

## ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΠΡΟΒΛΕΨΙΣ ΤΟΥ ΥΕΤΟΥ

ΥΠΟ

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΕΜΜ. ΜΠΑΡΜΠΟΥΝΑΚΗ \*

«Ποσοτική πρόβλεψις τοῦ ύετοῦ» είναι ἡ πρόγνωσις δλων τῶν μετεωρολογικῶν παραμέτρων, αἱ ὅποιαι ἔχουν σχέσιν μὲ τὸν ύετόν καὶ ὁ, ἐν συνεχείᾳ, ὑπολογισμὸς ἔξ αὐτῶν τοῦ ύετοῦ.

Ἡ σημασία μιᾶς τοιαύτης προγνώσεως είναι περιττόν νὰ τονισθῇ ἰδιαιτέρως, δεδομένου ὅτι ἡ πρόγνωσις 12, 24, 36, 48, 72 ὥρῶν ἡ ἐβδομάδος, μηνός, ἐποχῆς οἰουδήποτε μετεωρολογικοῦ στοιχείου παίζει πρωταρχικὸν ρόλον εἰς πλειστους, ἂν ὅχι εἰς δλους τοὺς τομεῖς τῆς ἀνθρωπίνης δραστηριότητος.

Τὸ πρόβλημα δὲν είναι ἀπλό, ὡς καὶ κάθε μετεωρολογικὸν πρόβλημα, ἀλλὰ στηριζόμενοι εἰς παραδοχὰς θὰ προσπαθήσωμεν νὰ δώσωμεν, ἔστω καὶ προσεγγιστικῶς, λύσιν μέσα εἰς τὰ πλαίσια τῶν σημερινῶν μας δυνατοτήτων, ὡς αὗται ὑφίστανται εἰς τὴν Ἑθνικὴν Μετεωρολογικὴν Ὑπηρεσίαν.

Πρὶν προβδομεν εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῶν μεθόδων θεωροῦμεν σκόπιμον μίαν σύντομον ἴστορικὴν ἀναδρομὴν. Ἱνα ἀντιληφθῶμεν τὴν ἴστορικὴν ἔξέλιξιν ἀφ' ἐνὸς καὶ τὰς δυσκολίας ἀφ' ἔτερου, αἰτινες ἐμπειριέχονται εἰς τὸ πρόβλημα.

Ἡ ποσοτικὴ πρόβλεψις τοῦ ύετοῦ ἡρχισεν σχεδὸν συγχρόνως εἰς τὰς Ἡνωμένας Πολιτείας καὶ τὴν Ἰαπωνίαν.

Τὸ 1935 ἐδημοσιεύθη εἰς τὸ Monthly Weather Review ἡ ἐργασία τοῦ J. R. FULKS ὑπὸ τὸν τίτλον «Rate of precipitation from adiabatically ascending air» καὶ τὸ ἴδιο ἔτος εἰς τὸ J. Meteor. Society Japan ἡ ἐργασία τοῦ Y. TANAHASI ὑπὸ τὸν τίτλον «Instantaneous rate of condensation in adiabatically ascending air».

Ἄμφοτεραι ἔχρησιμοποιησαν διαφόρους μορφάς τῆς ἔξισώσεως συνεχείας.

Ἐν συνεχείᾳ καὶ κυρίως κατὰ τὴν χρονικὴν περίοδον 1950 - 1970 πολλοὶ ἐρευνηταὶ εἰς Ἡνωμένας Πολιτείας, Ρωσίαν, Ἀγγλίαν, Γερμανίαν, Καναδά καὶ ἄλλαχοῦ ἡσχολήθησαν μὲ ἀνάλογα προβλήματα καὶ ἐδημοσίευσαν ἐργασίας τῶν εἰς περιοδικά.

Ἐκ τῆς βιβλιογραφίας δύναται τις νὰ ταξινομήσῃ τὰς ἐργασίας τῶν ἐρευνητῶν τούτων ἀναλόγως τῶν χρησιμοποιουμένων μεθόδων εἰς τρεῖς κατηγορίας, ἦτοι:

1. Τὰς ἐμπειρικάς. 2. Τὰς στατιστικάς. 3. Τὰς φυσικάς.

Θὰ ἀναπτύξωμεν συντόμως τὰς δύο πρῶτας κατηγορίας καὶ θὰ ἐπεκταθῶμεν, δσο τὰ χρονικὰ δρια τῆς διαλέξεως μᾶς τὸ ἐπιτρέπουν, εἰς τὴν τρίτην.

\* ΓΕΩΡΓ. ΕΜΜ. ΜΠΑΡΜΠΟΥΝΑΚΗΣ, Μετεωρολόγος τῆς Ἐθν. Μετεωρ. Ὑπηρεσίας.

1. Αἱ ἐμπειρικαὶ μέθοδοι βασίζονται κυρίως ἐπὶ τῆς προεκτάσεως μιᾶς περιοχῆς ὑετοῦ, ἡ ὁποία ὑποτίθεται ὅτι κινεῖται μὲν μίαν μέσην ταχύτητα ὑπολογιζομένην στατιστικῶς. Τὰ μειονεκτήματα τῶν μεθόδων τούτων διὰ προγνώσεις πέραν τῶν 12 ἢ 24 ὥρων εἰναι φανερά διότι δὲν λαμβάνονται ὑπὸ δψιν αἱ μεταβολαὶ τῶν μετεωρολογικῶν παραμέτρων καὶ κυρίως τῆς ὑγρασίας, τῶν κατακορύφων ταχυτήτων, τοῦ στροβιλίσμου, τοῦ ὑετισμοῦ ὕδατος κλπ.

Παρὰ τὰ μειονεκτήματα ὅμως αἱ μέθοδοι εἰχαν μίαν κάποιαν ἀξίαν διὰ προγνώσεις χρονικῶν περιόδων μικροτέρων τῶν 12 ἢ 6 ὥρων. Μεταξὺ τῶν ἔρευνητῶν τῆς μεθόδου ταύτης ἀναφέρομεν τοὺς SCHELL (1946), RIEHL (1946), GEORGE (1960), JENRETTE (1961) PANOFSKY (1962).

2. Αἱ στατιστικαὶ μέθοδοι στηρίζονται εἰς τὰς ἐμπειρικὰς καὶ χρησιμοποιοῦν τὰς αὐτάς περίπου μεταβλητὰς συνδυασμένας μὲν συντελεστὰς ἀπλῶν ἢ πολλαπλῶν συσχετίσεων καὶ εὐθείας παλινδρομήσεως. Διὰ τῶν μεθόδων αὐτῶν ὅμως παρείχετο ἡ εὐχέρεια συσχετίσεως διλιγαρίθμων παραμέτρων καὶ αἱ εὐθεῖαι παλινδρομήσεως είχον περιωρισμένην ἀξίαν καὶ ίσχυον διὰ μικράς περιοχάς.

Ως ἔρευνηται στηρίζομενοι εἰς στατιστικὰς μεθόδους καὶ μὲ ἀξιολόγους ἐργασίας ἀναφέρονται οἱ RAPP (1949), TEWELES καὶ FORST (1953), JORGENSEN (1953) κ.ἄ.

Τόσον αἱ ἐμπειρικαὶ ὅσον καὶ αἱ στατιστικαὶ μέθοδοι ἀπετέλεσαν τὴν ἀπαρχὴν τῆς ἔξευρέσεως τῆς λύσεως τοῦ προβλήματος καὶ τὰ ἀποτελέσματά των ἦσαν ικανοποιητικά διὰ τὴν ἐποχὴν των.

3. Αἱ φυσικαὶ μέθοδοι εἰναι τελείως ἀνεξάρτητοι τῶν δύο προηγουμένων καὶ προσπαθοῦν νὰ δώσουν λύσιν τοῦ προβλήματος, λύσουσαι τὰς δυναμικὰς ἔξισώσεις κινήσεως καὶ τὰς θερμοδυναμικὰς τοιαύτας κατ’ ἀρχάς, διὰ γραφικῶν μεθόδων, βραδύτερον δὲ τῇ βοηθείᾳ τῶν ἡλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν διὰ τῆς Ἀριθμητικῆς Προγνώσεως τοῦ Καιροῦ.

«Ἀριθμητικὴ Προγνώσις τοῦ Καιροῦ» εἰναι ἡ λύσις τῶν βασικῶν ὑδροδυναμικῶν καὶ θερμοδυναμικῶν ἔξισώσεων, αἱ ὁποῖαι διέπουν τὰς ἀτμοσφαιρικὰς κινήσεις δι’ ἀριθμητικῶν μεθόδων. Αἱ ἔξισώσεις αὗται εἰναι:

α. Ὁ δεύτερος νόμος τῆς κινήσεως τοῦ Νεύτωνος.

β. Ὁ πρῶτος νόμος τῆς θερμοδυναμικῆς.

γ. Ὁ νόμος διατηρήσεως τῆς μάζης ἡ ὡς συνηθίζεται νὰ λέγεται ἔξισωσις συνεχείας.

δ. Ἡ καταστατικὴ ἔξισωσις τῶν ἀερίων.

ε. Ἡ ἔξισωσις διατηρήσεως τῆς περιεκτικότητος τοῦ ὕδατος.

Αἱ βάσεις τῆς «Ἀριθμητικῆς Προγνώσεως τοῦ Καιροῦ» ἐτέθησαν εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ 20οῦ αἰδονος, ὅτε ὁ V. BJERKNES πρῶτος ἀνεγνώρισε ὅτι αἱ ὄντως ἔξισώσεις, ἀπετέλουν σύστημα διαφορικῶν ἔξισώσεων, τὸ δόποιον λυόμενον δύναται ἀπὸ μίαν δεδομένην κατάστασιν τῆς ἀτμοσφαίρας κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν  $t_0$  νὰ προγνώσῃ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν κατάστασιν κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν  $t_0 + \Delta t$ . Ἀνεγνώρισε ἐπίσης ὅτι τὸ ὡς ὄντως μὴ γραμμικὸν σύστημα δεῖ ἔχει μίαν ἀναλυτικὴν λύσιν καὶ ὅτι τὰ δεδομένα ἦσαν ἔξι ὀλοκλήρου ἀνεπαρκῆ

διὰ τὸν καθορισμὸν τῶν ἀρχικῶν συνθηκῶν. Τὸ 1921 ὁ L. F. RICHARDSON εἰς μίαν μονογραφίαν του περιέγραψε μέθοδον ὀλοκληρώσεως τῶν ὄντως ἔξισώσεων, δημοσιεύσας τοῦ ἀποτελέσματά του, καίτοι ἐχρειάσθησαν μερικούς μῆνας ὑπολογισμῶν ἐκ πινάκων, ἵσαν ἐσφαλμένα διὰ τὰ ὑπεισερχόμενα φυσικά μεγέθη, μὲ συνέπειαν νὰ ἀγνοηθῇ ἡ μέθοδος ἐπὶ μερικὰς δεκαετίας.

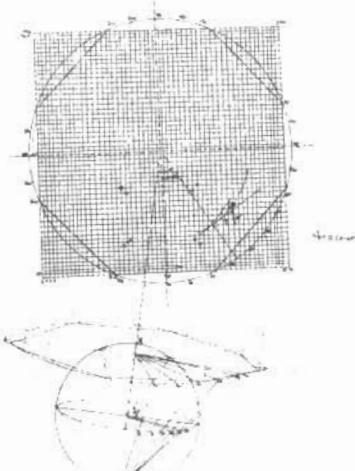
Τὸ 1950 οἱ J. CHARNEY, R. FJORTOFT καὶ J. von NEUMANN ἐδημοσίευσαν τὰς πρώτας ἐπιτυχεῖς ἀριθμητικὰς προγνώσεις διὰ τῆς χρήσεως ἐνός ἀπλοῦ μοντέλου, βασιζομένου εἰς μίαν προγενεστέραν ἐργασίαν τοῦ G. G. ROSSBY. Διὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς των ἐχρησιμοποίησαν ἡλεκτρονικὸν ὑπολογιστήν.

Ἐκτοτε μὲ τὴν ραγδαίαν ἔξελιξιν τῶν ἡλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν παρτηρήθη καὶ ραγδαία ἔξελιξις εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν Πρόγνωσιν τοῦ καιροῦ καὶ ἐπενοοῦντο συνεχῶς βελτιωμένα μοντέλα περιλαμβάνοντα δόσον τὸ δυνατὸν περισσοτέρας μετεωρολογικάς παραμέτρους, μέχρις σημείου, ὃστε σήμερον νὰ λαμβάνωνται ὑπὸ δψιν καὶ ἡ ὀρεογραφία, αἱ διαβατικαὶ θερμάνσεις ἐκ τῆς θαλάσσης, τὸ συνοριακὸν στρώμα γῆς-ἀτμοσφαίρας, αἱ ἀκτινοβολίαι κλπ.

Μὲ τὴν λέξιν «μοντέλο», ἐνοοῦμεν τὸ σύνολον τῶν ὑδροδυναμικῶν καὶ θερμοδυναμικῶν ἔξισώσεων, τῶν παραδοχῶν αἱ ὁποῖαι ἐγένοντο διὰ τὴν ἀριθμητικὴν λύσιν ἀντῶν καὶ τὴν ἀρχικῶν τιμῶν τῶν φυσικῶν μεγεθῶν. Διὰ νὰ καθορίσωμεν τὰς ἀρχικὰς συνθήκας τῶν μετεωρολογικῶν παραμέτρων, κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν  $t_0$  εἰς ἓν μοντέλον λαμβάνομεν ὑπὸ δψιν τὰς παρατηρήσεις ἐπιφανείας καὶ ἀνωτέρας ἀτμοσφαίρας κατὰ τὰς χρονικάς στιγμάς 00 h GMT ἢ 12 h GMT, διότι μόνον κατ’ αὐτὰς ἐκτελοῦνται ραδιοβολίσεις ὑπὸ τῶν Μετεωρολογικῶν Σταθμῶν.

Καίτοι αἱ ἀρχικαὶ συνθήκαι ὑπάρχουν κατὰ τὰς ὄντως χρονικὰς στιγμάς, λόγῳ τῆς διανομῆς τῶν Met. Σταθμῶν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, τὸ πεδίον τῶν ἀρχικῶν τιμῶν εἶναι ἀκατάλληλον διὰ τὴν ὀλοκλήρωσιν τῶν ἔξισώσεων. Δεδομένου ὅτι πλεῖσται ἐξ αὐτῶν εἶναι διαφορικαὶ ἔξισώσεις μετά μερικῶν παραγάγων καὶ αἱ ἔξισώσεις διαφορῶν αὐτῶν ἀπαιτοῦνται τιμὰς εἰς πλέγμα σημείων.

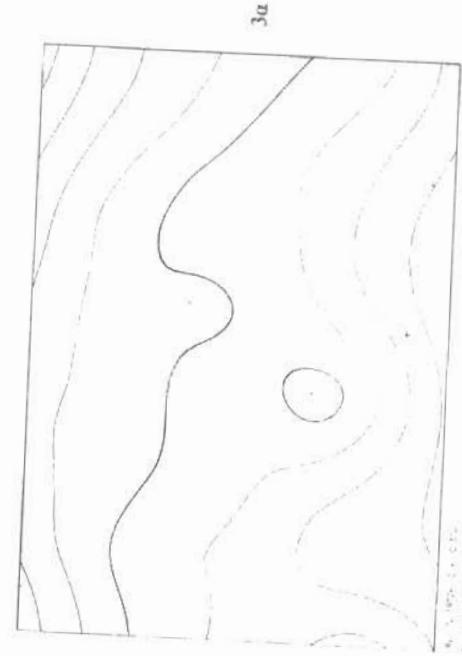
Διὰ τοὺς ὄντως λόγους καὶ διὰ λόγους ὑπολογιστικῆς εὐσταθείας τῶν λύσεων, χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ πολικὴ στερεογραφικὴ προβολὴ 60° B, ἥτις ἀποτελεῖ σύμμορφον ἀπεικόνισιν τοῦ B. ήμισφαιρίου ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου πολέων τὸν ἄξονα τῆς γῆς καὶ περιέχοντος τὸν κύκλον πλάτους 60° B. Αὕτη καταπούστης διὰ προβολῆς ἐκ τοῦ Νοτίου Πόλου τῆς γῆς ἐπὶ τοῦ ὄντως ἐπισκευάζεται διὰ προβολῆς ἐκ τοῦ Notίου Πόλου τῆς γῆς ἐπὶ τοῦ ὄντως



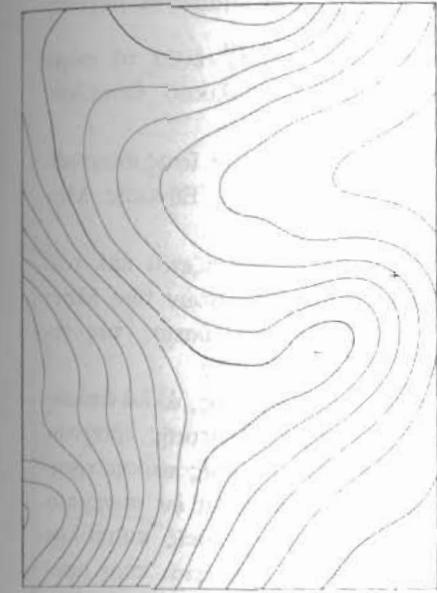
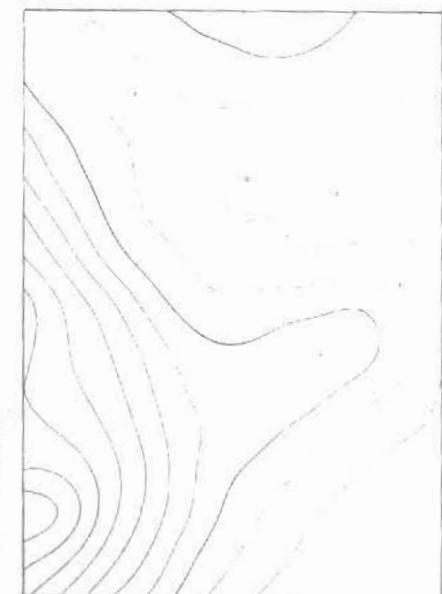
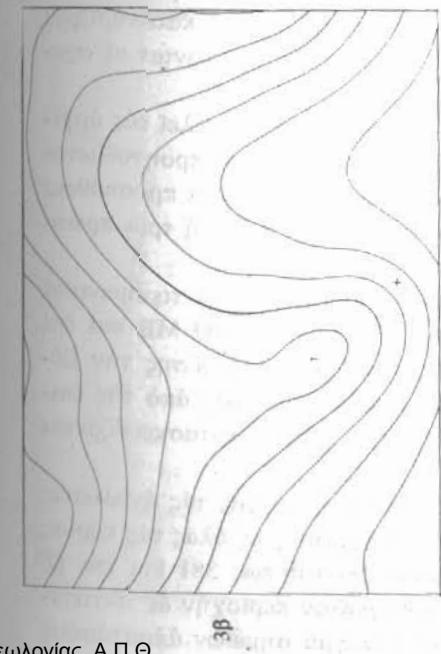
Σχ. 1. Πολικὴ στερεογραφικὴ προβολὴ 60° B καὶ πλέγμα ἐκ 54° 54' σημείων ἀποστάσεως 381 km.



Σχ. 2. Ακτογραφία τῆς Ευρώπης. Ο ἀναγνώστης παρακαλεῖται νὰ τὴν ἐφαρμόζῃ νοητῷ, ἐπὶ ἐκάστου ἔξι σλάιφων ἐπομένων σχεδιαγράμματον (Σημ. συντάξεως).



Ψηφιακή Βιβλιοθήκη "Θεόφραστος" - Τμήμα Γεωλογίας. Α.Π.Θ.



Σχ. 3. Ισοψηφεῖς καρτωλαὶ εἰς τὰς γεωδυναμικὰς ἐπιφανεῖας α. 100, β. 300, γ. 500, δ. 700, ε. 900 MB κατὰ τὴν χρονικὴν στίγμην  $t_0$ .

πέδου έκαστου σημείου τοῦ B. ήμισφαιρίου. Ή κλίμαξ τῆς προβολῆς είναι  
 $m = \frac{1 + \eta \mu 60^\circ}{1 + \eta \mu \varphi}$  ένθα φ τό πλάτος και ισχύει διὰ μέν μονοδιάστατα μεγέθη

$M_1, m M_1^\Sigma = M_1^H$  διὰ δὲ διδιάστατα μεγέθη  $M_2, M_2^\Sigma = m^2 M_2^H$  ένθα τὰ σύμβολα  $\Sigma, \Pi$  ἀναφέρονται ἐπὶ τῆς σφαίρας ἢ ἐπὶ τοῦ προβολικοῦ ἐπιπέδου ἀντιστοίχως.

Ἐπὶ τῆς ως ἄνω προβολῆς δημιουργοῦμεν τὸ πλέγμα σημείων ἵσης ἀποστάσεως ως πρὸς x και y, διὰ τὸ ὅποιον σύμφωνα μὲ τὸ πρότυπον τῆς Ἐθνικῆς Μετεωρολογικῆς 'Υπηρεσίας ισχύει  $\Delta x = \Delta y = 127$  km.

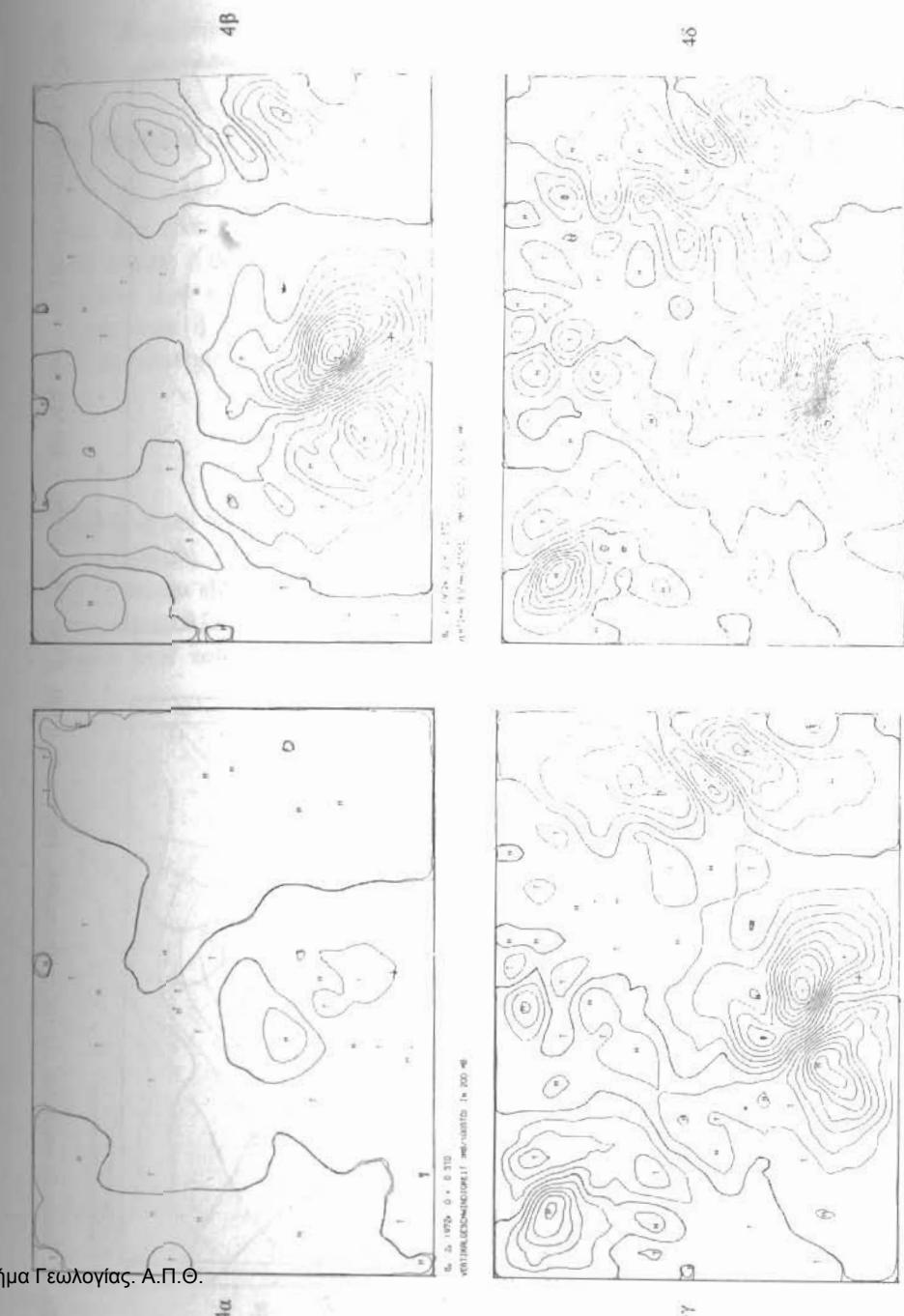
Διὰ τῆς ως ἄνω προβολῆς ἔκαστος Μετ. Σταθμὸς ἀπεικονίζεται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τούτου και δυνάμεθι ἐκ τῶν παρατηρήσεων και μετρήσεων τῶν Μετ. Σταθμῶν νὰ ὑπολογίζωμεν διὰ τῆς ἀντικειμενικῆς μεθόδου ἀναλύσεως τὰς τιμὰς εἰς τὰ σημεῖα τοῦ πλέγματος.

Δὲν θὰ ἐπεκταθῶμεν ἐπὶ τῆς ἀντικειμενικῆς μεθόδου ἀναλύσεως, ἀλλὰ ἀπλῶς θὰ ἀναφέρωμεν διὰ αὐτῆς ὑπῆρχεν τὸ πρῶτον ἐμπόδιον τῆς ἀριθμητικῆς προγνώσεως τοῦ καιροῦ, διότι δι' αὐτῆς δχι μόνον ὑπολογίζεται ἡ τιμὴ μιᾶς παραμέτρου εἰς ἔκαστον σημείον, ἀλλὰ ἐὰν αὐτὴ είναι ἐσφαλμένη, ἀπαιτεῖται ἐν συνεχείᾳ διόρθωσις τῇ βοηθείᾳ τῶν γειτονικῶν σημείων, ὥστε αἱ ἰσοπληθεῖς καμπύλαι τῆς ἀναλύσεως νὰ είναι λεῖαι ἀφ' ἐνός και ἀφ' ἑτέρου, ὅταν πρόκειται περὶ ρευματοσυναρτήσεων νὰ πληροῦται τὸ κριτήριον τῆς ἐλλειπτικότητος διὰ τὰς ἔξισώσεις. Ἀφοῦ κατασκευασθοῦν αἱ ἀναλύσεις αὐταὶ δι' ὀλας τὰς κυρίας γεωδυναμικὰς στάθμας ἦτοι 900, 700, 500, 300, 100 MB ἔξετάζεται ἡ κατακόρυφος συνέπεια τῶν μετεωρολογικῶν παραμέτρων και ἐὰν ὀπαιτῆται, γίνονται αἱ σχετικαὶ διορθώσεις.

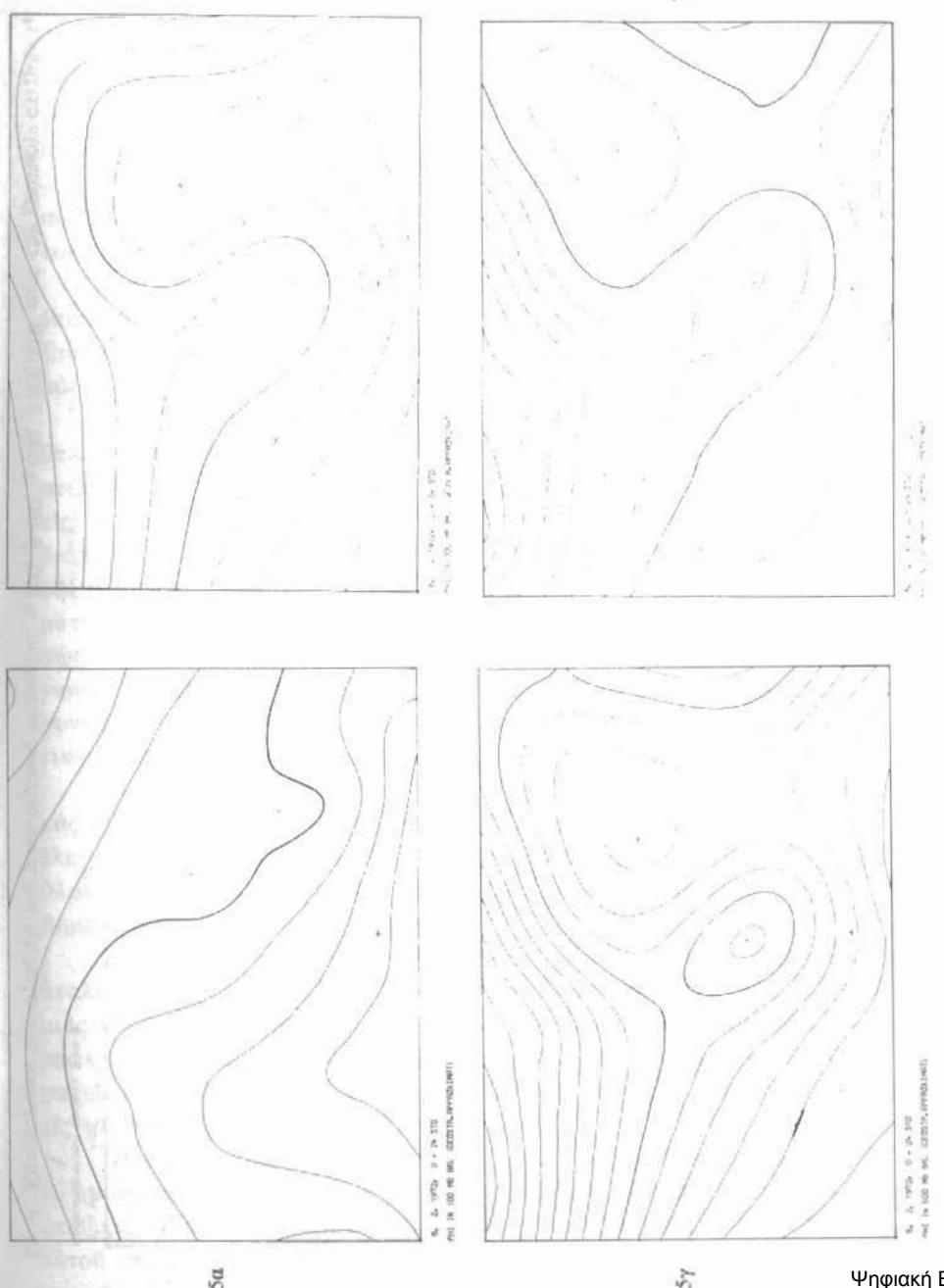
Τότε και μόνον τότε τὸ ἀρχικὸν πεδίον τῶν παραμέτρων ἀποτελεῖ τὰς ἀρχικὰς συνθῆκας κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν  $t_0$ , ὅταν ἔχουν γίνει οἱ προηγούμενοι ἔλεγχοι τῆς ἀντικειμενικῆς ἀναλύσεως· ἐν ἐναντίᾳ περιπτώσει πᾶσα προσπάθεια ὀλοκληρώσεως τῶν ἔξισώσεων καθιστᾶ αὐτὰς ἀσταθεῖς εἰς τὰ δύο ἢ τρία πρῶτα βῆματα τῆς ἐπαναληπτικῆς μεθόδου.

Σήμερον εἰς τὴν Ἐθνικὴν Μετεωρολογικὴν 'Υπηρεσίαν ἀντικειμενικαὶ ἀναλύσεις γίνονται δοκιμαστικῶς μόνον διὰ τὴν στάθμην τῶν 500 MB και ἐπὶ μιᾶς κλειστῆς δρθογωνίου περιοχῆς ἐκ  $43 \times 31$  σημείων καλυπτούσης τὴν Εὐρώπην. Δι' ὀλόκληρον τὴν ἀτμόσφαιραν ἀντικειμενικαὶ ἀναλύσεις ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας ἔως τὰ 100 MB ὑπάρχουν εἰς μαγνητοαινίας, αἵτινες κατασκευάζονται εἰς τὰ μεγάλα μετεωρολογικά κέντρα.

Ἡμεῖς ως ἀρχικὸν πεδίον λαμβάνομεν, ἐκ μαγνητοαινίδν, τὰς ἀναλύσεις B. ήμισφαιρίου τῆς Γερμανικῆς Μετεωρολογικῆς 'Υπηρεσίας δι' ὀλας τὰς κυρίας στάθμας, αἵτινες ἀναφέρονται εἰς πλέγμα σημείων ἀποστάσεως 381 km και ἐξ αὐτοῦ ὑπολογίζομεν διὰ τὴν ως ἄνω κλειστήν δρθογωνίου περιοχήν δι' ἀντικειμενικῆς ἀναλύσεως και τετραγωνικῆς παρεμβολῆς πλέγμα σημείων ἀποστάσεως 127 km.



Σχ. 4. Κατακόρυφοι ταχύτητες τις ταξ γεωδυναμικάς ἐπιφανείας α 200, β 400, γ 600, δ 800 MB κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν  $t_0$ .



Ψηφιακή Βιβλιοθήκη "Θεόφραστος" - Τμήμα Γεωλογίας. Α.Π.Θ.

Κατωτέρω θ' ἀναπτύξωμεν θεωρητικῶς δύο διαφορετικὰς μεθόδους ποσο-  
τικῆς προγνώσεως ύετοῦ βάσει τῆς μεθοδολογίας τῆς ἀριθμητικῆς προγνώσεως:

### 1η Μέθοδος:

Τὸ «νετίσιμον ὕδωρ» ὡς δῆρος χρησιμοποιεῖται εὑρέως εἰς τὴν μετεωρολογίαν καὶ εἶναι τὸ ποσὸν τοῦ περιεχομένου ὕδατος εἰς μίαν στήλην ἀτμοσφαίρας τῆς δόποιας ἡ βάση εἶναι ἵση πρὸς τὸ μοναδιατὸν ἐμβαδόν, τὸ δὲ ὑψος αὐτῆς ἐκτίνεται ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ὡς τὴν στάθμην πιέσεως  $p$ , ἣτις συνήθως λαμβάνεται ἡ 500 MB ἢ 0 MB. Ἐστω  $W$  τὸ νετίσιμον ὕδωρ τῆς στήλης τότε εἰς τὸ σύστημα ( $x, y, p, t$ )

$$W = \frac{1}{g} \int_0^{\pi} q dp \quad (1)$$

ὅπου ο είναι η ειδική ύγρασία και π η πίεσις ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς.

Επειδή τὸ κατώτερον στρῶμα τῆς ἀτμοσφαίρας παιζει σπουδαίων ρόλον εἰς τοιούτου εἴδους θέματα καὶ ἡ πρόγνωσις τῆς ὑγρασίας παρουσιάζει πλειστας δυσκολίας λόγῳ τοπικῶν παραγόντων δρεογραφίας κλπ., θὰ χρησιμοποιήσωμεν ἀντὶ τοῦ συστήματος  $(x, y, p, t)$  τὸ σύστημα  $(x, y, \sigma, t)$  ὅπου  $\sigma = p/\pi$  (PHILLIPS 1957) ἡ κατακόρυφος συν-

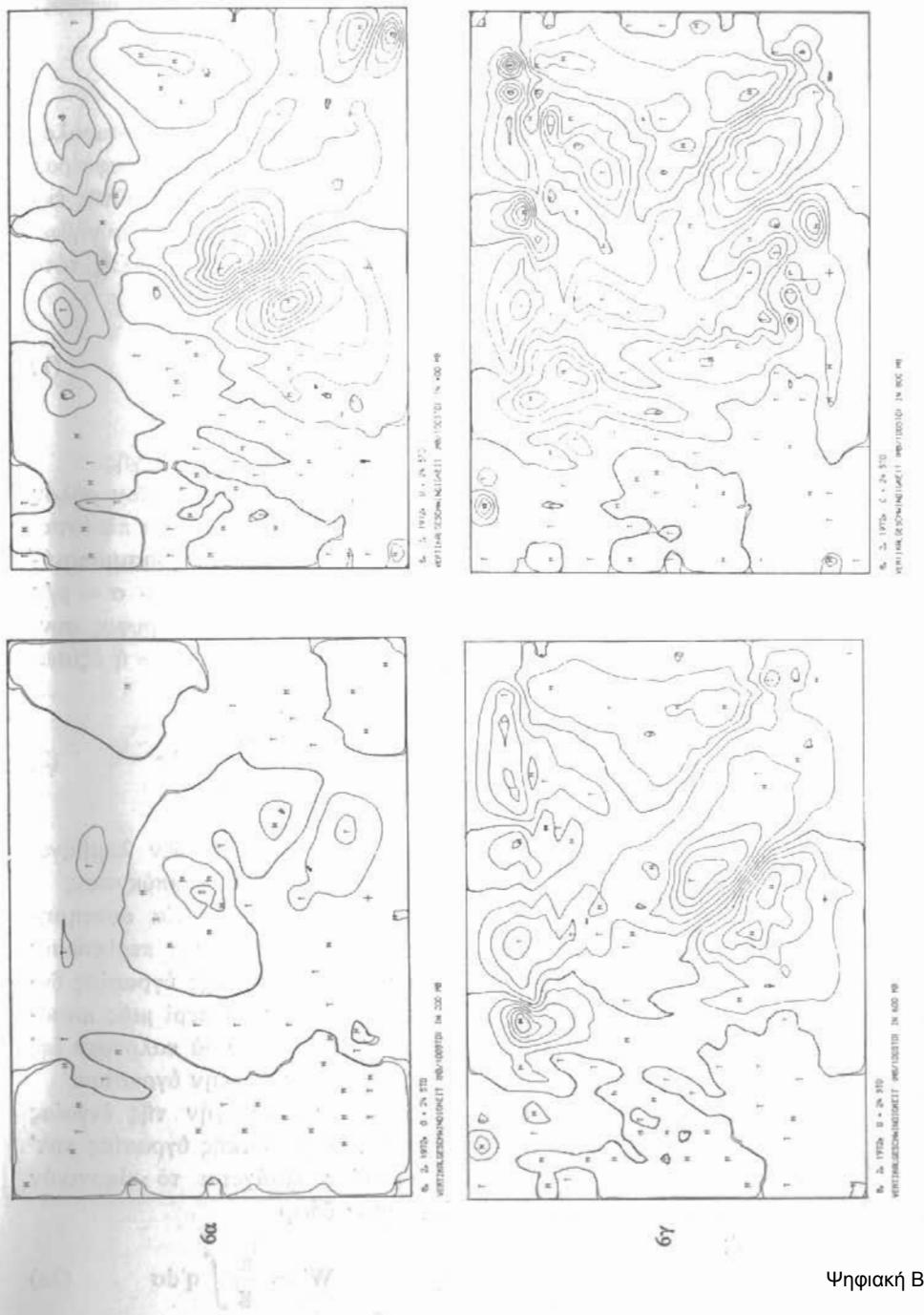
(PHILLIPS 1957) ή κατακροφες, συ-  
τεταγμένη. Κατόπιν τούτου ή έξισω-  
σις (1) γίνεται :

$$W = \frac{\pi}{g} \int_0^1 q d\sigma \quad (2)$$

Μὲ τὴν ὑπόθεσιν δτὶ δὲν λαμβάνει χώραν ἔξατμισις ή συμπύκνωσις ἢ εἰδικὴ ὑγρασία εἶναι μία συντηρητικὴ ίδιοτης καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτῆν ἀντὶ τῆς εἰδικῆς ὑγρασίας δυνάνεθα νὰ δμιλῶμεν περὶ μιᾶς ποσότητος q' τὴν δποίαν θὰ καλοῦμεν ἐφ' ἔξης εἰκονικήν εἰδικήν ὑγρασίαν.

Μὲ τὴν εἰσαγωγὴν τῆς ἐννοίας τῆς εἰκονικῆς εἰδικῆς ύγρασίας κατ' ἀκολουθίαν εἰσάγεται τὸ εἰκονικὸν δετίσιμον σδωρ

$$W' = \frac{\pi}{g} \int_0^1 q' d\sigma \quad (2a)$$



6. Κατακόρυφοι ταχύτητες είς τας γεωδυναμικάς ἐπιφανειας α 200, β 400, γ 600, δ 800 MB κατά την χρονική στιγμή ή +24 ώρ.

Τὸ δὲ ή εἰκονική εἰδική ὑγρασία εἶναι συντηρητική ίδιότης συνεπάγεται δι

$$\frac{dq'}{dt} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial q'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q' + \dot{\sigma} \frac{\partial q'}{\partial \sigma} = 0 \quad (3)$$

$$\text{óπου } \dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}.$$

<sup>1</sup>Εκ τῆς ἐξισώσεως συνεχείας ἔχομεν

$$\nabla \cdot \pi \mathbf{V} + \pi \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma} + \frac{\partial \pi}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

*'Εκ τῶν ἔξισώσεων (3) καὶ (4) λαμβάνομεν δι' ἀντικαταστάσεως τὴν προγνωστικὴν ἔξισωσιν τοῦ q' δι' οἰανδήποτε στάθμην σ*

$$\frac{\partial \mathbf{q}'}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{q} - \mathbf{q} \nabla \cdot \mathbf{V} - \frac{\partial \mathbf{q} \sigma}{\partial \sigma} - \frac{\mathbf{q}}{\pi} \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \pi \right). \quad (5)$$

Λαμβάνοντες τὴν μερικὴν παράγωγον ώς πρὸς τὸν χρόνον τοῦ εἰκονικοῦ θεοῦ σίμου ὄντας ἔχομεν

$$\frac{\partial \mathbf{W}'}{\partial t} = \frac{\pi}{g} \int_0^1 \frac{\partial q'}{\partial t} d\sigma + \frac{\mathbf{W}'}{\pi} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\pi}}{\partial t} \quad (6)$$

άντικαθιστῶντες τὴν (5) εἰς τὴν (6) καὶ λαμβάνοντες ὑπὸ δψιν ὅτι στείνει πρὸς τὸ μηδὲν διὰ τὰς τιμάς  $\sigma = 0$  καὶ  $\sigma = 1$  δηλαδὴ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν καὶ τὴν κορυφήν τῆς ἀτμοσφαίρας, λαμβάνομεν τὴν προγνωστικὴν ξέσισωσιν διὰ τὸ εἰκονικὸν ὑετίσιμον ὄδωρο

$$\frac{\partial \mathbf{W}'}{\partial t} = \frac{\pi}{g} \int_0^1 (-\nabla, \nabla q) d\sigma + \frac{\pi}{g} \int_0^1 (-q \nabla, \nabla) d\sigma + \frac{1}{g} \int_0^1 (-q \nabla, \nabla \pi) d\sigma \quad (7)$$

‘Η δόλοκλήρωσις τῆς ἀνωτέρω σχέσεως ἐφ’ δόλοκλήρου τῆς γῆς ἀποδεικνύει ὅτι τὸ εἰκονικὸν ὑετίσιμον ὄνδωρ τῆς ἀτμοσφαίρας εἶναι συντηρητικὴ ίδιότης.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω διαφαίνεται ὅτι διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ δευτέρου μέλους ἀπαιτοῦνται αἱ ποσότητες  $q$ ,  $\mathbf{V}$  καὶ  $\nabla \cdot \mathbf{V}$ , αἱ μεταβολαὶ αὐτῶν κατὰ τὴν κατακόρυφον καὶ αἱ προγνωστικαὶ τιμαὶ αὐτῶν.

Διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς κατακορύφου κινήσεως τῆς ἀτμοσφαίρας, ήτοι τῆς παραμέτρου  $\omega = \frac{dp}{dt}$  καὶ τῆς εἰσαγωγῆς κλιματολογικῶν παραμέτρων ώς καὶ διὰ τῆς καταλλήλου τεχνικῆς τῆς ἐξομαλύνσεως ή ἀνωτέρω ἐξίσωσις ἀνάγεται εἰς τὴν

$$\frac{\partial \mathbf{W}'}{\partial t} = -(\mathbf{k}_1 \mathbf{V}_1 + \mathbf{k}_2 \bar{\mathbf{V}}) \cdot \nabla \mathbf{W} - \frac{W k_3}{\pi} \omega_m + \frac{W \sigma_m k_3}{\pi} \bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla \pi + \frac{W}{\pi} \cdot (1 + \sigma_m k_3) \frac{\partial \pi}{\partial t} \quad (8)$$

420

ὅπου  $k_1, k_2, k_3$  κλιματολογικαὶ παράμετροι, δὲ δείκτης  $m$  ἀναφέρεται ἐπὶ τῆς στάθμης  $\sigma$ , ὅπου  $\mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}}$

$$\text{καὶ δπου } (\bar{-}) = \int_0^1 (-) d\sigma.$$

Αἱ τιμαι τῶν παραμέτρων  $k_1, k_2, k_3$  ἀπαιτοῦν μακροχρονίους ἑρεύνας καὶ κατὰ ἔποχάς ἡ καὶ κατὰ περιπτώσεις ἀκόμα, τὰ δὲ ἀποτελέσματα τῆς μεθόδου ἔξαρτων ται κυρίως ἐξ αὐτῶν, δεδομένου δὲ αἱ λοιπαὶ ὑπεισερχόμενοι παράμετροι μὲ τὰ σημερινὰ βαροκλινικὰ μοντέλα ὑπολογίζονται μὲ ἀρκετὴν ἀκρίβειαν.

Ἡ μέθοδος αὗτη εἶναι πολυδάπανος καθ' ὅσον ἀπαιτεῖ μεγάλας ὑπολογιστικὰς μηχανὰς καὶ χρόνον. Ἐφαρμόζεται εἰς τὰς Ἡνωμένας Πολιτείας ἑλαφρῶς τροποποιημένη μὲ ἀρκετὰ ἴκανοποιητικὰ ἀποτελέσματα.

## 2α Μέθοδος:

Ἐάν ὑποθέσωμεν τὴν ἀναλογίαν μίγματος, τότε κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς συμπυκνώσεως  $\frac{dr}{dt} < 0$ , οὕτω τὸ ποσόν, τὸ ἐκ τῆς συμπυκνώσεως προερχόμενον ἀνὰ μονάδα δγκου, εἶναι  $-p_d dr/dt$  ὅπου  $p_d$  εἶναι ἡ πυκνότης τοῦ ἔηροῦ ἀέρος.

Τὸ ποσόν τοῦ ὑετοῦ ποὺ φθάνει εἰς τὸ ἔδαφος εἶναι

$$\bar{P} = \int_{p_0}^0 \frac{1}{gp_w} \frac{dr}{dt} dp \quad (9)$$

$$\text{ὅπου } \frac{dr}{dt} = \begin{cases} 0 \\ \frac{dr_s}{dt}, & \text{ὅταν } r = r_s \end{cases}$$

$p_w$  ἡ πυκνότης τοῦ νεροῦ ( $1 \text{ gr.cm}^{-3}$ ),  $p_0$  ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς,  $r_s$  ἡ ἀναλογία μίγματος κατὰ τὸν κορεσμόν, συνάρτησις μόνον τῆς πιέσεως  $p$  καὶ τῆς θερμοκρασίας  $T$ . Μὲ τὴν ὑπόθεσιν δὲ λαμβάνει χώραν ἔξατμισις τὸ δλοκλήρωμα εἶναι διάφορον τὸ  $0$ , μόνον ὅταν  $\frac{dr}{dt} < 0$ .

Ολοκληρώνοντας τὴν (9) διὰ μίαν χρονικὴν περίοδον  $\Gamma$  λαμβάνομεν τὸν συνολικὸν ὑετὸν κατὰ τὴν περίοδον ταύτην, ἥτοι

$$\bar{P} = \int_1^{1+\Gamma} \int_{p_0}^0 \frac{1}{gp_w} \frac{dr}{dt} dp \quad (10)$$

Ἡ ἔξισωσις (9) μετασχηματίζεται εἰς τὴν

$$\bar{P} = \frac{1}{gp_w} \int_{p_0}^0 \omega dr, \quad \text{ὅπου } \omega = \frac{dp}{dt}, \quad (11)$$

καὶ λαμβάνει τιμὰς διαφόρους τοῦ μηδενὸς διὰ περιοχάς, ὅπου  $\omega < 0$ , δηλαδὴ ὑπάρχουν ἀνοδικαὶ κινήσεις, καὶ τὸ  $r = r_s$ . Ἐκ τῆς σχέσεως (11) διαφαίνεται δὲ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ὑετοῦ ἀπαιτεῖται ἡ γνῶσις τῶν τιμῶν  $\omega, r$  καὶ τῶν προγνωστικῶν τιμῶν αὐτῶν.

Κατωτέρω θὰ ἀναπτύξωμεν τὰς μεθόδους ὑπολογισμῶν τῶν τιμῶν  $\omega, r$ .

## 2A. Ὑπολογισμὸς τῶν κατακορύφων ταχυτήτων $\omega$ .

Πολλαὶ μέθοδοι ἔχουν ἀναπτυχθῇ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν κατακορύφων ταχυτήτων, ἐμπειρικαὶ ἢ στατιστικαὶ, διδουσαι μίαν προσέγγισιν ἐνίοτε ἐσφαλ- μένην.

Τὸ  $\omega$  θὰ ἡδύνατο νὰ ὑπολογισθῇ εὐκόλως ἐκ τῆς ὑδροστατικῆς ἔξισώσεως, ἀλλὰ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν αὐτὸν ἀπαιτεῖται ἡ ἀπ' εὐθείας μέτρησις τῆς κατακορύφου συνιστώσης  $w$  τοῦ ἀνέμου. Διὰ τὴν μέτρησιν ταύτην δὲν ἔχουν ἀναπτυχθῇ μέχρι στιγμῆς ἀξιόπιστοι μέθοδοι καὶ εἶναι δύσκολον νὰ πραγματοποιηθῇ. Τὰ πλέον ὁρθὰ ἀποτελέσματα δίδει ἡ καλούμενη εἰς τὴν Μετεωρολογίαν «ω-ἔξισωσις»

$$f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} + \sigma(p) \nabla^2 \omega = \frac{1}{f_0} \frac{\partial}{\partial p} [J(\Phi, \nabla^2 \Phi + f_0 f)] - \nabla^2 \left[ \frac{1}{f_0} J\left(\Phi, \frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) \right] \quad (12)$$

ὅπου  $f$  ἡ Κοριόλειος παράμετρος,  $\Phi$  τὸ γεωδυναμικόν, σὸν παράγων εὐσταθείας καὶ  $f_0$  ἡ μέση Κοριόλειος παράμετρος.

Ἡ ἔξισωσις αὗτη τύπου Helmholtz εἶναι συνδυασμὸς τῆς ἔξισώσεως τοῦ στροβιλισμοῦ καὶ τῆς θερμοδυναμικῆς ἔξισώσεως, προσαρτωμένη δὲ εἰς ἓνα βαροκλινικὸν μοντέλον 5 ἐπιφανειῶν 100, 300, 500, 700, 900 MB εἶναι δυνατὸν νὰ μᾶς παρέχῃ τὰς κατακορύφους ταχύτητας καὶ μάλιστα μὲ βῆμα 20 λεπτῶν εἰς τὰς στάθμας 200, 400, 600, 800 MB.

Ἡ λύσις τῆς ἔξισώσεως ταύτης γίνεται δι' ἐπαναληπτικῆς μεθόδου

$$\omega_k^{v+1} = \omega_k^v + \alpha R_k^v$$

ὅπου  $\alpha$  ὁ «overrelaxation factor».

Διὰ τὴν λύσιν τῆς ἔξισώσεως ταύτης καὶ συγκεκριμένα διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ σταθεροῦ συντελεστοῦ  $\alpha$  ἀπαιτοῦνται πολλαὶ δοκιμασίαι, ἵνα ἡ λύσις συγκλίνῃ ταχέως καὶ μὲ μικρὸν σφάλμα, πλὴν δημοσίᾳ δὲ ταχύτητας τῶν σημείων τῆς περιοχῆς.

Ἐν Γερμανίᾳ, καὶ συγκεκριμένα εἰς τὸ τμῆμα Ἐρευνῶν τῆς Μετεωρολογικῆς Υπηρεσίας εἰς Offenbach, ἀνεπτύχθη μέθοδος λύσεως τῆς  $\omega$ -ἔξισώσεως στῆτις ὑπολογίζει ἐκ τῶν μηδενικῶν θέσεων τῶν πολυωνύμων Tschebyscheff 50 σταθμάς  $a_i$  ( $i = 1-50$ ) αἱ ὄποιαι ἔξαρτῶνται μόνον ἀπὸ τὴν μεγίστην καὶ ἔλαχίστην σημείων μὲ «ύπόλοιπο» κατὰ τὴν 50ὴν ἐπανάληψιν 2,1 %.

Ακολουθοῦντες τὴν ὡς ἄνω μέθοδον καὶ μὲ παραδοχὰς ὅτι ἐπὶ τοῦ συνόρου αἱ κατακόρυφοι ταχύτητες εἰναι μηδέν, δυνάμεθα μὲ ἀρκετὴν προσέγγισιν νὰ ἔχωμεν κάθε 20 λεπτὰ τὰς κατακορύφους ταχύτητας.

## 2B. Ὑπολογισμὸς τῆς ἀναλογίας μίγματος ρ.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀναλογίας μίγματος τὰ πράγματα δυσκολεύουν, καθ' ὅσον οὗτος ἀπαιτεῖ προγνωστικὰς τιμὰς τῆς ὑγρασίας, ἢ ὅποια εἰναι εὐ-μετάβλητος καὶ ἔξαρται κυρίως ἀπὸ τοπικοὺς παράγοντας.

Ὑποθέτοντες καὶ πάλιν ὅτι δὲν λαμβάνουν χώραν συμπυκνώσεις οὔτε ἔξα-τμίσεις, δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν, ὅτι ἡ ἀναλογία μίγματος εἰναι μία συντηρητικὴ ἰδιότης καὶ ἀντ' αὐτῆς εἰσάγωμεν τὴν ποσότητα γ' τὴν ὅποιαν θὰ καλοῦμεν εἰ-κονικὴν ἀναλογίαν μίγματος. Δι' αὐτὴν θὰ ἴσχῃ ἡ σχέσις

$$\frac{dr'}{dt} = \frac{\partial r'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla r - w \frac{\partial r'}{\partial p}, \quad (13)$$

ἡ ἀναλογία μίγματος δύναται νὰ ἐκφρασθῇ ὑπὸ τῆς ἀπολύτου ὑγρασίας  $\rho^*$  ὑπὸ τῆς σχέσεως  $\rho^* = \rho' \rho_d$ .

Μὲ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι οἱ ὑδρατμοὶ ὑπακούουν εἰς τοὺς νόμους τῶν τελείων ἀερίων

$$\rho^* = \frac{e}{R*T} \quad \text{ενθα} \quad R^* = \frac{mR}{m^*}$$

ὅπου  $e$  ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν, συνάρτησις τῆς θερμοκρασίας  $T$ .

$m^*$  τὸ μοριακὸν βάρος τῶν ὑδρατμῶν

$m$  τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ξηροῦ ἀέρος

$R$  ἡ σταθερὰ διὰ τὸν ξηρὸν ἀέρα

$R^*$  ἡ σταθερὰ διὰ τὸν ὑγρὸν ἀέρα.

Ἐκ τῆς ἔξισώσεως τῶν Clausius - Clapeyron καὶ διὰ καταλλήλων μετασχημα-τισμῶν ἀποδεικνύεται ὅτι εἰς τὴν κατάστασιν κόρου ἴσχύει

$$\frac{d \ln r_s}{dt} \approx \Lambda \frac{\partial \ln \rho_d}{\partial p} \omega \quad \text{διὰ } \omega < 0 \quad (14)$$

ὅπου  $\Lambda$  διὰ κορεσμένον ἀέρα εἰναι συνάρτησις μόνον τῶν  $p$  καὶ  $T$ .

Αἱ ἔξισώσεις (9), (10), (13) καὶ (14) λαμβανόμεναι μὲ τὴν σύγχρονον γνῶ-σιν τοῦ πεδίου  $\mathbf{V}$  καὶ τῶν κατακορύφων ταχυτήτων εἰναι ἀρκεταὶ διὰ μίαν προ-σεγγιστικὴν μέθοδον προγνώσεως τοῦ ὑετοῦ.

Ως παράδειγμα αὐτῆς τῆς μεθόδου ἔχομεν κατασκευάσει ἐν βαροκλινικὸν μοντέλο 5 γεωδυναμικῶν σταθμῶν διὰ νὰ λαμβάνωμεν τὰς προγνωστικὰς τιμὰς κάθε 20 λεπτὰ τῶν  $\mathbf{V}$ ,  $\omega$ , βέβαια τὸ μοντέλο εἰναι σχεδὸν γεωστροφικῆς ποσότε-γίσεως.

Διὰ τὴν ὀλοκλήρωσιν τοῦ ὑετισίμου ὕδατος διὰ μίαν χρονικὴν περίοδον 24 ὥρων λόγῳ ἐλλείψεως ἀρχείου ὑγρασίας, θεωρήσαμεν δι' ἐκάστην στάθμην γραμμικὴν μεταβολὴν τῆς ὑγρασίας εἰς τὸ διάστημα  $t_0$  καὶ  $t + 24$  καὶ ὅτι εὑρι-σκόμεθα πάντοτε εἰς κεκορεσμένην κατάστασιν. Ολοκληρώσαμεν τὴν ἔξισώσιν διὰ νὰ ἔχωμεν κάποιο ἀποτέλεσμα, ἀσχέτως ἂν τοῦτο εἰναι ὅρθον η ὅχι. Δι' αὐτοῦ τοῦ τρόπου ἐθέσαμεν τὰς βάσεις καὶ ἀνοίξαμεν πρὸς μελέτην ἔνα νέον κεφάλαιον, διὰ τὸ τμῆμα Συνοπτικῆς Μετεωρολογίας τῆς Ἐθνικῆς Μετεωρολογικῆς Υπηρεσίας.

Εὐελπιστοῦμεν διτοῦτα ἀποτελοῦν τὴν ἀπαρχὴν μιᾶς σειρᾶς ἐρευνῶν εἰς τὰς δροίας θὰ προσπαθήσωμεν νὰ συμ-περιλάβωμεν τὴν ὑγρασίαν, τὴν δρεογραφίαν καὶ τὰς δια-βατικὰς θερμάνσεις τῆς θαλάσσης.

Οπωσδήποτε τὸ δλον θέμα εἰναι ἄλυτον παγκοσμίως, καὶ τὰ ἐκ τῆς ὀλοκληρώσεως ἀποτελέσματα τοῦ ὑετισίμου ὕδατος συσχετίζονται μὲ τὸν πραγματικὸν ὑετόν, τὸν παρα-τηρηθέντα κατὰ ἔνα χρονικὸν διάστημα καὶ ἔξαρται συν-τελεσται συσχετίσεως πρὸς ὑλοποίησιν τῶν ἀποτελεσμά-των τῶν προγνωστικῶν μοντέλων.

Σκοπὸς τῆς διαλέξεως μας ἡτο, δπως, εἰς τὸ περιορισμένον χρονικὸν διά-στημα τὸ δροῖον μᾶς διετέθη, εἰσαγάγωμεν ὑμᾶς, κατὰ τὸ δυνατόν, εἰς τὴν τεχνι-κὴν τῆς Μετεωρολογίας διὰ τῆς ἔκθεσεως τοῦ τρόπου ἐργασίας ἐπὶ τοιούτων θεμάτων, χωρὶς νὰ παραλείπωμεν τὰς δυσκολίας, τὰς δροίας ἀντιμετωπίζομεν, καὶ τὰς προσεγγίσεις, τὰς δροίας εἱμεθα ἡναγκασμένοι νὰ κάνωμεν, εἰς τὴν προ-σπάθειάν μας πρὸς ἐπίλυσιν τοιούτων προβλημάτων.

Σχ. 7. Ἰσονετοί καμ-πύλαι 24 ὥρων διά τὴν Ἐλλάδα (ἀνά 6 mm βροχῆς). (Σ. Σ. πρβλ. χάρτην Εύρω-πης τοῦ σχ. 2).

