

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑΣ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Κ. ΣΑΒΒΑΣ

«FRACTAL ΚΑΙ ΧΑΟΣ ΣΤΗ ΓΕΩΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ



Θεσσαλονίκη 2015

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑΣ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Κ. ΣΑΒΒΑΣ

«FRACTAL ΚΑΙ ΧΑΟΣ ΣΤΗ ΓΕΩΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Υποβλήθηκε στο Τμήμα Γεωλογίας
Εργαστήριο Εφαρμογών της Τηλεπισκόπησης και Γεωγραφικών Συστημάτων
Πληροφοριών

Επιβλέπων Καθηγητής

Αλμπανάκης Κωνσταντίνος

Θεσσαλονίκη 2015

© Γεώργιος Κ. Σάββας, Εργαστήριο Εφαρμογών της Τηλεπισκόπησης και Γεωγραφικών Συστημάτων Πληροφοριών, 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All right reserved.

FRACTAL ΚΑΙ ΧΑΟΣ ΣΤΗ ΓΕΩΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το

παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι εκφράζουν τις επίσημες θέσεις του Α.Π.Θ.

Στον Πατέρα μου

τον μεγαλύτερο δάσκαλο της ζωής μου

«Αεί θεός γεωμετερεΐν»

Πλάτωνας

«Αεί ο Θεός ο μέγας γεωμετρεί»

Μνημονικός κανόνας για τον αριθμό π

«Ο Θεός δεν παίζει ζάρια με το Σύμπαν»

Albert Einstein

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η διαμόρφωση και εξέλιξη του αναγλύφου της γης κάτω από την συνεχή δράση ανταγωνιστικών παραγόντων (διάβρωσης-ορογένεσης), είναι μια διαδικασία πολύπλοκη όχι τόσο στο να κατανοηθεί θεωρητικά αλλά στο να περιγραφεί ποσοτικά.

Η εργασία αυτή σκοπό έχει την προσέγγιση της γεωμορφολογικής διαδικασίας από τη σκοπιά της θεωρίας του χάους και της fractal γεωμετρίας. Θεματικά χωρίζεται σε δύο ενότητες:

α) Στην πρώτη γίνεται μια σχετικά εκτενής ανάλυση της θεωρίας του χάους και της fractal γεωμετρίας ώστε να γίνει κατανοητή η εφαρμογή αυτών στη γεωμορφολογία κ.α.

β) Στη δεύτερη αναφέρονται εφαρμογές και παραδείγματα των παραπάνω θεωριών σε διάφορα πεδία της γεωμορφολογίας ιδίως στην διαμόρφωση του αναγλύφου από τη δράση του νερού καθώς και σε άλλα πεδία της γεωλογίας.

Επειδή η μαθηματική υπόσταση των μοντέλων που χρησιμοποιούνται αφ ενός είναι πολύπλοκη αφ' ετέρου δεν αφορά την παρούσα εργασία αποφεύγεται η χρήση πολύπλοκων τύπων. Αντίθετα χρησιμοποιούνται ευρύτατα τα αποτελέσματα – συμπεράσματα της ανάλυσης των τύπων αυτών.

Η εργασία αυτή εκπονήθηκε με την βοήθεια αρκετών ανθρώπων, τους οποίους θα ήθελα από τη θέση αυτή να ευχαριστήσω.

Μέρος Πρώτο

Θεωρία

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Δεν είναι πολλά τα χρόνια από τότε που παρατηρήθηκε μια μεταστροφή στις γεωεπιστήμες από τον καθαρά περιγραφικό χαρακτήρα σε μια πιο μαθηματικοποιημένη αντιμετώπιση των φυσικών διαδικασιών που μελετούν. Την ίδια περίπου στιγμή νέες θεωρίες όπως αυτή της "θεωρίας του Χάους" με την οποία ασχολείται η παρούσα εργασία, αλλά και η "θεωρία της Γαίας" (Lovelock) συνετέλεσαν στο να θεωρηθεί η γεωμορφολογική διαδικασία ως ένα ενεργό αλληλεπιδρόν τμήμα του υλοενεργειακού συστήματος του πλανήτη μας.

Η επίτευξη δυναμικών ισορροπιών μέσα από συστήματα ανάδρασης, η δημιουργία και ανάπτυξη - συντήρηση προϋποθέσεων για τη διατήρηση της ζωής από ένα οργανισμό πλανητικής κλίμακας (θεωρία της Γαίας), έδωσαν νέα ώθηση στην διερεύνηση των λειτουργιών που διέπουν τις γεωμορφολογικές διαδικασίες και μια φιλοσοφική χροιά στην ερμηνεία τους. Η fractal γεωμετρία και η ύπαρξη fractal αντικειμένων στη φύση ίσως είναι ο συνδετικός κρίκος για τη γενίκευση των θεωριών σε μια γενική "θεωρία των πάντων".

Στην εργασία που ακολουθεί η διαπίστωση fractal αντικειμένων αποδεικνύει την καθολική ισχύ των φυσικών νόμων σε οποιαδήποτε κλίμακα και το ρόλο που αυτοί παίζουν στη διαμόρφωση της μορφής και της δυναμικής των συστημάτων.

Βασικές έννοιες που επαναλαμβάνονται με κίνδυνο να κουράσουν τον αναγνώστη, πλην όμως απαραίτητες για την ανάπτυξη των νοημάτων του κειμένου είναι:

Αλληλεπίδραση : η αμοιβαία επίδραση μεταξύ των μερών ενός συστήματος.
(όσο περισσότερα μέρη συμμετέχουν τόσο πιο περίπλοκο είναι το σύστημα)

Αυτοαναφορά : η αναφορά ενός συστήματος στον εαυτό του

εντροπία : τάση των φυσικών συστημάτων να ρέπουν προς την αταξία.

κατάσταση ισορροπίας

σύστημα: το σύνολο των σωμάτων που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους
(ανταλλάσσοντας ενέργεια)

συμμετρία : κατάσταση όπου ένα σώμα ή σύστημα αναπτύσσεται στο χώρο ή στο χρόνο ή και στα δύο, το ίδιο προς 1, 2, 3 ή τέσσερις διαστάσεις.

ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ

Όταν κάποιος αναφέρεται στη λέξη «χάος», τη χρησιμοποιεί για να προσδιορίσει μια κατάσταση όπου το μπέρδεμα ενός πλήθους διαφορετικών παραγόντων της προσδίδει μια πολύπλοκη μορφή που δύσκολα περιγράφεται, και μια απρόβλεπτη εξέλιξη. Χαοτικές καταστάσεις κάθε άλλο παρά σπάνιες είναι στην καθημερινή μας ζωή. Για παράδειγμα, ο καιρός ενός τόπου, η πορεία του δείκτη τιμών στο χρηματιστήριο, η εξέλιξη στη σχέση δύο ατόμων, ένας ποδοσφαιρικός αγώνας, η πορεία ενός φύλλου παρασυρμένου από τον άνεμο και τόσα άλλα.

Και οι επιστήμονες όμως όταν χαρακτηρίζουν μία κατάσταση ως χαοτική εννοούν μία κατάσταση ενός δυναμικά εξελισσόμενου συστήματος, το μέλλον της οποίας αφ' ενός μεν είναι απρόβλεπτο, αφ' ετέρου δε, εξαρτάται από το πλήθος των παραγόντων που συμμετέχουν και επηρεάζουν το σύστημα. Αν το καλοσκεφτεί κανείς «σε τελική ανάλυση» οι περισσότερες διαδικασίες είναι χαοτικές.

ΦΥΣΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Ένα σύνολο σωμάτων που λειτουργούν ανταλλάσσοντας ενέργεια μεταξύ τους (με καθορισμένο ή όχι σκοπό) λέγεται φυσικό σύστημα. Τα φυσικά συστήματα κατατάσσονται σε πολλές κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο διαχωρισμού τους. Εμείς εδώ θα τα κατατάξουμε σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- α) τα **στατικά** που δεν μεταβάλλονται με το χρόνο και
- β) τα **δυναμικά** τα οποία παρουσιάζουν μεταβολή της κατάστασής τους με το χρόνο.

Τα δυναμικά συστήματα με τη σειρά τους διακρίνονται σε **γραμμικά** και σε **μη γραμμικά**.

Τα γραμμικά συστήματα εκφράζουν μία κατάσταση η μεταβολή της οποίας είναι "ομαλή" και περιγράφεται με απλές γραμμικές μαθηματικές εξισώσεις π.χ. η ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ενός αυτοκινήτου.

Στα γραμμικά συστήματα η εξέλιξη της κατάστασης είναι προβλέψιμη. Για παράδειγμα γνωρίζοντας την αρχική ταχύτητα u_0 του αυτοκινήτου και την επιτάχυνσή του γ , μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε την ταχύτητα u_1 που θα έχει μετά από χρόνο t .

$$u_1 = u_0 + \gamma t$$

Αντίθετα τα μη γραμμικά εκφράζουν μία κατάσταση, που μεταβάλλεται "μη ομαλά" με το χρόνο (π.χ. στροβιλισμοί στο ρεύμα ενός ποταμού) και περιγράφονται από συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων η λύση των οποίων είναι τις περισσότερες φορές αδύνατη.

Τα συστήματα αυτά έχουν απρόβλεπτη συμπεριφορά.

Το κάθε σύστημα στην περίπτωση αυτή αποτελεί μία σύνθετη πληροφοριακή δομή, με αυτό το πληροφοριακό περιεχόμενο δυνητικά να εκφράζεται υλικά και χωρικά, αποτελούμενη από πολλαπλά δομικά μέρη τα οποία είναι αυτόνομα, με ατομική ταυτότητα και συμπεριφορές, αλλά αλληλεπιδρούν στενά μεταξύ τους. Επίσης το σύστημα ως σύνολο, μέσω των μερών του, μπορεί να αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του. Κατά την αλληλεπίδραση αυτή είναι ικανό να δέχεται δευτερεύον πληροφοριακό περιεχόμενο ως είσοδο (input), να το επεξεργάζεται και να αποβάλλει το πληροφοριακό αποτέλεσμα της επεξεργασίας ξανά στο περιβάλλον ως έξοδο

(output). Η διαδικασία αυτή δύναται να συμβαίνει συνεχώς ή σε τακτά χρονικά διαστήματα. Ένα σύστημα μπορεί να περιέχει ως δομικούς λίθους **υποσυστήματα**, δηλαδή χαμηλότερης περιπλοκότητας συστήματα τα οποία λειτουργούν αυτόνομα αλλά ταυτόχρονα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους δίνοντας ως αποτέλεσμα το αρχικό, υψηλότερης δομικής περιπλοκότητας σύστημα.

Η κλασσική φυσική και η Ευκλείδεια γεωμετρία υστερούν στο να περιγράψουν ικανοποιητικά τα συστήματα αυτά και όσο και αν οι επιστήμονες προσπαθούσαν να τα κατανοήσουν δεν είχαν την κατάλληλη θεωρία ούτε και το κατάλληλο μαθηματικό εργαλείο για το σκοπό αυτό.

Για παράδειγμα η επιφάνεια της γης όσο στατική και αμετάβλητη και αν φαίνεται, αποτελεί ένα δυναμικά εξελισσόμενο σύστημα που διαμορφώνεται υπό την επίδραση ενδογενών (ορογένεση) και εξωγενών (διάβρωση) παραγόντων – δυνάμεων.

Σ' αυτή λοιπόν την διαδικασία ή περιγραφή των μορφών με όρους της ευκλείδειας γεωμετρίας αποδίδει εντελώς χοντροκομμένα την εικόνα. Κύκλοι, τρίγωνα, κύβοι, κώνοι αποτελούν εξαιρετικά αφαιρετικές προσεγγίσεις των φυσικών μορφών. Γίνεται λοιπόν σαφής η αδυναμία της Ευκλείδειας γεωμετρίας να περιγράψει ικανοποιητικά και ποσοτικά το μορφοανάγλυφο. Δεν υπεισέρχεται δε καθόλου στην δυναμική του θέματος.

Από την άλλη η νευτώνεια φυσική βρίσκεται στην ίδια θέση σχετικά με την ερμηνεία της δυναμικής εξέλιξης των συστημάτων αυτών.

Την αδυναμία αυτή των θετικών επιστημών να περιγράψουν αλλά και να ερμηνεύσουν το σύνολο των δυναμικών συστημάτων όπως είναι η εξέλιξη του αναγλύφου της γης ήρθε να καλύψει η θεωρία του χάους. Με τη βοήθεια του μαθηματικού της εργαλείου της fractal γεωμετρίας έδωσε νέα ώθηση στον τρόπο αντιμετώπισης του συνόλου των φυσικών συστημάτων.

Δεν θα ήταν υπερβολή να λέγαμε πως η θεωρία του χάους είναι η τρίτη μεγάλη επανάσταση του αιώνα μας στις φυσικές επιστήμες μετά την σχετικότητα

και την κβαντομηχανική στις οποίες εν μέρει βασίζεται. Και οι τρεις παραπάνω θεωρίες είχαν σαφώς ανατρεπτικό χαρακτήρα έναντι της νευτώνειας φυσικής. Η σχετικότητα κατέρριψε την νευτώνεια ψευδαίσθηση για τον απόλυτο χώρο και χρόνο. Η κβαντική θεωρία κατέρριψε το νευτώνειο όνειρο της ελεγχόμενης διαδικασίας μέτρησης και η θεωρία του χάους καταρρίπτει την λαπλασιανή φαντασία της ντετερμινιστικής δυνατότητας για πρόβλεψη.

Ας δούμε λοιπόν τι είναι η θεωρία του χάους και πως λειτουργεί.

Η βασική αρχή της θεωρίας του χάους είναι η ακόλουθη:

Η πορεία ενός συστήματος εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες ή με άλλα λόγια η πορεία του συστήματος εξαρτάται από το πλήθος των παραγόντων που συμμετέχουν σ' αυτό.

Δηλαδή όσο πιο πολλοί παράγοντες επιδρούν σ' ένα σύστημα τόσο πιο πολύπλοκη είναι η συμπεριφορά του .

Πιο συγκεκριμένα η θεωρία του χάους κάνοντας χρήση μαθηματικών μοντέλων προσπαθεί να προσομοιώσει ένα φυσικό σύστημα με σκοπό να διαγνώσει την μελλοντική του εξέλιξη λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο των παραγόντων που παίρνουν μέρος στη λειτουργία του συστήματος αυτού.

Το πλήθος των παραγόντων που επηρεάζουν το σύστημα είναι αυτή ακριβώς η αιτία που δεν μπορεί να περιγραφεί αλγεβρικά η διαδικασία αλλά αποκτά έναν «στατιστικό» χαρακτήρα.

Το ίδιο συμβαίνει και με την κλασική φυσική.

Τρόπος μελέτης ενός συστήματος

Η θριαμβευτική πορεία της νευτώνειας φυσικής βασίστηκε πέραν των άλλων και στην πεποίθηση – δόγμα του απόλυτου χώρου και χρόνου και κατά συνέπεια στην απόλυτη τιμή των αποτελεσμάτων – μετρήσεων από οποιαδήποτε θέση. Τα δόγμα αυτό κατέρρευσε παταγωδώς στις αρχές του αιώνα μας όταν ο Αϊνστάιν πρότεινε την γνωστή(?) σε όλους μας θεωρία της σχετικότητας. Αυτή μας λέει σε γενικές γραμμές πως τα αποτελέσματα – μετρήσεις εξαρτώνται άμεσα από την χωροχρονική θέση του παρατηρητή ή διαφορετικά από τον τρόπο της μέτρησης. Η έννοια του «απόλυτου» χάνει πλέον τη φυσική της σημασία. Ο παρατηρητής παίζει ενεργό ρόλο στην απόκτηση των αποτελεσμάτων, όχι με επέμβαση στην διαδικασία παραγωγής τους αλλά στη διαμόρφωση της τιμής τους.

Η θεωρία του «χάους» φτάνει στην σχετικότητα από διαφορετικό όμως δρόμο.

Η τιμή των αποτελεσμάτων μιας διαδικασίας εξαρτάται σαφώς από τον παρατηρητή αλλά και από το σύνολο των παραγόντων που μετέχουν σ' αυτή άσχετα αν τους λαμβάνουμε υπ' όψιν ή όχι.

Μέχρι πριν λίγα χρόνια πιστεύονταν ότι μικρές επεμβάσεις σε ένα σύστημα έχουν μικρά αποτελέσματα και το αντίστροφο. Σήμερα όμως είναι γνωστό σε όλους πως πολύ μικρές επεμβάσεις μπορεί να έχουν ανατρεπτικά και ίσως καταστροφικά μερικές φορές αποτελέσματα.

Το φαινόμενο της πεταλούδας

«Για ένα καρφί χάθηκε ένα πέταλο, για ένα πέταλο ένα άλογό, για ένα άλογο ένας πολεμιστής, για έναν πολεμιστή μια μάχη, για μια μάχη ένας πόλεμος.....»

Το παραπάνω απόσπασμα είναι μία έκφραση της λαϊκής αντίληψης για το πώς μηδαμινοί παράγοντες επιδρούν καταλυτικά στο σύστημα. Στις μέρες μας η επιστημονική αντίληψη για το παραπάνω φαινόμενο συνοψίζεται στο γνωστό «φαινόμενο της πεταλούδας» (ότι δηλαδή το πέταγμα –κίνηση των φτερών μιας πεταλούδας στην Κίνα μπορεί να προκαλέσει τυφώνα στο Los Angeles), που αργότερα έλαβε το τεχνικό όνομα **«ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες»**.

Η ακρίβεια των δεδομένων

Ένας άλλος λόγος για τον οποίο δεν μπορούμε να περιγράψουμε ένα σύστημα είναι ή έλλειψη ακρίβειας στην συλλογή των δεδομένων μας. Αυτό οφείλετε σε πολλούς παράγοντες που εύκολα μπορεί να υποθέσει κανείς. Η ανακρίβεια ή καλύτερα ή έλλειψη ακρίβειας των δεδομένων επηρεάζει τα αποτελέσματα τόσο ισχυρά όσο τα δεδομένα συμμετέχουν στην διαδικασία εξαγωγής του αποτελέσματος.

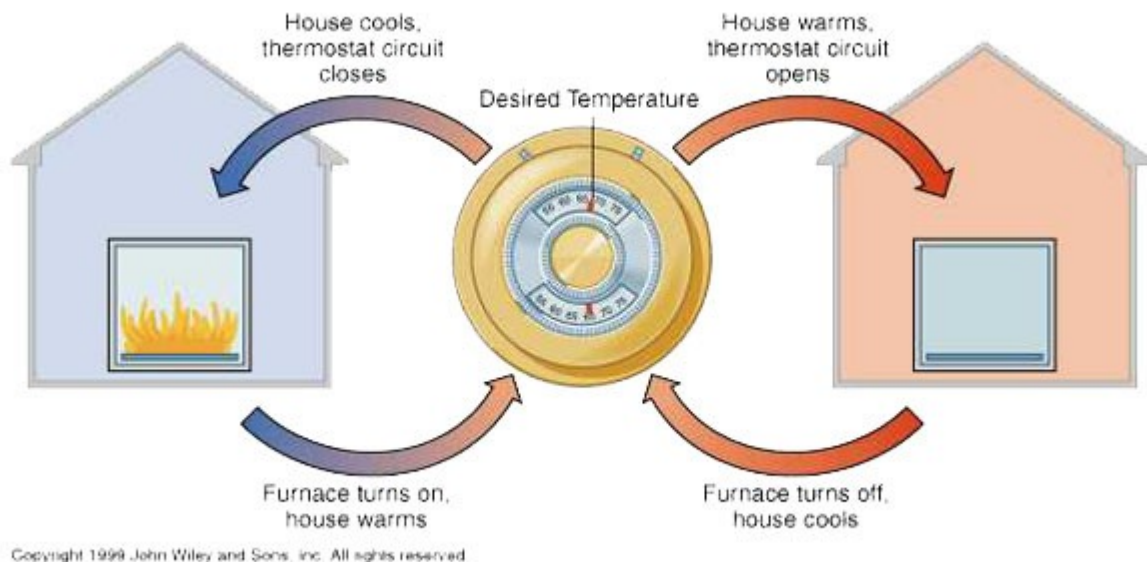
Φτάνουμε λοιπόν να πούμε πως:

Τα προσεγγιστικά ακριβή δεδομένα δίνουν προσεγγιστικά ακριβή αποτελέσματα.

Συστήματα ανάδρασης

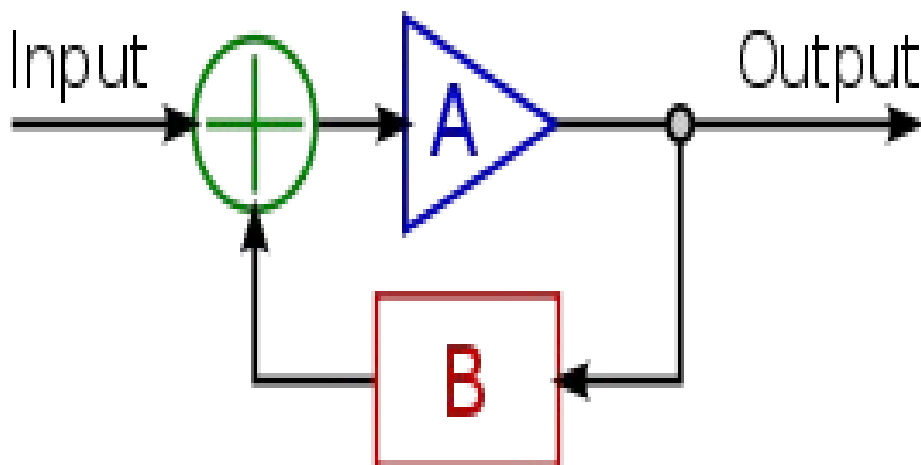
Σ' ένα κλειστό σύστημα, όταν δεν ισχύει η αρχή **αίτιο => αποτέλεσμα**, αλλά η παραπάνω διαδικασία είναι κυκλική, δηλαδή και τα δύο μέρη της σχέσης έχουν τη διττή ιδιότητα αιτίου - αποτελέσματος ή με άλλα λόγια το αίτιο επηρεάζει το αποτέλεσμα το ίδιο δυνατά όσο και το δεύτερο το πρώτο, τότε το σύστημα αυτό λέμε ότι αποτελεί σύστημα ανάδρασης.

Ένα τέτοιο σύστημα κοινά γνωστό σε όλους μας είναι το καλοριφέρ. Ο καυστήρας παράγει θερμότητα η οποία μέσω των θερμαντικών σωμάτων μεταφέρεται στο περιβάλλον και επηρεάζει το θερμοστάτη. Ο θερμοστάτης πάλι με τη σειρά του ρυθμίζει τη λειτουργία του καυστήρα ανάλογα με τη θερμοκρασία του χώρου μέσα στον οποίο βρίσκεται.



“Η ανάδραση στηρίζεται σε μία απλή πράξη **αυτοαναφοράς**. Είναι ένας βρόγχος ο οποίος συνδέει την είσοδο με την έξοδο ενός μηχανισμού ζητώντας από την είσοδο να ρυθμίσει το μέγεθος που θα εισαχθεί ανάλογα με το μέγεθος της εξόδου” (Ι.Αδαμόπουλος “Γνωριμία με τον κόσμο των fractals”)

Τα συστήματα ανάδρασης είναι μία από τις κύριες αιτίες δημιουργίας χαοτικών καταστάσεων. Αυτό συμβαίνει γιατί η εξέλιξη του συστήματος δεν ακολουθεί μία γραμμική πορεία (ομαλή μεταβολή με το χρόνο), αλλά σχηματίζει βρόγχους επανάληψης όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα: Η ποσότητα A που εισάγεται στο βρόγχο κατά την είσοδο εξαρτάται άμεσα από την ποσότητα B.

Η πορεία αυτή είναι δυνατόν να εξελιχθεί γραμμικά όταν ένας από τους δύο παραπάνω παράγοντες της σχέσης εξασθενίσει πρώτος (π.χ. στο παραπάνω παράδειγμα αν ακυρώσουμε το θερμοστάτη, η προσφορά θερμότητας στο δωμάτιο θα είναι συνεχής με αποτέλεσμα η θερμοκρασία του συνεχώς να αυξάνει).

Σ' ένα σύστημα που λειτουργεί με το μηχανισμό της ανάδρασης τα αποτελέσματα μίας διαδικασίας δεν έχουν πάντα την αναμενόμενη τιμή, αλλά είτε αυξάνουν εκθετικά (θετική ανάδραση) είτε σχεδόν εξαφανίζονται (αρνητική ανάδραση). Πάντοτε όμως η **εντροπία** του μεταβάλλεται (**αυξάνει**) εκθετικά και επειδή η εντροπία αποτελεί ένα μέτρο της αταξίας μπορούμε να πούμε πως **η αταξία του συστήματος αυξάνει εκθετικά**.

Παράδειγμα από τη γεωμορφολογία

Ένα παράδειγμα συστήματος ανάδρασης από τη γεωμορφολογία αποτελεί η εξέλιξη ενός υδρογραφικού δικτύου. Στο αρχικό στάδιο που το ανάγλυφο είναι τραχύ και οι πλαγίες έχουν μεγάλη κλίση, η διάβρωση που προκαλούν τα ρέματα είναι έντονη. Όσο η περιοχή μεταβαίνει από το στάδιο νεότητας προς την ωριμότητα, το υδρογραφικό δίκτυο εξελίσσεται εξομαλύνοντας (μέσω τις διάβρωσης) το ανάγλυφο, με αποτέλεσμα την εξασθένηση της έντασης της διάβρωσης, λόγο της μικρότερης ταχύτητας κίνησης των υδάτων. Τελικά στο

στάδιο πανεπιπέδωσης τα ρέματα κινούνται με μικρή σχετικά ταχύτητα, ώστε η σκαπτική(διαβρωτική τους) ικανότητα να είναι πλέον μηδαμινή. Στην προκειμένη περίπτωση είναι σαφής η αλληλεπίδραση μεταξύ της μορφολογίας και της έντασης της διάβρωσης έχουμε δηλαδή ένα σύστημα ανάδρασης.

Θετική Ανάδραση (Συστήματα ανάδρασης που οδηγούν στο χάος)

Στην περίπτωση της θετικής ανάδρασης (γνωστής επίσης και ως αυτοτροφοδοτούμενος κύκλος) η διαδικασία τείνει να ενισχύσει το αίτιο που την προκάλεσε, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση της αλυσιδωτής αντίδρασης. Σε ένα μηχανισμό που λειτουργεί με θετική ανάδραση τα αποτελέσματα στην έξοδο του βρόγχου αυξάνουν ή ελαττώνονται τόσο ώστε ο μηχανισμός να έρθει σε οριακή κατάσταση. Ο λόγος:

Η αυτοδιόρθωση ενός συστήματος κατά την διαδικασία της ανάδρασης μπορεί να εννοηθεί σαν μία προσπάθεια του συστήματος να επανέλθει στην προηγούμενη κατάσταση του. Η επαναφορά αυτή όμως δεν είναι απόλυτη η θα μπορούσαμε να πούμε ότι η νέα κατάσταση δεν είναι ακριβώς ίδια με την προηγούμενη. Το σύστημα με άλλα λόγια ταλαντεύεται γύρω από μία κατάσταση ισορροπίας χωρίς όμως ποτέ να φτάνει σ' αυτήν.

Πολλές φορές όμως τα αποτελέσματα της ανάδρασης υπεισέρχονται στο σύστημα ενισχύοντας το δημιουργό αίτιο με αποτέλεσμα να οδηγούμαστε σε χαοτικές καταστάσεις. Αυτό συμβαίνει γιατί το σύστημα δεν είναι μπορεί να ανταποκριθεί ικανά στην διαδικασία της αυτοδιόρθωσης ή με άλλα λόγια να απορροφήσει τα αποτελέσματα της αυτοδιόρθωσης Αυτό πολλές φορές μπορεί να έχει καταστροφικές συνέπειες.

Η ανάδραση είναι μια καθαρά ντετερμινιστική διαδικασία όταν όμως το αποτέλεσμα αυτής σε ένα σύστημα είναι χαοτικό τότε μιλάμε για «ντετερμινιστικό χάος»

Αρνητική Ανάδραση (Συστήματα ανάδρασης που οδηγούν σε σταθερότητα)

Αρνητική ανάδραση, είναι εκείνη η οποία τείνει να μειώσει το σήμα εισόδου που την προκάλεσε, είναι επίσης γνωστή ως μια αυτο-διόρθωση ή εξισορρόπηση βρόχου. Οι βρόχοι στην περίπτωση αυτή έχουν την τάση να επιτυγχάνουν το στόχο που επιδιώκουν, όπως π.χ. ένας θερμοστάτης, ο οποίος συγκρίνει την πραγματική θερμοκρασία με την επιθυμητή θερμοκρασία και επιδιώκει να μειώσει τη διαφορά.

Εξισορροπητικοί βρόχοι είναι μερικές φορές επιρρεπής σε μια ταλάντωση που προκαλείται από υπερβολικό ή καθυστερημένο αρνητικό σήμα ανάδρασης, με αποτέλεσμα την υπερβολική διόρθωση, όπου το σήμα μετατρέπεται σε θετική ανατροφοδότηση. Συμβαίνει συνήθως στην κυματική όταν η καθυστέρηση του διορθωτικού κύματος ή κύματος απόσβεσης είναι μισής φάσης ώστε να συμπίπτει με το αρχικό κύμα με αποτέλεσμα αντί να αποσβένει να ενισχύει την ταλάντωση.

Η αρνητική ανάδραση, όταν δηλαδή η επανατροφοδότηση κάποιας εξόδου οδηγεί σε κατάλληλη αυτορύθμιση του συστήματος ώστε να προσπαθήσει να εξαφανίσει στο μέλλον την επίμαχη έξοδο, βοηθά στη διατήρηση της σταθερότητας του συστήματος παρά τις πιθανές εξωτερικές μεταβολές. Χαρακτηριστική περίπτωση αποτελεί η διάβρωση του αναγλύφου από το νερό καθ' όλη τη διάρκεια προς το στάδιο της πανεπιπέδωσης.

ΜΟΡΦΩΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΥΠΑ – ΕΝΤΡΟΠΙΑ

Το οπτικό αποτέλεσμα μιας φυσικής διαδικασίας είναι η δημιουργία μορφών που προκύπτουν από την προσπάθεια προσαρμογής του συστήματος στο υλοενεργειακό του περιβάλλον. Μπορούμε να διακρίνουμε δύο περιπτώσεις :

α. Πρώτη μπορεί να θεωρηθεί αυτή των έμβιων όντων. Στην περίπτωση αυτή η ανάπτυξη του μορφώματος κατά την εξελικτική του διαδικασία γίνεται με βάση κάποιο πρότυπο (pattern) το οποίο καθορίζει και την τελική μορφή του αντικειμένου. Το πρότυπο στην προκειμένη περίπτωση υπάρχει αποθηκευμένο σαν πληροφορία στην δομή του DNA. Κατά την ανάπτυξη του αντικειμένου σ' αυτή την περίπτωση παρατηρείται οργάνωση και συγκρότηση της ύλης με συγκεκριμένο τρόπο ώστε οι δημιουργούμενοι οργανισμοί να προάγουν την ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα, σε ενέργεια ανώτερης μορφής. **Η εντροπία του συστήματος ελαττώνεται**, δηλαδή ο δημιουργούμενος οργανισμός λειτουργεί σαν κέντρο περιοχικής εντροπιακής μείωσης μέσα σε ένα περιβάλλον στο οποίο η εντροπία συνεχώς αυξάνει.

β. Δεύτερη περίπτωση είναι αυτή που αφορά όλα τα άψυχα αντικείμενα. Τα μορφώματα δημιουργούνται υπό την καθολική επίδραση των φυσικών νόμων, σε μία προσπάθεια προσαρμογής του συστήματος σε μία κατάσταση με την μικρότερη δυνατή δυναμική ενέργεια - κατάσταση ισορροπίας. Εδώ παρατηρεί κανείς υποβάθμιση της ενέργειας του συστήματος πράγμα που συνεπάγεται αυτόματα την **αύξηση της εντροπίας του συστήματος**.

Εξαίρεση στην παραπάνω περίπτωση αποτελούν οι κρύσταλλοι στους οποίους παρατηρείται δομή και συγκρότηση της ύλης κατά τέτοιο τρόπο ώστε η εντροπία του συστήματος (με την έννοια της αταξίας) να ελαττώνεται. Σε αντίθεση με τους ζωντανούς οργανισμούς δεν υπάρχει μια προκαθορισμένη εικόνα - τελική μορφή του εν εξελίξει αντικειμένου αλλά αυτή μεταβάλλεται συνεχώς.

Η πληροφορία η οποία καθορίζει την εξέλιξη είναι αυτή η τάση προσαρμογής του συστήματος στην υλοενεργειακή κατάσταση όπως αυτή διαμορφώνεται από την εσωτερική δυναμική του συστήματος και από εξωτερικούς παράγοντες. Η πληροφορία αυτή, αν και μπορούμε να πούμε ότι παραμένει η ίδια σαν διατύπωση (προσαρμογή στην κατάσταση με τη μικρότερη δυνατή δυναμική ενέργεια), στην ουσία μεταβάλλεται σαν συνάρτηση των υλοενεργειακών μεταβολών του συστήματος.

ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

Σημαντικό ρόλο στην θεωρία του Χάους και στην fractal γεωμετρία παίζει η έννοια της **συμμετρίας**. Συμμετρία ονομάζεται η κατάσταση εκείνη κατά την οποία ένα αντικείμενο ταυτίζεται με τον εαυτό του όταν μετατεθεί στο χώρο ή στο χρόνο με βάση κάποιο μετασχηματισμό. Μετασχηματισμός καλείται η φόρμουλα με βάση την οποία γίνεται η παραπάνω μετάθεση.

Η έννοια της συμμετρίας μας είναι οικία από την καθημερινή μας εμπειρία.

Γνωστά είδη συμμετρίας είναι κατά βάση δύο, οι χωρικές και οι χρονικές. Συνδυασμός των δύο παραπάνω είναι οι χωροχρονικές συμμετρίες. Οι χωρικές γίνονται αντιληπτές με την αίσθηση της όρασης (οπτικά), ενώ τις χρονικές τις αντιλαμβανόμαστε σαν περιοδικά φαινόμενα.

Χαρακτηριστική χωρική συμμετρία (κατοπτρική) είναι αυτή του ανθρωπίνου σώματος. Η δεξιά πλευρά είναι κατοπτρικά συμμετρική με την αριστερή (δεξιά παλάμη/ αριστερή παλάμη). Ο μετασχηματισμός στην προκειμένη περίπτωση είναι : περιστρέψε το δεξί κομμάτι κατά 180 μοίρες και προσαρμόσέ το στο αριστερό.

Υπάρχουν πολλών ειδών χωρικές, χρονικές και χωροχρονικές συμμετρίες. Άλλες τις αντιλαμβανόμαστε εύκολα και άλλες δύσκολα. Όσο συμμετρικό είναι ένα απλό γεωμετρικό σώμα π.χ. ένας κύβος άλλο τόσο συμμετρικός χωροχρονικά είναι και ένας βράχος ο οποίος μένει αναλλοίωτος με την πάροδο του χρόνου σε ανθρώπινη κλίμακα.

Η έννοια της συμμετρίας από ενεργειακή και πληροφοριακή άποψη.

Μια συμμετρία όπως προαναφέρθηκε είναι αποτέλεσμα ενός μετασχηματισμού, μιας κατάστασης - μορφής η οποία μετατοπίζεται στο χώρο ή στο χώρο ή και στα δύο με βάση το μετασχηματισμό αυτό. Ένα συμμετρικό αντικείμενο είναι η μορφική απεικόνιση της ενεργειακής κατάστασης του συστήματος (κατάσταση ισορροπίας).

Κατάσταση ισορροπίας σε ένα σύστημα συνεπάγεται ισοκατανομή της αντιδρούσας υλοενέργειας σε όλο το χώρο που αναπτύσσεται αυτό. Αν θεωρήσουμε τώρα ομοιογένεια του υλικού, τότε κατάσταση ισορροπίας συνεπάγεται ισοκατανομή της ενέργειας. Μια ισοκατανεμημένη ποσότητα στο χώρο από μορφική άποψη είναι συμμετρική.

Ξεκινώντας αντίθετα τώρα, σε ένα μορφικά συμμετρικό και υλικά ομοιογενές αντικείμενο που έχει προκύψει με φυσική διαδικασία μπορούμε να υποθέσουμε κατάσταση ισορροπίας. **Η ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΑΥΤΗ ΕΙΝΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΙ ΑΣΤΑΘΗΣ.** Αυτό σημαίνει πως όταν στο σύστημα προσφερθεί ενέργεια τότε αυτό τείνει να προσαρμοσθεί στην νέα ενεργειακή κατάσταση και αυτό γίνεται με αναπροσαρμογή της δομής και της μορφής. Μέχρι το σύστημα να περιέλθει στην νέα κατάσταση (ασταθούς) ισορροπίας βρίσκεται σε μια ευμετάβλητη κατάσταση η οποία συνεπάγεται μορφική και δομική ασυμμετρία.

Ας θεωρήσουμε τώρα δύο αντικείμενα όμοια π.χ. δύο ανισομεγέθεις ομόκεντρους κύκλους και τον εξής μετασχηματισμό :

*Πολλαπλασίασε το ένα εκ των δύο αντικειμένων κατά την αυτή ποσότητα α κατά τους τρεις χωρικούς άξονες X, Y, Z (ή τους δύο X, Y) έτσι ώστε να ταυτίζεται με το άλλο, ή πιο απλά **μεγέθυνε ή σμίκρυνε** το κατάλληλο σχήμα ανάλογα για να επιτευχθεί η παραπάνω προσαρμογή.*

Από τα παραπάνω προκύπτει μια ειδική μορφή χωρικής συμμετρίας που θα μπορούσαμε να την χαρακτηρίσουμε "**Συμμετρία υπό κλίμακα**". Το είδος αυτό της συμμετρίας **χαρακτηρίζει τα fractal αντικείμενα** και όχι μόνο. Η "Αλίκη στην χώρα των θαυμάτων" και ο Γκιούλιβερ στα ταξίδια του ήταν χωρικά "συμμετρικοί υπό

κλίμακα" κατά τις αλλαγές του μεγέθους τους. Ένα μπαλόνι που φουσκώνει είναι συμμετρικό υπό κλίμακα.

Παραπάνω μιλήσαμε για χωρικές συμμετρίες και πως αυτές υλοποιούνται στη φύση. Ας δούμε τώρα πως εφαρμόζεται η νέα αυτή μορφή συμμετρίας.

Σ' ένα τοπογραφικό χάρτη με ισοδιάσταση 100 m θεωρούμε τις ισοϋψείς των 100,200,.....,700 m. Έστω ότι επιλέγουμε την ισοϋψή των 500 m . Το σχήμα αυτής "συγγενεύει" τόσο με αυτό της των 400 αλλά και της ισοϋψούς των 600. Ελαττώνοντας την ισοδιάσταση, αυξάνοντας δηλαδή την ακρίβεια στην απεικόνιση του αναγλύφου διαπιστώνουμε πως η "συγγένεια" αυτή όλο και μεγαλώνει, δηλαδή για στοιχειώδη μετατόπιση dx από την βασική ισοψή οι εκατέρωθεν ισοϋψείς ταυτίζονται.

Από πληροφοριακή άποψη πιστεύονταν μέχρι πρόσφατα ό,τι η μορφική συμμετρία ενός συστήματος εξέφραζε τον χαμηλό βαθμό δομικής πολυπλοκότητάς του. Αν θεωρήσουμε όμως ένα υλικά ανομοιογενές αλλά μορφικά συμμετρικό σώμα καταλαβαίνουμε ότι η συσσωρευμένη πληροφορία του συστήματος που το έχει οδηγήσει στο σχηματισμό της συμμετρικής του μορφής είναι πολύ μεγάλη το ίδιο και η δομική του πολυπλοκότητα (π.χ. κρύσταλλοι, ανθρώπινο σώμα κλπ).

FRACTALS:

Όμοιες μορφές κάτω από οποιαδήποτε κλίμακα παρατήρησης.

"Μια πέτρα όταν την εξετάσουμε μπορεί να δούμε ένα βουνό σε μικρογραφία. Η φυσική διαδικασία είναι τόσο καταπληκτική ώστε σε ένα μικρό κομμάτι με διάμετρο ένα ή δύο πόδια να μπορεί να συμπίεσει τόσο πολλές αλλαγές δομής και υψής όσες και σε ένα από τα μεγάλα βουνά και παίρνοντας τα βρύα για δέντρα και τους κρυστάλλους για βράχια το μικρό αυτό κομμάτι είναι πιο ενδιαφέρον από έναν πραγματικό λόφο , πιο φανταστικό στη μορφή και ασυγκρίτως πλουσιότερο σε χρώματα".

J. Ruskin Modern Painters (1860)

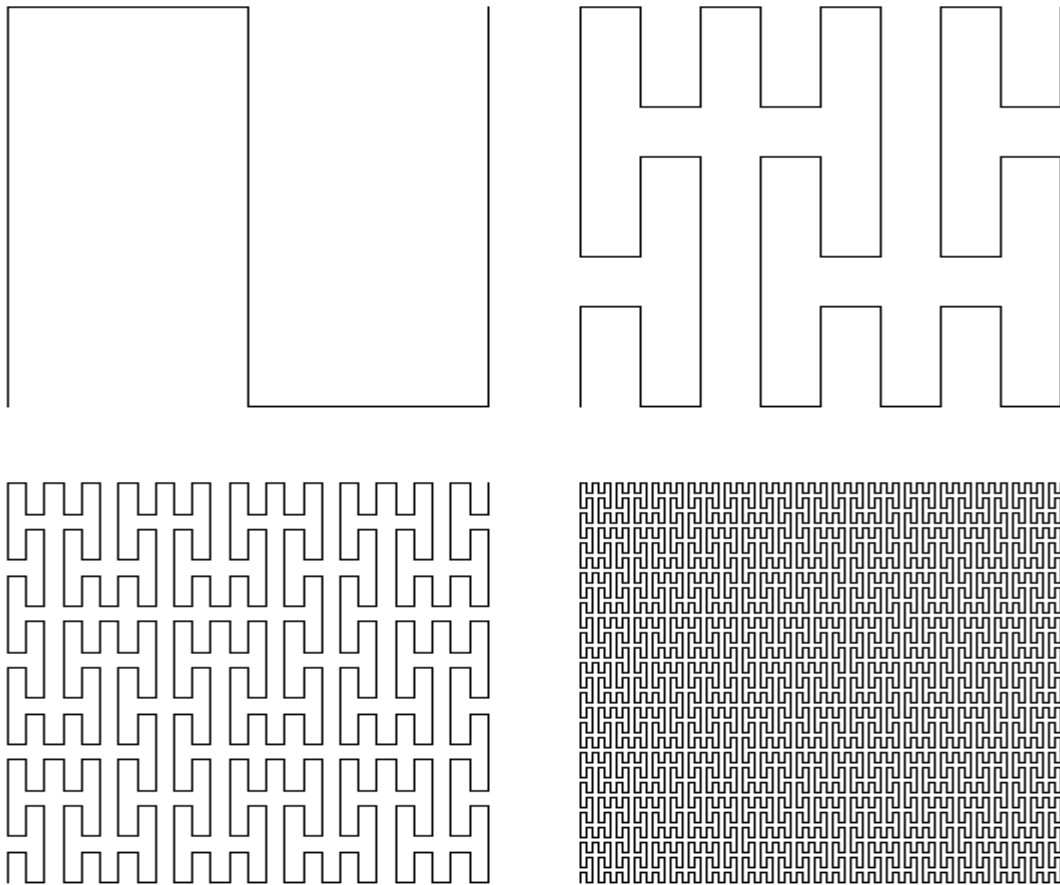
Ένα από τα πρώτα πράγματα που μαθαίνει ένας φοιτητής της Γεωλογίας όταν πρόκειται να φωτογραφίσει μια δομή, είναι να τοποθετήσει ένα αντικείμενο μέσα στη φωτογραφία, που θα χρησιμοποιηθεί ως μέτρο σύγκρισης του μεγέθους της δομής κατά την ερμηνεία της. Χωρίς το χαρακτηριστικό αυτό μέτρο σύγκρισης της κλίμακας είναι αδύνατο κάποιος να αποφανθεί αν η φωτογραφία καλύπτει μια έκταση εκατοστών ή χιλιομέτρων. Στη φύση όμοιες μορφές παρουσιάζονται ανεξαρτήτως κλίμακας και το παραπάνω παράδειγμα είναι μία καλή απόδειξη του γεγονότος.

Η εμφάνιση ιδίων μορφών ανεξάρτητα από την κλίμακα παρατήρησης είναι από τις βασικότερες ιδέες της θεωρίας των fractals που διατύπωσε ο Mandelbrot το 1967.

FRACTAL ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Μπορεί κανείς εύκολα να καταλάβει πως η περιγραφή με τη βοήθεια της Ευκλείδειας γεωμετρίας ενός σχήματος έστω και σαν αυτό που φαίνεται παρακάτω αφ ενός μεν είναι αρκετά δύσκολη, αφ ετέρου δε είναι άνευ σημασίας. Δημιουργήθηκε λοιπόν η ανάγκη εύρεσης ενός νέου μαθηματικού εργαλείου για την περιγραφή των πολύπλοκων αυτών γεωμετρικών μορφών.

Το νέο αυτό μαθηματικό εργαλείο η fractal γεωμετρία διαφέρει ριζικά από την κλασσική Ευκλείδεια. Η fractal γεωμετρία δεν εξετάζει τη μορφή των γεωμετρικών σχημάτων και τις γεωμετρικές έννοιες που τα αποτελούν, αλλά **αντιμετωπίζει τα σχήματα ή σώματα αυτά σαν οντότητες που έχουν την ικανότητα να καταλαμβάνουν χώρο.**



Σχήμα: Καμπύλη Peano

Μια άλλη διαφορά μεταξύ των δύο (γεωμετριών) είναι η αντιμετώπιση του χώρου και η ύπαρξη κλασματικών διαστάσεων στη fractal γεωμετρία. Έτσι ενώ ο Ευκλείδειος χώρος είναι **τρισδιάστατος** ο fractal χώρος είναι **κλασματικός και πολυδιάστατος** :

- Το σημείο στην Ευκλείδεια γεωμετρία έχει διάσταση **0**,στη fractal έχει διάσταση από **0 έως 1**.
- Η ευθεία στην Ευκλείδεια γεωμετρία έχει διάσταση **1**,στη fractal έχει διάσταση από **1 έως 2**.
- Το επίπεδο στην Ευκλείδεια γεωμετρία έχει διάσταση **2**,στη fractal έχει διάσταση από **2 έως 3**.
- Ο χώρος στην Ευκλείδεια γεωμετρία έχει διάσταση **3**, στη fractal έχει διάσταση **ίση ή μεγαλύτερη από 3**.

Για παράδειγμα μια τεθλασμένη γραμμή που στην Ευκλείδεια γεωμετρία έχει διάσταση 1, η fractal διάστασή της μεταβάλλεται μεταξύ 1 και 2 όσο πιο πολύπλοκη είναι η μορφή της (όσο πιο τεθλασμένη είναι τόσο μεγαλύτερη είναι η διάστασή της). Στο σημείο αυτό θεωρείται σκόπιμη μια διευκρινιστική αναφορά στον ορισμό fractal διάσταση.

FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗ

Για την περιγραφή ενός αντικειμένου με τη βοήθεια της fractal γεωμετρίας χρησιμοποιείται η ακόλουθη σχέση :

$$Nn = C/rn^D \quad (1)$$

όπου Nn ο αριθμός των τμημάτων του με χαρακτηριστική γραμμική διάσταση rn , C μια σταθερά αναλογίας και D η fractal διάσταση. Από τη σχέση (1) προκύπτει με λογαρίθμηση η σχέση (1γ) ως εξής :

$$\begin{aligned} \log Nn &= \log(C/rn^D) \Rightarrow \\ \log Nn &= \log C - \log rn^D \Rightarrow \\ \log Nn &= \log C - D \cdot \log rn & (1\alpha) \\ C=1 &\Rightarrow \log C=0 & (1\beta) \\ (1\alpha) \&(1\beta) \Rightarrow D &= - (\log Nn / \log rn) & (1\gamma) \end{aligned}$$

Μια άλλη μορφή της (1γ) είναι και η σχέση (1δ) :

$$D = \ln(Nn+1/Nn) / \ln(rn/rn+1) \quad (1\delta).$$

Για να γίνει κατανοητή η έννοια του fractal αντικειμένου και της fractal διάστασης ακολουθούν τα παρακάτω παραδείγματα :

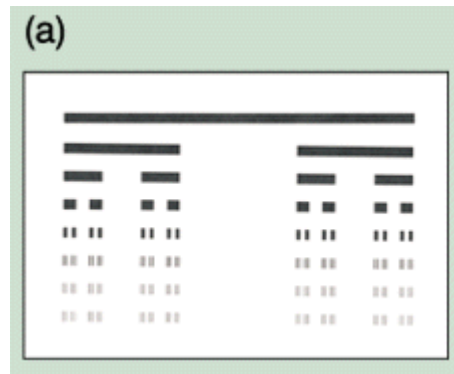
Παράδειγμα 1°

Θεωρούμε το γραμμικό κομμάτι μοναδιαίου μήκους που φαίνεται στο σχήμα. Διαιρούμε το κομμάτι αυτό σε δύο ίσα μέρη με χαρακτηριστική γραμμική διάσταση r_1 το καθένα ίση με $1/2$ ($r_1 = 1/2$) και διατηρούμε ένα εκ των δύο τμημάτων δηλαδή σύμφωνα με τα παραπάνω $N_1=1$. Στο εναπομένον τμήμα εφαρμόζουμε την ίδια διαδικασία και έχουμε $r_2=1/4$ και $N_2=1$. Με εφαρμογή της σχέσης (1δ) προκύπτει ότι $D = \ln(N_2/N_1) / \ln(r_2/r_1) \Rightarrow$

$$D = \ln(1/1) / \ln(1/2 / 1/4) \Rightarrow$$

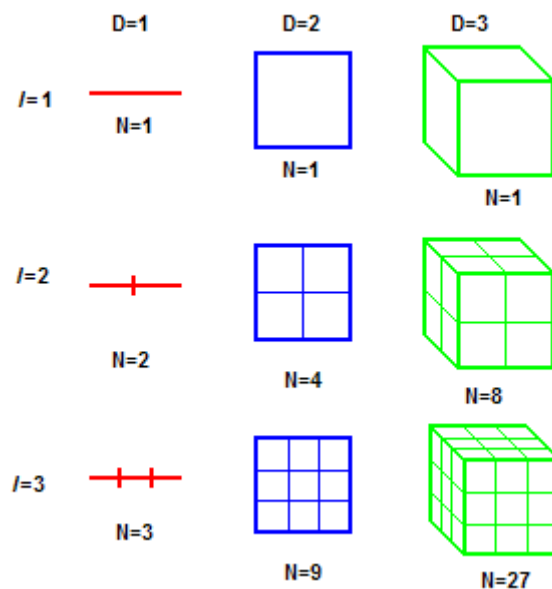
$$D = 0$$

όπου 0 είναι η Ευκλείδεια διάσταση του σημείου. Πράγματι αν η παραπάνω διαδικασία συνεχιστεί ώστε ο αριθμός των τμημάτων να γίνει άπειρος τότε $r_{\infty} \Rightarrow 0$ τείνει δηλαδή να αποκτήσει σημειακή υπόσταση.



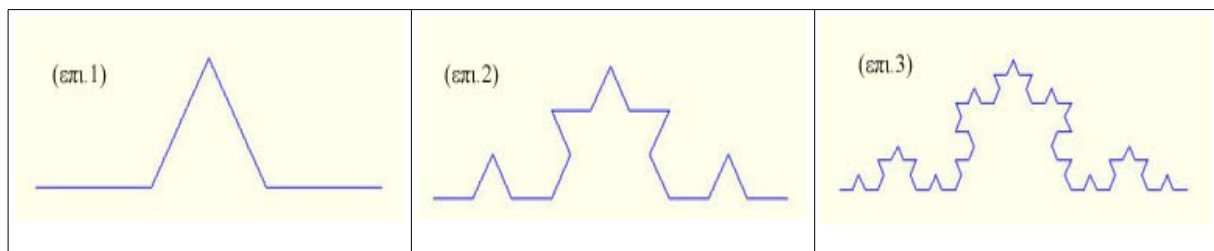
Παράδειγμα 2°

Αν με την ίδια λογική επεκτείνουμε τώρα την παραπάνω διαδικασία στις 2 ή 3 διαστάσεις τα αποτελέσματα είναι αντίστοιχα δηλαδή αυξάνοντας τον αριθμό των τμημάτων ώστε αυτός να γίνει άπειρος η διάστασή τους τείνει να γίνει μηδενική.



ΚΑΜΠΥΛΗ KOACH ΕΝΑΣ ΤΡΟΠΟΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΣΥΝΕΧΩΝ FRACTAL ΔΟΜΩΝ

Αν θεωρήσουμε ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α και την εξής φόρμουλα : χωρίζουμε την κάθε πλευρά σε τρία ίσια κομμάτια και αντικαθιστούμε το μεσαίο κομμάτι της κάθε πλευράς με ισοσκελές τρίγωνο πλευράς $\alpha/3$. Αν αφήσουμε την διαδικασία να εξελιχθεί επ' άπειρο ($\lim_{p \rightarrow \infty} \alpha_p = 0 \Rightarrow p \rightarrow \infty$) τότε προκύπτει ένα σχήμα με περίμετρο απείρου μήκους που όμως περικλύει πεπερασμένη επιφάνεια. Τα τρία πρώτα στάδια της διαδικασίας φαίνονται στο σχήμα που ακολουθεί.



Η καμπύλη που προκύπτει έχει μια σημαντική ιδιότητα, χαρακτηριστική σε απλά φράκταλ .Αν παρατηρήσουμε τις παραπάνω εικόνες θα δούμε ότι :

Η καμπύλη στο επίπεδο 1 μπορεί να διαιρεθεί σε $M=4$ τμήματα τα οποία είναι όμοια με το αρχικό και μικρότερα κατά μια κλίμακα $r = 1/3$.

Όμοια η καμπύλη στο επίπεδο 2 μπορεί να διαιρεθεί σε 4 τμήματα όμοια με το αρχικό(επι1) αλλά μικρότερα κατά $1/3$. Το ίδιο συμβαίνει και στα επόμενα επίπεδα.

Η ιδιότητα αυτή λέγεται αυτοομοιότητα υπό αλλαγή κλίμακας.

Ο λόγος $D = \frac{\log M}{\log(1/r)}$ λέγεται διάσταση ομοιότητας του φράκταλ.

Η μορφή που προκύπτει ονομάζεται καμπύλη Koch από το όνομα του εμπνευστή της και έχει την ιδιότητα να είναι ένα fractal αντικείμενο. Επειδή μάλιστα προκύπτει από μια καθαρά ντετερμινιστική διαδικασία αυτή δηλαδή που περιγράψαμε παραπάνω η καμπύλη Koch είναι ένα ντετερμινιστικό fractal . Η περίμετρος του σχήματος αλλάζει (μεγαλώνει) όσο μικρότερη γίνεται η πλευρά του τριγώνου.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί το γεγονός πως η fractal γεωμετρία εφαρμόζεται σαν μαθηματικό εργαλείο, όπως αναφέρθηκε και

παραπάνω, για την περιγραφή **οποιουδήποτε αντικειμένου** είτε αυτό είναι fractal είτε όχι. Το κατά πόσο τώρα τα διάφορα αντικείμενα έχουν fractal υπόσταση εξαρτάται από το αν αυτά πληρούν κάποιες προϋποθέσεις. Αυτές είναι :

- α. να έχουν κλασματική διάσταση
- β. να παρουσιάζουν τις ίδιες μορφές κάτω από οποιαδήποτε κλίμακα παρατήρησης.

Αξίζει να σημειωθεί πως fractal δομές δίνουν συστήματα τα οποία βρίσκονται σε ώριμο στάδιο, τείνουν δηλαδή να ισορροπήσουν σε μία συγκεκριμένη κατάσταση. Αντίθετα επεισοδιακές εκδηλώσεις του συστήματος δεν παρουσιάζουν αυτή την ιδιότητα. Για παράδειγμα "νεαρές" περιοχές που διαμορφώνονται κάτω από συνεχή τεκτονική δράση δεν είναι fractal. Το ίδιο συμβαίνει και με τους νεοσύστατους ηφαιστειακούς κώνους.

Ο Donald Turcotte στο βιβλίο του "Fractal and Chaos in Geology and Geophysics" (σελ 96) αναφέρει τα εξής:

"Σε νεαρά πεδία η τεκτονική διαδικασία παίζει ένα σημαντικό ρόλο, παρόλα αυτά όμως η διαδικασία της διάβρωσης είναι σημαντική. Ας θεωρήσουμε την ηφαιστειακή αλυσίδα των νησιών Hawaii. Ένα νέο νησί όπως η Hawaii δημιουργήθηκε από μία αιτιοκρατικά κατασκευασμένη κωνική δομή που σχετίζεται με την ηφαιστειακή ασπίδα. Αυτό δεν είναι fractal. Όμως σημαντική διάβρωση οφειλόμενη στην επί χιλιάδες χρόνια δράση του ρέοντος ύδατος διαμόρφωσε μια μη κανονική, ανεξάρτητη από την κλίμακα παρατήρησης μορφολογία που παρουσιάζει fractal κατανομή".

Από τα παραπάνω μπορούμε να υποθέσουμε ότι βίαιες - επεισοδιακές εκδηλώσεις του συστήματος δημιουργούν ασταθείς καταστάσεις οι οποίες με τον καιρό τείνουν να ισορροπήσουν, μέσα από φυσικές διαδικασίες στο υλοενεργειακό περιβάλλον του συστήματος. Ο fractal χαρακτήρας εκφράζει αυτή την τάση εξισορρόπησης.

ΚΛΙΜΑΚΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ FRACTAL ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

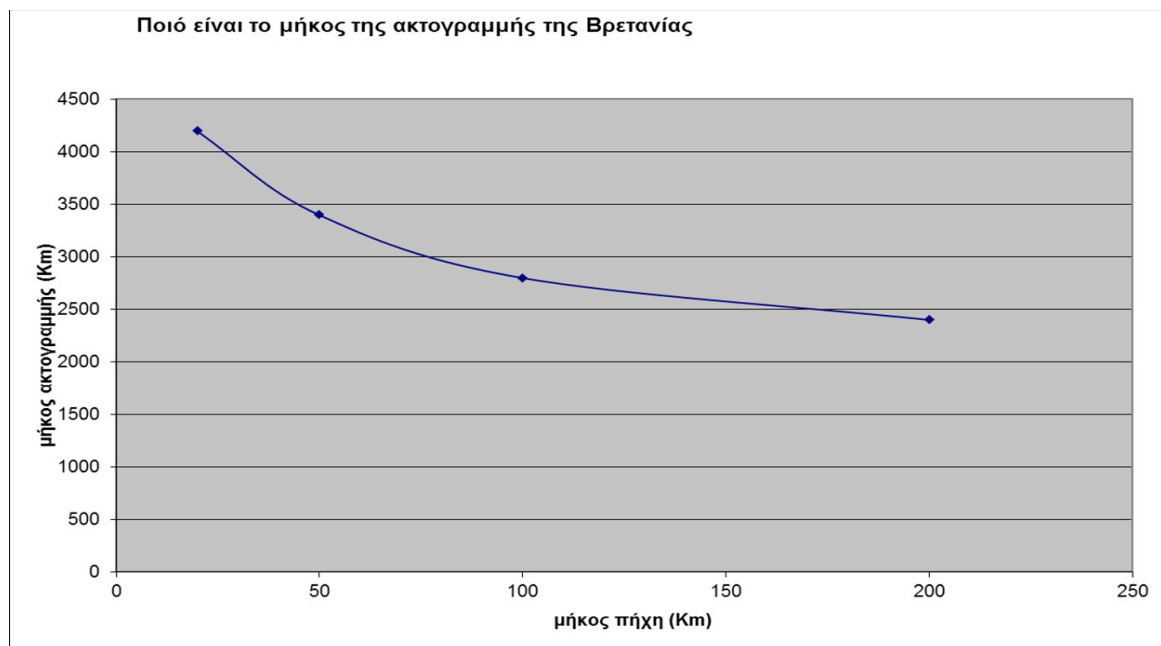
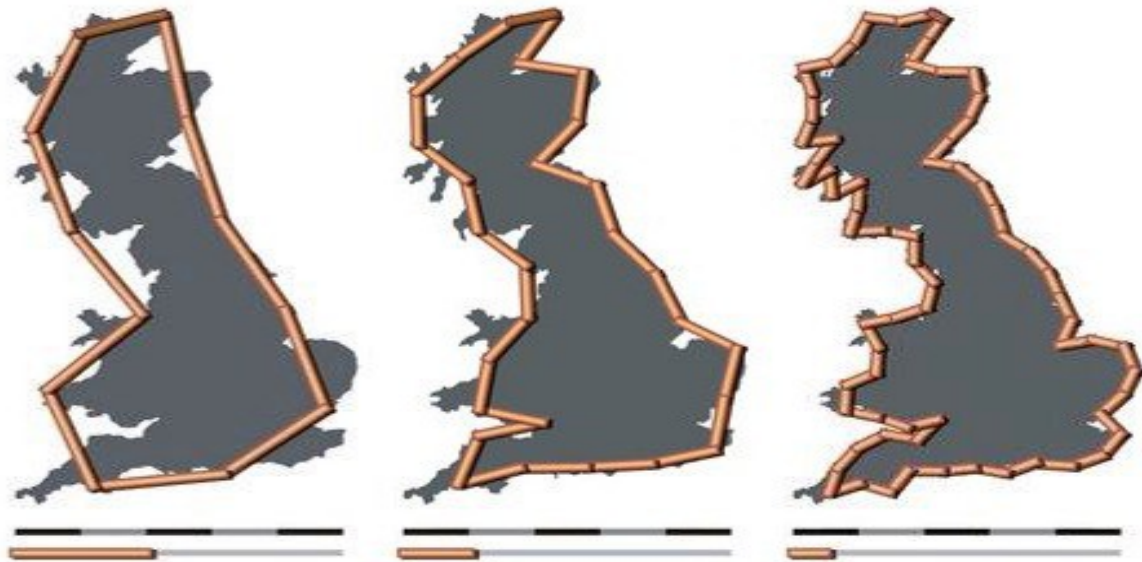
Βασικό στοιχείο της fractal γεωμετρίας για την περιγραφή ενός αντικειμένου είναι ο προσδιορισμός της κλίμακας μέτρησης, με την έννοια της μετρικής μονάδος. Και εδώ όπως και στην Ευκλείδεια γεωμετρία όσο μεγαλώνει η κλίμακα παρατήρησης τόσο περισσότερες λεπτομέρειες λαμβάνονται υπ' όψιν. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα κατά τη μέτρηση του μήκους μιας ακτογραμμής όσο μεγαλύτερη είναι η κλίμακα (όσο πιο μικρό είναι το μήκος της ράβδου μέτρησης) τόσο πιο αντιπροσωπευτική είναι η μέτρηση.



Η ιδέα αυτή της εξάρτησης του μεγέθους από την κλίμακα μέτρησης υπήρξε καθοριστική για την εξέλιξη της θεωρίας των fractals και ο ίδιος ο Mandelbrot ξεκινάει το βιβλίο του "The fractal geometry of Nature" με αυτό το παράδειγμα που αναφέραμε παραπάνω, δηλαδή την μέτρηση του μήκους των ακτών της Βρετανίας. Το αποτέλεσμα αυτού του νέου τρόπου αντίληψης στην μέτρηση του μήκους μίας γραμμής φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.

Στους δύο κάθετους άξονες χαρτογραφούνται το συνολικό μήκος σε συνάρτηση με το μήκος του "πήχη" με τον οποίο γίνεται η μέτρηση, ενώ η κλίση της ευθείας, η fractal διάσταση δηλαδή εκφράζει το πόσο "δαντελωτή" είναι η μορφή της ακτογραμμής. Η δαντελωτή αυτή μορφή των ακτογραμμών της χώρας

μας σε συνάρτηση και με το πλήθος των νησιών της την κατατάσσει στην πρώτη θέση μεταξύ των χωρών της Ευρώπης σε μήκος ακτών (23.000 χιλιόμετρα μήκος ακτών).



Από την σχέση (1) προκύπτει η παρακάτω αρχή η οποία φανερώνει την θέση που κατέχει η κλίμακα (ως μονάδα μέτρησης) στην fractal γεωμετρία.

Fractal κατανομή των μεγεθών απαιτεί ότι ένα πλήθος αντικειμένων μεγαλυτέρων από ένα χαρακτηριστικό μέγεθος παρουσιάζει μία εκθετική εξάρτηση από το μέγεθος (μετρική μονάδα).

Πρέπει να σημειωθεί όμως πως ο ορισμός της κλίμακας μέτρησης fractal αντικειμένου δεν είναι αυθαίρετος αλλά υπόκειται σε ορισμένους κανόνες. Αυτοί είναι

- α) η κλίμακα ορίζεται έτσι ώστε η fractal διάσταση να παραμένει η ίδια.
- β) έξω από ένα όριο κλιμάκων δεν υπάρχει έννοια του fractal.
- γ) ένα αντικείμενο είναι fractal μόνο για τις κλίμακες που ορίζεται.

Επειδή είναι πιθανό να υπάρξει κάποια σύγχυση μεταξύ της ανεξαρτησίας των fractal μορφών από την κλίμακα παρατήρησης και της εκθετικής εξάρτησης του μεγέθους από την κλίμακα τονίζεται ότι η πρώτη περίπτωση αφορά την μορφή (σχηματική ομοιότητα) ενώ στην δεύτερη γίνεται λόγος για την ποσοτική (εκθετική) εξάρτηση του μεγέθους.

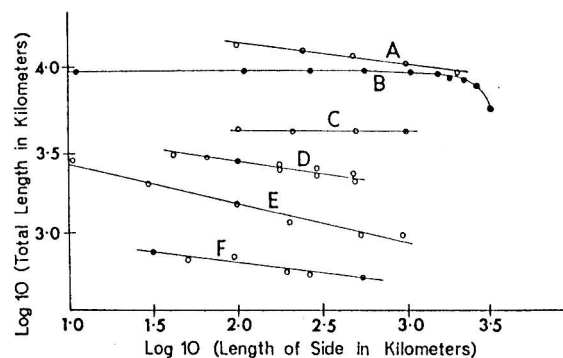


Fig. 2.8. Apparent boundary length as a function of the length of side of measuring polygons with equal sides. *A* Australian coastline. *B* Circle. *C* South African coast. *D* German land frontier, 1900. *E* West coast of Britain. *F* Land frontier of Portugal. Source: Mandelbrot, 1967, p. 636.

ΧΑΟΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ FRACTAL ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ

Η πολυπλοκότητα των μορφών που δίνουν οι γραφικές παραστάσεις χαοτικών (μη γραμμικών) συστημάτων δεν θυμίζουν τίποτα από τις απλές παραστάσεις των γραμμικών συστημάτων. Οι μορφές αυτές δεν έχουν καμία σχέση με τις ευθείες ή τις καμπύλες που εύκολα αποδίδονται σε γεωμετρικά σχήματα της Ευκλείδειας γεωμετρίας. Θα έλεγε κανείς πως ομοιάζουν με πίνακα αφηρημένης τέχνης.

Παρ' όλα αυτά όμως τις καμπύλες αυτές τις χαρακτηρίζει μια παράξενη ιδιότητα :*"η ικανότητα της αυτοομοιότητας"*, δηλαδή η επανάληψη ίδιων μορφών σε οποιαδήποτε κλίμακα παρατήρησης. Η ιδιότητα αυτή είναι χαρακτηριστική ενός fractal αντικείμενου.



Οι γραφικές παραστάσεις μη γραμμικών συστημάτων παριστούν τη μεταβολή της μορφής του φυσικού συστήματος ή είναι τοπολογικές μεταφορές χρονικά μεταβαλλόμενων ιδιοτήτων του. Η τοπολογική μεταφορά των ιδιοτήτων ενός χαοτικού συστήματος, στο χώρο των συχνοτήτων ονομάζεται ελκυστής και είναι fractal αντικείμενο.

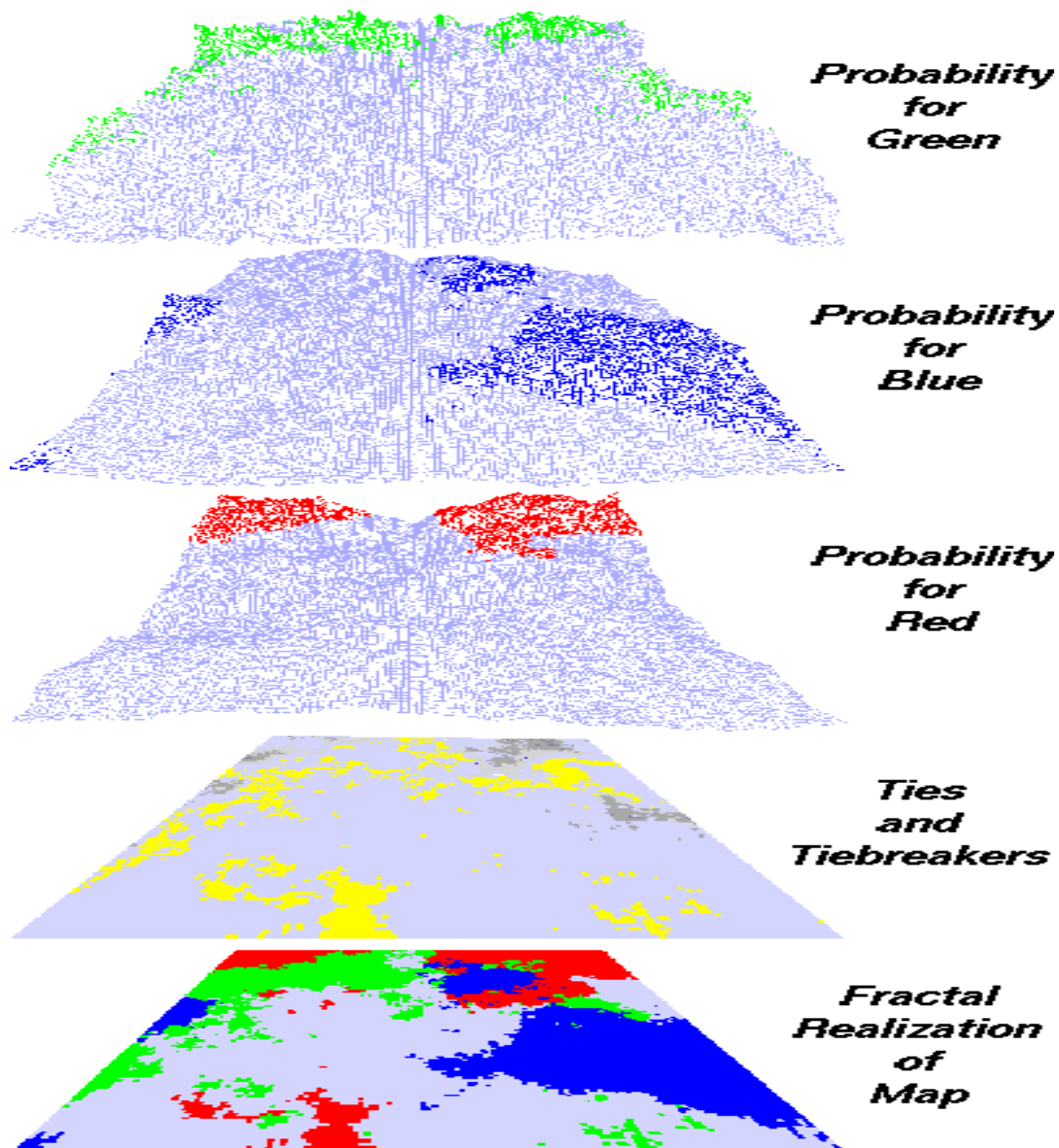


Ο περίφημος ελκυστής του Lorenz

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ Η ΘΕΣΗ ΤΗΣ ΣΤΗ FRACTAL ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(x)$ είναι μια συνάρτηση το σύνολο τιμών της οποίας στο επίπεδο (x,y) παριστά τον ρυθμό με τον οποίο οι διάφορες τιμές $y=p(x)$ συγκλίνουν προς τη λύση της $p(x)=0$.

Αν στο ρυθμό σύγκλισης της $p(x)$ δώσουμε μία τιμή z στον κατακόρυφο στο επίπεδο άξονα έχουμε ένα τρισδιάστατο ανάλογο της συνάρτησης. Η παραπάνω διαδικασία είναι μία τεχνική κατασκευής fractal τοπίων.



Αξίζει να σημειωθεί πως η δημιουργία εφέ και τοπίων για κινηματογραφικές παραγωγές γίνεται με την παραπάνω μέθοδο.



Εμβαθύνοντας λίγο στην τεχνική αυτή, θα διαπιστώσουμε πως το θεωρητικό μέρος αφορά την εξέλιξη μιας μεταβολής, το φυσικό ανάλογο της οποίας θα μπορούσε να είναι η μεταβολή της κλίσης κατά μήκος των κλυτύων. Προβολή της μορφολογίας της περιοχής στο οριζόντιο επίπεδο (δες τοπογραφικό χάρτη) οριοθετεί περιοχές "σύγκλισης" των αντικειμένων και περιοχές "απόκλισης", όπως επίσης και ενδιάμεσες περιοχές.

Η πιθανότητα να βρίσκεται ένα αντικείμενο σε μία θέση κοντά ή μακριά από τα κέντρα βαρυτικής σύγκλισης είναι ανάλογη της κλίσης των πλευρών των κλυτύων.

ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΙ Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΟΥΣ

Η βασική αρχή της fractal γεωμετρίας όπως τονίστηκε σε προηγούμενη παράγραφο είναι η διατήρηση ορισμένων ιδιοτήτων του συστήματος (συμπεριλαμβανομένης και της μορφής, αλλά όχι μόνο της μορφής) κάτω από οποιαδήποτε κλίμακα παρατήρησης.

Έστω μια ιδιότητα - ποσότητα A ενός συστήματος η οποία μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την ιδιότητα – ποσότητα B κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι fractal, δηλαδή η μεταβολή της A να έχει τον ίδιο ρυθμό καθώς το B αλλάζει κλίμακες μεγέθους. Μια απλή μεταβολή της κλίμακας μεγέθους δίνεται με τις δυνάμεις του 10 ($10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, \dots, 10^v$).

Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω προτάσεις μπορούμε να πούμε το εξής: Για να είναι μια ιδιότητα ενός συστήματος fractal, θα πρέπει ο ρυθμός μεταβολής της να είναι ο ίδιος καθώς το B μεταβάλλεται από 1 σε 10 από 10 σε εκατό, ..., από 10^v σε 10^{v+1} .

Η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης είναι βολικό να γίνει σε λογαριθμικό ή ημιλογαριθμικό διάγραμμα.

Η σχηματική παράσταση των φυσικών καταστάσεων γίνεται με δισδιάστατα ή τρισδιάστατα διαγράμματα. Μια μορφή διαγραμμάτων είναι και τα λογαριθμικά (log-log ή semi-log). Σ' αυτά παριστούμε την μεταβολή ενός μεγέθους ή μιας κατάστασης η οποία διέπει ένα σύστημα για διάφορες τάξεις μεγέθους. Γραφικές παραστάσεις που έχουν σχέση με τα fractals γίνονται σε λογαριθμικά διαγράμματα και η μορφή της καμπύλης τους είναι ευθεία.

Ευθεία γραμμή σε λογαριθμικό διάγραμμα σημαίνει πως η μεταβολή στον λογαριθμικό (log) άξονα έχει **τον ίδιο ρυθμό** για οποιαδήποτε τάξη μεγέθους, **αλλά και μεταξύ των διαφορετικών τάξεων μεγεθών**.

Συμπερασματικά λοιπόν μπορούμε να πούμε ότι η fractal ιδιότητα μπορεί να εκφραστεί – αποτυπωθεί σαν ευθεία γραμμή σε λογαριθμικό ή ημιλογαριθμικό διάγραμμα.

Από την λογαρίθμηση της θεμελιώδους σχέσης της fractal γεωμετρίας
 $N=C/r^D \Rightarrow \log N = \log C - D \log R$
όπου D η fractal διάσταση είναι ο συντελεστής κλίσης της ευθείας.

Αντιστρέφοντας την λογική, σε λογαριθμικά διαγράμματα των οποίων η μορφή της καμπύλης είναι ευθεία μπορεί να υποθέσει κανείς fractal δομές.

Μια προσωπική διαπίστωση :

Στο ξεκίνημα αυτής της εργασίας ψάχνοντας για στοιχεία που θα πιστοποιούσαν την εφαρμογή των *fractals* στη γεωμορφολογία και στη γεωλογία γενικότερα είχα κατά νου την σχέση (1γ) ($D = - \log N_h / \log r_h$) και το *log-log* διάγραμμα που αυτή έδινε και ξεκίνησα για να βρω σε βιβλία και περιοδικά ανάλογα διαγράμματα. Έμεινα έκπληκτος όταν διαπίστωσα ότι η πλειονότητα αν όχι το σύνολο των διαγραμμάτων που συναντούσα ήταν αυτής της μορφής (*log-log* ή *semi-log*) και σε πολλά απ' αυτά δεν υπήρχε καν η αναφορά σε *fractal* γεωμετρία ή *fractal* αντικείμενα. Και όμως ήταν προφανές ότι πρόκειται για *fractals*. Το γεγονός αυτό πιθανότατα οφείλεται στο ότι όταν έγιναν οι εργασίες αυτές οι επιστήμονες αγνοούσαν τη θεωρία του Mandelbrot ή ήταν επιφυλακτικοί απέναντι της.

ΧΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ FRACTALS

Με όση δυσπιστία και αν αντιμετωπίστηκαν αρχικά τα fractals καλύπτουν σήμερα ένα ευρύ πεδίο εφαρμογών από τις φυσικές επιστήμες και την ιατρική μέχρι την ζωγραφική, την μουσική και τον κινηματογράφο.

Στις γεωεπιστήμες τα fractal εφαρμόζονται σαν μαθηματικά εργαλεία της θεωρίας του χάους με σκοπό την προσομοίωση των φυσικών μορφών και διαδικασιών. Η αρχή της αυτοομοιότητας που διέπει τα περίεργα αυτά από άποψη μορφής αντικείμενα φαίνεται να κυριαρχεί και στις φυσικές διεργασίες παρά την χαοτική μορφή των συστημάτων, με αποτέλεσμα την δημιουργία όμοιων μορφών κάτω από οποιαδήποτε κλίμακα παρατήρησης.

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε πως η θεωρία του χάους και η fractal γεωμετρία δεν αποτελούν πανάκεια για την επίλυση των διαφόρων προβλημάτων δείχνουν όμως ότι βρίσκονται ένα βήμα πιο μπροστά στην προσπάθεια κατανόησης και ερμηνείας των φυσικών διαδικασιών.

Αντίλογος

«κάθε σύστημα αξιωμάτων περιλαμβάνει προτάσεις τις οποίες δεν μπορούμε να διερευνήσουμε αν είναι αληθείς ή ψευδείς, με τα μέσα που μας δίνει το ίδιο το σύστημα. Με άλλα λόγια, για να μπορέσουμε να αποδείξουμε τις αξιωματικές αυτές προτάσεις πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ένα άλλο σύστημα αξιωμάτων ακόμα πιο ευρύ, που να περιέχει το προηγούμενο. Έτσι όμως, μένουμε και πάλι με την αδυναμία μας να αποδείξουμε το ευρύτερο αυτό σύστημα, και χρειαζόμαστε κάτι ακόμα ευρύτερο. Τελικά φαίνεται ότι η γνώση μας για το κάθε τι πάντα θα απαιτεί περισσότερα στοιχεία, που αναγκαστικά θα μας δίνονται μόνο απ' έξω από το υπό μελέτη σύστημα.»

Το θεώρημα της μη πληρότητας του Γκέντελ

Μέχρι τώρα είδαμε γενικά τον τρόπο με τον οποίο η fractal γεωμετρία αντιμετωπίζει τις φυσικές διαδικασίες και τα φυσικά αντικείμενα. Οι εφαρμογές της και τα αποτελέσματά της σε πολλά πεδία της επιστήμης είναι αδιαμφισβήτητα.

Παρόλα αυτά όμως μπορούν να διατυπωθούν σοβαρά επιχειρήματα για το αν και κατά πόσο το όλο πλαίσιο μέσα στο οποίο κινείται η φιλοσοφία των fractals εξασφαλίζει τις προϋποθέσεις για την σωστή ερμηνεία των φυσικών φαινομένων και την περιγραφή των σωμάτων όταν η fractal γεωμετρία χρησιμοποιείται απλά σαν μαθηματικό εργαλείο.

Ένα σοβαρό εμπόδιο στην φιλόδοξη πορεία των fractals ως θεωρίας ερμηνείας "παντός επιστητού" αποτελεί και ο στατιστικός τους χαρακτήρας. Η στατιστική μπορεί να εκφράσει την τάση ενός φυσικού φαινομένου ή μιας κατάστασης δεν μπορεί όμως να ερμηνεύσει τους μηχανισμούς που ευθύνονται για την εξέλιξή του.

Ένα δεύτερο επιχείρημα που μπορεί να προβάλει κανείς αντιτιθέμενος στη νέα αυτή θεωρία είναι ο υπονομευόμενος τρόπος παρατήρησης των φυσικών διαδικασιών και μελέτης των γεωμετρικών σωμάτων ή σχημάτων. Με άλλα λόγια αναγκάζουμε την μεθοδολογία να λάβει υπ όψιν της αυτά που εμείς θέλουμε, επιλέγοντας με υποκειμενικά (σε ένα μεγάλο ποσοστό) κριτήρια τα μεγέθη που χρησιμοποιούμε.

Μέρος Δεύτερο

Εφαρμογή των Fractals στη Γεωλογία και στη Γεωμορφολογία

Εφαρμογή των Fractals στη Γεωλογία και στη Γεωμορφολογία

Η θεωρία του Χάους και η fractal γεωμετρία είναι ως «επί τω πλείστων» τα μαθηματικά εργαλεία ερμηνείας των δυναμικών συστημάτων. Η γεωλογία είναι μία επιστήμη που ασχολείται, (με σκοπό να τις ερμηνεύσει), με τις φυσικές διαδικασίες οι οποίες εξελίσσονται δυναμικά με την πάροδο του χρόνου. Φυσικό είναι λοιπόν τα fractals να βρίσκουν πρόσφορο έδαφος για την εφαρμογή τους.

Ένα πεδίο της γεωλογίας στο οποίο η fractal γεωμετρία έχει πλήθος εφαρμογές είναι και αυτό της γεωμορφολογίας. Μέχρι πρόσφατα η μελέτη του αναγλύφου με κλασικές έννοιες αφορούσε την ποσοτική περιγραφή της στατικής μορφής του συστήματος χωρίς να εμβαθύνει στη δυναμική του πράγματος. Πολλές φορές αφορούσε μόνο την απεικόνιση της τρισδιάστατης μορφολογίας στο δισδιάστατο ανάλογό της (κάτοψη ή τομή).

Η εφαρμογή της fractal γεωμετρίας δίνει την δυνατότητα ανίχνευσης της δυναμικής του συστήματος και της εξαγωγής συμπερασμάτων μέσα από συγκρίσεις αριθμητικών ποσοτήτων. Με την παράλληλη ανάπτυξη των Η/Υ, η εφαρμογή της fractal γεωμετρίας γίνεται ένα χρήσιμο εργαλείο γύρω από το οποίο αναπτύσσεται μια ολόκληρη μεθοδολογία ιδίως πάνω σε θέματα μοντελοποίησης των φυσικών διαδικασιών και ψηφιακής ανάλυσης.

Μερικές εφαρμογές των fractals στη γεωλογία και στη γεωμορφολογία

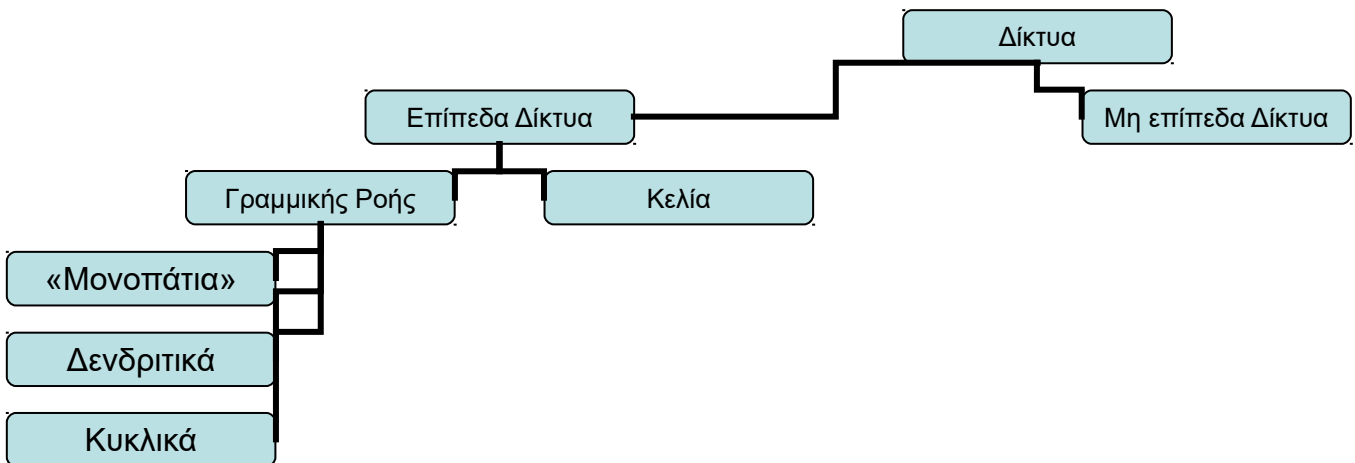
- 1 Μελέτη υδρογραφικού δικτύου
- 2 Ψηφιακή ανάλυση εικόνων
- 3 Μελέτη σεισμών
- 4 Κρυσταλλογραφία (Μελέτη διαδικασίας κρυστάλλωσης) κ.α.

...

ΜΟΡΦΕΣ ΔΙΚΤΥΩΝ (γενικά)

Δίκτυο ονομάζεται ένα σύνολο - σύστημα διακλαδιζόμενων αγωγών μέσα από το οποίο γίνεται η μεταφορά μιας ποσότητας α μεταξύ των κομβικών σημείων του συστήματος των αγωγών. Η ποσότητα α υπόκειται στην αρχή της συνέχειας.

Τα δίκτυα αποτελούν συνηθισμένη εμπειρία της καθημερινής μας ζωής και επεκτείνονται σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας (μεταφορές, τηλεπικοινωνίες, Η/Υ, μεταφορά φυσικού αερίου, μεταφορά νερού, ηλεκτρικού ρεύματος κ.α.).



Η διάκριση των δικτύων από γεωμετρική άποψη γίνεται ανάλογα με τον τρόπο που αναπτύσσονται αυτό στο χώρο. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η ταξινόμηση των δικτύων σύμφωνα με τον Hagget (1967).

Ότι ακολουθεί αποτελεί μια προσπάθεια εξέτασης με τη βοήθεια της fractal γεωμετρίας, του υδρογραφικού δικτύου, (αλλά και των αποτελεσμάτων που αυτό προκαλεί στο περιβάλλον), ως ένα δυναμικά εξελισσόμενο σύστημα.

ΥΔΡΟΓΡΑΦΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ

Η επιφανειακή απορροή των υδάτων (πηγαίων και όμβριων) μιας περιοχής γίνεται δια μέσου του υδρογραφικού δικτύου της περιοχής αυτής. **Υδρογραφικό δίκτυο** είναι το σύνολο των ρεμάτων που αποστραγγίζουν μια λεκάνη η οποία οριοθετείται απ' τον υδροκρίτη (υδροκρίτης : η γραμμή που καθορίζει αν τα όμβρια ύδατα θα πέσουν σε μια λεκάνη ή στη διπλανή της). Τα κύρια στοιχεία του υδρογραφικού δικτύου είναι:

- α. **λεκάνη απορροής**
- β. **σύστημα ρεμάτων**
- γ. **υδροκρίτης**
- δ. **βασικό επίπεδο**

Όλα τα παραπάνω στοιχεία συγκροτούν ένα δυναμικό σύστημα αλληλεπιδρώντας μεταξύ τους. Το όλο σύστημα δέχεται επιδράσεις από το περιβάλλον (τις κλιματικές συνθήκες και διάφορους άλλους μορφογενετικούς παράγοντες) και από τις ανθρώπινες επεμβάσεις με τις οποίες πρώτες αλληλεπιδρά (συνήθως) ομαλά, ενώ στις δεύτερες προσπαθεί να προσαρμοστεί τις περισσότερες φορές βίαια.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι η επιφανειακή απορροή είναι ένας από τους βασικότερους μορφογενετικούς παράγοντες. Ταυτόχρονα όμως η μορφολογία παίζει και αυτή με τη σειρά της σημαντικό ρόλο στη μορφή και στη δυναμική εξέλιξη του υδρογραφικού δικτύου.

Κατά την εξέλιξη του συστήματος μπορούμε να διακρίνουμε fractal δομές τόσο στη μορφή όσο και στην τάση που παρουσιάζει αυτό.

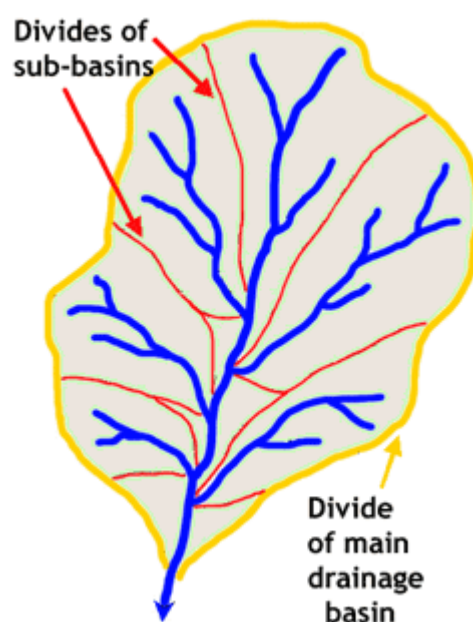
ΛΕΚΑΝΗ ΑΠΟΡΡΟΗΣ

Αποτέλεσμα της επιφανειακής κίνησης των υδάτων είναι η δημιουργία των λεκανών απορροής. Η γεωμετρία τους και η παράταξή τους στο χώρο είναι αυτές που καθορίζουν σε ένα μεγάλο βαθμό την δημιουργία του αναγλύφου. Και οι δύο παραπάνω παράμετροι συμμετέχουν σε ένα σύστημα ανάδρασης στο οποίο εμπλέκονται επίσης η κίνηση των υδάτων μέσω των ρεμάτων, η γεωλογική δομή της περιοχής και η τάση μείωσης της δυναμικής ενέργειας στο επίπεδο μηδενικής στάθμης αυτής.

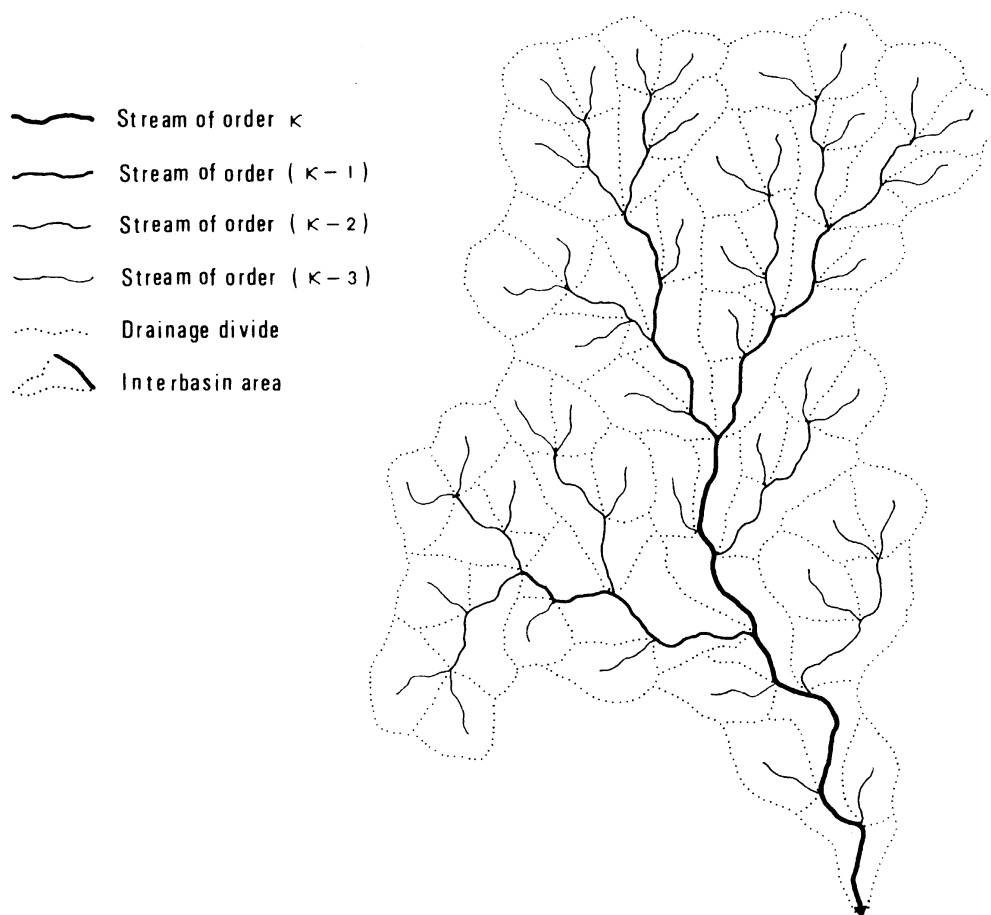
Η παράταξη της λεκάνης καθορίζεται από την παράταξη του κλάδου αντίστοιχης τάξης του δικτύου.

Ως στοιχειώδης λεκάνη απορροής μπορεί να θεωρηθεί η περιοχή εκείνη που αποστραγγίζεται από ένα χείμαρρο (χείμαρρος: η στοιχειώδης μονάδα διάβρωσης). Κάθε ρέμα έχει τη δικιά του λεκάνη απορροής που καθορίζεται από το ανάγλυφο της επιφάνειας.

Ο χείμαρρος με τη διαβρωτική του δράση διαμορφώνει το ανάγλυφο της περιοχής και αυτό με τη σειρά του καθορίζει τη λεκάνη απορροής του χείμαρρου. Ένα ρέμα πρώτης τάξης έχει λεκάνη απορροής την περιοχή που αποστραγγίζει και τα νερά της οποίας οδηγούνται στη "βάση" του ρέματος όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Ένα ρέμα δεύτερης τάξης έχει λεκάνη απορροής το σύνολο της επιφάνειας που αποστραγγίζει και τα νερά της οποίας οδηγούνται στη βάση του. Επειδή όμως ένα ρέμα δεύτερης τάξης αποτελείται από τουλάχιστον δύο ρέματα πρώτης τάξης η λεκάνη απορροής δεύτερης τάξης θα συμπεριλαμβάνει τις λεκάνες απορροής πρώτης τάξης.



Ομοίως η λεκάνη απορροής ρέματος ης τάξης περιλαμβάνει όλες τις λεκάνες η-1 τάξης που οδηγούνται σ'αυτό .Η αυτή διαδικασία συνεχίζεται μέχρι τις λεκάνες απορροής ρεμάτων 1ης τάξης και ακόμη μικρότερες μέχρι τις λεκάνες απορροής στοιχειωδών ρεμάτων.

NΟΜΟΣ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΛΕΚΑΝΩΝ ΑΠΟΡΡΟΗΣ (HORTON)

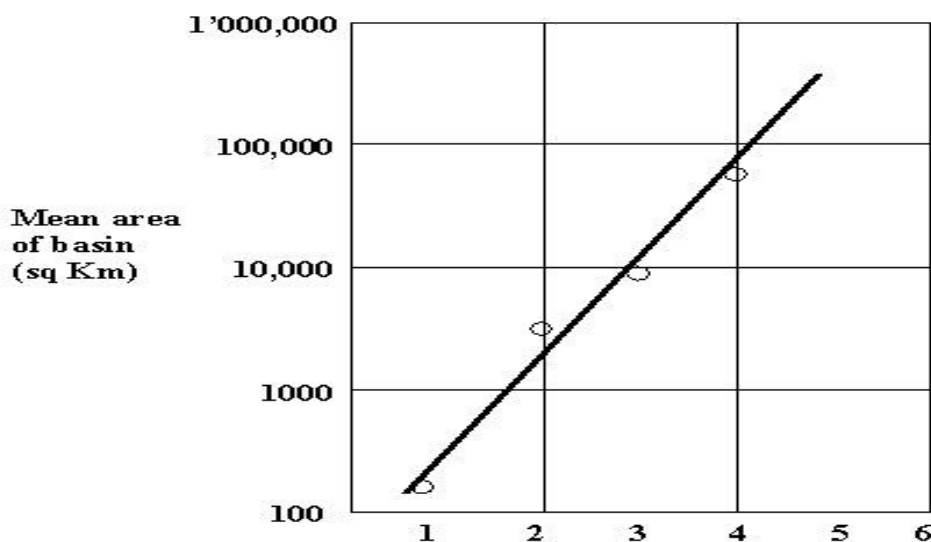
Ένας από τους βασικούς νόμους της γεωμορφολογίας που αφορά τις λεκάνες απορροής και την τάση που παρουσιάζουν αναφορικά με το μέγεθος είναι ο ακόλουθος :

"Το μέσο εμβαδόν των διαδοχικώς αυξανόμενης τάξης λεκανών απορροής τείνει να σχηματίσει μια αύξουσα γεωμετρική ακολουθία με πρώτο όρο το μέσο εμβαδόν των λεκανών απορροής πρώτης τάξης (A_1') και λόγο, το λόγο του εμβαδού (R_a)" (Horton).

$$A_u' = A_1 R_a^{(u-1)}$$

$$R_a = A_u' / (A_u' - 1)$$

Η σχηματική απεικόνιση του νόμου δίνεται στο παρακάτω σχήμα



Διάγραμμα (ημιλογαριθμικό) του μέσου εμβαδού των λεκανών απορροής ενός χειμάρρου σε συνάρτηση με την τάξη μεγέθους τους.

Συνδυάζοντας την παραπάνω σχέση με την αρχή που διατυπώθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο ότι δηλαδή "fractal κατανομή των μεγεθών απαιτεί ένα πλήθος αντικειμένων μεγαλύτερων από ένα χαρακτηριστικό μέγεθος να παρουσιάζει εκθετική εξάρτηση από το μέγεθος" υποψιαζόμαστε fractal "διάθεση" στην τάση του συστήματος, γεγονός που επιβεβαιώνεται από την σχηματική παράσταση. Η ευθεία που προκύπτει από την χαρτογράφηση των δεδομένων, αποδεικνύει την fractal κατανομή και πιθανότατα εκφράζει μια βαθύτερη τάση στην οργάνωση του συστήματος στα πλαίσια της υλοενεργειακής του ισορροπίας.

ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ FRACTAL ΥΠΟΣΤΑΣΗΣ ΤΗΣ ΛΕΚΑΝΗΣ

ΑΠΟΡΡΟΗΣ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΟΥ "ΠΗΧΗ"

Η μέθοδος του "πήχη" έχει ήδη περιγραφεί συνοπτικά παραπάνω. Αφορά την ανίχνευση της fractal υπόστασης της λεκάνης όπως αυτή προκύπτει από την μέτρηση της περιμέτρου της λεκάνης. Συγκεκριμένα η μέθοδος έχει ως εξής

α) Μετρούμε την περίμετρο της λεκάνης έχοντας κάθε φορά ως μέτρο σύγκρισης διαφορετικό "πήχη" (διαφορετική κλίμακα μεγέθους μέτρησης).

β) Χαρτογραφούμε τα αποτελέσματά μας σε λογαριθμικό διάγραμμα έχοντας στον άξονα χ τα διακριτά μήκη του "πήχη" και στον άξονα ψ τα διάφορα μήκη που προέκυψαν.

γ) Αν από την χαρτογράφηση προκύψει ευθεία τότε πιστοποιούμε ότι η περίμετρος έχει fractal υπόσταση, η (fractal) διάσταση της οποίας δίνεται από την κλίση της ευθείας.

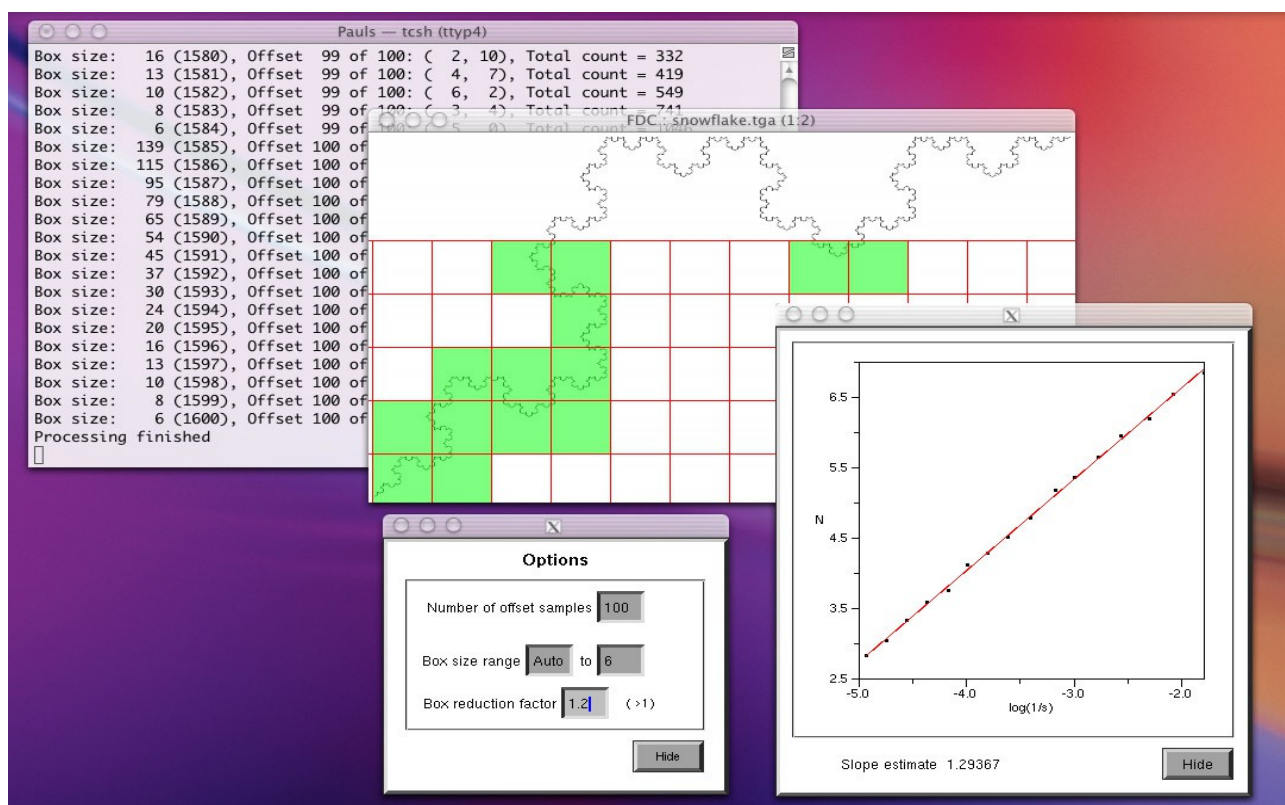
Η παραπάνω μέθοδος δεν αφορά μόνο περιγράμματα λεκανών, μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε μέγεθος γεωμετρικού σχήματος ή σώματος μπορεί να τύχει γραμμικής σύγκρισης.

Η Fractal διάσταση μας δίνει μια ιδέα για τη συμπεριφορά κλιμάκωσης των αντικειμένων. Οι τιμές της fractal διάστασης αφορούν όλο το φάσμα των κλιμάκων και περιγράφουν τα χαρακτηριστικά των επιμέρους κλάδων και ολόκληρου του δικτύου. Η ποσοτική καταγραφή μπορεί επίσης να υπάρξει ένα πιο αντικειμενικό κριτήριο - μέτρο της περιγραφής του τρόπου ανάπτυξης του δικτύου και ενδεχομένως του προσδιορισμού του τύπου κατάταξής του και των διαδικασιών που ενεργούν στα δίκτυα.

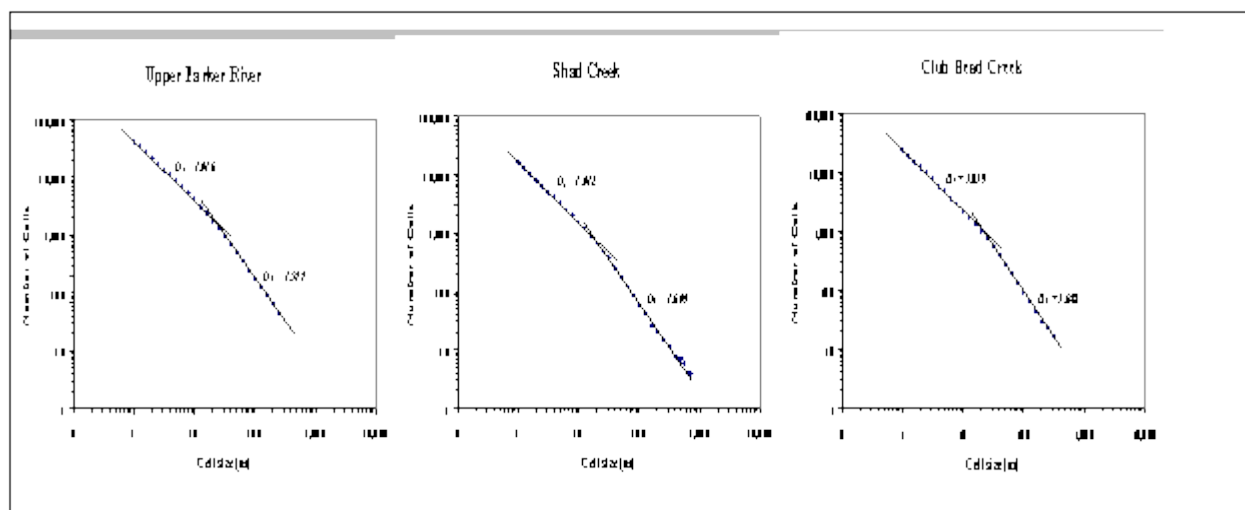
“BOX COUNTING METHOD”. ΠΑΡΑΛΛΑΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΟΥ «ΠΗΧΗ» ΣΤΙΣ ΔΥΟ ΚΑΙ ΤΡΕΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

Η box counting method, μέθοδος των "πλαισίων" ή "κουτιών" αν μπορούμε να την ονομάσουμε έτσι, είναι ανάλογη με την μέθοδο του "πήχη" αφορά όμως επιφάνειες. Η αρχή της μεθόδου είναι λίγο πολύ γνωστή στους γεωλόγους αφού χρησιμοποιείται για την μέτρηση του εμβαδού λεκανών (π.χ. λιμνών). Βασίζεται στην ποσοτική σύγκριση της επιφάνειας της λεκάνης με ένα γεωμετρικό σχήμα γνωστής πλευράς, συνήθως τετράγωνο, και στην χαρτογράφηση των διαφόρων τιμών που προκύπτουν σε συνάρτηση με την μετρική μονάδα.

Πρέπει να τονιστεί εδώ ότι την μετρική μονάδα την χρησιμοποιούμε ακέραια και όχι κλάσμα αυτής όπως συμβαίνει συνήθως κατά τις μετρήσεις επιφανειών. Αν το αποτέλεσμα της χαρτογράφησης (σε λογαριθμικό διάγραμμα) είναι ευθεία γραμμή τότε μπορούμε να υποθέσουμε fractal δομή.



Σχήμα: Box counting Method



Σχημα: χαρτογράφηση των αποτελεσμάτων της μεθόδου των «κουτιών» στην μέτρηση του εμβαδού τριών λεκανών απορροής στο Plum Island

Basin Name	D_s	D_b
Upper Parker	1.016	1.577
Shad	1.012	1.609
Club Head	1.019	1.648

Πίνακας: Οι fractal διατάσεις για το καθένα από τα παραπάνω

διαγράμματα αποδίδονται με την κλίση των ευθειών που προκύπτουν

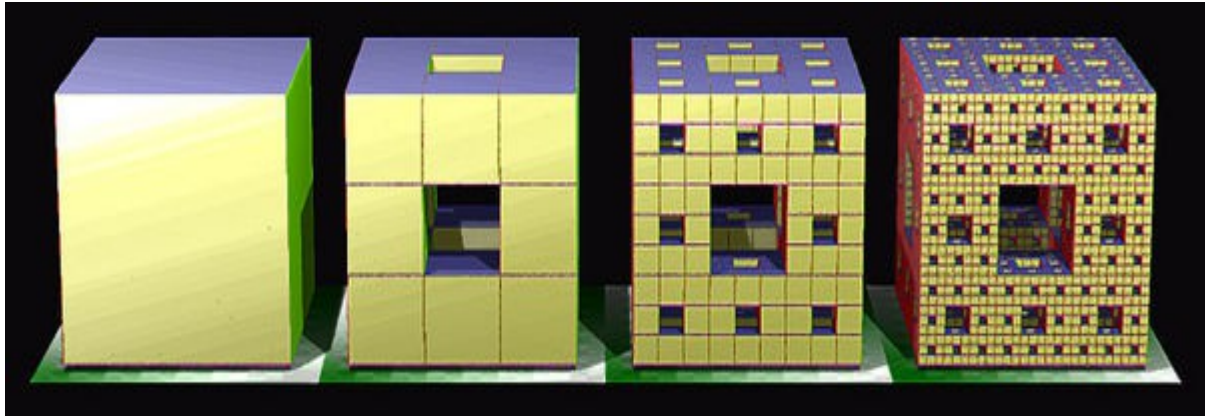
“ Στο πλαίσιο της έρευνας των εν λόγω υδρογραφικών δικτύων, ο υπολογισμός αυτών των μεγεθών αποκαλύπτει τουλάχιστον δύο διαφορετικές περιοχές κλιμάκωσης, πολυκλασματική (multifractal) συμπεριφορά.

Η κλασματική – fractal διάσταση που βρέθηκε σε υψηλές αναλύσεις, D_s , ισχύει και για τα επιμέρους κανάλια και μπορεί να αποκαλύψει πληροφορίες σχετικά με ελικοειδές κανάλι.

Η κλασματική διάσταση που βρέθηκε σε χαμηλότερες αναλύσεις, D_b , δίνει πληροφορίες σχετικά με τη διακλάδωση του συνολικού δικτύου και μπορεί να παρέχει πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο η πυκνότητα του δικτύου αποστράγγισης κατανέμεται στο χώρο και ως εκ τούτου, να δώσει πληροφορίες για την ταξινόμηση του.”

Πηγή : U.S. National Center For Environmental Research

Η παραπάνω μέθοδος μπορεί με την ίδια λογική να επεκταθεί και στις τρεις διαστάσεις με την διαφορά όμως ότι η μονάδα μέτρησης θα είναι πλέον γεωμετρικό σώμα και όχι σχήμα. Η μορφή του πλαισίου συνηθίζεται να είναι τετράγωνο ή κύβος δεν αποκλείεται όμως η χρήση άλλου σώματος ή σχήματος ανάλογα με την περίπτωση.



Σχήμα: fractal σφουγγάρι (sponge), παράδειγμα τρισδιάστατης εφαρμογής της box counting method.

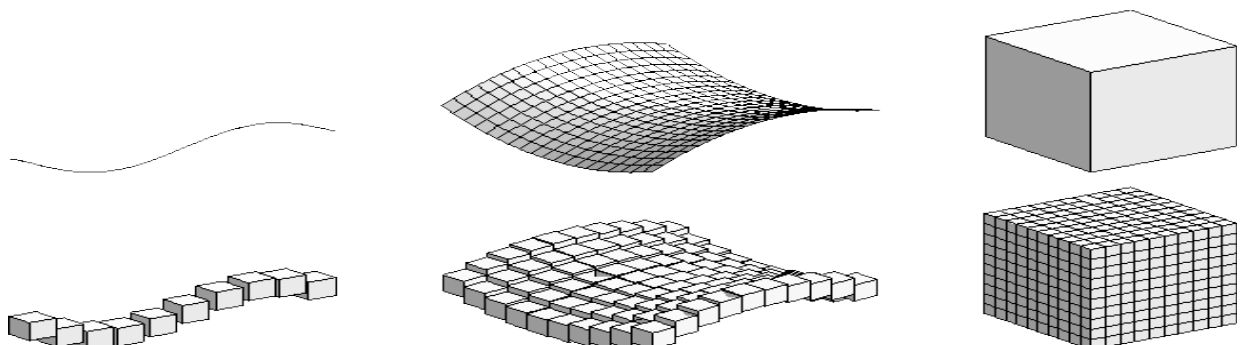
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΕ ΜΕΘΟΔΟΥΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ

Για τη χρήση εικόνων αλλά πολύ περισσότερο χαρτών με τη βοήθεια Η/Υ είναι απαραίτητη η μετατροπή τους σε ψηφιακή μορφή (**ψηφιακά μοντέλα εδάφους**). Ψηφιακά μοντέλα εδάφους **digital terrain model (DTM)**: είναι η ψηφιακή αναπαράσταση της επιφάνειας της γης (τοπογραφικής επιφάνειας ή εδάφους) με τη χρήση μεθόδων τηλεπισκόπησης ή τοπογραφικών συνεργείων. Είναι επίσης γνωστά και σαν ψηφιακά μοντέλα αναγλύφου - υψομέτρου **digital elevation model (DEM)**

Αυτό γίνεται με την βοήθεια ειδικών συσκευών όπως σαρωτές (scanners) και ψηφιοποιητές (digitizers) όταν πρόκειται για δεδομένα τηλεπισκόπησης ή μεταφορά μετρήσεων σε Η/Υ όταν τα δεδομένα προέρχονται από μετρήσεις τοπογραφικών – χαρτογραφικών συνεργείων. Ανάλογα με το ποσό και τον τύπο της πληροφορίας που θέλουμε να διαχειριστούμε, χρησιμοποιούμε και το ανάλογο μηχάνημα. Οι σαρωτές δημιουργούν πιστά αντίγραφα της εικόνας ενώ αντίθετα με τους ψηφιοποιητές μεταφέρουμε στον υπολογιστή μας επιλεγμένη πληροφορία.

Η ψηφιοποίηση στην προκειμένη περίπτωση συνεπάγεται την ένα προς ένα απεικόνιση σημείων, γραμμικών τμημάτων αλλά και επιφανειών της εικόνας στον υπολογιστή με την βοήθεια ψηφίδων, γραμμών ή πολυγώνων. Η ποιότητα της πληροφορίας καθορίζεται από την πυκνότητα και το μέγεθος των στοιχείων που βοηθούν στην ψηφιοποίηση. Όσο περισσότερα στοιχεία με μικρότερο μέγεθος έχουμε τόσο πιο αξιόπιστη είναι η πληροφορία που μεταφέρουμε στον Η/Υ.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο μία γραμμή, μία επιφάνεια και ένα σώμα ψηφιοποιούνται με την βοήθεια των μεθόδων που περιγράφηκαν.



Quad trees μια παραλλαγή της Box Counting Method

Η Quad trees Method ή μέθοδος των τετραδικών δένδρων είναι μία τεχνική που αρχικά εφαρμόστηκε για την όσο το δυνατόν οικονομικότερη από άποψη χώρου αποθήκευση ψηφιακών εικόνων. Βασίζεται στον διαχωρισμό ψηφιακής εικόνας (Raster) σε τέσσερα τετράγωνα με μηδενισμό της τιμής των τμημάτων (τεταρτημορίων) όπου όλες οι τιμές των pixel είναι μηδενικές και διατήρηση των τμημάτων εκείνων που η τιμή τους είναι διάφορη από το μηδέν. Η διαδικασία είναι επαναληπτική και μπορεί να φτάσει μέχρις του σημείου εκείνου όπου το τεταρτημόριο αποτελείται από ένα pixel.

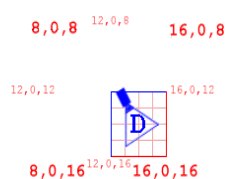
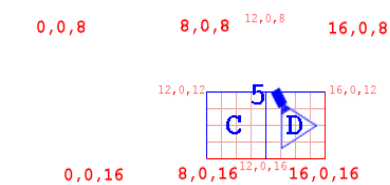
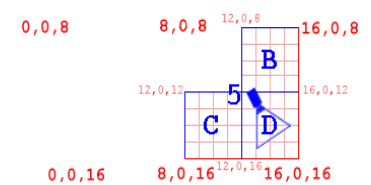
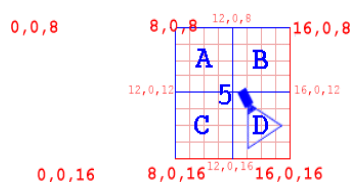
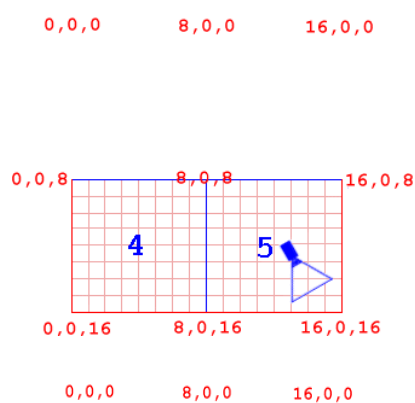
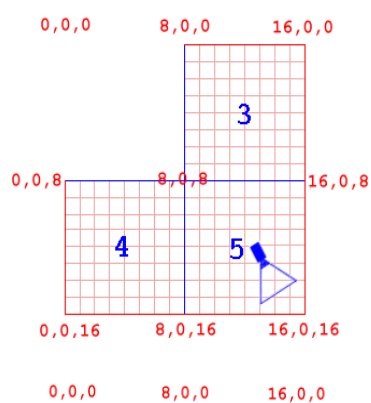
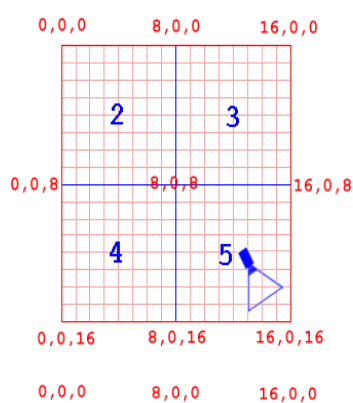
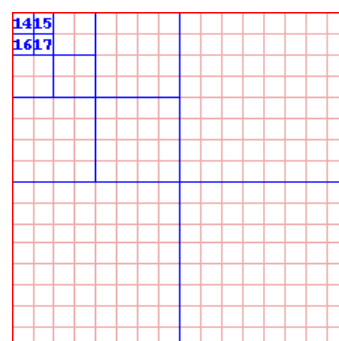
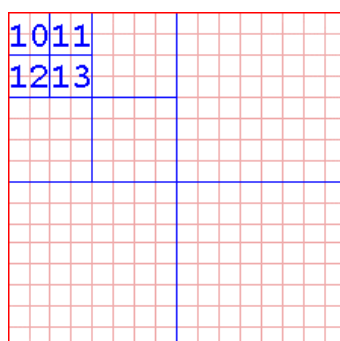
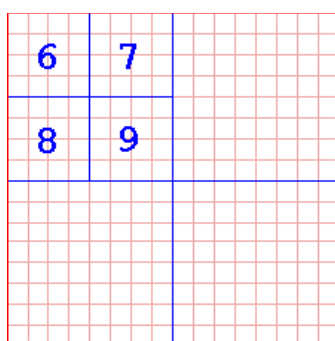
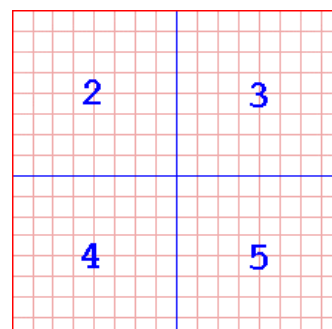
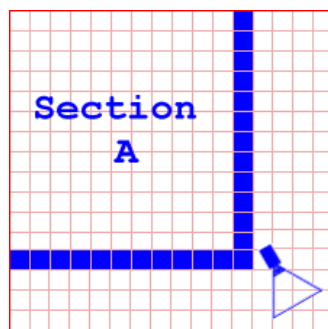
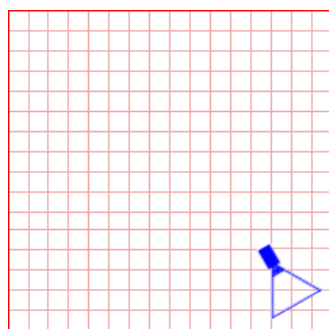
Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι Η/Υ είναι το βασικό εργαλείο για την διερεύνηση των fractals και ότι τα δεδομένα μας μπορούμε να τα έχουμε σε εικόνες με ψηφιακή μορφή είναι σαφές ότι η παραπάνω μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως παραλλαγή της Box Counting μεθόδου ως εξής:

Φιλτράροντας την εικόνα ή κάνοντας αναδιανομή των χρωμάτων διατηρούμε τα στοιχεία (επιφάνειες) που θέλουμε και μηδενίζουμε τις υπόλοιπες τιμές. Χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο με τον οποίον διαβάζουμε την εικόνα χωρισμένη σε τεταρτημόρια, καταγράφουμε τον διαδοχικώς ελαττούμενο σε μέγεθος αριθμό των τεταρτημορίων που διατηρούμε, καθώς και την τάξη μεγέθους στην οποία ανήκουν. Προβολή των αποτελεσμάτων σε ημιλογαριθμικό διάγραμμα μπορεί να μας δώσει στοιχεία (για το αν η επιφάνεια είναι fractal καθώς και τη διάστασή της) η ακρίβεια των οποίων είναι συνάρτηση της διακριτικής ικανότητας του κάθε pixel.

Ο αλγόριθμος για μία εικόνα με n pixels (x γραμμές επί y στήλες) μπορεί να έχει την παρακάτω μορφή:

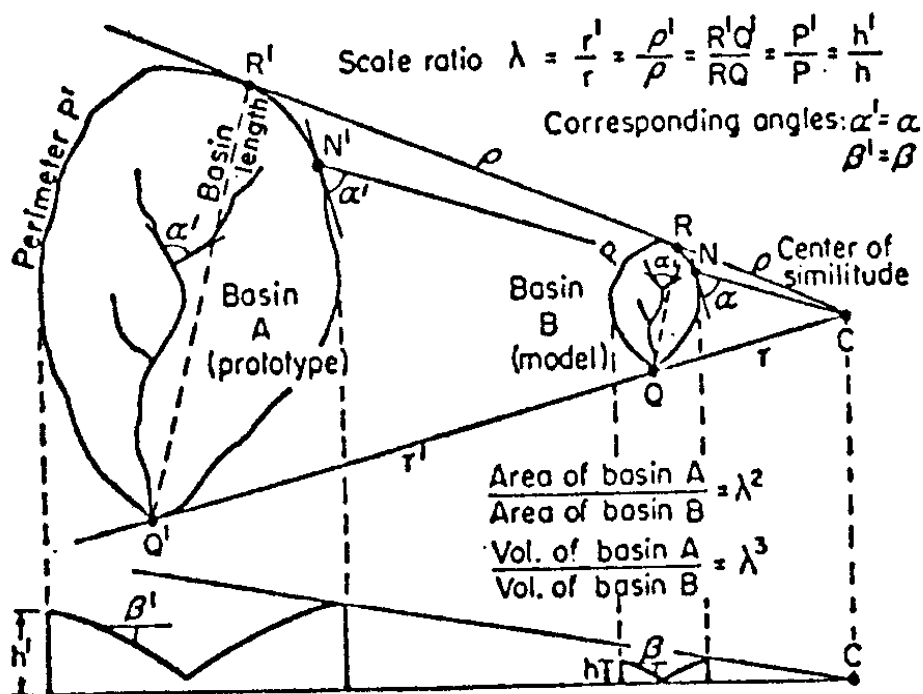
```
y=n/x
z=y
for i= 1 to n
  for j= 1 to n step x
    for k= 1 to y step z
      for l= 1 to x
        read al
        if al=0 then c=c+0 else c=c+1
        sum =sum+al
        if sum=0 then bj=0 else bj=1
      next l, next k, next j
```

Παράδειγμα



ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΛΕΚΑΝΩΝ ΑΠΟΡΡΟΗΣ

Μορφολογικά οι λεκάνες απορροής φαίνεται να έχουν το ίδιο η παραπλήσιο σχήμα το οποίο τόσο περισσότερο συγγενεύει όσο περισσότερο ομοιάζουν αυτές από άποψη δομής (γεωλογικής). Κατά τον Strahler μάλιστα "βασικοί παράμετροι (διακλάδωση, μήκος κλάδων, επιφάνεια λεκάνης) δικτύων που αναπτύσσονται σε περιοχές όπου απουσιάζουν στρωμένα πετρώματα "υπονομεύονται" από την δομή, και δείχνουν μια **γεωμετρική ομοιότητα** με πολύ καλή προσέγγιση όταν οι παραπάνω παράγοντες σχετίζονται".



σχήμα : Συμμετρία λεκανών απορροής (Network Analysis fig 2.34 σελ 104,105)

Θεωρούμε μια λεκάνη απορροής και τις ισοϋψείς ανά 100 μέτρα έστω από 200 έως 800 μέτρα. Συγκρίνουμε τα σχήματα των ισοϋψών. Ομοιάζουν αρκετά. Μικραίνοντας την ισοδιάσταση, το σχήμα των ισοϋψών τείνει να γίνει το ίδιο και μάλιστα όταν $d_z \rightarrow 0$ το σχήμα των ισοϋψών ταυτίζεται. Περιμένουμε λοιπόν οι ισοϋψείς $z + nd_z$ να ομοιάζουν (ταυτίζονται υπό κλίμακα) σύμφωνα με τα παραπάνω. Οι διαφορές όμως, έστω και ελάχιστες που παρουσιάζονται, οφείλονται σε διαδικασίες προσαρμογής του συστήματος στις κατά την γένεση και εξέλιξη, υλοενεργειακές καταστάσεις τοπικής (περιοχικής) ή μεγαλύτερης κλίμακας.

FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΙΣΟΨΩΝ ΤΗΣ ΙΔΙΑΣ ΛΕΚΑΝΗΣ ΚΑΙ Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ

Κάνοντας χρήση της μεθόδου του "πήχη" ή της "box counting" μεθόδου είναι δυνατόν να βρούμε την fractal διάσταση της εκάστοτε ισοψούς η οποία αποτελεί και ένα μέτρο των "ανωμαλιών" της περιμετρικής γραμμής στο αντίστοιχο ύψος. Αν υποθέσουμε τώρα ότι η fractal διάσταση είναι αποτέλεσμα και της δομής της λεκάνης, όπως υπαινίχθηκε παραπάνω η μεταβολή καθ' ύψος ($\delta D / \delta z$), της fractal διάστασης (αν αυτή μεταβάλλεται) μπορεί να είναι ένα χρήσιμο εργαλείο, για την διερεύνηση της δομής της λεκάνης (μεταβολή της δομής, σπάσιμο της συμμετρίας), και πιθανώς για τον τρόπο δράσης της διάβρωσης. Η έλλειψη στοιχείων - δεδομένων στην προκειμένη περίπτωση όπως και σε αρκετές άλλες καθιστά δύσκολο των έλεγχων των υποθέσεων που γίνονται.

FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΩΝ ΛΕΚΑΝΩΝ (ένας τρόπος σύγκρισής τους)

Ότι ισχύει για τον τρόπο χρήσης της fractal διάστασης, για την μελέτη μίας λεκάνης που αναφέρθηκε πιο πάνω ισχύει και για την μελέτη και σύγκριση διαφορετικών λεκανών.

Το πρόβλημα όμως που ανακύπτει εδώ, είναι, ποιας ισοψούς η fractal διάσταση μπορεί να θεωρηθεί αντιπροσωπευτική για όλη τη λεκάνη; Στις διάφορες μελέτες που έχουν γίνει στο συγκεκριμένο θέμα οι μελετητές δεν καθορίζουν μία συγκεκριμένη ισοψή, οι περισσότεροι όμως χρησιμοποιούν χωρίς να το δικαιολογούν, αυτή που καθορίζει τα εξωτερικά όρια της λεκάνης. Προφανώς θεωρούν ότι η fractal διάσταση δεν αλλάζει, γεγονός που συνηγορεί με την άποψη που αναπτύχθηκε παραπάνω, ότι περιμένουμε οι ισοψείς $z + nd_z$ να ομοιάζουν (ταυτίζονται υπό κλίμακα).

Στη συνέχεια παρατίθενται παραδείγματα που αφορούν τον τρόπο μελέτης της συμμετρίας των λεκανών με τη βοήθεια της fractal γεωμετρίας. Είναι επιλεγμένα από το βιβλίο Network Analysis in Geography (Peter Hagget, Richard J. Chorley), καθώς και από το περιοδικό Geomorphology (special issue "Fractals in Geomorphology", "Drainage basin perimeters: a fractal significance" Sean P. Breyer, R.Scott Snow).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΟΥ "ΠΗΧΗ" ΣΤΗΝ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ ΛΕΚΑΝΗΣ ΑΠΟΡΡΟΗΣ

Το περιμετρικό σχήμα κάθε λεκάνης απορροής, ο υδροκρίτης δηλαδή, είναι μια τεθλασμένη γραμμή η οποία υλοποιείται στο χώρο και ακολουθεί τόσο τις οριζόντιες

όσο και τις κατακόρυφες μεταβολές του αναγλύφου. Στο παρακάτω παράδειγμα παρουσιάζεται η προσπάθεια εκτίμησης της fractal διάστασης της περιμετρικής γραμμής διαφόρων λεκανών απορροής. Η εκτίμηση αυτή βασίζεται στην εφαρμογή της μεθόδου του "πήχη" στην υπό κλίμακα προβολή του υδροκρίτη στο οριζόντιο επίπεδο.

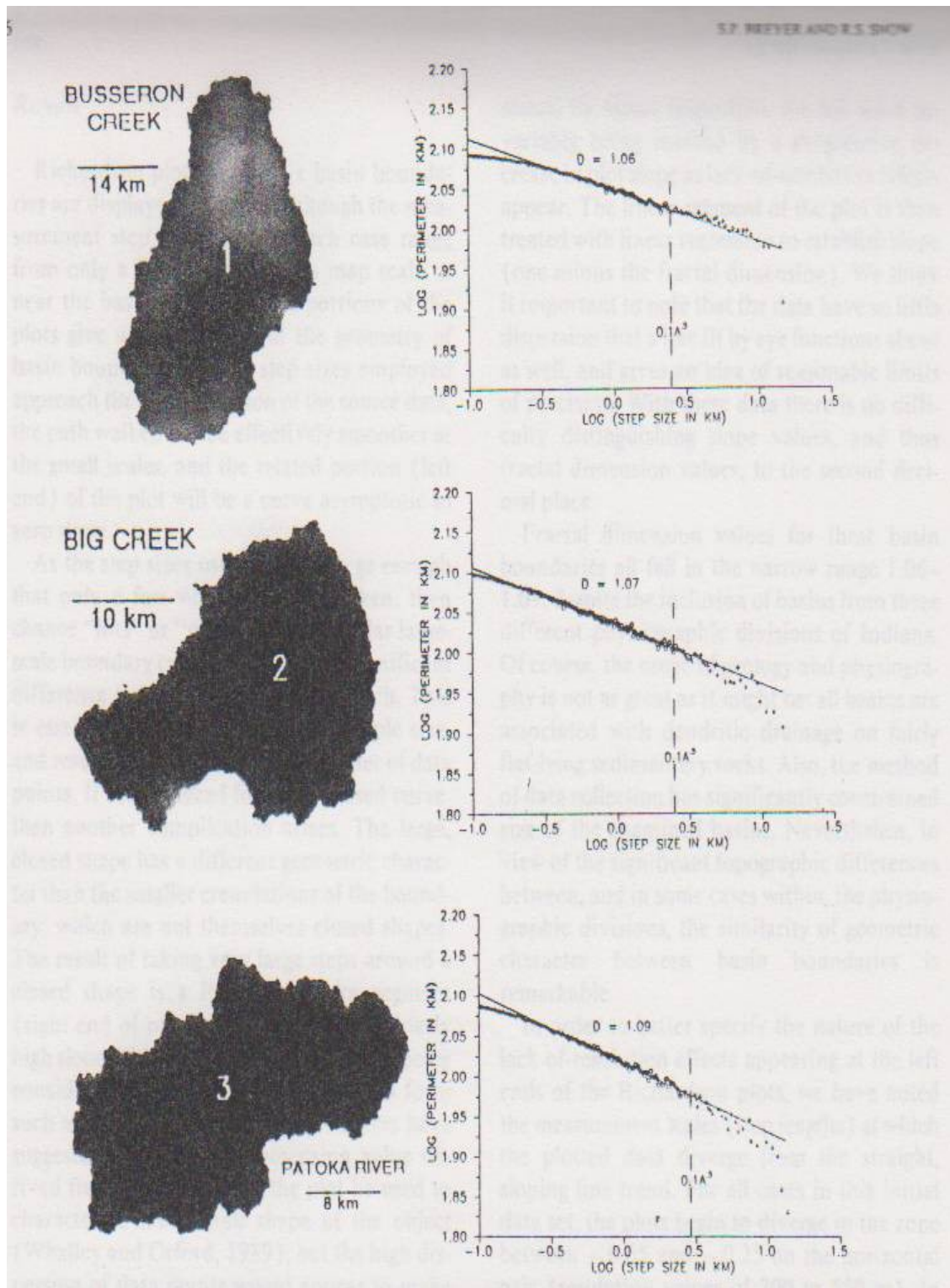
Η προβολική - αφαιρετική αυτή διαδικασία υποβαθμίζει την ποιότητα και ελαττώνει την ποσότητα της πληροφορίας, οδηγώντας πιθανότατα τη μεθοδολογία και στην εξαγωγή εσφαλμένων συμπερασμάτων. Είδαμε σε άλλο σημείο πως η εκτίμηση της fractal διάστασης μιας λεκάνης απορροής γίνεται με την εφαρμογή της μεθόδου σε μία συγκεκριμένη ισοϋψή γραμμή. Ο υδροκρίτης όμως συνεπάγεται και καθ' ύψος μεταβολές, τα γενεσιουργά αίτια των οποίων είναι πιθανότατα διαφορετικά απ' αυτά των οριζόντιων μεταβολών.

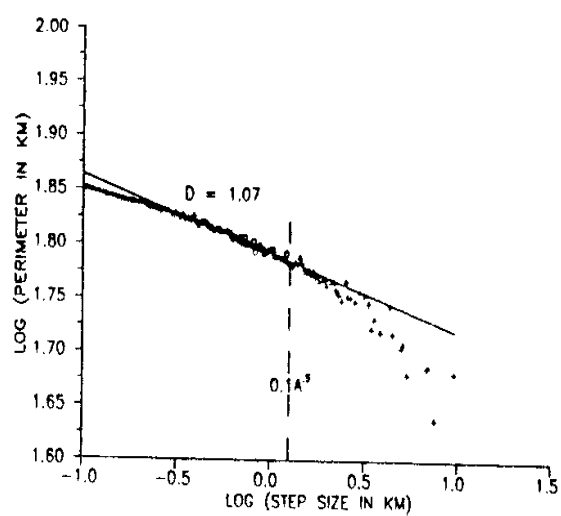
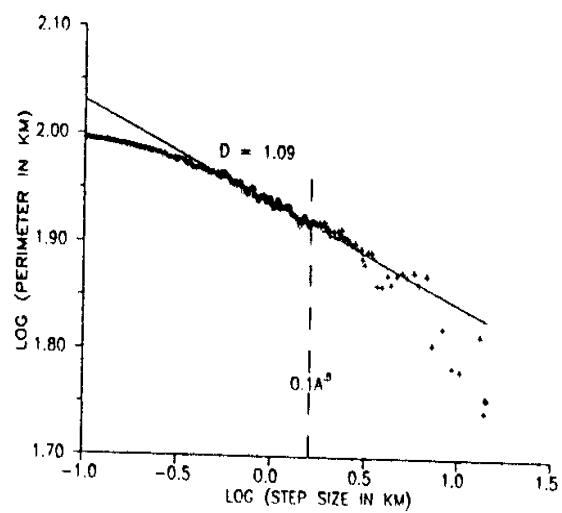
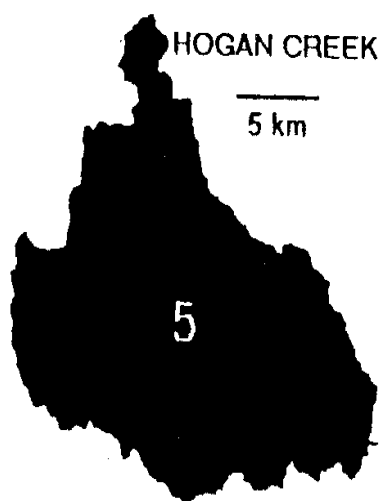
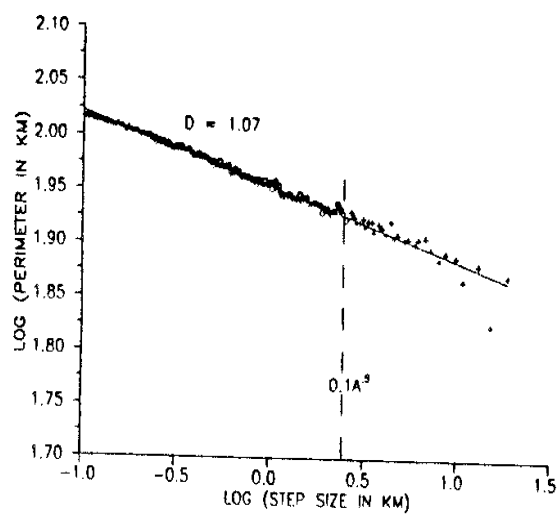
"Παρόλα αυτά τα αποτελέσματα έδειξαν πως η χρήση fractal μοντέλων βρίσκει μία καλή εφαρμογή στην περιγραφή και εκτίμηση των ορίων της λεκάνης απορροής αλλά πως και τα όρια των λεκανών χαρακτηρίζονται από ένα αξιοσημείωτο μικρό διάστημα τιμών fractal διάστασης". (Breyer and Snow 1992)

Παραλλαγή της μεθόδου του "πήχη" εφαρμόστηκε σε έξι λεκάνες της Ν. Ιντιάνα (Η.Π.Α) και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αυτά που αποκτήθηκαν με εφαρμογή της ίδιας μεθόδου σε έξι μεγάλες λεκάνες απορροής των Η.Π.Α. Οι θέσεις, το περιμετρικό σχήμα, το μέγεθος και η fractal διάσταση των λεκανών φαίνονται στα σχήματα που ακολουθούν.

Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός πως η fractal διάσταση D όπως τονίστηκε και παραπάνω κυμαίνεται μεταξύ 1.06 και 1.12 όριο πολύ μικρό αν σκεφτεί κανείς ότι πρόκειται για λεκάνες διαφορετικού μεγέθους, σε διαφορετικά περιβάλλοντα και με διαφορετική πιθανότατα πετρολογική σύσταση.

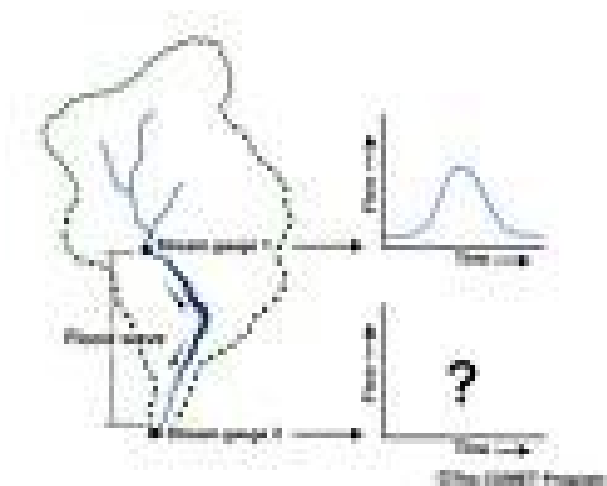
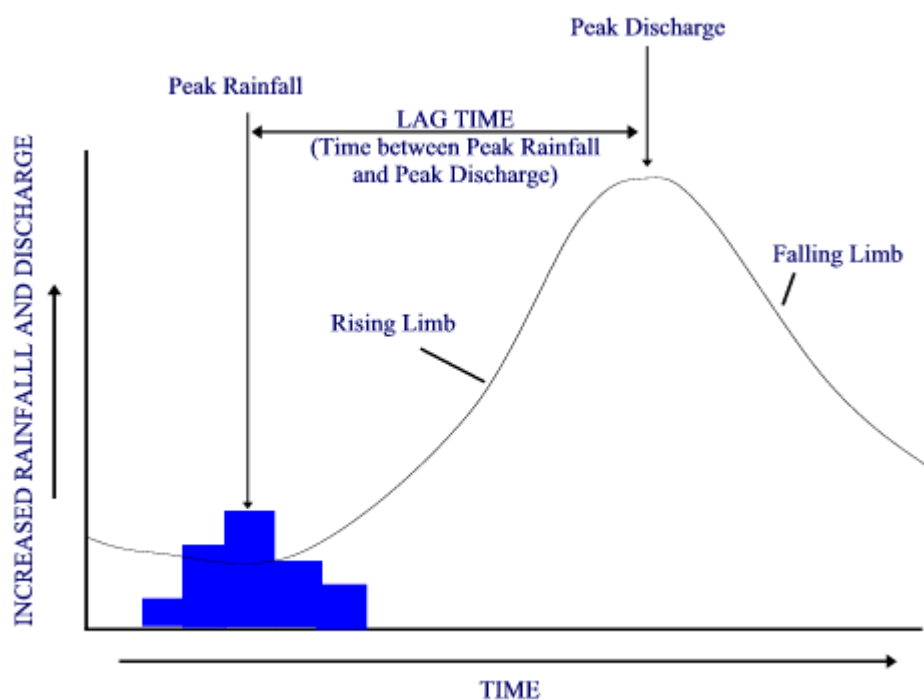
Σχήματα (Geomorphology pag.145 - 151)





ΛΕΚΑΝΗ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΚΑΙ ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΝΕΡΟΥ

Το ποσό του νερού που απορρέει επιφανειακά σε μία λεκάνη σε ετήσια βάση είναι συνάρτηση πολλών παραγόντων (μορφολογία της λεκάνης, μέγεθος, περατότητα των πετρωμάτων κ.α.). Παρόλα αυτά έχει παρατηρηθεί πως η ποσότητα των υδάτων που απορρέουν επιφανειακά, ως αποτέλεσμα ενός επεισοδίου βροχής, παρουσιάζει συγκεκριμένη κατανομή σε συνάρτηση με το χρόνο η οποία φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η καμπύλη ονομάζεται υδρογράφημα και εκφράζει την μεταβολή της ποσότητας του νερού στην έξοδο της λεκάνης μετά από ένα επεισόδιο βροχής όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Η κατανομή της ποσότητας του νερού στο χρόνο εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της κάθε λεκάνης, την μορφολογία της και την πετρολογική της σύσταση, ο τρόπος όμως που αυτή αποκρίνεται σε ένα τέτοιο γεγονός είναι ανεξάρτητος από τα παραπάνω χαρακτηριστικά.

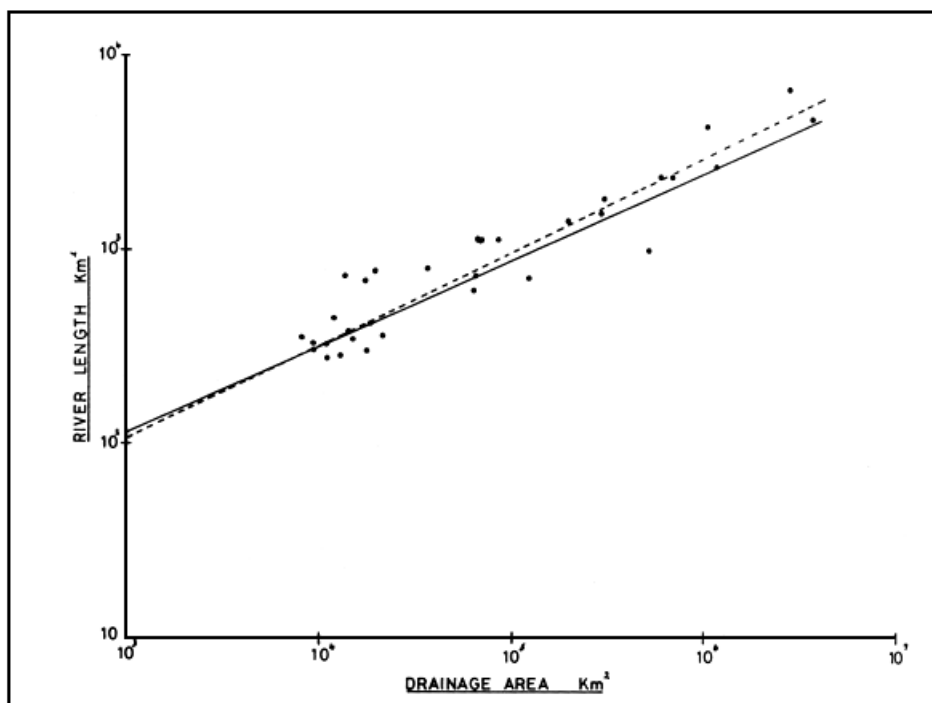
Μια άλλη μορφή υδρογραφήματος αποτελεί το «μοναδιαίο υδρογράφημα» που απεικονίζει την μεταβολή της ποσότητας του νερού στην έξοδο της λεκάνης που προκαλείται από απορροϊκή βροχή, ενός επεισοδίου συγκεκριμένης χρονικής διάρκειας και ύψους στήλης ίσο με τη μονάδα. Προϋπόθεση βασική είναι η ισοκατανομή της και η ομοιόμορφη έντασή της σε όλη την επιφάνεια της λεκάνης.

Η αμερικανική υπηρεσία εγγείων βελτιώσεων (S.C.S) το 1974 πρότεινε το αδιάστατο μοναδιαίο υδρογράφημα με βάση δεδομένα λεκανών απορροής ο αριθμός των οποίων υπερβαίνει τις πέντε χιλιάδες. Το χαρακτηριστικό είναι πως η συμπεριφορά όλων των λεκανών είναι συγκεκριμένη ανεξάρτητα από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε μιας.

ΛΕΚΑΝΗ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΚΑΙ ΜΗΚΟΣ ΚΥΡΙΟΥ ΚΛΑΔΟΥ

Ο νόμος του Horton αναφορικά με το μέγεθος των λεκανών απορροής και την εκθετική εξάρτηση που αυτό παρουσιάζει με την τάξη μεγέθους φαίνεται να έχει καθολική ισχύ αφού αφορά την πλειονότητα των περιπτώσεων. Το ίδιο ισχύει και με τον νόμο του Horton που αφορά το μήκος του υδρογραφικού δικτύου. Και τα δύο μεγέθη παρουσιάζουν εκθετική εξάρτηση σε συνάρτηση με την τάξη μεγέθους και μάλιστα αυτή η σχέση είναι fractal . Γεννάται λοιπόν το ερώτημα αν το μήκος του υδρογραφικού δικτύου μπορεί να σχετιστεί με την επιφάνεια της αντίστοιχης λεκάνης απορροής και με ποιόν τρόπο.

Ο Morisawa το 1959 χαρτογράφησε το λογάριθμο του μέσου μήκους και του αθροιστικού μήκους με το λογάριθμο της επιφάνειας για κάθε τάξη μεγέθους. Τα δεδομένα αφορούσαν αντιπροσωπευτικές λεκάνες της περιοχής του Απαλλάχιου υψιπέδου. Είναι χαρακτηριστική η υψηλού βαθμού γραμμική συσχέτιση αντίστοιχη με αυτή που φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί και αφορά άλλη μελέτη.



Σχέση μεταξύ της επιφάνειας των λεκανών απορροής (km²) και του μήκους του κύριου κλάδου (km) 27 αφρικανικών ποταμών (Πηγή FAO, "Some general and theoretical considerations on the fish production of African rivers" 1974).

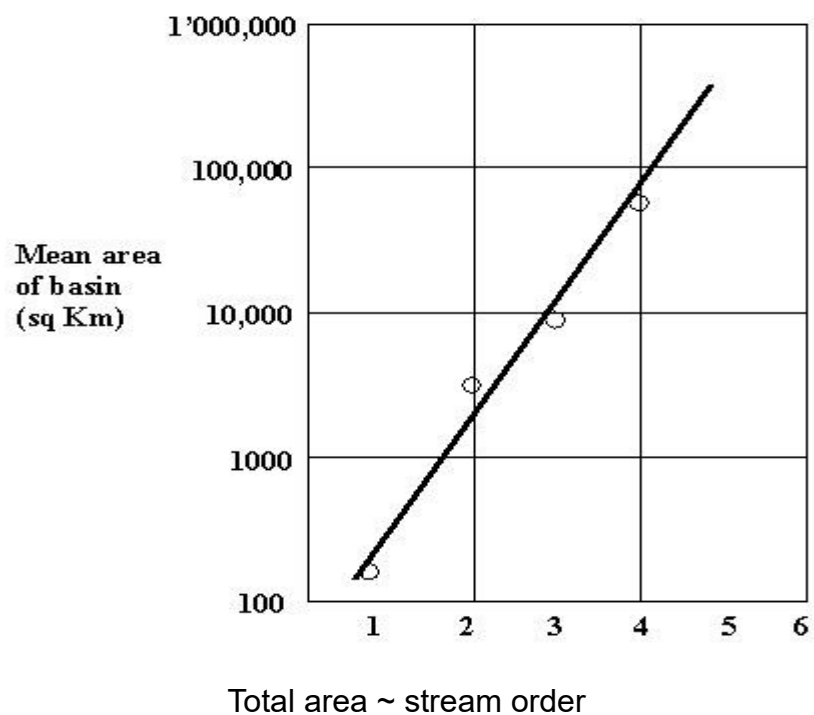
Ήδη το 1957 ο Hack χρησιμοποιώντας δεδομένα επτά λεκανών απορροής από την Virginia και το Maryland κατέληξε στην εμπειρική σχέση που εκφράζει την εκθετική εξάρτηση του μήκους από την επιφάνεια της λεκάνης. Η σχέση αυτή είναι η ακόλουθη:

$$L=14A^{0.6}$$

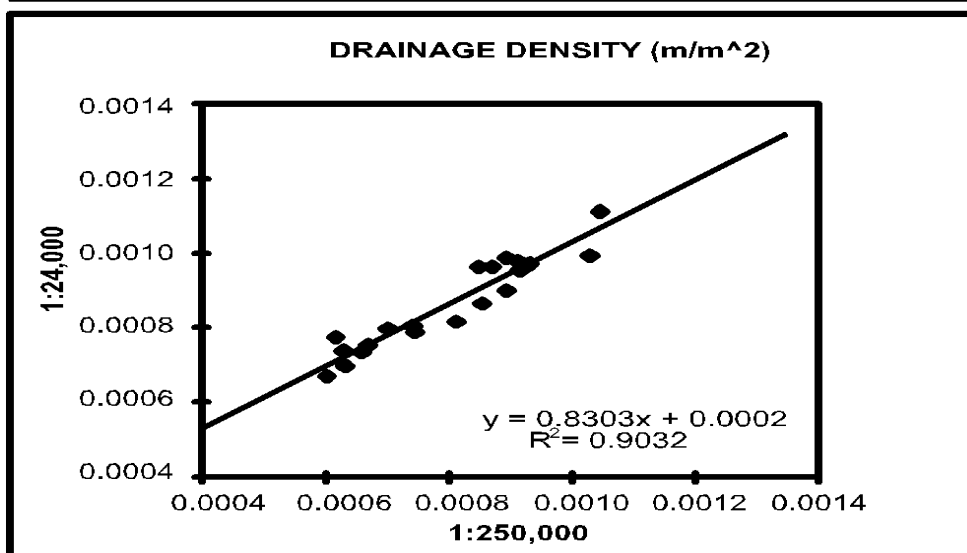
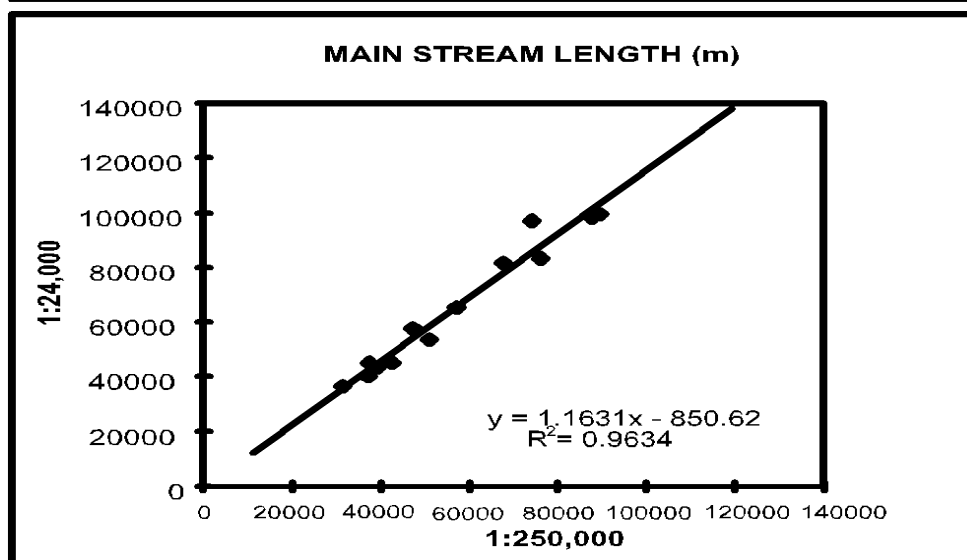
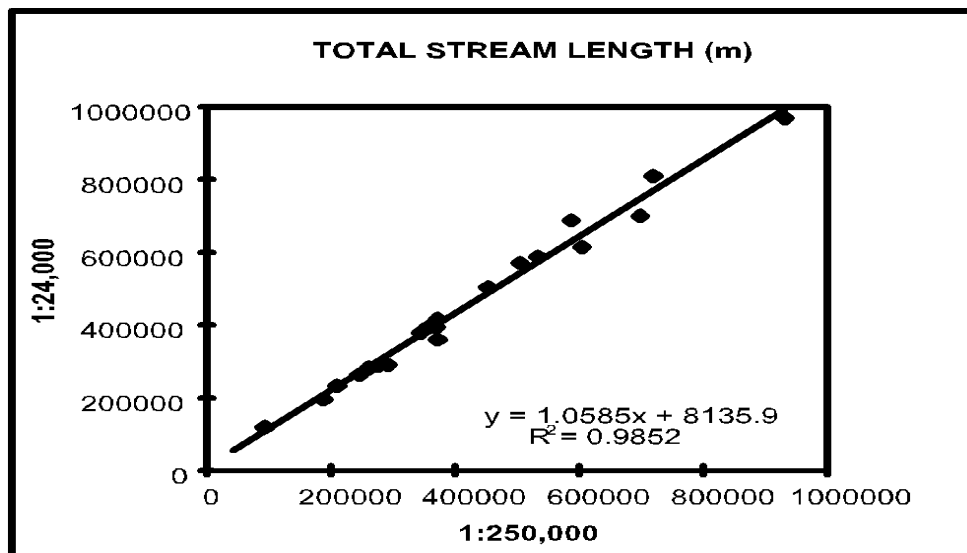
Όπως προκύπτει τόσο από το σχήμα όσο και από τον εμπειρικό τύπο του Hack η σχέση μεταξύ μήκους ρέματος και εμβαδού της αντίστοιχης λεκάνης απορροής είναι fractal και μάλιστα λαμβάνοντας υπόψιν την (*) η fractal διάσταση είναι 0,68.

Παραδείγματα

ΛΕΚΑΝΗ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΚΑΙ ΜΗΚΟΣ ΜΑΙΑΝΔΡΟΥ



Πηγή : Network Analysis σελ 161



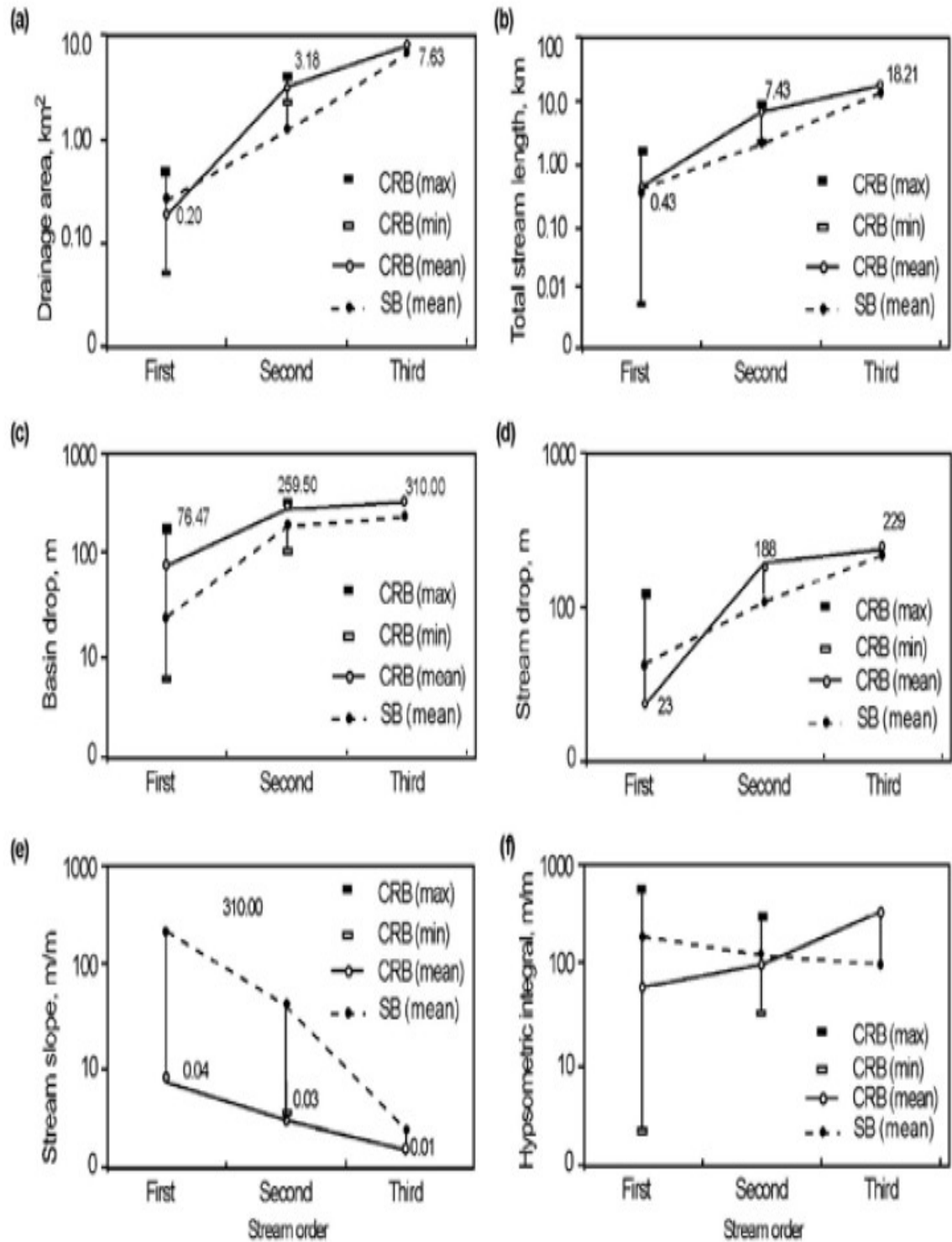


FIGURE 5. Results of terrain analysis of the Churiya River Basin. (a) Total drainage area, (b) Total stream length, (c) Basin drop, (d) Stream drop, (e) Stream slope, and (f) hypsometric integral.

ΣΥΣΤΗΜΑ ΡΕΜΑΤΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

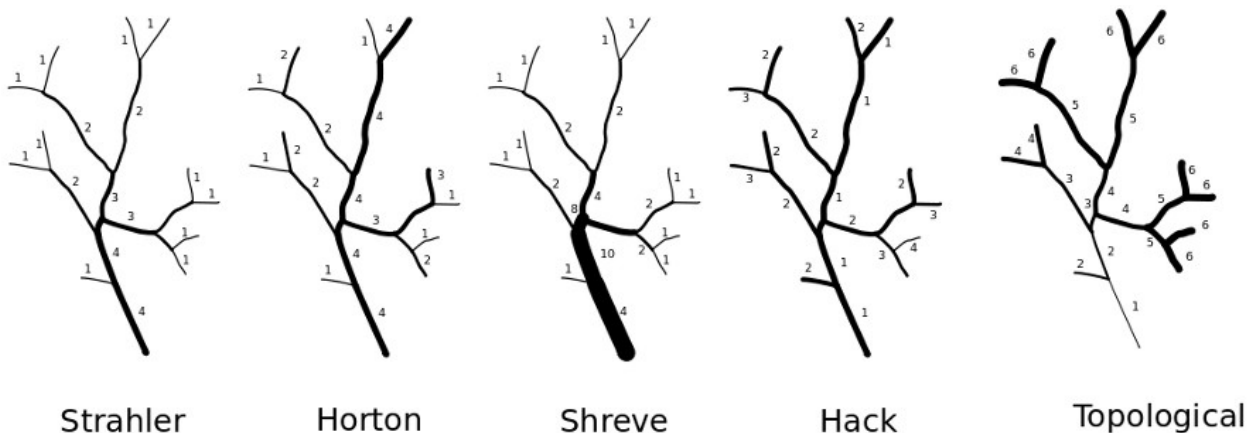
Υδρογραφικό δίκτυο μιας περιοχής όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ονομάζεται το σύνολο των ρεμάτων που αποστραγγίζουν την περιοχή αυτή.

Το υδρογραφικό δίκτυο είναι δυνατόν να είναι επιφανειακό ή υπόγειο. Τα όμβρια και τα πηγαία ύδατα συγκεντρώνονται σε όλο και μεγαλύτερους από άποψη μεγέθους αγωγούς (ρέματα) και τελικά καταλήγουν στην έξοδο της λεκάνης.

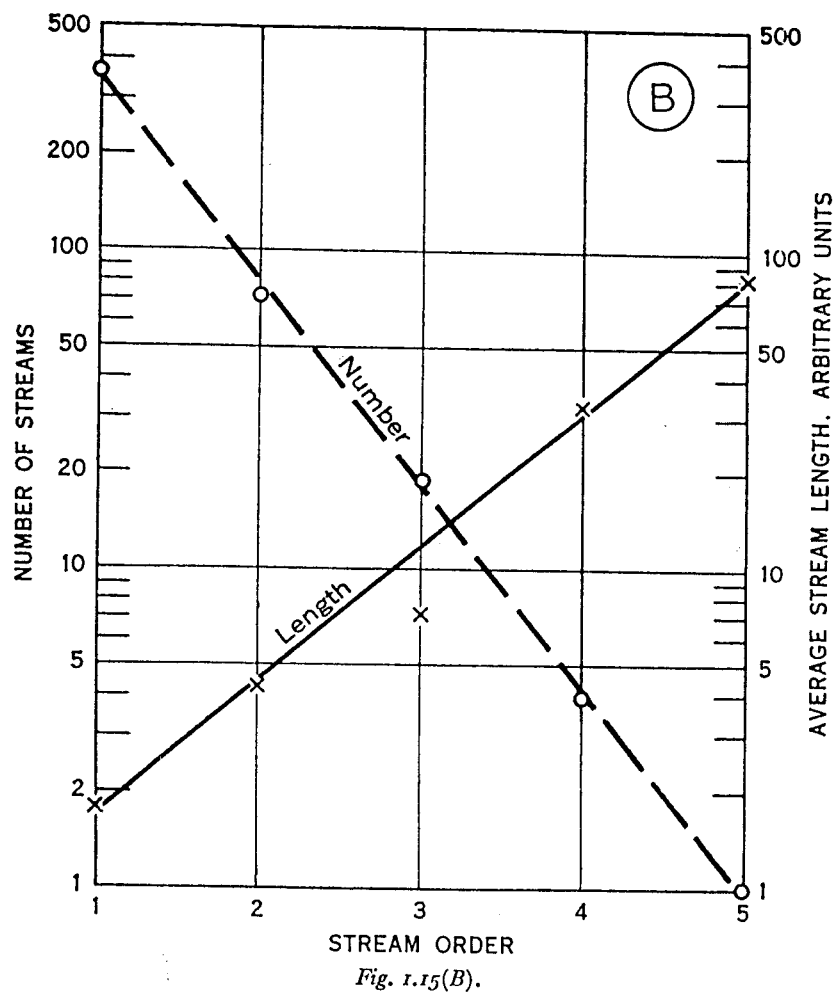
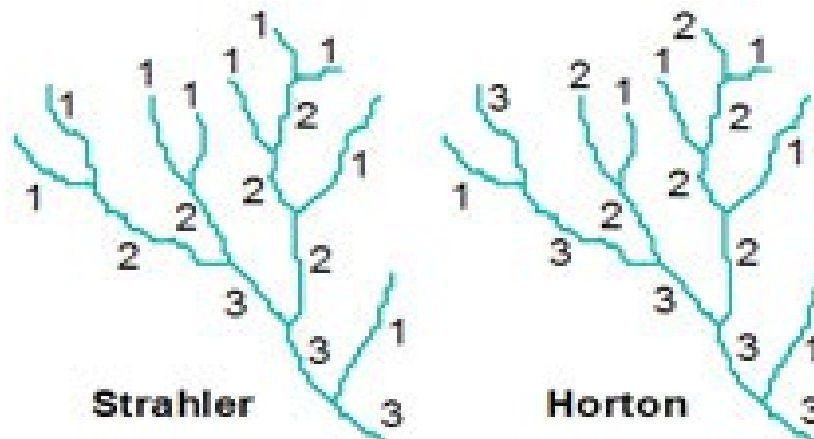
Ο κύριος αγωγός(το μεγαλύτερο δηλαδή ρέμα) διακλαδίζεται σε μικρότερους κλάδους, μικρότερα ρέματα και αυτή η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι το επίπεδο των στοιχειωδών ρεμάτων. Οι μικρότεροι κλάδοι που δεν δέχονται νερά άλλων κλάδων αλλά αποστραγγίζουν μία στοιχειώδη επιφάνεια ονομάζονται πρώτης τάξης. Κλάδοι που δέχονται τα νερά ρεμάτων πρώτης τάξης ονομάζονται δεύτερης τάξης κ.ο.κ.

Η αρίθμηση των κλάδων και η τάξη μεγέθους που προκύπτει εξαρτάται από τη μέθοδο με την οποία γίνεται η αρίθμηση (Horton, Strahler κλπ). Ανεξάρτητα όμως από τη μέθοδο που χρησιμοποιείται, η τάξη μεγέθους, αλλά και το σύνολο των ρεμάτων αυξάνει (γεωμετρικά ή αριθμητικά) καθώς μεταβαίνουμε από μικρά ρέματα σε μεγαλύτερα. Στα παρακάτω σχήματα φαίνεται η αρίθμηση των κλάδων του ίδιου δικτύου ανάλογα με τη μέθοδο που χρησιμοποιούμε.

Αρίθμηση κλάδων κατά Horton, Strahler κλπ.



Στην πορεία θα χρησιμοποιούνται διάφοροι τρόποι αρίθμησης ανάλογα με το ποιος είναι πιο βολικός κάθε φορά. Όπως θα δούμε και παρακάτω ο fractal χαρακτήρας παραμένει ο ίδιος μόνο που αλλάζει η fractal διάσταση ως μέτρο του βαθμού οργάνωσης του συστήματος.



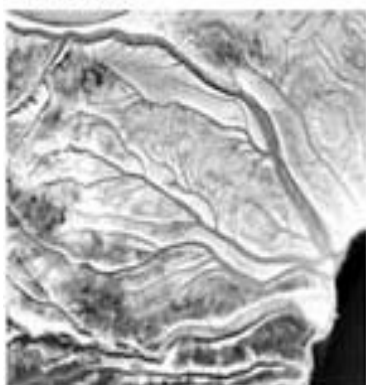
ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΠΟΡΕΙΑ ΡΕΜΑΤΟΣ

Η κίνηση των υδάτων και γενικά η πορεία του ρέματος μεταξύ δύο σημείων Α και Β από τα οποία περνά αυτό καθορίζεται από τη γεωλογική δομή της περιοχής κατά κύριο λόγο, καθώς επίσης και από την κλίση των πλευρών, την ταχύτητα κίνησης κ.α. Όσο μικρότερη είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων Α και Β τόσο το ρέμα τείνει να πάρει τη μορφή απλού γεωμετρικού σχήματος. Αντίθετα όσο η απόσταση αυτή μεγαλώνει η μορφή του ρέματος γίνεται πολύπλοκη. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι πιθανές θεωρητικές εναλλακτικές διαδρομές μεταξύ των δύο σημείων όπως αυτές καθορίζονται απ' τη μορφολογία και τη δομή της περιοχής.

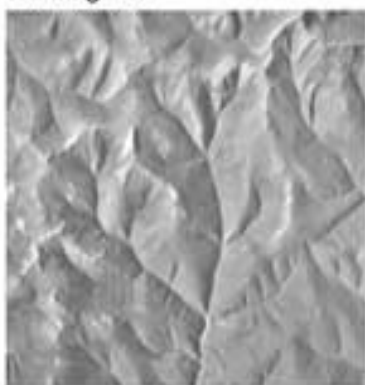
Στη φύση όμως εξαιτίας της ανομοιογένειας (πετρολογικής) της περιοχής (ανάλογα με την κλίμακα βέβαια) οι μορφές που εμφανίζονται είναι ένας συνδυασμός των θεωρητικών διαδρομών από τις οποίες αποκλείονται οι διαδρομές εκείνες κατά τις οποίες έχουμε αύξηση της δυναμικής ενέργειας σε κάποιο σημείο της διαδρομής, ενώ κυριαρχούν οι διαδρομές όπου η απόσταση ΑΒ τείνει να γίνει η μικρότερη δυνατή δηλαδή η μορφή τείνει να γίνει ευθεία.

Εξαίρεση στον παραπάνω κανόνα μείωσης της απόστασης αποτελούν οι μαϊάνδροι, η μορφή των οποίων είναι το αποτέλεσμα της προσαρμογής της κίνησης των υδάτων στην βολικότερη προσφερόμενη διαδρομή χωρίς να υπάρχει η δυνατότητα χάραξης πορείας λόγω μικρής δυναμικής και κινητικής ενέργειας του νερού .

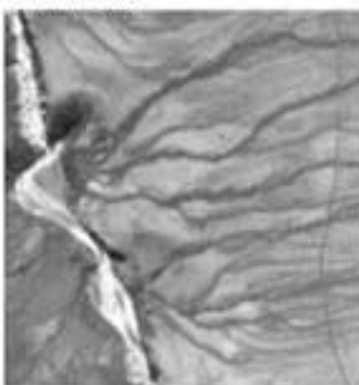
1. Dentic



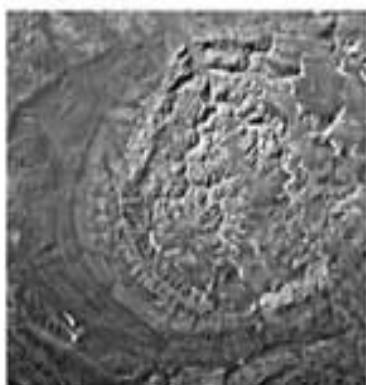
2. Angular



3. Parallel



4. Annular



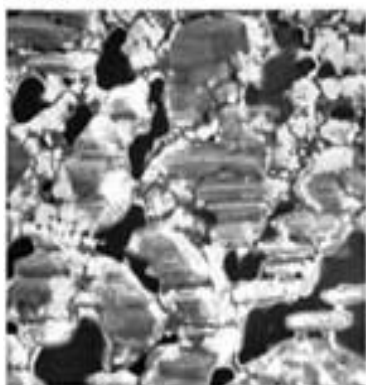
5. Radial



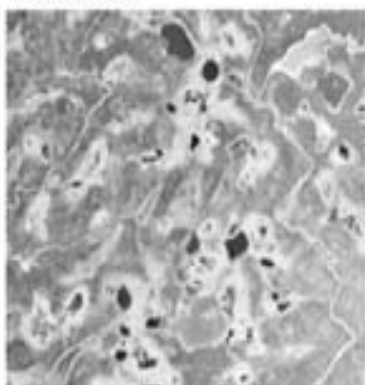
6. Dichotomous



7. Unordered

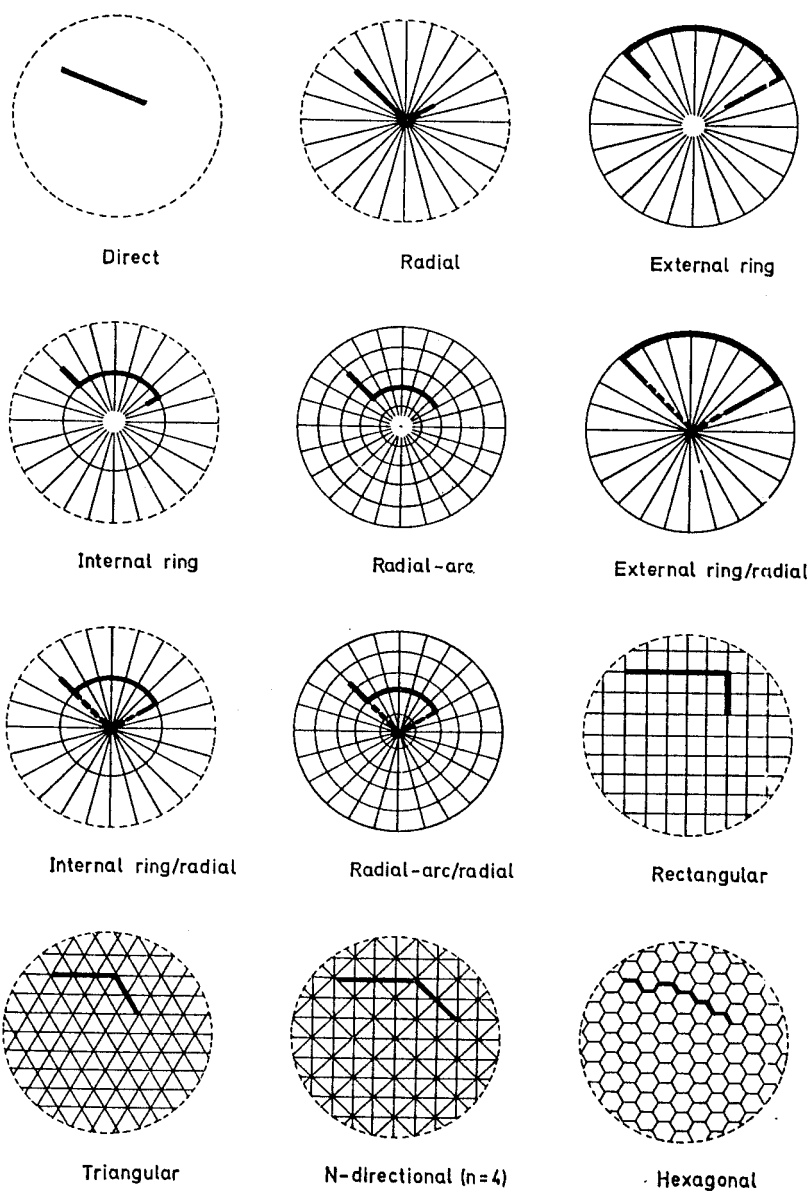


8. Karstic



9. Thermokarstic





Πηγή Network Analysis (σχήμα 3.10 σελ 123)

Αποτέλεσμα της εναλλακτικής διαδρομής του δικτύου όπως αυτή κυβερνάζεται από τη μορφολογία και από την αρχή της ενέργειας (κίνηση από υψηλότερη σε χαμηλότερη δυναμική ενέργεια) είναι οι διάφορες μορφές υδρογραφικών δικτύων που αναφέρονται στην ενότητα που ακολουθεί.

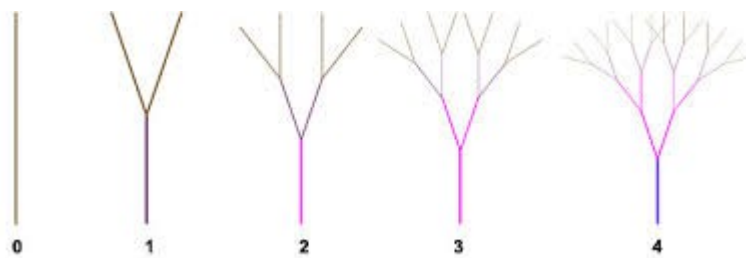
ΜΟΡΦΕΣ ΥΔΡΟΓΡΑΦΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

α) Δενδριτική

Έχει τη μορφή δέντρου απ' όπου πήρε και το ονομά της. Οι κλάδοι ενώνονται μεταξύ τους καθώς και με τον κύριο κλάδο υπό οξείες γωνίες συνήθως μικρότερες των τριάντα μοιρών.

Καταλαμβάνει όλο τον προσφερόμενο χώρο με μια ομοιομορφία και κανονικότητα μεταξύ των κλάδων. Σχηματίζεται σε σχετικά ομαλές ή νέες περιοχές με ομογενή πετρολογική κατασκευή.

Μία προσομοίωση δικτύου δενδριτικής μορφής μπορεί να γίνει με το παρακάτω σχήμα που προέρχεται από συνεχείς δυαδικές ή τριαδικές διακλαδώσεις ενός ευθυγράμμου τμήματος και των κλάδων του.



Η διαδικασία αυτή είναι επαναληπτική και μπορεί να συνεχισθεί θεωρητικά επ' άπειρον, πρακτικά μέχρι και σε κλίμακα στοιχειωδών ρεμάτων.

β) Παράλληλη

Οι κύριοι κλάδοι είναι παράλληλοι ή σχεδόν παράλληλοι μεταξύ τους ενώ οι δευτερεύοντες συνδέονται μεταξύ τους και με τους κύριους υπό οξείες γωνίες αλλά συνήθως μικρότερες των σαράντα μοιρών. Η παραλληλότητα και μεταξύ των μικροτέρων κλάδων διατηρείται. Παρόμοια με την παραπάνω διαδικασία εξομοίωσης μπορεί να προσεγγίσει υδρογραφικό δίκτυο παράλληλης μορφής με τη διαφορά ότι η περιεχόμενη των κλάδων γωνία είναι μικρότερη των 40 μοιρών. Τα δίκτυα αυτά σχηματίζονται συνήθως σε περιοχές με απότομη κλίση ή σχετίζονται με επιμήκεις μορφές ξηράς.

γ) Ορθογώνια

Στην περίπτωση αυτή ο κύριος κλάδος κατά την πορεία του κάμπτεται κατά ορθές γωνίες, οι δε μικρότεροι ενώνονται με τους μεγαλύτερους επίσης κατά ορθές γωνίες. Η μορφή αυτή δεν έχει κανονικά διατεταγμένους κλάδους με ρυθμό και συμμετρία σχετίζεται δε με την ύπαρξη ομάδων ρηγμάτων που τέμνονται κάθετα.

Σε πολλές περιπτώσεις τα ρήγματα τέμνονται με γωνία διαφορετική των 90' με αποτέλεσμα τη δημιουργία γωνιώδους μορφής υδρογραφικού δικτύου.

δ) Κλιμακωτή

Η μορφή αυτή συνδέεται με όλους τους τύπους ανώμαλης γεωλογικής κατασκευής. Το βασικό της σχήμα αποτελείται από ένα κύριο κλάδο εκατέρωθεν του οποίου διατάσσονται κατά ζεύγη οι δευτερεύοντες οι οποίοι ενώνονται κατά ορθή γωνία με τον πρωτεύοντα. Εκατέρωθεν κάθε δευτερεύοντα κλάδου διατάσσονται οι μικρότεροι κλάδοι που επίσης ενώνονται κατά ορθή γωνία με τους δευτερεύοντες κ.ο.κ.

Στην προκειμένη περίπτωση είναι έκδηλη η **ύπαρξη ρυθμού** στην κατασκευή της μορφής αυτής. Ο ρυθμός αφορά τη συμμετρία με την οποία ενώνονται οι κλάδοι διαδοχικών μεγεθών μεταξύ τους ανεξάρτητα τάξης μεγέθους.

Ο τρόπος διασύνδεσης των κλάδων ανεξάρτητα από την τάξη μεγέθους προσδίδει στο δίκτυο fractal υπόσταση. Ανάλογα βέβαια με τις μεταβολές του βασικού σχήματος της κλιμακωτής μορφής είναι δυνατόν να προκύψουν διάφορες κατηγορίες αυτής όπως διευθυνόμενη κλιμακωτή, κεκαμένη κλιμακωτή, ρηξιγενής και ρωγμωγενής κλιμακωτή. Παρ' όλα αυτά ο fractal χαρακτήρας διατηρείται σε κάθε περίπτωση.

ε) Ακτινωτή μορφή

Εδώ οι κλάδοι ξεκινούν από μια κεντρική υπερυψωμένη περιοχή κωνικού σχήματος και αναπτύσσονται υπό μορφή ακτίνων στις πλευρές της δομής αυτής. Αναπτύσσεται σε ηφαίστεια, δόμους ή μεμονωμένους λόφους με απότομη κλίση των πλευρών.

στ) Σύνθετη μορφή

Εξαιτίας της πετρολογικής ανομοιογένειας και της διαφορετικής τεκτονικής καταπόνησης των περιοχών που καλύπτει-αποστραγγίζει ένα υδρογραφικό δίκτυο είναι σχεδόν αδύνατο στη φύση να συναντήσουμε ένα μεμονωμένο τύπο μορφής απ' αυτούς που αναφέρθηκαν. Οι συνηθισμένες μορφές δικτύων είναι συνδυασμός δύο ή τριών από τους παραπάνω τύπους.

Η σύγκλιση των κλάδων και η συσσώρευση του ρέοντος ύδατος σε όλο και μεγαλύτερους αγωγούς είναι ένα στοιχείο που χαρακτηρίζει το σύνολο των ρεμάτων ανεξαρτήτως μορφής. Η διακλάδωση επίσης είναι ακόμη ένα τέτοιο χαρακτηριστικό. Το μόνο που αλλάζει από τύπο σε τύπο είναι τρόπος σύγκλισης των κλάδων, (η μεταξύ τους γωνία και το σχετικό μήκος κάθε κλάδου) που παρόλα αυτά όπως θα δούμε και παρακάτω παραμένει ο ίδιος για κάθε τύπο δικτύου. Κατά συνέπεια η ανάπτυξη δενδριτικής αλλά και οποιασδήποτε άλλης μορφής δικτύου στο χώρο είναι fractal.

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΛΑΔΩΝ (HORTON)

Μια βασική αρχή που διέπει την τάση του υδρογραφικού δικτύου ανεξάρτητα από την μορφή με την οποία αυτό υλοποιείται στη φύση διατυπώνει ο "νόμος του αριθμού των κλάδων του Horton":

"Ο αριθμός των διαδοχικών μικρότερης τάξης κλάδων ενός υδρογραφικού δικτύου τείνει να σχηματίσει μια αύξουσα γεωμετρική ακολουθία της οποίας ο πρώτος όρος είναι ένα και λόγος ,ο λόγος - συντελεστής διακλαδώσεως R_b ".

$$N_u = R_b^{(k-u)}$$

όπου k η μέγιστη τάξη

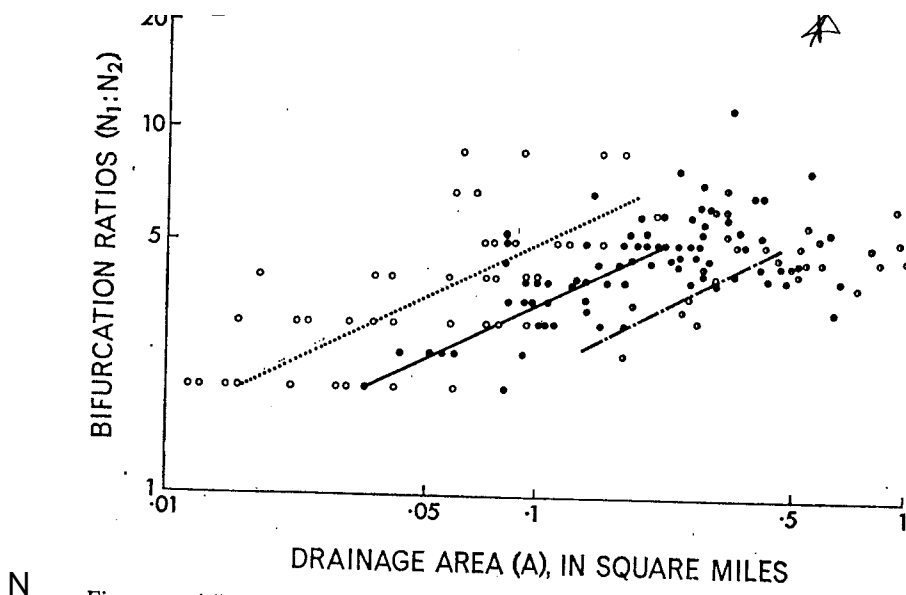
ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΙΑΚΛΑΔΩΣΕΩΣ Rb

Ονομάζεται ο λόγος του αριθμού N των κλάδων τάξεως u προς των αριθμό των κλάδων τάξεως u+1.

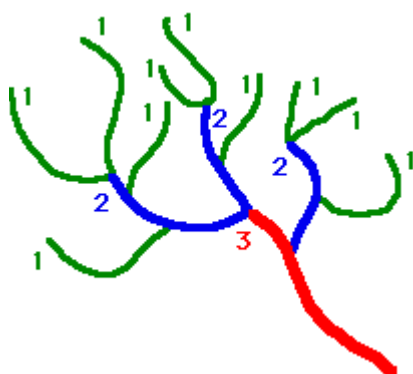
$$Rb = N_u / N_{u+1}$$

Ο λόγος διακλαδώσεως τείνει να μείνει σταθερός για ολόκληρο το υδρογραφικό δίκτυο.

Όπως εύκολα παρατηρεί κανείς ο αριθμός των κλάδων παρουσιάζει εκθετική εξάρτηση από το μέγεθος στοιχείο που είναι χαρακτηριστικό της fractal κατανομής των μεγεθών. Η γραφική παράσταση του "νόμου του αριθμού των κλάδων" δίνεται στο σχήμα που ακολουθεί



Πηγή : Network Analysis



Order	Number of Segments	Bifurcation Ratio
1	10	3.33 3.00
2	3	
3	1	

Παράδειγμα αρίθμησης τάξης και υπολογισμού συντελεστή διακλάδωσης

Υδρογραφική πυκνότητα :

Καλείται ο λόγος του συνολικού μήκους κλάδων (ΣL) εντός λεκάνης τάξεως u προς το εμβαδόν της λεκάνης (A_u).

$$D = \Sigma L_u / A_u$$

Αν δεχθούμε την ύπαρξη γεωμετρικής ομοιότητας μεταξύ των λεκανών απορροής τότε η υδρογραφική πυκνότητα θα πρέπει να είναι μια παράμετρος με την αυτή ομοιότητα.

Θεωρώντας μια στοιχειώδη λεκάνη 1ης τάξης τότε

$$D_1 = \Sigma L_1 / A_1$$

ομοίως για λεκάνη 2ης τάξης

$$D_2 = \Sigma L_{(1+2)} / A_2 \text{ κ.ο.κ}$$

Σύγκριση των διαφόρων τιμών D μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η πυκνότητα του δικτύου ακολουθεί την ίδια κατανομή ανεξάρτητα από το μέγεθος της λεκάνης.

Οι τιμές του D ποικίλουν μέσα σε πλατιά όρια :

- μικρό D σημαίνει μικρή υδρογραφική πυκνότητα
- μεγάλο D δηλώνει μεγάλη υδρογραφική πυκνότητα.

Η ποσότητα D είναι ένα πρακτικό και άμεσα αξιοποιήσιμο μέγεθος. Επειδή εκφράζει την πολλαπλότητα με την οποία αναπτύσσεται το υδρογραφικό δίκτυο στην επιφάνεια της λεκάνης απορροής και επειδή ο βαθμός της πολλαπλότητας είναι συνάρτηση διαφόρων παραγόντων, οι τιμές του D μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή συμπερασμάτων σε ότι αφορά τα πετρώματα και τη βλάστηση.

ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΥΦΗΣ (TEXTURE RATIO) ΚΑΙ ΥΔΡΟΓΡΑΦΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ

Η μορφή του υδρογραφικού δικτύου εξαρτάται από τη δομή της περιοχής στην οποία αναπτύσσεται αυτό. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και με την υδρογραφική πυκνότητα που είναι συνάρτηση της πετρολογικής σύστασης και του βαθμού τεκτονικής καταπόνησης της περιοχής. Η πετρολογική σύσταση και η επιδεκτικότητα στη διάβρωση είναι δύο ποσότητες που εκφράζονται άμεσα από τη μορφή και την υδρογραφική πυκνότητα του δικτύου.

Οι γεωμορφολόγοι έχουν μάθει να ξεχωρίζουν χοντρικά την πετρολογική δομή μιας περιοχής από τον τρόπο που αυτή αντιδρά στη διάβρωση καθώς και από τον τρόπο που αναπτύσσεται σ' αυτή το υδρογραφικό δίκτυο. Για παράδειγμα, τα ασβεστολιθικά πετρώματα, παρόλο που είναι ευπαθή, επιρρεπή στη διαδικασία της αποσάθρωσης - διάβρωσης δίνουν ομαλό (αποστρογγυλεμένο) ανάγλυφο και δεν σχηματίζουν πυκνό και έντονο υδρογραφικό δίκτυο εξαιτίας της υπόγειας απορροής των υδάτων μέσα στο "κάρστ".

Αντίθετα σε πετρώματα που η απορροή είναι εξολοκλήρου επιφανειακή, η πυκνότητα του δικτύου και η τραχύτητα του αναγλύφου είναι τόσο πιο έντονη όσο πιο επιδεκτικά είναι τα πετρώματα στη διάβρωση κατά κύριο λόγο και κατά το πόσο επιδρούν ένα πλήθος άλλοι παράγοντες (κλίμα, κλίση του εδάφους κ.α.). Σαν ένα μέτρο της δομής της περιοχής μπορούμε να θεωρήσουμε την "αναλογία υφής"(texture ratio). Αυτή είναι ο αριθμός των "ανωμαλιών" στην ισοϋψή με το μέγιστο αριθμό "ανωμαλιών" διαιρούμενος με την περίμετρο της λεκάνης. Η "αναλογία υφής" μπορεί να υπολογιστεί για κάθε περιοχή δίνοντας χαρακτηριστικά μεγέθη για τραχεία(<4) , ενδιάμεση(4-10) και τέλεια(>10) τοπογραφική δομή.

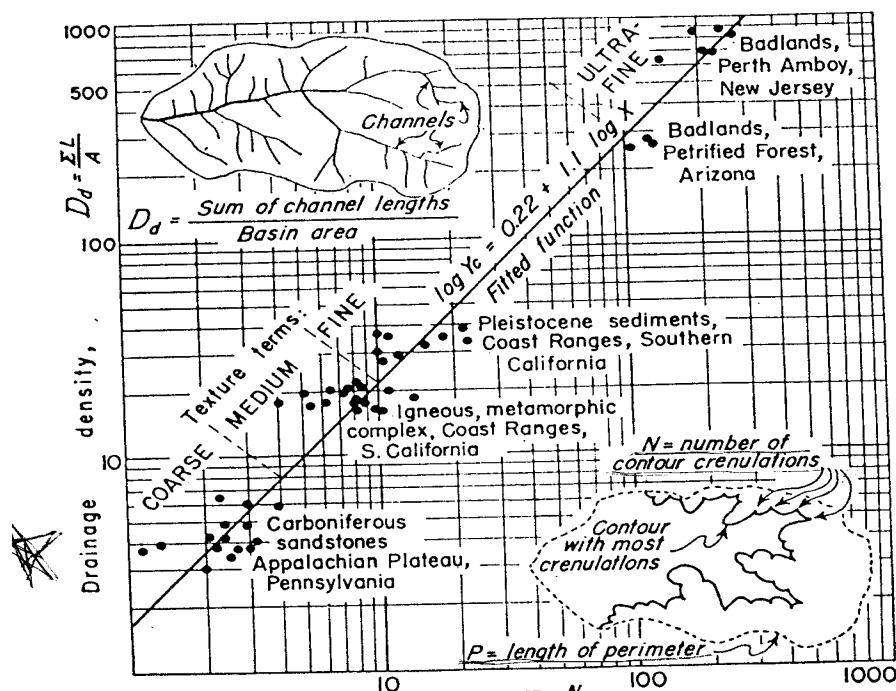
ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ ΥΦΗΣ ΜΕ FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗ

Η αναλογία υφής δείχνει να έχει μία εκθετική εξάρτηση από την ποσότητα της υδρογραφικής πυκνότητας (Strahler 1975). Όπως εύκολα διαπιστώνει κανείς η σχέση αυτή, η γραφική παράσταση της οποίας φαίνεται στο σχήμα είναι fractal και μάλιστα η fractal διάσταση στην περίπτωση του σχήματος είναι $D=1.1$.

$$\log D_d = 0.22 + 1.1 \log T$$

όπου D_d η υδρογραφική πυκνότητα και T η "αναλογία υφής".

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε πως η υδρογραφική πυκνότητα μεταβάλλεται εκθετικά καθώς αυξάνει η "αναλογία υφής" από περιοχή σε περιοχή και ο ρυθμός αυτός μεταβολής είναι σταθερός ανεξαρτήτως κλίμακας - τάξης μεγέθους. Η fractal ιδιότητα έγγυται στο γεγονός διατήρησης του ρυθμού μεταβολής ανεξαρτήτως κλίμακας.



Πηγή : Network Analysis (σχήμα 2.16 σελ 78)

Παρατήρηση: Ο ορισμός της αναλογίας υφής θα μπορούσε να αποδοθεί και με διαφορετικό τρόπο χωρίς εννοιολογικές αλλαγές αν στη θέση του "αριθμού των ανωμαλιών" χρησιμοποιήσουμε την fractal διάσταση.

ΥΔΡΟΓΡΑΦΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΡΕΜΑΤΩΝ

Η υδρογραφική πυκνότητα **D** (συνολικό μήκος των κλάδων (L) προς την συνολική επιφάνεια της λεκάνης (A)) και η συχνότητα των ρεμάτων **F** όπως αυτή ορίζεται κατά Strahler (συνολικός αριθμός των κλάδων (ΣN_s) σε μία λεκάνη) είναι προφανώς δύο διαφορετικά μεγέθη.

Για περιοχές που αφορούν υδρολογικές λεκάνες 1ης τάξης οι ποσότητες D και F δείχνουν να μην μεταβάλλονται συστηματικά με την ποσότητα A (επιφάνεια της λεκάνης), αλλά δεδομένα από 156 λεκάνες στο στάδιο της ωριμότητας δείχνουν μια συστηματική συσχέτιση μεταξύ D και F με έναν συντελεστή συσχέτισης +0.97, ώστε για όλες τις λεκάνες είναι δυνατόν να προτείνουμε ότι η ποσότητα F/D^2 (η σχετική δηλαδή πυκνότητα ρεμάτων) είναι μία αδιάστατη σταθερά. (Melton 1958).

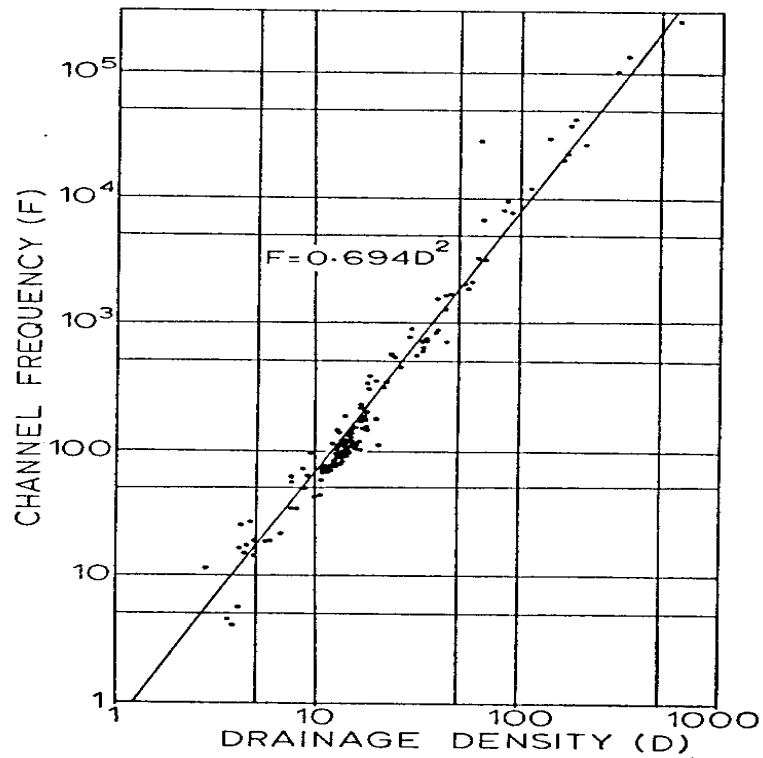
Η σχετική πυκνότητα ρεμάτων συνεπώς αναπαριστά ένα βασικό νόμο της συμπεριφοράς των μορφομετρικών στοιχείων εξελιγμένων κοιλάδων στο στάδιο της ωριμότητάς τους και αποτελεί ένα αδιάστατο μέτρο της πολλαπλότητας με την οποία το δίκτυο των ρεμάτων "γεμίζει" το περίγραμμα της λεκάνης για δοσμένο αριθμό από τμήματα ρεμάτων αλλά για οποιαδήποτε ποσότητα (A) της επιφάνειας της λεκάνης (Melton 1958).

Παρόλα αυτά αγνοώντας προς στιγμήν την επίδραση του αναγλύφου και της κλίσης των κλιτύων της κοιλάδας η συνάρτηση $F=0.694D^2$ αναπαριστά το μοντέλο ανάπτυξης ενός υδρογραφικού δικτύου. Συγκεκριμένα δείχνει ότι η υδρογραφική πυκνότητα σε μία σταθερή περιοχή αυξάνει καθώς αυξάνει η συχνότητα των ρεμάτων (Melton 1958).

Από το παραπάνω $\log^*\log$ διάγραμμα προκύπτει ότι η σχέση μεταξύ F και D είναι fractal με διάσταση $D_f=2$.

Στο παρακάτω σχήμα προβάλλεται σε λογαριθμικό διάγραμμα η σχέση της συχνότητας των ρεμάτων (κλάδων) σε συνάρτηση με την υδρογραφική πυκνότητα.

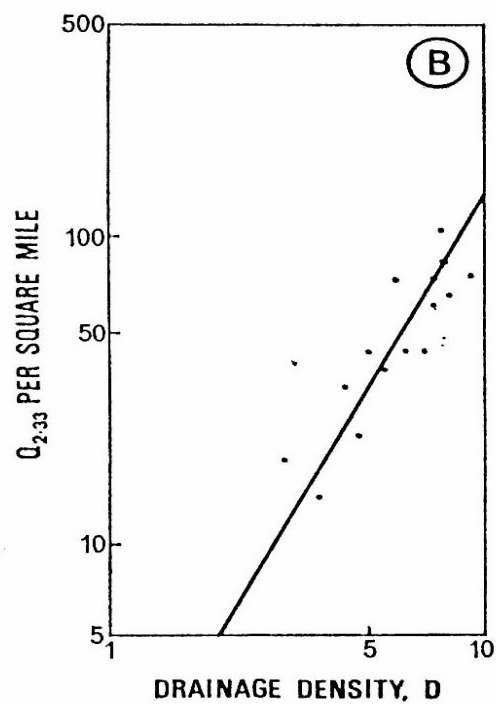
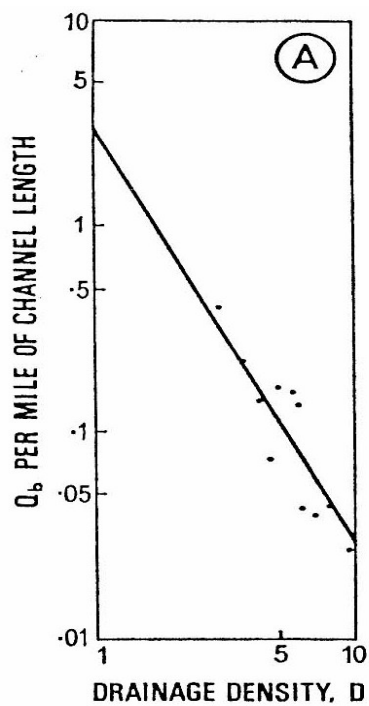
Πηγή : Network Analysis σελ. 278, 279



υδρογραφική πυκνότητα ~ διάφοροι δείκτες

Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνεται η σχέση της υδρογραφικής πυκνότητας σε συνάρτηση με διάφορους άλλους δείκτες.

Πηγή Network Analysis σελ 151.



ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΤΩΝ ΚΛΑΔΩΝ (HORTON)

Ο νόμος του μήκους των κλάδων του Horton εκφράζει όπως και ο νόμος του αριθμού των κλάδων μια τάση του υδρογραφικού δικτύου ανεξάρτητη από την μορφή με την οποία αυτό αναπτύσσεται. Η διατύπωση του είναι η ακόλουθη:

"Τα αθροιστικά μέσα μήκη ($\Sigma L_u'$) των διαδοχικώς μεγαλύτερης τάξης κλάδων ενός υδρογραφικού δικτύου τείνουν να σχηματίσουν μια αύξουσα γεωμετρική ακολουθία της οποίας πρώτος όρος είναι το μέσο μήκος κλάδων (L) 1ης τάξης και λόγος, ο λόγος του μήκους R_L ". Δηλαδή:

$$\Sigma L_u' = L_1 R_L^{(u-1)}$$

$$R_L = \Sigma L_u' / \Sigma L_{u-1}' - 1$$

Η γραφική παράσταση του νόμου δίνεται στο σχήμα

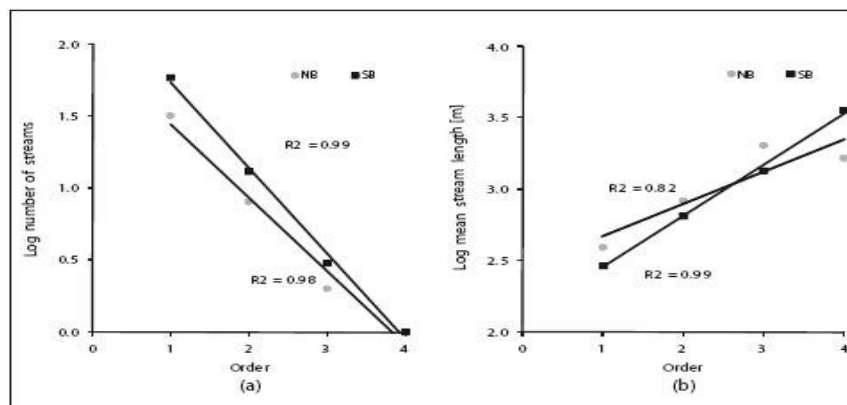
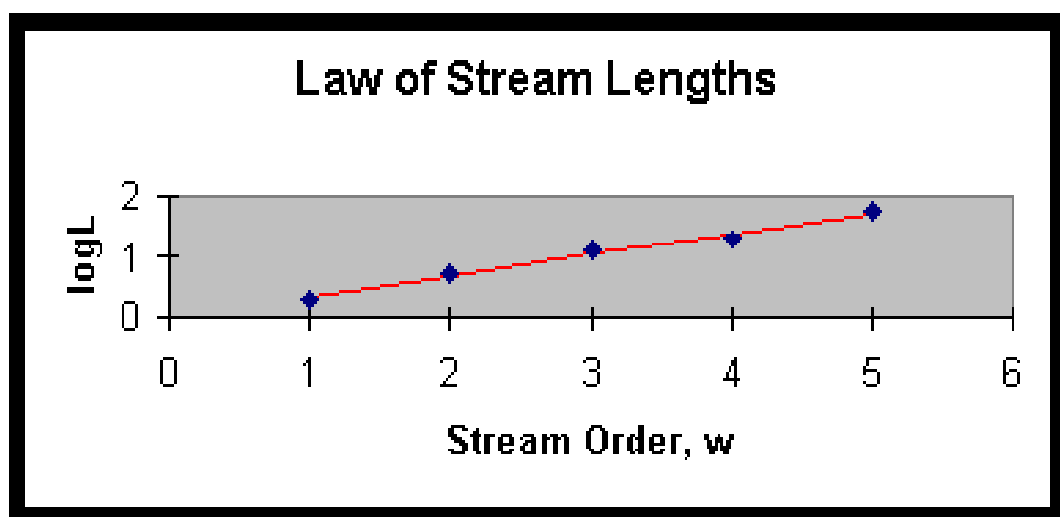


Figure 5. Horton's laws (1945) applied to the drainage nets of the NB and SB. (a) number of streams, (b) mean stream length.

Είναι προφανής και στην συγκεκριμένη περίπτωση η εκθετική εξάρτηση του μεγέθους (μήκους) από την τάξη μεγέθους της μονάδας μέτρησης γεγονός που αποδεικνύει ότι η κατανομή του αθροιστικού μέσου μήκους των υδατορεμάτων είναι fractal.

Ένα παράδειγμα από τον Ελληνικό χώρο δίνεται στη συνέχεια. Αφορά την εκτίμηση του μήκους και την εφαρμογή της παραπάνω διαδικασίας, για την εύρεση της fractal διάστασης, στη λεκάνη απορροής του ποταμού Αλιάκμονα.

Τα δεδομένα είναι παρμένα με τη βοήθεια προγράμματος G.I.S από χάρτη κλίμακας 1:200.000. Παρά το γεγονός ότι η ακρίβεια δεν είναι μεγάλη εξαιτίας της κλίμακας του χάρτη τα αποτελέσματα βρίσκονται σε μία πολύ καλή συμφωνία με την διαπίστωση που έγινε παραπάνω:

Η περιοχή που αποστραγγίζεται από το σύνολο των ρεμάτων που αποτελούν τον ποταμό Αλιάκμονα χωρίζεται στην συγκεκριμένη περίπτωση σε τρεις υπολεκάνες : α) του κυρίως ρέματος β) του Ιλαρίωνα γ) του Καναλιού.

Σε κάθε μία από αυτές, αλλά και στο σύνολο του δικτύου εξετάστηκε η εφαρμογή του παραπάνω νόμου του Horton και διαπιστώθηκε fractal δομή στην ανάπτυξη του δικτύου. Στο παράρτημα δίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα των μετρήσεων. Η fractal υπόσταση πιστοποιείται μέσα από τα διαγράμματα.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΠΟΥ ΣΧΕΤΙΖΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΟΥ ΡΕΜΑΤΟΣ

Το μήκος του υδρογραφικού δικτύου είναι μια χαρακτηριστική μετρήσιμη ποσότητα, που εξαρτάται από ένα πλήθος παραγόντων όπως ανάγλυφο, ποσότητα νερού, μέγεθος λεκάνης απορροής κ.α.

Παράλληλα το μήκος ενός ποτάμιου συστήματος λειτουργεί ως καθοριστικός παράγοντας από τον οποίο εξαρτάται το πλάτος, το βάθος, η ποσότητα του νερού και των μεταφερομένων υλικών κ.α.

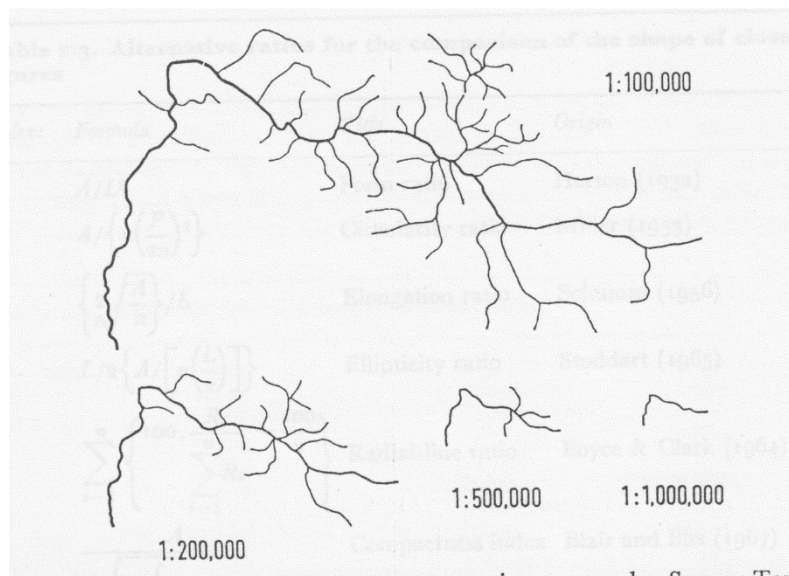
Έχει διαπιστωθεί ότι η σχέση του μήκους με τις παραπάνω ποσότητες είναι fractal.

α) Μήκος ~ Τάξη μεγέθους

Σε χάρτες μικρής κλίμακας ένα ποτάμιο σύστημα απεικονίζεται, ανάλογα με το μέγεθος του βέβαια, με τον κλάδο της μεγαλύτερης τάξης του. Το μήκος του σε ένα τέτοιο χάρτη όπως είναι φυσικό, υπολογίζεται από το μήκος του κλάδου της τάξης αυτής.

Όσο η κλίμακα του χάρτη μεγαλώνει όλο και περισσότεροι δευτερεύοντες κλάδοι απεικονίζονται με αποτέλεσμα η μορφή του δικτύου να γίνεται πιο ρεαλιστική. Ο τρόπος με τον οποίο εμφανίζεται το ίδιο σύστημα υδατορεμάτων σε διάφορες κλίμακες φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.

Πηγή Network Analysis σελ. 68



Εναλλακτικός τρόπος απεικόνισης υδρογραφικού δικτύου για διάφορες τιμές κλίμακας. (Torfer 1967)

Είναι σαφές πως η μέτρηση του μήκους του υδρογραφικού δικτύου δεν είναι δυνατόν να γίνει από ένα και μόνο υδατόρεμα και αυτό γιατί οι διακλαδώσεις που υφίσταται ο κάθε κλάδος του δικτύου σε δευτερεύοντες, προσφέρει πολλές εναλλακτικές προς μέτρηση διαδρομές. Το σκεπτικό είναι :

Ο κλάδος n ης τάξης αποτελείται από κλάδους $n-1$ τάξης και αυτοί με τη σειρά τους από κλάδους $n-2$ τάξης κ.ο.κ. Προφανώς το μήκος του ρέματος (ποταμού) είναι η απόσταση από το βασικό επίπεδο αυτού μέχρι το "αρχικό" σημείο του ρέματος $n-(n-1)$ τάξης. Το κάθε ρέμα $n-(n-1)$ τάξης αποτελείται με τη σειρά του από στοιχειώδη ρέματα. Ποιό είναι το μήκος του ρέματος στην περίπτωση αυτή; Ένα επιπλέον στοιχείο έρχεται να περιπλέξει ακόμη περισσότερο τα πράγματα. Ο κύριος κλάδος διακλαδίζεται σε δύο ισοδύναμους και αυτοί με τη σειρά τους σε άλλους δύο ή περισσότερους κ.ο.κ. Στην προκειμένη περίπτωση ποιά διαδρομή θα θεωρηθεί αντιπροσωπευτική για τη μέτρηση του μήκους; Τέλος τι γίνεται στην περίπτωση που το ποτάμι μαιανδρίζει;

Είναι φανερό πλέον πως η όλη διαδικασία βρίσκεται σε λάθος δρόμο.

Ας προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε το πρόβλημα διαφορετικά.

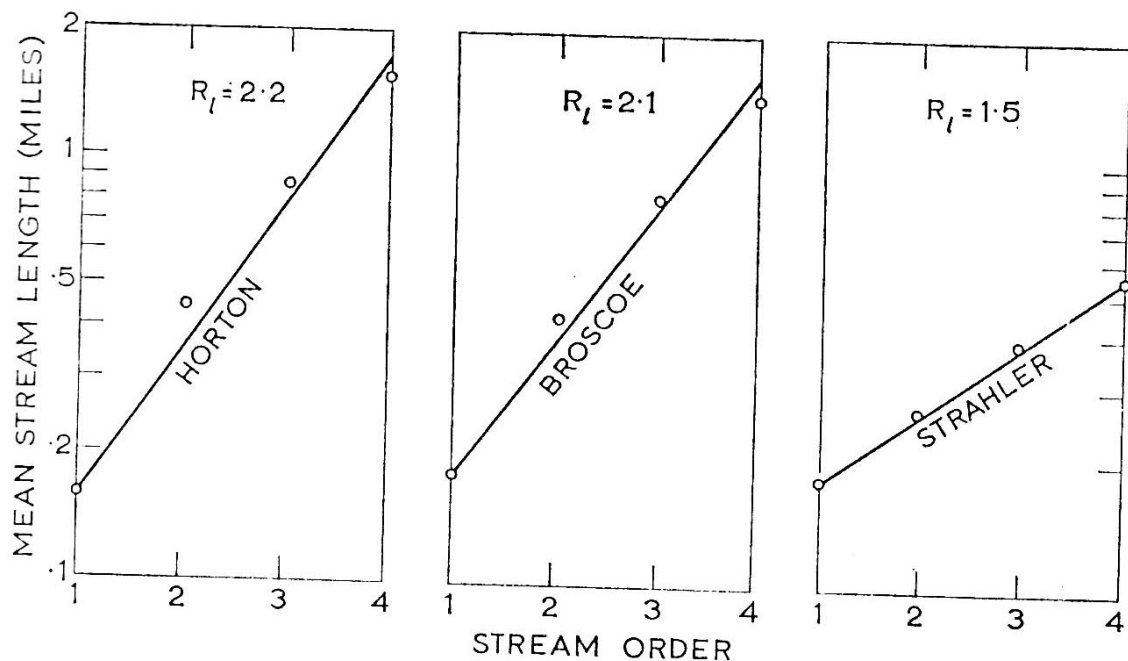
Στην πραγματικότητα το υδρογραφικό δίκτυο μιας περιοχής είναι ένα σύνολο συνεχώς διακλαδιζόμενων τμημάτων που **καλύπτει μάλλον μια επιφάνεια, παρά διατρέχει μια γραμμή.**

Είναι κάτι ανάλογο με το φλεβικό σύστημα του ανθρώπου που αν και αποτελεί μόνο το 5% του σώματος είναι αδύνατο να πάρουμε έστω και ένα κομμάτι ιστού χωρίς να χυθεί σταγόνα αίμα.

Είναι λοιπόν προφανές ότι το μήκος με την έννοια που ορίστηκε παραπάνω δεν αποτελεί αντιπροσωπευτικό μέγεθος της έκτασης που καλύπτει το δίκτυο. Μια πιο αντιπροσωπευτική παράμετρος του δικτύου μπορεί να θεωρηθεί το συνολικό μήκος. Αυτό είναι το σύνολο του μήκους όλων των ρεμάτων όλων των τάξεων που μπορούν να χαρτογραφηθούν στη συγκεκριμένη κλίμακα.

Όπως είναι φυσικό καθώς μεταβάλουμε την κλίμακα το συνολικό μήκος θα αλλάζει ανάλογα με τη μεταβολή. Το συνολικό μήκος του ρέματος όπως φαίνεται και

στο παρακάτω σχήμα αυξάνει εκθετικά με την αύξηση μεγέθους των κλάδων του. **Η σχέση μεταξύ συνολικού μήκους και τάξης μεγέθους είναι fractal.**



Πηγή: Network Analysis σελ 81

β) Μήκος δικτύου ~ ποσότητα νερού

Ας θεωρήσουμε ένα "ποτάμι". Όσο μεγαλύτερη είναι η λεκάνη απορροής και όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος του, (με την έννοια που αυτό ορίστηκε παραπάνω), τόσο μεγαλύτερη θα είναι η παροχή του.

Βέβαια η ποσότητα του νερού μιας λεκάνης που αποστραγγίζεται από ένα δίκτυο ρεμάτων είναι συνάρτηση των καιρικών συνθηκών (όμβριων υδάτων) και των "πηγαίων" παροχών.

Παρόλα αυτά έχει παρατηρηθεί πως η συνολική ποσότητα νερού του δικτύου είναι συνάρτηση του συνολικού μήκους του "ποταμού" και μάλιστα εκθετική. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνολικής ποσότητας σε συνάρτηση με το συνολικό μήκος.

Όπως εύκολα διαπιστώνει κανείς η σχέση αυτή είναι fractal και μάλιστα είναι ανεξάρτητη από τις κλιματικές συνθήκες. Το τελευταίο προκύπτει από το γεγονός ότι τα ποτάμια που αναφέρονται στο διάγραμμα βρίσκονται σε διαφορετικές κλιματικές ζώνες.

γ) Βάθος ~ Μήκος δικτύου

Μια άλλη παράμετρος που σχετίζεται με το συνολικό μήκος του δικτύου είναι το βάθος. Όταν ένα ποτάμι διαρρέει μια περιοχή η οποία βρίσκεται σε "νεαρή ηλικία" από μορφογενετική άποψη σκάβει σε βάθος την κοίτη του με αποτέλεσμα τα νερά που κινούνται δια μέσω του δικτύου να είναι περιορισμένα σε στενό και βαθύ χώρο με συνέπεια το βάθος του ρέματος να είναι μεγάλο. Κατά την εξέλιξη της περιοχής η σκαπτική ικανότητα περιορίζεται, ενώ η παράλληλη απόθεση ιζημάτων έχει σαν αποτέλεσμα την ελάττωση του βάθους της κοίτης.

Σε περιοχές όμως που βρίσκονται στο ίδιο στάδιο εξέλιξης έχει παρατηρηθεί μία εκθετική αύξηση του βάθους του ρέματος σε συνάρτηση με το συνολικό μήκος. Το παραπάνω γεγονός σχετίζεται άμεσα με την ποσότητα του νερού που μεταφέρεται από το δίκτυο. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να διαπιστωθεί καλύτερα σε μαιάνδρους στους οποίους αναφέρεται και το παρακάτω σχήμα. Και εδώ η σχέση μεταξύ συνολικού μήκους και βάθους είναι fractal.

δ) Πλάτος ~ Μήκος δικτύου

Ανάλογη σχέση με την παραπάνω ισχύει μεταξύ μήκους και πλάτους ενός ρέματος. Αν και το πλάτος συνήθως αυξάνει καθώς μεγαλώνει η γεωλογική ηλικία μιας περιοχής, παρ' όλα αυτά έχει παρατηρηθεί μία επιπλέον εκθετική αύξηση του πλάτους του ρέματος καθώς αυξάνει το συνολικό του μήκος.

Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει ότι και στην προκειμένη περίπτωση η σχέση μεταξύ των δύο μεγεθών είναι fractal.

Πρέπει να παρατηρήσουμε εδώ πως οι τιμές του πλάτους και του βάθους πρέπει να είναι αντιπροσωπευτικές, ενώ το συνολικό μήκος που αναφέρεται αφορά το συνολικό μήκος του ρέματος πριν από το σημείο μέτρησης. Χαρακτηριστικές μπορούν να θεωρηθούν οι τιμές πλάτους και βάθους κατά το σημείο εξόδου του ρέματος από τη λεκάνη απορροής.

Τα δύο παραπάνω μεγέθη επηρεάζονται σίγουρα απ' τη μορφολογία της κοίτης και από την παροχή του ρέματος (περισσότερο το βάθος). Για το λόγο αυτό οι μετρήσεις καλό θα ήταν να λαμβάνονται σε περιόδους που η παροχή πλησιάζει τη μέση ετήσια τιμή της. Πιθανότατα οι σχέσεις που είδαμε να ισχύουν σε οποιαδήποτε περίπτωση παροχής και μορφολογίας της κοίτης όμως δεν υπάρχουν στοιχεία για να ελεγχθεί κάτι τέτοιο.

ΜΑΙΑΝΔΡΟΙ

ΜΗΚΟΣ ΜΑΙΑΝΔΡΟΥ ~ ΛΕΚΑΝΗ ΑΠΟΡΡΟΗΣ (Ν.Α. σελ. 161)

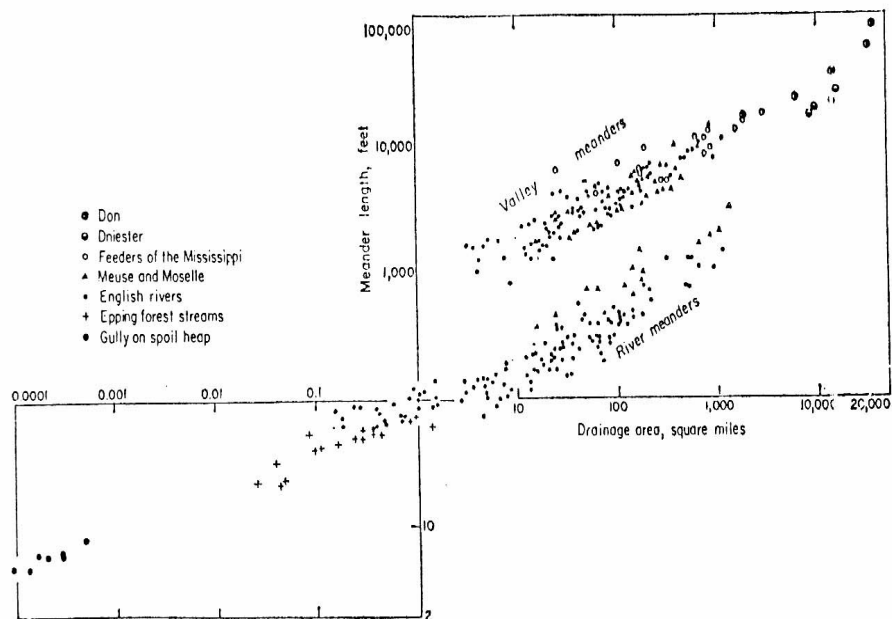


Fig. 3.32. Relationship between meander length and drainage area for rivers (lower set of data) and meandering valleys (upper set of data). Source: Dury, 1960; Leopold, Wolman and Miller, 1964.

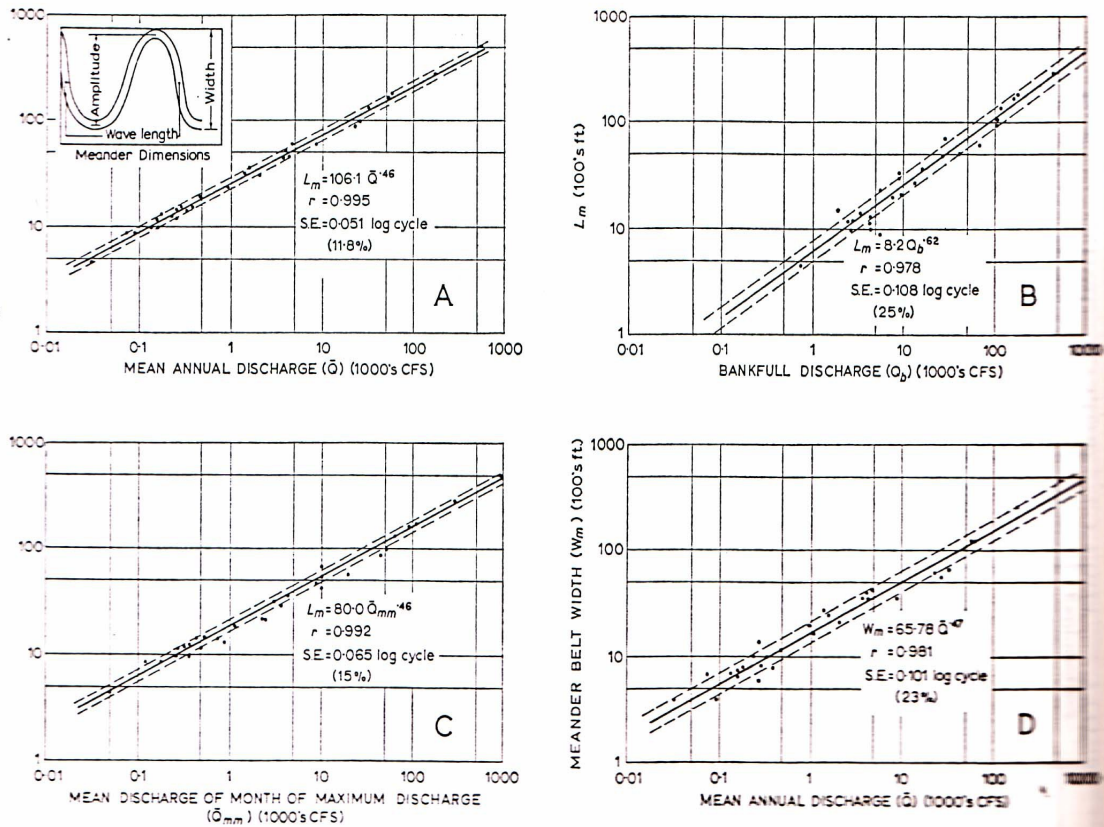


Fig. 3.20. Relation of meander wavelength to (A) mean annual discharge, $\bar{Q}$, (B) bankfull discharge, Q_b , and (C) mean discharge of the month of maximum discharge, $\bar{Q}_{mm}$. (D) relates meander-belt width to $\bar{Q}$. Source: Carleton, 1965.

wandering previously referred to, and partly because it may be that a

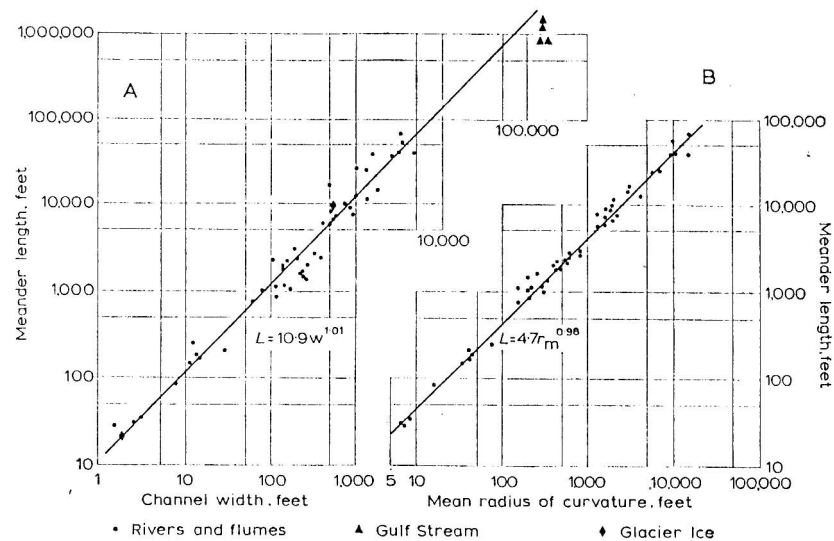


Fig. 2.5. Relation of meander length to width (A) and to radius of curvature (B) in channels. Source: Leopold, Wolman and Miller, 1964.

ΑΝΤΙ ΕΠΙΛΟΓΟΥ

Μέχρι τώρα είδαμε τις μερικές (ελάχιστες) εφαρμογές της θεωρίας του χάους και της fractal γεωμετρίας σ' ένα πεδίο των γεωεπιστημών.

Η βασική αρχή της θεωρίας του χάους βρίσκει εφαρμογή στη μελέτη κάθε φυσικού συστήματος πράγμα όμως που δεν συμβαίνει με fractal γεωμετρία. Ένας μεγάλος αριθμός παραδειγμάτων επιβεβαιώνουν το γεγονός αυτό, πράγμα που μας οδηγεί στο συμπέρασμα της μη καθολικότητας της fractal γεωμετρίας.

Η παραπάνω εκτίμηση όμως είναι βιαστική και επιπόλαια. Ας μην ξεχνάμε ότι και η Ευκλείδεια γεωμετρία δεν έχει καθολική εφαρμογή. Πέρα όμως απ' αυτό δεν πρέπει να αγνοούμε και το ότι σαν επιστήμη βρίσκεται, παρ' όλη την ανάπτυξή της σε "βρεφικό" στάδιο δηλαδή καθημερινά προτείνονται νέα μοντέλα και επεκτείνονται διαρκώς τα πεδία εφαρμογών της.

Από την άλλη η έλλειψη δεδομένων πολλές φορές είναι η αιτία για τη μη απόδοση fractal υπόστασης σε ένα αντικείμενο.

Προσωπική εκτίμηση – υποψία είναι ότι για οποιαδήποτε σχέση μετρήσιμων φυσικών ποσοτήτων που αποτυπώνεται λογαριθμικά ή ημιλογαριθμικά και η αποτύπωση αυτή μας δίνει ευθεία γραμμή πολύ πιθανόν να υποκρύπτει fractal.

Σήμερα θεωρείται σχεδόν βέβαιο πως η ανάπτυξη και εξέλιξη των απαραίτητων μαθηματικών μοντέλων θα προσδώσει στη fractal γεωμετρία καθολική ισχύ.

Περίληψη

Η εργασία αυτή προσπαθεί να καταπιαστεί σε γενικές γραμμές και όσο αυτό είναι δυνατό με το σχετικά σύγχρονο και τεράστιο πεδίο της θεωρίας του χάους και της fractal γεωμετρίας.

Γράφτηκε το 1992 όταν στην Ελλάδα τα παραπάνω πεδία της επιστήμης ήταν εντελώς ή σχεδόν άγνωστα. Αυτό και μόνο έκανε φοβερά δύσκολη την συλλογή στοιχείων και πληροφοριών κάτι που σήμερα 2015 μπορεί να γίνει με μια απλή αναζήτηση στο διαδίκτυο.

Στο πρώτο μέρος γίνεται μια εκτενής αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο της θεωρίας του χάους και της fractal γεωμετρίας ενώ στο δεύτερο αναφέρονται διάφορα παραδείγματα και προτείνονται έμμεσα κάποιες πιθανές εφαρμογές των στην γεωμορφολογία και ειδικότερα στην μελέτη του υδρογραφικού δικτύου.

Abstract

This work tries to deal in general terms and as far as possible with the relatively modern and huge field of chaos theory and fractal geometry.

It was written in 1992 when in Greece the above fields of science were completely or almost unknown. That alone made terribly difficult to collect data and information which is currently 2015 can be done through a simple online search.

The first part is a comprehensive reference to the theoretical background of chaos theory and fractal geometry while the second mentioned various examples and suggested indirectly some possible applications in geomorphology and in particular to study the drainage network.

Βιβλιογραφία

(στα ελληνικά)

“Χάος”: James Gleik Εκδόσεις Κάτοπτρο

“Κυβερνητική” : Norbert Wiener 1972

“Παίζει ο Θεος Ζάρια” : Ian Stewart

“Θεός και μοντέρνα φυσική” Paul Daves

“Πληροφορική Επανάσταση”: Γιάννης Βενέρης

”QED” : Richard Feynman

“Ο παραγμένος καθρέφτης”: John Briggs- David Peat

”Η διαμάχη για την Κβαντική Θεωρία” : Franko Seleri

Συστήματα αυτομάτου ελέγχου

“Στην κόψη της αλήθειας” : Charles C. Gillispie Εκδόσεις Εθνικής Τράπεζας 1986

“Η γενετική της Εξελικτικής Πορείας” : Theodosius Dobjansky

“Γενική Θεωρία της Σχετικότητας” : Albert Einstein

“Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας” : Albert Einstein

“Γαία” : Sir James Lovelock

“Τα επτά ίχνη” : A.G Cairns Smith

“Το χρονικό του χρόνου” : Stephen Hawking

Συστήματα αναφοράς

“Φυσική” : Αλονσο - Φιν

“Φυσική” : Haliday - Resnick

“Τα όνειρα του Αινσταιν”

“Όψεις της Φυσικής Θεωρίας” : Max Plank

“Κβαντομηχανική (πλάνη ή πραγματικότητα)” : Alastair Rae

“Υπερχορδές (Η θεωρία των πάντων)” : Paul Daves – Jullian Brown

“Ενοποίηση των θεμελιωδών δυνάμεων” : Abdouhl Salam

“Τα δέκα πρόσωπα του Σύμπαντος” : Sir Fred Hoyle

“Η αξία της επιστήμης” : Henri Poincare

“Οι αριθμοί της φύσης” : Ian Stewart

(Στα Αγγλικά)

“The Fractal Geometry of Nature” Benoit B. Mandelbrot, Henry Holt and Company, 1983

“Fractals in Geomorphology” R. S. Snow, Larry Mayer, Elsevier, 1992

“Fractals and Chaos in Geology and Geophysics” : Donald L. Turcotte, Cambridge University Press, 1997

“Scale in Remote Sensing and GIS” : Dale A. Quattrochi, Michael F. Goodchild, CRC Press, 1997

“Remote Sensing Image Analysis: Including the Spatial Domain: Including the Spatial Domain”

Steven M. de Jong, Freek van der Meer, Springer Science & Business Media, 2004

“Complexity Science, Living Systems, and Reflexing Interfaces: New Models and Perspectives: New Models and Perspectives” Orsucci, Franco

“Scaling”: G. I. Barenblatt , Cambridge University Press, 2003

“A World of Difference: Society, Nature, Development”: Philip Wayland Porter, Eric S. Sheppard

Guilford Press, 1998

“The Scientific Nature of Geomorphology: Proceedings of the 27th Binghamton Symposium in Geomorphology” , Bruce L. Rhoads, Colin E. Thorn 1996

Network Analysis

“Drainage Network Analysis Using Fractal Geometry” Angela SeybA

“What is Cantor's continuum problem?” The American Mathematical Monthly, Revised version in Paul Benacerraf and Hilary Putnam,

“Quantitative Geomorphology” Strahler