

ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΗΣ ΣΥΖΥΓΟΥΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

Βαφείδης, Α. και Μανουσέλης, Ε.

Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης

Π Ε Ρ Ι Λ Η Ψ Η

Από τα μέσα της δεκαετίας του 1980, παρατηρείται μεγάλο ενδιαφέρον εφαρμογής της μεθόδου της σεισμικής τομογραφίας στην λεπτομερή απεικόνιση του υπεδάφους. Στη σεισμική τομογραφία κυρίως χρησιμοποιούνται οι χρόνοι διαδρομής των πρώτων αφίξεων των σεισμικών κυμάτων και πραγματοποιείται λεπτομερής προσδιορισμός της χωρικής κατανομής της ταχύτητας διάδοσης των επιμήκων κυμάτων. Η διαδικασία προσδιορισμού της κατανομής της ταχύτητας διάδοσης των επιμήκων κυμάτων αποτελείται από τρία θεμελιώδη βήματα: α) μέτρηση των χρόνων διαδρομής των πρώτων αφίξεων, β) καθορισμός της πορείας κάθε ακτίνας και γ) επίλυση του τομογραφικού προβλήματος και κατασκευή τομογράμματος.

Για την επίλυση του τομογραφικού προβλήματος αναπτύξαμε αλγόριθμο ο οποίος βασίζεται στη μέθοδο της συζυγούς βαθμίδας (conjugate gradient). Επίσης εφαρμόσαμε την μέθοδο αποθήκευσης πινάκων σειράς-δείκτη για την μείωση των σχετικά μεγάλων απαιτήσεων της σεισμικής τομογραφίας σε μνήμη Η/Υ. Τέλος, η μέθοδος εφαρμόστηκε στην απεικόνιση του μετώπου υπέρθερμων ατμών κατά τη διάρκεια της τριτογενούς παραγωγής κοιτάσματος βαρέων πετρελαίων και στην οριοθέτηση σκληρών σχηματισμών στα υπερκείμενα του Ν. Πεδίου της λιγνιτοφόρου λεκάνης Πτολεμαΐδας-Κοζάνης.

SEISMIC TOMOGRAPHY WITH THE CONJUGATE GRADIENT METHOD

Vafidis, A. and Manouselis, E.

A B S T R A C T

During the last decade there is an increasing interest in seismic tomography applications. Seismic tomography consists of three basic steps: a) picking of travel times, b) modelling with raytracing and c) traveltimes inversion. Here, we present an algorithm that solves the tomographic problem by applying the conjugate gradient method (CG). The main advantage of the conjugate gradient method is that it converges faster than the other iterative techniques (i.e. ART). An efficient method for storing large sparse matrices was applied in order to reduce the memory requirements. Real and synthetic data have been used in order to compare the CG algorithm with existing ART algorithm.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Την τελευταία πενταετία παρατηρείται μεγάλη ανάπτυξη νέων ή βελτιωμένων γεωφυσικών μεθόδων υψηλής διακριτικής ικανότητας. Η σεισμική τομογραφία, η κυριώτερη μέθοδος λεπτομερούς απεικόνισης του υπεδάφους, γνωρίζει σημαντική πρόοδο χάρη στην

ανάπτυξη σεισμικών πηγών οι οποίες δεν καταστρέφουν τα τοιχώματα της γεώτρησης. Τα κύρια επιτεύγματα της σεισμικής τομογραφίας συνοψίζονται σε πρόσφατο τεύχος του περιοδικού *Leading Edge* (Ιανουάριος 1993).

Στη σεισμική τομογραφία, η απεικόνιση τομής του υπεδάφους στηρίζεται στις τιμές των ταχυτήτων διάδοσης του σεισμικού κύματος. Η σεισμική ταχύτητα σε κάθε σημείο της υπό μελέτη περιοχής υπολογίζεται είτε από τους χρόνους διαδρομής των απευθείας κυμάτων P σε πειράματα γεώτρησης-γεώτρησης (transmission tomography) είτε από τους διπλούς χρόνους διαδρομής των ανακλώμενων κυμάτων P (reflection tomography).

Στην παρούσα εργασία περιγράφεται συνοπτικά το τομογραφικό πρόβλημα και αναφέρονται οι κυριώτερες μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος καθώς και τα κριτήρια επιλογής της μεθόδου επίλυσης. Στο ίδιο κεφάλαιο παρουσιάζουμε τον τροποποιημένο αλγόριθμο της μεθόδου συζυγούς βαθμίδας ο οποίος αναπτύχθηκε για την επίλυση του τομογραφικού προβλήματος σε προσωπικούς υπολογιστές. Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόστηκε σε δύο περιπτώσεις. Η πρώτη εφαρμογή αναφέρεται στην παραναλούθηση του θερμού μετώπου ταμειυτήρα βαριών πετρελαίων της Βόρειας Αλμπέρτα, Καναδά κατά τη διάρκεια της Τριτογενούς παραγωγής με θερμικές μεθόδους. Η δεύτερη εφαρμογή αναφέρεται στον εντοπισμό και οριοθέτηση των σκληρών σχηματισμών οι οποίοι συναντώνται στα υπερκείμενα του λιγνιτοφόρου πεδίου της λεκάνης Πτολεμαΐδας-Κοζάνης.

ΤΟ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΙ Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΥΖΥΓΟΥΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

Η σεισμική τομογραφία αποτελείται από τρία θεμελιώδη βήματα (Lines, 1991).

1. Συλλογή των δεδομένων. Στα σειсмоγράμματα π.χ. πειράματος γεώτρησης-γεώτρησης γίνεται η αναγνώριση των σεισμικών κυμάτων (π.χ. απευθείας κύματα P) και η επιλογή των χρόνων διαδρομής. Η επιλογή των χρόνων διαδρομής των σεισμικών κυμάτων είναι αρκετά επίπονη εργασία η οποία γίνεται από έμπειρο γεωφυσικό με την βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή.

2. Μοντελοποίηση (modelling step). Η υπό μελέτη περιοχή η οποία βρίσκεται μεταξύ των γεωτρήσεων χωρίζεται σε κυψέλες (pixels) και για κάθε κυψέλη ορίζεται η σεισμική ταχύτητα. Στη συνέχεια γίνεται η χάραξη της πορείας των σεισμικών ακτίνων (ray-tracing). Ο χρόνος διαδρομής σεισμικού κύματος είναι δυνατόν να εκφρασθεί συναρτήσει του διαστήματος που διένυσε το σεισμικό κύμα σε ορισμένη κυψέλη και της αντίστοιχης ταχύτητας, δηλαδή συναρτήσει των επιμέρους χρόνων διαδρομής στις κυψέλες που συναντά η σεισμική ακτίνα. Συχνά, οι εξισώσεις που αντιστοιχούν στους μετρούμενους χρόνους διαδρομής γράφονται υπό μορφή πινάκων:

$$T = D S \quad (1)$$

όπου το T είναι το διάνυσμα των μετρούμενων χρόνων, το S είναι το διάνυσμα της βραδύτητας (αντίστροφο της ταχύτητας) και το D είναι ο πίνακας των διαστημάτων.

3. Αντιστροφή (inversion). Το σύστημα (1) επιλύεται ως προς τις άγνωστες τιμές της βραδύτητας και προκύπτει η αναπαραγμένη εικόνα του υπεδάφους (reconstructed image), το τομογράμμα. Το σύστημα (1) είναι ένα υπερκαθορισμένο γραμμικό σύστημα, δηλαδή οι

εξισώσεις είναι περισσότερες από τους αγνώστους για σεισμικές ακτίνες με αμελητέα καμπύλωση. Ο πίνακας D είναι "αραιός" (sparse), δηλαδή τα μηδενικά στοιχεία του είναι πολύ περισσότερα από τα μη μηδενικά. Συνήθως, το σύστημα (1) επιλύεται με ειδικές τεχνικές που βασίζονται στη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, όπως η τεχνική της αλγεβρικής αναπαραγωγής (Algebraic Reconstruction, ART, Gordon et al., 1970), η τεχνική της επαναληπτικής αναπαραγωγής (Simultaneous Iterative Reconstruction, SIRT, Gilbert, 1972), και η μέθοδος της συζυγούς βαθμίδας (Conjugate Gradient, CG, Hestenes and Stiefel, 1952).

Το σύστημα (1) στην περίπτωση καμπύλων ακτίνων δεν είναι γραμμικό λόγω του ότι τα στοιχεία του πίνακα D εξαρτώνται από τη βραδύτητα S . Το σύστημα αυτό συνήθως αντικαθίσταται από γραμμικό σύστημα το οποίο προκύπτει από το ανάπτυγμα σε σειρά Taylor. Το προκύπτον γραμμικό σύστημα επιλύεται με τη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων (iterative techniques), όπου σε κάθε προσέγγιση γίνεται χάραξη των σεισμικών ακτίνων και εφαρμογή μίας από τις τεχνικές των ελαχίστων τετραγώνων (Vassiliou et al, 1989).

Οι μέθοδοι ART και SIRT δίνουν λύσεις που ικανοποιούν το κριτήριο των ελαχίστων τετραγώνων του σταθμισμένου συστήματος:

$$WDS = WT \quad (2)$$

όπου ο πίνακας W εξασφαλίζει την σύγκλιση σε μία λύση. Η λύση του τομογραφικού προβλήματος που προκύπτει από την μέθοδο συζυγούς βαθμίδας είναι πιο ακριβής από τις λύσεις των μεθόδων ART και SIRT γιατί ικανοποιεί το κριτήριο των ελαχίστων τετραγώνων του συστήματος (1). Η μέθοδος συζυγούς βαθμίδας απαιτεί μικρότερο αριθμό επαναλήψεων για την ικανοποίηση του κριτηρίου σύγκλισης. Η επιλογή της μεθόδου της συζυγούς βαθμίδας για τις ανάγκες των εφαρμογών της παρούσας εργασίας βασίσθηκε στο ότι αυτή η μέθοδος παρουσιάζει καλύτερη ακρίβεια αλλά και ταχύτερη σύγκλιση σε σχέση με τις μεθόδους ART και SIRT (Justice et al. 1989).

Στον τροποποιημένο αλγόριθμο συζυγούς βαθμίδας η διαδικασία υπολογισμού των στοιχείων του διανύσματος S αποτελείται από τα παρακάτω βήματα (Bjorck and Elfving, 1974):

1) Γίνεται αρχική εκτίμηση του S , συνήθως $S^{(0)} = 0$ και υπολογίζονται οι αρχικές τιμές των βοηθητικών διανυσμάτων:

$$\begin{aligned} g^{(0)} &= D^T T \\ h^{(0)} &= D^T T \end{aligned}$$

όπου ο D^T είναι ο ανάστροφος του D .

2) Η λύση του συστήματος (1) δίνεται από τη σχέση:

$$S^{(q+1)} = S^{(q)} + \alpha h^{(q)}$$

$$\text{όπου } \alpha = \frac{g^q \cdot h^q}{\|D h^q\|},$$

$q = 0, 1, 2, \dots$ ο αριθμός των επαναλήψεων, το $\| \cdot \|$ συμβολίζει την νόρμα και η τελεία στον αριθμητή συμβολίζει εσωτερικό γινόμενο.

3) Το κριτήριο σύγκλισης είναι το:

$$\|D S^{(q+1)} - T\|$$

να ισούται με μηδέν.

4) Όταν δεν ισχύει το κριτήριο σύγκλισης, τότε υπολογίζουμε:

$$k = D^T (D S^{(q+1)} - T),$$

$$\beta = \frac{(g^{(q)} + k) \cdot k}{\|g^{(q)}\|}$$

$$g^{q+1} = -k$$

$$h^{q+1} = g^{q+1} + \beta h^q$$

και επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3.

Στον τροποποιημένο αλγόριθμο της συζυγούς βαθμίδας έχει ληφθεί υπόψη το ότι ο πίνακας D είναι αραιός. Το μη μηδενικά στοιχεία του D αποθηκεύονται σε διάνυσμα χρησιμοποιώντας την μέθοδο του δείκτη-σειράς (Pissatsky, 1984), ενώ με το να μην αποθηκεύονται τα μηδενικά στοιχεία του αραιού πίνακα, πολύ μεγαλύτεροι αραιοί πίνακες είναι δυνατόν να αποθηκευθούν στη μνήμη του υπολογιστή. Για τον υπολογισμό των $D^T S$ ή $D S$ έχουμε αναπτύξει κατάλληλες υπορουτίνες όπου οι πράξεις με μηδενικά στοιχεία δεν εκτελούνται.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

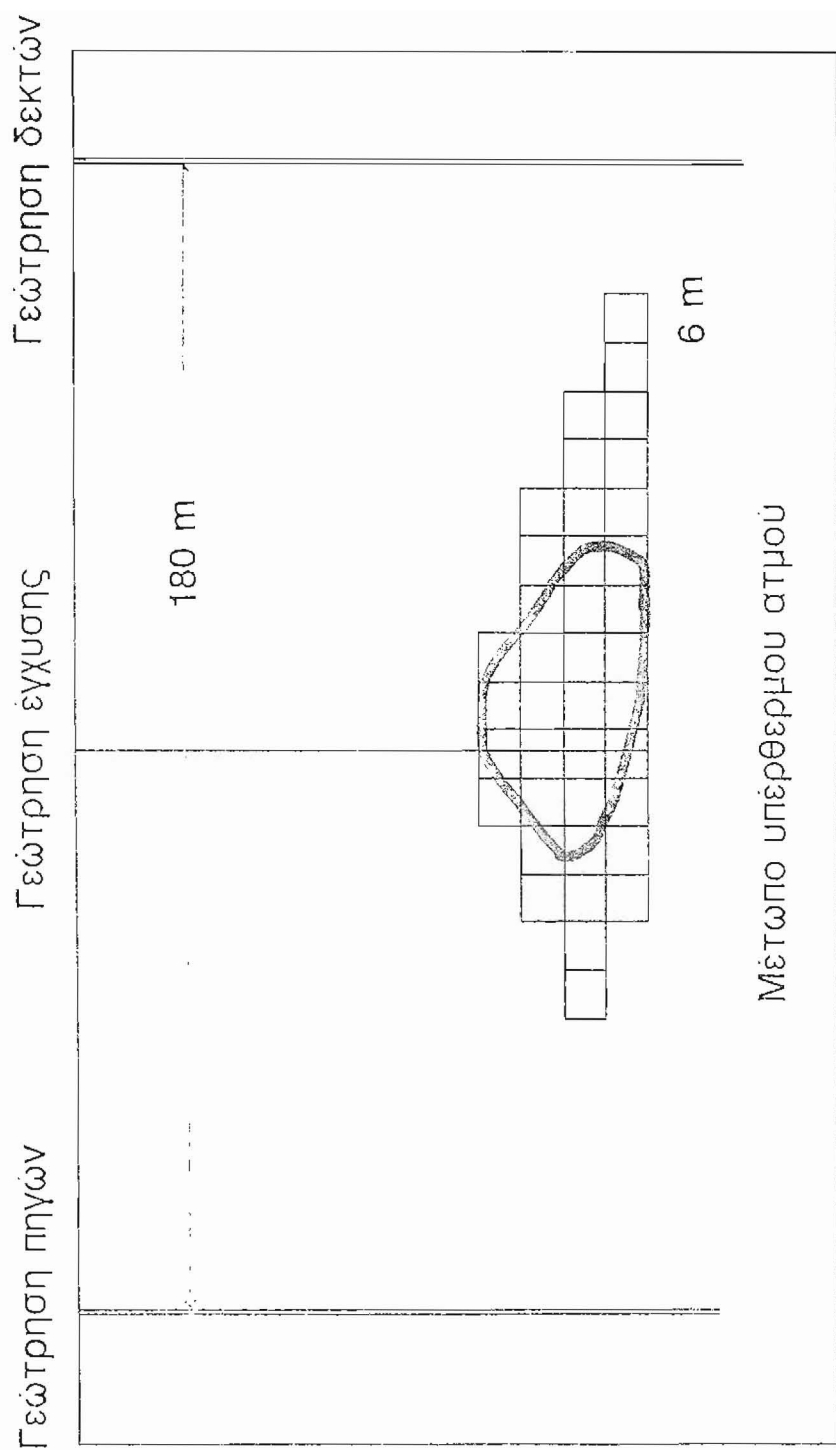
α) Οριοθέτηση-Παρακολούθηση μετώπου υπέρθερμου ατμού κατά την τριτογενή παραγωγή πετρελαίου.

Με τις συμβατικές μεθόδους παραγωγής πετρελαίου αντλείται μόνο το 1/3 της αρχικής ποσότητας υδρογονανθράκων. Τα υπόλοιπα 2/3 αποτελούν στόχο της τριτογενούς παραγωγής (Craft et al, 1990). Κατά την τριτογενή παραγωγή σε ταμειευτήρες βαρέων πετρελαίων εφαρμόζονται κύρια θερμικές μέθοδοι. Η θερμοκρασία στον ταμειευτήρα αυξάνεται με εισπύση καυτού ρευστού ή με καύση των υδρογονανθράκων. Τα βαρέα πετρέλαια λόγω της αύξησης της θερμοκρασίας από παχύρρευστα μετατρέπονται σε ρευστά τα οποία ρέουν ευκολότερα προς τις γεωτρήσεις παραγωγής. Το ρευστό έγχυσης (καυτό νερό ή υπερθερμοί ατμοί) συμπαρασύρει το πετρέλαιο προς τις γεωτρήσεις παραγωγής. Ο ακριβής εντοπισμός της θέσης του μετώπου του ρευστού έγχυσης βοηθά στην αύξηση της αποτελεσματικότητας της τριτογενούς παραγωγής καθώς και στη μείωση του κόστους παραγωγής πετρελαίου ανά βαρέλι (Craft et al, 1990).

Το γεγονός ότι η ταχύτητα διάδοσης των σεισμικών κυμάτων, μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας σε ζώνες βαρέων πετρελαίων (Nur, 1984) αποτελεί τον κύριο λόγο για τον οποίο η σεισμική τομογραφία εφαρμόζεται στην τριτογενή παραγωγή. Συνήθως, οι τομογραφικές μελέτες διεξάγονται κατά τακτά χρονικά διαστήματα για την παρακολούθηση της ζώνης των υπέρθερμων ατμών.

Οι Macrides et al. (1988) σχεδίασαν τομογραφικό πείραμα για την παρακολούθηση του μετώπου του υπέρθερμου ατμού κατά την τριτογενή παραγωγή πετρελαίου στην περιοχή Cold Lake του Καναδά. Η απόσταση των γεωτρήσεων είναι 180m και ο υπό μελέτη σχηματισμός βρίσκεται σε βάθος 415-465m. Πραγματοποιήθηκαν δύο πείραματα σεισμικής τομογραφίας πριν και μετά την έγχυση υπέρθερμων ατμού. Οι Macrides et al., (1988) λόγω του περιορισμένου αριθμού των δεδομένων (μόνο από το πρώτο πείραμα) χρησιμοποίησαν το μοντέλο του Σχ.1 για την περιγραφή του μετώπου των υπέρθερμων ατμών.

Το σχήμα του μετώπου δεν είναι τυχαίο. Καταρχήν δεν είναι συμμετρικό ως προς τη γεώτρηση έγχυσης. Αυτή η ασυμμετρία είναι επιθυμητό να μπορεί να απεικονιστεί στα τομογράμματα γιατί η προτιμώμενη διεύθυνση ανάπτυξης της ζώνης του ατμού είναι



ΣΧ-1. Γεωμετρία του πειράματος σεισμικής τομογραφίας.

ιδιαιτέρου ενδιαφέροντος. Επίσης η ζώνη είναι πλατιά, πράγμα που σχετίζεται με τις στρωματικές εναλλαγές ψαμμίτη και σχιστόλιθου. Η περιοχή του ταμιευτήρα που έχει επηρεαστεί άμεσα από την έγχυση υπέρθερμου ατμού χωρίζεται σε 39 κυψέλες. Η μέση ταχύτητα στου ταμιευτήρα πριν την έγχυση ήταν 2.4 km/sec. Στη ζώνη του υπέρθερμου ατμού η ταχύτητα μειώνεται στα 2 km/sec, ενώ υπάρχει μεταβατική ζώνη όπου η ταχύτητα παίρνει ενδιάμεση τιμή (2.2 km/sec).

Η αντιστροφή περιορίστηκε στην περιοχή που έχει επηρεασθεί από τους υπέρθερμους ατμούς και βασίσθηκε σε δεδομένα πριν και μετά την έγχυση (Macrides et al, 1988). Οι Macrides et al. (1988) πραγματοποίησαν την αντιστροφή με την μέθοδο ART (Σχ. 2) ενώ τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου της συζυγούς βαθμίδας (Σ.Β.) δίνονται στο Σχ.3. Η μέθοδος της Σ.Β. μας δίνει καλύτερη απεικόνιση σε σχέση με τη μέθοδο ART, δηλαδή στο τομόγραμμα που προέκυψε από την μέθοδο ART, παρατηρούμε ότι υπάρχουν μερικές κυψέλες υψηλής ταχύτητας στη ζώνη των υπερθερμών ατμών και χαμηλής ταχύτητας έξω από τη ζώνη υπέρθερμων ατμών, πράγμα που δεν παρατηρείται στο τομόγραμμα που προέκυψε από τη μέθοδο Σ.Β.

β) Προσομείωση πειράματος σεισμικής τομογραφίας σε σκληρούς σχηματισμούς στο Ν. Πεδίο της λιγνιτοφόρου λεκάνης Πτολεμαΐδας-Κοζάνης.

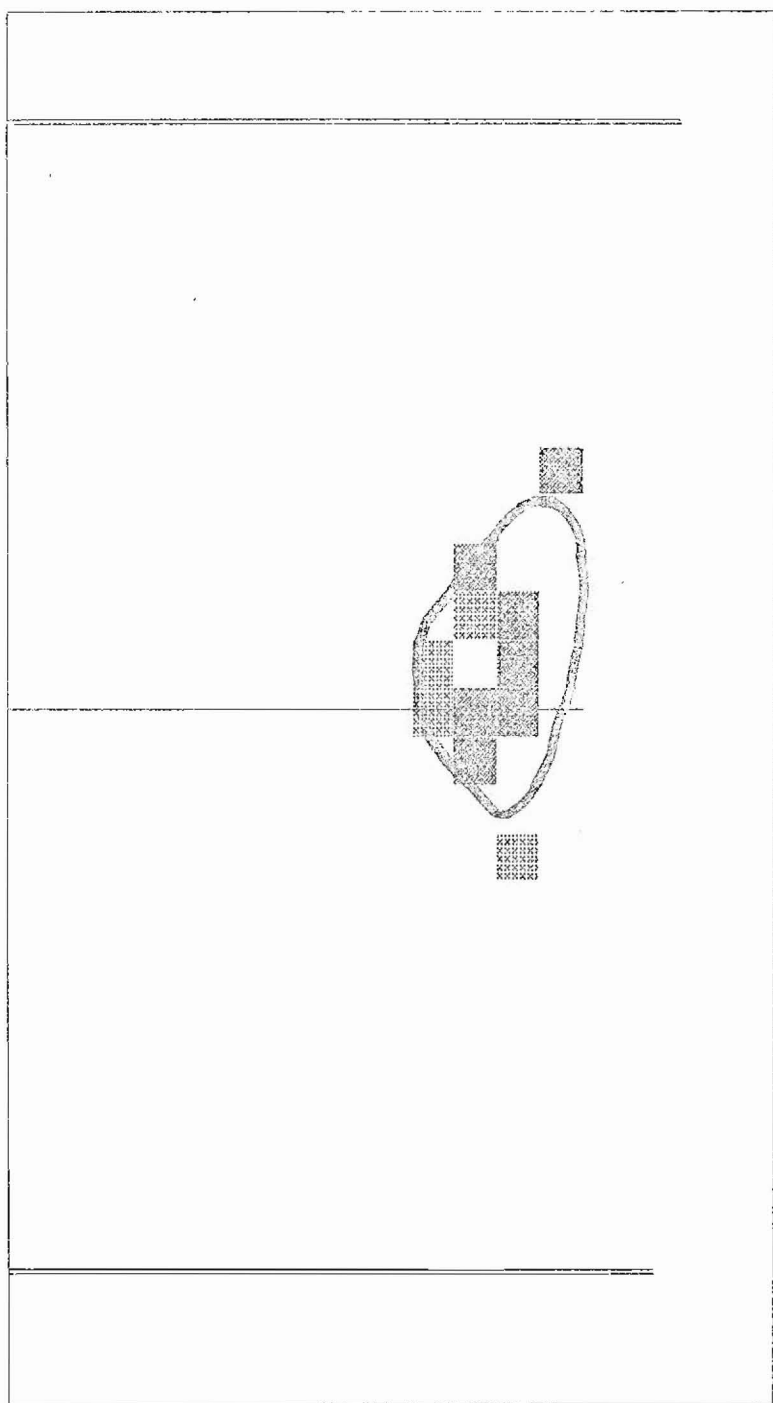
Έχει παρατηρηθεί η ύπαρξη σκληρών σχηματισμών στα υπερκείμενα του Νοτίου Πεδίου της λιγνιτοφόρου λεκάνης Πτολεμαΐδας-Κοζάνης. Αυτοί οι σχηματισμοί είναι ψαμμίτες, κροκαλοπαγή, ψαμιτοπαγή και πηλίτες. Το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η φακοειδής και ακανόνιστη ανάπτυξη, που σε συνδυασμό με τη μεταβαλλόμενη συνεκτικότητα δημιουργούν πρόβλημα στην εκσκαφή. Η αυξημένη σκληρότητα των σχηματισμών αυτών δεν είχε προβλεφθεί κατά το αρχικό σχεδιασμό της εκμετάλλευσης. Ερευνες στο παρελθόν δεν κατάφεραν να προσδιορίσουν την έκταση και την κατανομή των σχηματισμών αυτών. Ετσι δεν υπάρχουν σαφείς ενδείξεις για τη θέση και τον όγκο τους.

Οι εν λόγω σχηματισμοί πρέπει να εντοπιστούν επακριβώς ώστε να γίνει κατάλληλος προγραμματισμός της διάθεσης του εξοπλισμού για την εξόρυξή τους. Αυτό είναι δύσκολο να γίνει μόνο από τα υπάρχοντα γεωτρητικά δεδομένα, γιατί στις περισσότερες από τις ερευνητικές γεωτρήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο Νότιο Πεδίο η πυρηνοληψία περιορίζεται στην λιγνιτοφόρο ζώνη με αποτέλεσμα να μην υπάρχουν αρκετά στοιχεία σχετικά με την εξάπλωση των σκληρών (Κολοβός, 1991).

Η πρόβλεψη της θέσης και του όγκου των σκληρών σχηματισμών είναι ζωτικής σημασίας για τη βελτίωση της παραγωγής στα λιγνιτορυχεία. Οι κλασσικές μέθοδοι γεωφυσικής διασκόπησης δεν παρέχουν τη δυνατότητα διάκρισης των σκληρών λόγω του ότι το πάχος τους κυμαίνεται από 0.5m έως 5m.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να διερευνήσει τις δυνατότητες της σεισμικής τομογραφίας στον εντοπισμό και χαρτογράφηση της θέσης και της εξάπλωσης των σκληρών σχηματισμών στα υπερκείμενα του Νοτίου Πεδίου, προκειμένου να γίνουν στη συνέχεια οι ογκομετρήσεις και ο καθορισμός τον ειδικό εξοπλισμό για την εξόρυξή τους.

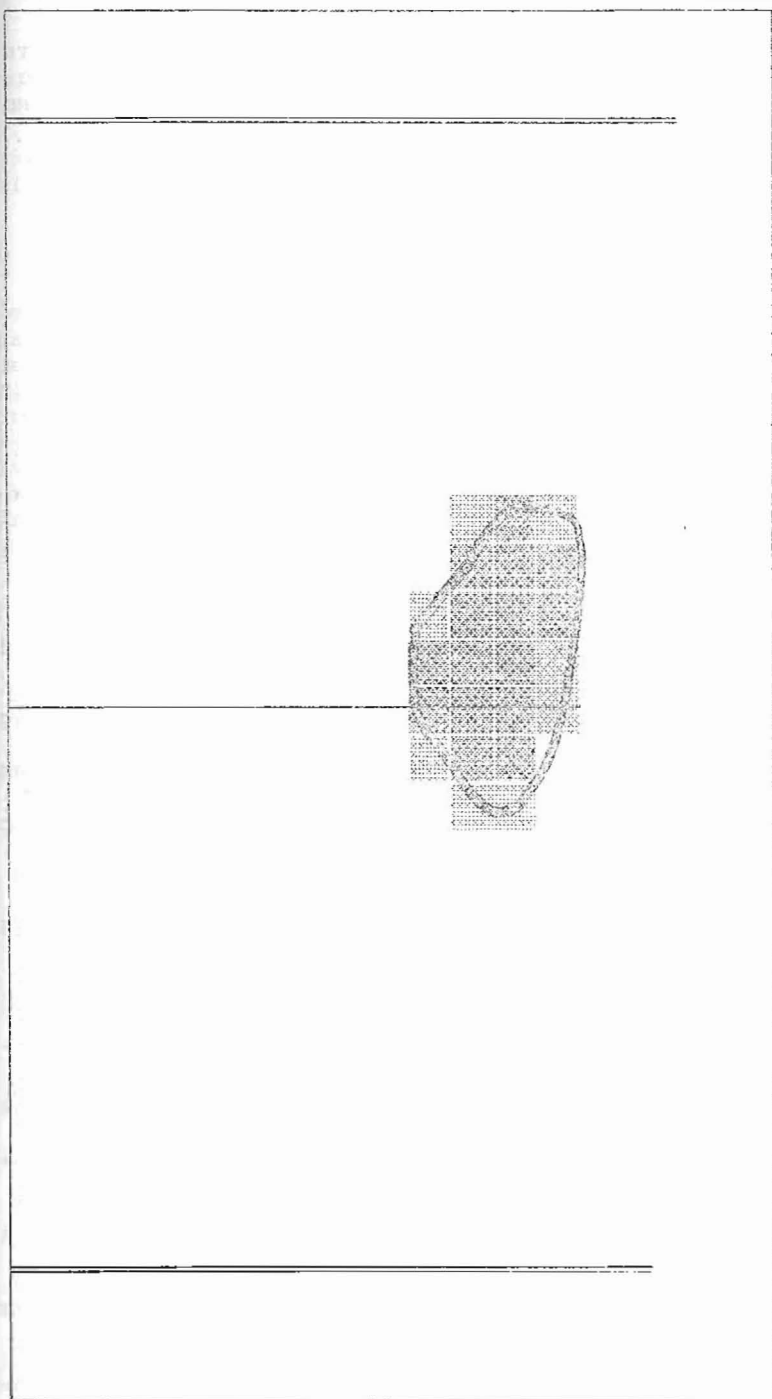
Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν συνθετικά δεδομένα τα οποία προέρχονται από την εφαρμογή της ακτινικής θεωρίας (Charman, 1978) σε 20 πειράματα γεώτρησης-γεώτρησης (Σχ. 4). Η



Κλίμακα ταχυτήτων (km/sec) 2.0 2.2 2.4



ΣΧ.2. Τομόγραμμα του χώρου έγχυσης βάσει της μεθόδου ART.

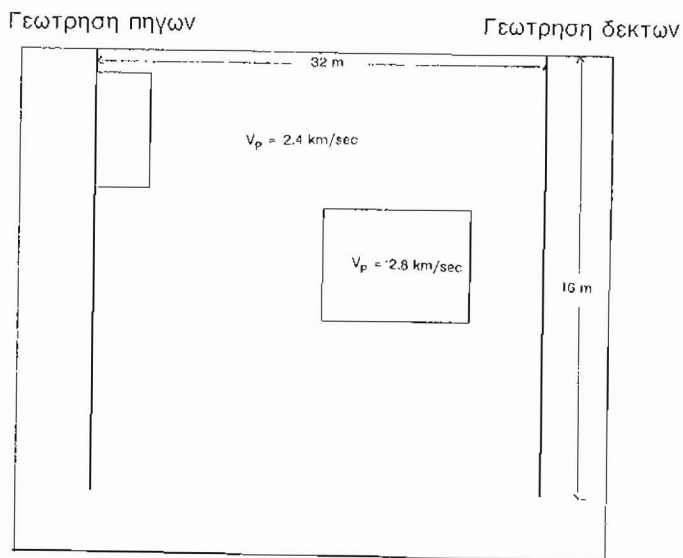


Κλίμακα ταχυτήτων (km/sec) 2.0 2.2 2.4

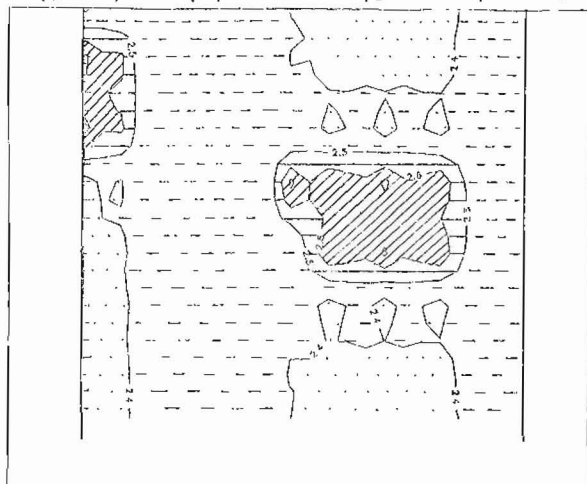


ΣΧ.3. Τομώγραμμα του χώρου έγχυσης βάσει της μεθόδου Σ.Β.

απόσταση των γεωτρήσεων ήταν 32m, ενώ η απόσταση μεταξύ της πρώτης και τελευταίας πηγής ήταν 16m. Οι δέκτες τοποθετήθηκαν ανά 0,8m. Η ταχύτητα στους σκληρούς σχηματισμούς θεωρήθηκε περίπου 20% μεγαλύτερη της ταχύτητας στα περιβάλλοντα πετρώματα.



Σχ.4. Μοντέλο προσομείωσης των σκληρών στα υπερκείμενα του Νοτίου Πεδίου της λιγνιτοφόρου λεκάνης Πτολεμαΐδας-Αμυνταίου.



Σχ.5. Τομόγραμμα βάσει της μεθόδου Σ.Β. όπου τα σκληρά αντιστοιχούν στις γραμμοσκιασμένες περιοχές.

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου συζυγούς βαθμίδας δίνονται στη σεισμική τομή του Σχ. 5 όπου διακρίνονται οι σκληροί σχηματισμοί. Έτσι, επιβεβαιώνεται η χρησιμότητα της σεισμικής τομογραφίας στην χαρτογράφηση των σκληρών σχηματισμών.

Ο αριθμός των επαναληπτικών βημάτων κατά την διάρκεια της αντιστροφής των σεισμικών δεδομένων ήταν 20, ή δε πραγματοποίηση της αντιστροφής του πίνακα 480 x 128 σε κάθε βήμα απαιτεί λιγότερο από 30 sec σε PC-80386 εφοδιασμένο με μαθηματικό επεξεργαστή 80387. Η διάσταση κάθε κυψέλης στη σεισμική τομή είναι 2m.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας αναπτύχθηκε αλγόριθμος βασισμένος στην μέθοδο της συζυγούς βαθμίδας ο οποίος έχει μειωμένες απαιτήσεις σε μνήμη H/Y. Από την εφαρμογή της μεθόδου σε συνθετικά δεδομένα διαπιστώθηκε ότι:

- α) Η μέθοδος συζυγούς βαθμίδας παρουσιάζει καλύτερη ακρίβεια και συγκλίνει προς τη λύση ταχύτερα από τις μεθόδους ART και SIRT.
- β) Η σεισμική τομογραφία είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί στον εντοπισμό και την απεικόνιση των σκληρών σχηματισμών στα υπερκείμενα του Ν. Πεδίου της λιγνιτοφόρου λεκάνης Πτολεμαΐδας Κοζάνης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Bjorck, A. and Elfving, T., (1979). Accelerated projection methods for computing pseudoinverse solutions of systems of linear equations, BIT, 19, 145-163.
- Chapman, C.H., (1987). A new method for computing synthetic seismograms, Geophys. J.R. astr. Soc., 54, 481-518.
- Craft, B.C., Hawkins, M., Terry, R.E., (1990). Applied Petroleum Reservoir Engineering (Second Edition).
- Gordon, R., Bender, R. and Herman, G.T., (1970). Algebraic reconstruction techniques for three-dimensional electron microscopy and x-ray photography, J. Theor. Biol. 29, 471-481.
- Hestenes, M.R., and Stiefel, E., (1952). Methods of conjugate gradients for solving linear systems, J. Res. N.B.S., 49, 409-436.
- Justice, J.H., Vassiliou, A.A., Singh, S., Logel, J.D., Hanses, P.A., Hall, B.R., Hott, P.R., and Solanski, J.J., (1989). Acoustic tomography for monitoring enhanced oil recovery, Geophysics; The Leading Edge of exploration, 12-19.
- Κολοβός, Ν., (1991). Πρόγραμμα γεωλογικής χαρτογράφησης σκληρών σχηματισμών Ορυχείου Νοτίου Πεδίου, Έκθεση Ι, ΑΚΠ-Α, ΔΕΗ.
- Lines, L., (1991). Applications of tomography to borehole and reflection seismology, Geophysics : The Leading Edge of exploration, 11-17.
- Macrides, C.G., Kanasewich, E.E. and Bharatha, S., (1988). Multiborehole seismic imaging in steam injection heavy oil recovery projects, Geophysics, vol. 53, No. 1, 65-75.
- Nur, A.M., (1984). Seismic monitoring of thermal enhanced oil processes, SEG Expanded Abstracts 54th Annual Meeting, 337-340.
- Scales, J.A. (1987). Tomographic inversion via the conjugate gradients method, Geophysics, 52 No. 2, 179-185.
- Vassiliou, A.A., Justice, J.H., and Guinzy, N.J., (1989). A comparison of norms for non-diffraction and diffraction tomography, Acoustical Imaging, 17, Plenum Press, New York.