεχνικές της προσομοίωσης (με τη χρήση μαθηματικών μοντέλων και την εφαρμογή/υλοποίησή τους σε ηλεκτρονικό υπολογιστή-Η/Υ) στη Γεωλογία, όπως π.χ. στη μελέτη των μεταβολών του γήινου αναγλύφου σε μια συγκεκριμένη περιοχή, σε μικρή ή μεγαλύτερη κλίμακα και για βραχύ ή μεγαλύτερο χρονικό διάστημα.

Οι μεταβολές του αναγλύφου καθ' ύψος μπορούν να οφείλονται σε πολλούς παράγοντες, τοπικούς ή μη, όπως στη διάβρωση, στις τεκτονικές και στις ευστατικές κινήσεις, στο κλίμα, κ.λπ.

Προσομοίωση (simulation) ονομάζουμε την αναπαράσταση όσο το δυνατόν περισσότερων χαρακτηριστικών συμπεριφοράς ενός φυσικού ή θεωρητικού συστήματος, με τη βοήθεια ενός άλλου συστήματος που εκφράζεται με καθαρά μαθηματικό τρόπο (περιγραφή από συστήματα εξισώσεων, ορισμός παραμέτρων, μεταβλητών, σταθερών, αρχικών συνθηκών, νόμων συμπεριφοράς, λήψης αποφάσεων σε κρίσιμα σημεία, κ.λπ.).

Δημιουργείται έτσι ένα μαθηματικό μαντέλο, το οποίο, αφού τροφοδοτηθεί με όλα τα παραπάνω στοιχεία, μας δίνει μια αναπαράσταση της εξέλιξης του υπό εξέταση συστήματος, με βάση τη μεταβολή μίας ή περισσοτέρων μεταβλητών (συνήθως του χρόνου). Δηλαδή, με βάση τις αρχικές συνθήκες και τιμές παραμέτρων, παρακολουθείται η σταδιακή εξέλιξη και μεταβολή όλων των μεταβλητών που περιγράφουν το σύστημα (οι οποίες μπορεί να είναι αλληλοεξαρτώμενες, να αλλάζουν και να αλληλοεπηρεάζονται από βήμα σε βήμα, κ.λπ.).

Καθώς ποσοτικά, αλλά και μη ποσοτικά, μεγέθη και χαρακτηριστικά τελικά ποσοτικοποιούνται, έτσι ώστε να εκφραστούν με μαθηματικό τρόπο και να λάβουν μέρος σε πολύπλοκες μαθηματικές εξισώσεις και πράξεις, είναι φανερό ότι:

α) Η ακριβής και πλήρης μαθηματική περιγραφή της φύσης ή των επιμέρους φυσικών συστημάτων είναι πρακτικά και θεωρητικά αδύνατη, εξαιτίας του πλήθους των παραμέτρων που πρέπει να ληφθούν υπόψη (από τις οποίες πολλές δεν είναι γνωστές ή μετρήσιμες, οπότε επιλέγονται οι σημαντικότερες από τις γνωστές). Σαν αποτέλεσμα ένα μαθηματικό μοντέλο δεν θα είναι ποτέ τέλειο, αλλά αν είναι σωστά δομημένο (αρχικές καταστάσεις, νόμοι συμπεριφορας, τιμές παραμέτρων) θα δώσει ανεκτά έως ικανοποιητικά αποτελέσματα, προσεγγίζοντας αρκετά καλά τη φυσική πραγματικότητα.

β) Για την υλοποίηση του μοντέλου απαιτούνται πολλές και πολύπλοκες μαθηματικές πράξεις, οπότε στην πράξη απαιτείται σχεδόν πάντα η χρήση Η/Υ και μάλιστα σημαντικής υπολογιστικής ισχύος, και κατάλληλων προγραμμάτων, για την παρακολούθηση της εξέλιξης του μοντέλου.

Τα μαθηματικά μοντέλα χωρίζονται γενικότερα σε δύο κατηγορίες. Αν στην υλοποίηση του μοντέλου δεν υπεισέρχονται με κανένα τρόπο τυχαίες μεταβλητές ή γενικότερα απρόβλεπτοι παράγοντες, τότε με βάση τις ίδιες αρχικές συνθήκες, τις ίδιες τιμές παραμέτρων και τους ίδιους νόμους συμπεριφοράς, το μοντέλο θα δίνει πάντα την ίδια εξελικτική πορεία του συστήματος, χωρίς διαφορές ή αποκλίσεις. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε να κάνουμε με ένα αιτιοκρατικό (deterministic) μοντέλο.

Εάν, αντίθετα, στην υλοποίηση του μοντέλου υπεισέρχονται τυχαίοι παράγοντες, των οποίων η τιμή δεν είναι ποτέ απόλυτα προβλέψιμη από πριν, τότε το μοντέλο δεν θα δίνει κάθε φορά την ίδια εξελικτική πορεία του συστήματος που μελετάται, ακόμα και αν χρησιμοποιούνται πάντα οι ίδιες αρχικές συνθήκες, τιμές μεταβλητών και νόμοι συμπεριφοράς. Σε αυτή την περίπτωση μιλάμε για ένα στοχαστικό (stochastic) μοντέλο. Ένα τέτοιο μοντέλο μπορεί να δίνει περίπου ίδια (και ίσως στατιστικά προβλέψιμη) εξελικτική πορεία του υπό μελέτη φαινομένου με μικροδιαφορές κάθε φορά που εκτελείται, μέχρι να δίνει εντελώς διαφορετική εξελικτική πορεία κάθε φορά που εκτελείται. Αυτό εξαρτάται από τον αριθμό και τη σημαντικότητα των τυχαίων παραγόντων που λαμβάνονται υπόψη στο συγκεκριμένο μοντέλο.

Στη συγκεκριμένη εργασία μελετήθηκαν δύο μοντέλα (ένα αιτιοκρατικό και ένα στοχαστικό) για την απεικόνιση της εξέλιξης του γήινου αναγλύφου με το χρόνο, τα οποία υλοποιήθηκαν με πρόγραμμα Η/Υ σε γλώσσα προγραμματισμού C.

2. Αιτιοκρατικό μοντέλο

Μια από τις εξισώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσομοίωση αιτιοκρατικών μοντέλων είναι και η εξίσωση της μορφής:

$$\frac{dM}{dt} = f(x_1, x_2, \ldots)M \tag{1}$$

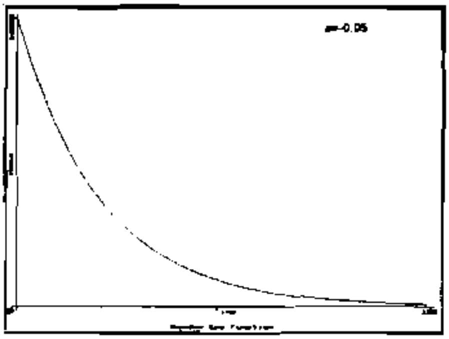
όπου:
M : η μάζα του πετρώματος
t : ο χρόνος
$f(x_1, x_2,...)$: συνάρτηση που εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, σχετικούς με το αντικείμενο που εξετάζουμε. Στην περίπτωση που εξετάζουμε μεταβολές του αναγλύφου ή της μάζας του πετρώματος, τέτοιοι παράγοντες που λαμβάνονται υπόψη είναι π.χ.: η λιθολογία, η δομή και καταπόνηση των πετρωμάτων, η τοπογραφία, οι κλιματικές συνθήκες, κ.λπ.

Αν η συνάρτηση $f(x_1, x_2,...)$ παραμένει σταθερή για κάποια συγκεκριμένη περιοχή και χρονική περίοδο, η παραπάνω εξίσωση (1) μας δίνει μια εξίσωση εκθετικής μεταβολής της βραχομάζας με το χρόνο:

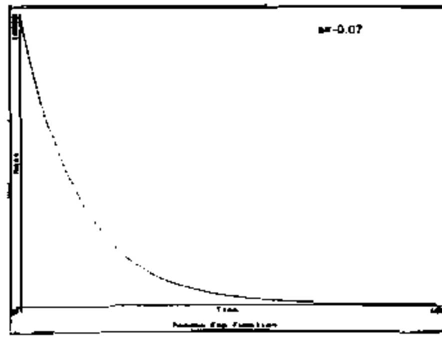
$$M_{(t)} = M_{(0)}\, e^{at} \tag{2}$$

όπου:
$M_{(t)}$: η μάζα του πετρώματος μετά την πάροδο χρόνου t
$M_{(0)}$: η αρχική τιμή μάζας του πετρώματος
t : ο χρόνος που πέρασε από το $t_{(0)} = 0$
α : ο συντελεστής που εξαρτάται από τις τεκτονικές συνθήκες και τη διάβρωση
e : βάση νεπερίων λογαρίθμων (2.71828...)

Από την παραπάνω εξίσωση (2), είναι φανερό ότι εάν το α είναι μεγαλύτερο του 0 ($a > 0$), τότε έχουμε μοντέλο εκθετικής αύξησης της μάζας του πετρώματος με την πάροδο του χρόνου (ανύψωση αναγλύφου, π.χ. λόγω τεκτονισμού), ενώ αντίθετα, εάν το α είναι μικρότερο του 0 ($a < 0$), τότε έχουμε μοντέλο εκθετικής μείωσης της μάζας του πετρώματος (διάβρωση αναγλύφου) με την πάροδο του χρόνου.

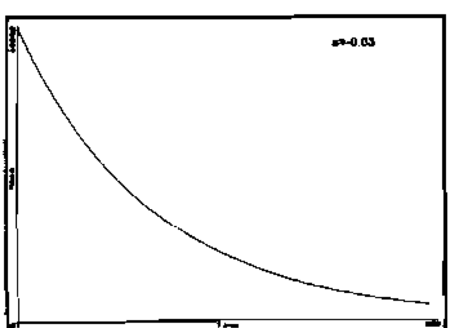


Σχ. 1. Καμπύλη μέτριας εκθετικής ταπείνωσης ανάγλυφου, με συντελεστή $a = -0.05$, για ένα μετρίως διαβρώσιμο πέτρωμα, π.χ. φλύσχη.

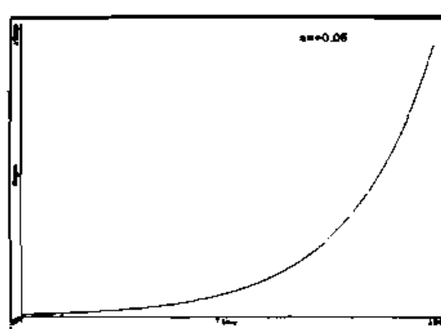


Σχ. 2. Καμπύλη ισχυρότερης εκθετικής ταπείωσης αναγλύφου, με συντελεστή $a = -0.07$, για ένα σχετικά εύκολα διαβρώσιμο πέτρωμα, π.χ. μάργα.

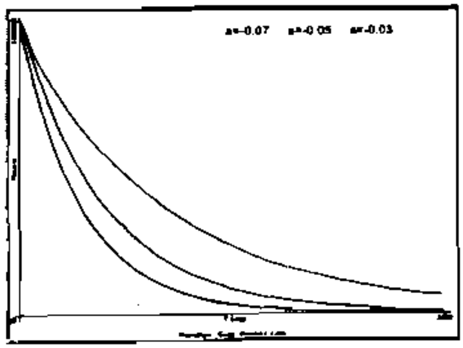
Ο συντελεστής a είναι ίσως και η πιο σημαντική παράμετρος στην εξίσωση (2), γιατί το πρόσημό του καθορίζει εάν θα έχουμε ανύψωση ή ταπείνωση του αναγλύφου και η τιμή του καθορίζει το ρυθμό με τον οποίο θα γίνεται αυτή η αυξομείωση. Φυσικά, το a εξαρτάται από τη σταθερή πια $f(x_1, x_2, ...)$. Το αν τελικά θα έχουμε ανύψωση ή ταπείνωση σε μια συγκεκριμένη περιοχή και χρονική περίοδο και σε ποιο βαθμό, εξαρτάται από τις φυσικές διαδικασίες που υπερισχύουν κάθε φορά. Εδώ, μπορούμε να δούμε μερικά παραδείγματα από τα αποτελέσματα που εξάγονται από το μαθηματικό μοντέλο, για διάφορες τιμές του συντελεστή a.



Σχ. 3. Καμπύλη ελαφράς εκθετικής ταπείνωσης αναγλύφου, με συντελεστή $a = -0.03$, για ένα αρκετά σκληρό πέτρωμα, π.χ. ασβεστόλιθο.



Σχ. 4. Καμπυλη μέτριας εκθετικής ανόδου του αναγλύφου, με συντελεστή $a = +0.05$.



Σχ. 5. Οι καμπύλες από το σχήματα 1, 2, 3 με συντελεστές σ = – 0.07, – 0.05, – 0.03 αντίστοιχα, για πέτρωμα που διαβρώνεται εύκολα, μέτρια και δύσκολα, προβάλλονται μαζί.

Τέλος, παρακάτω παρουσιάζεται σχηματικά ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται από το πρόγραμμα για τον υπολογισμό των τιμών της βραχομάζας με την πάροδο του χρόνου, σύμφωνα με το συγκεκριμένο αιτιοκρατικό μοντέλο.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΙΤΙΟΚΡΑΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

```
Εισαγωγή και αποθήκευση αριθμού επαναλήψεων iter
Εισαγωγή M(0)
Εισαγωγή σταθεράς α
Εισαγωγή αρχικού χρόνου t(συνήθως 0 – το χρονικό βήμα είναι 1)

    i = 0
    αποθήκευση i, t, M(0)
    αλγόριθμος υπολογισμού μεγίστου/ελαχίστου κατ' άξονα
    ┌Επανάληψη
    │ i = i + 1
    │ t = t + 1
    │ M = M(0)*exp(a*t)
    │ αποθήκευση i, t, M
    │ αλγόριθμος υπολογισμού μεγίστου/ελαχίστου κατ' άξονα
    └έως ότου i = iter

Αποθήκευση μεγίστων ελαχίστων/κατ' άξονα.
```

3. Στοχαστικό μοντέλο

Ένας τρόπος προσέγγισης των στοχαστικών μοντέλων είναι και η χρήση των τυχαίων διαδικασιών γέννησης - θανάτου. Το συγκεκριμένο όνομα δόθηκε καθώς τα μοντέλα αυτού του τύπου βρήκαν για πρώτη φορά εφαρμογή στις βιολογικές επιστήμες, όπου γινόταν προσομοίωση γεννήσεων και θανάτων ατόμων ή πληθυσμών οργανισμών. Στις γεωεπιστήμες αντίστοιχες διαδικασίες θα μπορούσαν να θεωρηθούν η ανύψωση - ταπείνωση του αναγλύφου, ή η αύξηση - μείωση της βραχομάζας σε μια συγκεκριμένη περιοχή.

Μια εξίσωση που δίνει τις πιθανότητες εξέλιξης του αναγλύφου με βάση τις διαδικασίες γέννησης - θανάτου στα στοχαστικά μοντέλα, είναι η παρακάτω:

$$\frac{dP_M(t)}{dt} = \mu(M+1)P_{M+1}(t) - (\lambda+\mu)MP_M(t) + \lambda(M-1)P_{M-1}(t) \qquad (3)$$

M : η μάζα του πετρώματος
t : ο χρόνος
λ : ο ρυθμός γέννησης (birth rate ⇒ ανύψωση αναγλύφου)
μ : ο ρυθμός θανάτου (death rate ⇒ ταπείνωση αναγλύφου)
dP_M : η πιθανότητα μεταβολής της μάζας M στο χρόνο t

Η παραπάνω εξίσωση δύσκολα λύνεται αναλυτικά, αλλά εάν θεωρήσουμε $M_{(0)} = 1$, και λ και μ σταθερά, τότε έχουμε τα εξής μεγέθη της στοχαστικής διαδικασίας:

$$\text{μέση τιμή} \quad \overline{M}(t) = M_{(0)}\, e^{(\lambda-\mu)t} \qquad (4)$$

$$\text{απόκλιση} \quad V(t) = M_{(0)}\,[(\lambda+\mu)/(\lambda-\mu)]\, e^{(\lambda-\mu)t}\,(e^{(\lambda-\mu)t} - 1) \qquad (5)$$

Είναι φανερό ότι η εξίσωση (4) μοιάζει αρκετά με την αντίστοιχη του αιτιοκρατικού μοντέλου. Τα λ και μ μπορούν και αυτά να μεταβάλλονται με το χρόνο, δηλ. να υπακούουν σε συναρτήσεις της μορφής:

$$\lambda = \lambda(t), \quad \mu = \mu(t) \qquad (6)$$

Αλλά, για την προσομοίωση του συγκεκριμένου στοχαστικού μοντέλου, δεχόμαστε ότι λ και μ είναι σταθερά. Η πιθανότητα γέννησης (ανύψωσης αναγλύφου) στη συγκεκριμένη προσομοίωση είναι:

$$P_B = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \qquad (7)$$

και η πιθανότητα θανάτου (ταπείνωσης αναγλύφου):

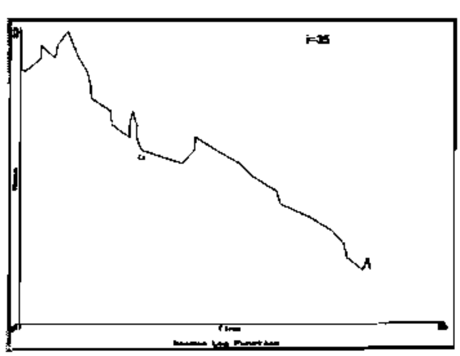
$$P_D = \frac{\mu}{\lambda+\mu} \qquad (8)$$

Πρακτικά, κατά την υλοποίηση του αλγορίθμου, χρησιμοποιούνται δύο τυχαίοι αριθμοί. Ο πρώτος χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει αν θα έχουμε γέννηση ή θάνατο. Ο δεύτερος τυχαίος αριθμός χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των χρονικών στιγμών που θα συμβεί αυτό (οι χρονικές στιγμές ακολουθούν κατανομή Poisson).

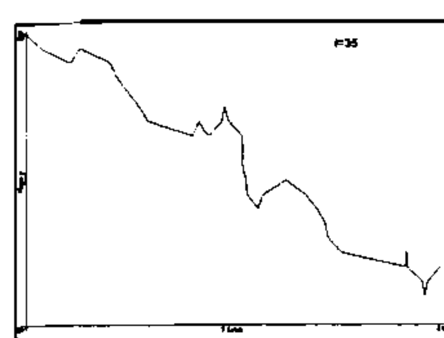
Ο λόγος για τον οποίο ορισμένοι ερευνητές δέχονται ότι τα γεγονότα γέννησης-θανάτου (ανύψωσης-ταπείνωσης) ακολουθούν κατανομή Poisson στο χρόνο, είναι ότι αν και οι τάσεις συσσωρεύονται στα πετρώματα και στο γήινο φλοιό με ένα σχετικά συνεχή τρόπο (ομοιογενής χρονική κατανομή) για ορισμένες χρονικες περιόδους τουλάχιστον, τα γεγονότα απελευθέρωσής τους (σεισμοί, βίαιες τεκτονικές κινήσεις, κ.λπ.) που επηρεάζουν το ανάγλυφο, προσεγγίζουν κατανομή Poisson.

Τέλος, δίνεται η δυνατότητα να ορισθούν μέγιστα και ελάχιστα όρια βραχομάζας για μια συγκεκριμένη περιοχή, έτσι ώστε όταν επιτευχθούν αυτά τα όρια να αντιστρέφονται οι πιθανότητες γέννησης-θανάτου δημιουργώντας αντίστροφη εξελικτική πορεία από κάποιο σημείο και μετά (από ανύψωση και ταπείνωση και αντίθετα), ή ακόμα και εξελικτικούς κύκλους ανύψωσης-ταπείνωσης του αναγλύφου, αν το μοντέλο αφεθεί να εξελιχθεί για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα. Η παραπάνω δυνατότητα είναι εξαιρετικό χρήσιμη, καθώς αντίστοιχη πορεία εξέλιξης ακολουθείται πραγματικά στη φύση δημιουργώντας κύκλους ταπείνωσης και ανύψωσης του αναγλύφου. Για παράδειγμα, όπως προβλέπεται και από τις θεωρίες της ισοστασίας, οι μόζες που διαβρώνονται ταπεινώνονται αλλά γίνονται τελικό και πιο ελαφρές, οπότε αρχίζουν πάλι να ανυψώνονται και κατόπιν πάλι να διαβρώνονται πιο έντονα, δημιουργώντας έτσι συνεχείς εξελικτικούς κύκλους.

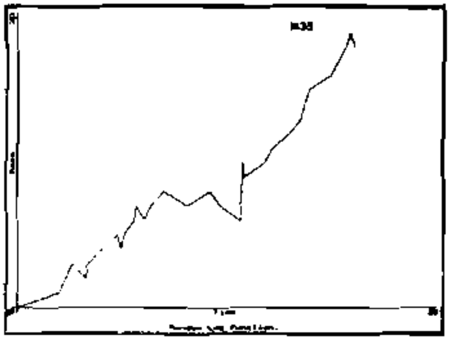
Μερικά παραδείγματα που εξάγονται από το μαθηματικό μοντέλο, βλέπουμε παρακάτω:



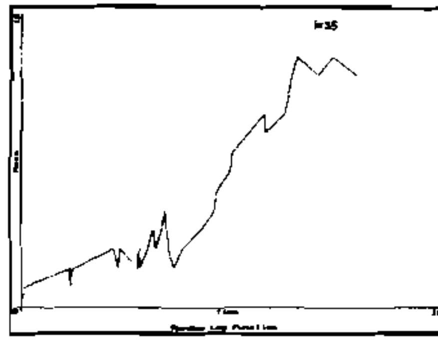
Σχ. 6. Στοχαστική διαδικασία γέννησης-θανάτου με 35 επαναλήψεις και πιθανότητα ταπείνωσης αναγλύφου 66.6%.



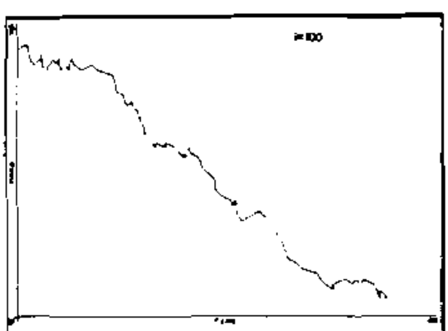
Σχ. 7. Επόμενο «τρέξιμο» της ίδιας ακριβώς διαδικασίας με το σχ. 6 δεν δίνει ακριβώς ίδιο μορφή καμπύλης.



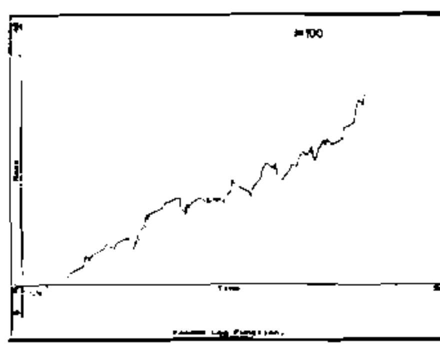
Σχ. 8. Στοχαστική διαδικασία γέννησης - θανάτου με 35 επαναλήψεις και πιθανότητα ταπείνωσης αναγλύφου 33.3%.



Σχ. 9. Επόμενο «τρέξιμο» της ίδιας ακριβώς διαδικασίας με το σχ. 8 δεν δίνει ακριβώς ίδια μορφή καμπύλης.



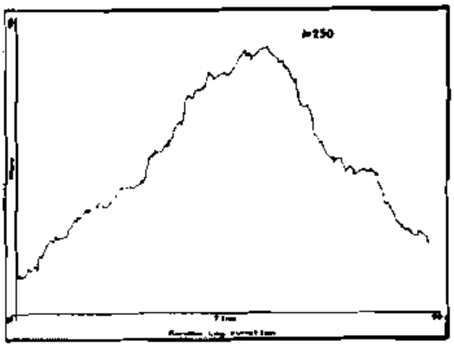
Σχ. 10. Στοχαστική διαδικασία γέννησης - θανάτου με 100 επαναλήψεις και πιθανότητα ταπείνωσης αναγλύφου 66.6%.



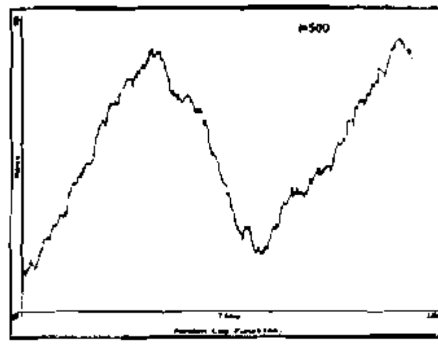
Σχ. 11. Στοχαστική διαδικασία γέννησης - θανάτου με 100 επαναλήψεις και πιθανότητα ταπείνωσης αναγλύφου 33.3%.

Στα δύο παραπάνω σχήματα (10 & 11) παρατηρούμε ότι η αύξηση του αριθμού των επαναλήψεων (χρονικών βημάτων που πέρασαν), κάνει πιο εμφανή την τάση ανόδου ή καθόδου του αναγλύφου, αν και πάντα η καμπύλη είναι ελάχιστα διαφορετική σε κάθε «τρέξιμο» της διαδικασίας. Φυσικά τώρα, καθώς η κλίμακα παρατήρησης ελαττώνεται, ώστε να πάρουμε πιο πλήρη εικόνα της διαδικασίας για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, ο τυχαίος παράγοντας φαίνεται να προκαλεί λιγότερο σημαντική διακύμανση, και έτσι η κυρίαρχη τάση εξέλιξης του αναγλύφου γίνεται εμφανέστερη και επικρατέστερη.

Το ίδιο ισχύει, βέβαια, και με πραγματικές παρατηρήσεις, όπου η μακροχρόνια δειγματοληψία μειώνει τη σημαντικότητα των τυχαίων παραγόντων (που έχουν ίσως κάποια σημασία, συνήθως όμως μόνο από βραχυχρόνια σκοπιά) και δίνει έμφαση στις πραγματικές εξελικτικές τάσεις.



Σχ. 12. Στοχαστική διαδικασία γέννησης - θανάτου με 250 επαναλήψεις. Με την επίτευξη ενός μέγιστου ορίου βραχομάζας, αντιστρέφονται οι πιθανότητες εξέλιξης και έχουμε ταπείνωση του αναγλύφου.



Σχ. 13. Μετά από 500 επαναλήψεις της στοχαστικής διαδικασίας, αρχίζει να γίνεται εμφανής η ύπαρξη κύκλων ανύψωσης - ταπείνωσης του αναγλύφου.

Τέλος, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζεται σχηματικά ο αλγόριθμος για τον υπολογισμό των τιμών της βραχομάζας με την πάροδο του χρόνου, σύμφωνα με το συγκεκριμένο στοχαστικό μοντέλο γέννησης - θανάτου.

4. Συζήτηση - Συμπεράσματα

Η φυσική και τα μαθηματικά αποτελούν τα βασικά θεωρητικά εργαλεία που χρησιμοποιούμε για να επεξεργαστούμε τα δεδομένα και να ερμηνεύσουμε τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από την παρατήρηση των διαφόρων φυσικών καταστάσεων, γεγονότων ή συστημάτων, κατά την εργασία πεδίου ή κατά τις πειραματικές έρευνες. Τα θεωρητικά αυτά εργαλεία (μαθηματικές εξισώσεις, νόμοι, κ.λπ.) τα χρησιμοποιούμε για να συγκροτήσουμε θεωρίες για τους θεμελιώδεις φυσικούς μηχανισμούς που υπεισέρχονται στα φυσικά συστήματα και, τελικά, να δημιουργήσουμε τα αντίστοιχα μαθηματικά μοντέλα.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

```
Εισαγωγή και αποθήκευση αριθμού επαναλήψεων iter
Εισαγωγή M(0)
M = M(0)
Εισαγωγή M(max), M(min)
Εισαγωγή διεύθυνσης (direction, up or down)
Εισαγωγή αρχικού χρόνου t (συνήθως 0)
Ορισμός  πιθανότητα Prob = 2/3

    i = 0
    αποθήκευση i, t, M(0)
    αλγόριθμος υπολογισμού μεγίστου/ελαχίστου κατ' άξονα
      Επανάληψη
      i = i + 1
      εύρεση 2 τυχαίων αριθμών από 0..1 (ran1, ran2)
      t = t + (- ln(ran2)/3)
                  Εάν κατεύθυνση = άνω και M > M(max)
                                      τότε κατεύθυνση = κάτω
                  Εάν κατεύθυνση = κάτω και M < M(min)
                                      τότε κατεύθυνση = άνω
                  Κατεύθυνση:
                  άνω: {Εάν ran1 < Prob
                                      τότε M = M + 1
                                      διαφορετικά M = M - 1}
                  κάτω: {Εάν ran1 < Prob
                                      τότε M = M - 1
                                      διαφορετικά M = M + 1}
      αποθήκευση i, t, M
      αλγόριθμος υπολογισμού μεγίστου/ελαχίστου κατ' άξονα
      έως ότου i = iter

Αποθήκευση μεγίστων ελαχίστων/κατ' άξονα.
```

Τα μαθηματικά μοντέλα, για να ανταποκρίνονται στη φυσική πραγματικότητα, πρέπει να περιγράφουν τους ακριβείς νόμους που διέπουν τα φυσικά συστήματα και επιπλέον να προικίζονται με πολλά στοιχεία/δεδομένα, δηλαδή με τις ιδιότητες και τις ακριβείς παραμέτρους που διέπουν αυτά τα φυσικά συστήματα.

Η αξιοπιστία των μαθηματικών μοντέλων εξαρτάται από το πόσο σωστά και αξιόπιστα είναι τα στοιχεία με τα οποία τα εφοδιάζουμε. Δηλαδή, αν τα δεδομένα, οι υποθέσεις και οι νόμοι, πάνω στους οποίους βασίζονται τα μοντέλα είναι λανθασμένα, λανθασμένα θα είναι και τα αποτελέσματα. Έτσι, για να αποφεύγονται εσφαλμένα συμπεράσματα από τη χρήση αποτυχημένων μοντέλων, πρέπει τα κατασκευαζόμενα μαθηματικά μοντέλα να εφοδιάζονται με αξιόπιστα στοιχεία και, στη συνέχεια, να δοκιμάζονται και να συγκρίνονται, εκεί όπου είναι δυνατόν, με τα πραγματικά φυσικά μοντέλα (συστήματα).

Όμως, αυτό δεν σημαίνει ότι με τη βοήθεια των μοντέλων, προχωρώντας επαγωγικά μπορούμε να παράγουμε όλους τους κλάδους της επιστήμης, έχοντς υπόψη μόνο τους γνωστούς νόμους της φυσικής. Βασικοί λόγοι της αδυναμίας αυτής είναι ότι: α) η φυσική, αυτή καθεαυτή, δεν είναι ακόμη ολοκληρωμένη, και β) τα διάφορα φυσικά αντικείμενα, π.χ. αστρονομικά, γεωλογικά, κ.λπ., είναι εξαιρετικά σύνθετα, στο να περιγραφούν. Έτσι, για να μην απομακρυνθούν υπερβολικά οι θεωρητικές διατυπώσεις μας, και κατά συνέπεια τα μαθηματικά μοντέλα μας, από τη φυσική πραγματικότητα, είναι επιβεβλημένο οι οποιεσδήποτε θεωρητικές εκφράσεις μας να ελέγχονται με πειράματα και εργασίες πεδίου.

Τα παραπάνω ισχύουν βεβαια και στην περίπτωσή μας, δηλ. στην κατασκευή γεωλογικών μοντέλων εξέλιξης του αναγλύφου μιας περιοχής. Η χρήση των μαθηματικών μοντέλων εισήχθη σχετικά πρόσφατα στη Γεωλογία, και ίσως με κάποια καθυστέρηση σε σχέση με άλλες φυσικές επιστήμες (Φυσική, Βιολογία, Αστρονομία, κ.λπ.), καθώς η Γεωλογία, από τη φύση της, ασχολείται με αντικείμενα ή διαδικασίες που πολλές φορές δύσκολα περιγράφονται ή μετρούνται, λόγω της μεγάλης έκτασής τους και του γεωλογικού χρόνου που απαιτείται για την εξέλιξή τους.

Η χρησιμότητα των μαθηματικών μοντέλων και των τεχνικών της προσομοίωσης, γίνεται βέβαια και εδώ φανερή, αφού αποδεικνύονται πολύτιμα εργαλεία, που βοηθούν στο να «ανακατασκευασθούν» στον Η/Υ παλαιότερες παράμετροι, συνθήκες ή κινήσεις και μεταβολές συστημάτων, και με βάση αυτές να γίνουν προβλέψεις για αντίστοιχες μεταβολές στο μέλλον. Σήμερα, πάντως, τα μαθηματικά μοντέλα εφαρμόζονται σε αρκετούς τομείς της Γεωλογίας, όπως στη σεισμολογία, στη γεωφυσική, στη γεωγραφία, στην κοιτασματολογία, κ.λπ., δίνοντας πολύτιμα αποτελέσματα.

Στην εργασία μας, στη συγκεκριμένη εφαρμογή της προσομοίωσης της εξέλιξης του αναγλύφου, αυτό που απαιτείται να γίνει στη συνέχεια, σαν επόμενο βήμα, είναι η βαθμονόμηση (calibration) των διαφόρων συντελεστών που υπεισέρχονται στις μαθηματικές εξισώσεις του μοντέλου. Η βαθμονόμηση αυτή πρέπει να γίνει με πραγματικά στοιχεία, έτσι ώστε να ελεγχθεί αν το μοντέλο συμπεριφέρεται με έναν τρόπο που θα βρίσκεται πιο κοντά στη φυσική πραγματικότητα, οπότε και θα παρέχει πιο ακριβή στοιχεία.

Είναι γεγονός, ότι τα μαθηματικά μοντέλα κερδίζουν καθημερινά έδαφος σε όλους τους κλάδους της επιστήμης και της τεχνολογίας. Το μεγάλο κέρδος με τη χρήση τους στην επιστήμη είναι ότι μπορούμε με αυτά να αναπαριστάνουμε, σε βραχύτερο χρονικό διάστημα, εξελικτικές καταστάσεις ή διαδικασίες διαφόρων φυσικών συστημάτων, που συντελούνται σε πολύ μακρά χρονικά διαστήματα και έτσι να αποκτούμε γνώσεις και εμπειρία που θα ήταν εξαιρετικά δύσκολο να αποκτηθούν στο περιορισμένο χρονικό διάστημα της ανθρώπινης ζωής ή και ολόκληρων ανθρώπινων γενεών. Η μελλοντική γνώση έρχεται έτσι όλο και πλησιέστερα στο παρόν. Τα πλεονεκτήματα, βέβαια, από την προσομοίωση επικίνδυνων διαδικασιών και τα οικονομικά οφέλη από την αποφυγή χρονοβόρων και δαπανηρών πειραμάτων και διεργασιών, είναι αυταπόδεικτα και έχουν συντελέσει σημαντικά στην ευρεία εφαρμογή και αποδοχή των τεχνικών της προσομοίωσης.

Βιβλιογραφία

Bailey, N.T.J. (1964). The Elements of Stochastic Processes with Application to the Natural Sciences.

Βαϊόπουλος, Δ.Α. (1996). Μαθηματικά Μοντέλα και Προσομοίωση Φυσικών Συστημάτων. Υπό δημοσίευση.

Cox, D.R. & Miller, H.D. (1965). The Theory of Stochastic Processes.

Feller, W. (1966). An Introduction to Probability Theory and its Applications.

Kendal, D.G. (1950). An Artificial Realization of a Simple "Birth-Death" Process.

Renshaw, Eric. (1991). Modelling Biological Populations in Space and Time.