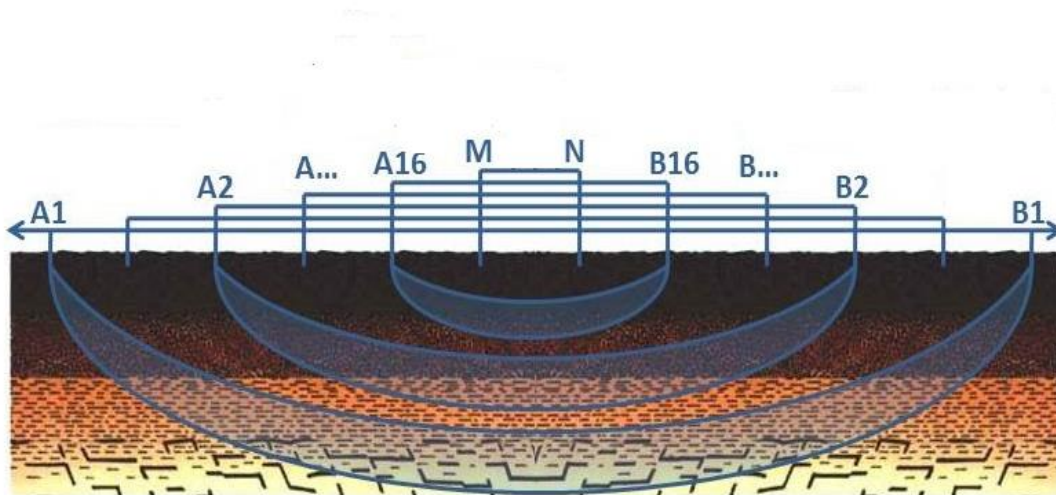


ΠΑΤΣΙΑ ΟΥΡΑΝΙΑ

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΕΩΝ: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΚΩΔΙΚΑ ΜΕ ΤΗ ΓΛΩΣΣΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ MATLAB



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Γεωλογίας
της Σχολής Θετικών Επιστημών
του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2017



ΠΑΤΣΙΑ ΟΥΡΑΝΙΑ

*ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΕΩΝ: ΕΦΑΡΜΟΓΗ
ΣΕ ΚΩΔΙΚΑ ΜΕ ΤΗ ΓΛΩΣΣΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ MATLAB*

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Υποβλήθηκε στον Τομέα Γεωφυσικής
του Τμήματος Γεωλογίας
της Σχολής Θετικών Επιστημών
του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Τσούρλος Παναγιώτης – Καθηγητής Εφαρμοσμένης Γεωφυσικής Α.Π.Θ.

«Η έγκριση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Γεωλογίας του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέως» (Ν. 5343/1932, άρθρο 202, παρ. 2).

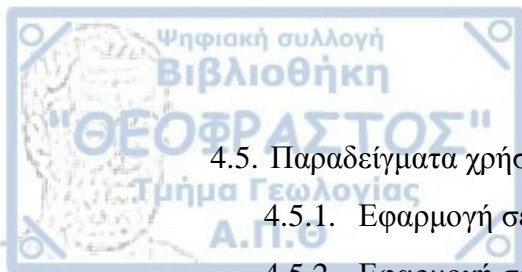


© Πατσιά Ουρανία

© ΑΠΘ

*ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΥΘΟΣΚΟΠΗΣΕΩΝ: ΕΦΑΡΜΟΓΗ
ΣΕ ΚΩΔΙΚΑ ΜΕ ΤΗ ΓΛΩΣΣΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ MATLAB*

1. Εισαγωγή	6
2. Βασική Θεωρία των Ηλεκτρικών Μεθόδων	8
2.1. Γενικά	8
2.2. Ροή ρεύματος σε ομογενή γη	10
2.3. Φαινόμενη ειδική ηλεκτρική αντίσταση.....	12
2.4. Τρόποι διάταξης ηλεκτροδίων	13
2.5. Μέθοδοι έρευνας	15
3. Αντιστροφή Δεδομένων Βυθοσκοπήσεων	17
3.1. Ευθύ Πρόβλημα	17
3.2. Διαδικασία Αντιστροφής	18
3.3. Προβλήματα στην Αντιστροφή	20
3.4. Κριτήρια τερματισμού	21
3.5. Υπολογισμός Ιακωβιανού πίνακα	22
3.6. Μέθοδοι Αντιστροφής	23
3.7. Εξομαλυσμένη Αντιστροφή (Occam)	24
3.7.1. Γενικά	24
3.7.2. Πίνακας Εξομάλυνσης	25
3.7.3. Πολλαπλασιαστής Lagrange	26
4. Multi1D: Λογισμικό Αντιστροφής Δεδομένων Βυθοσκοπήσεων	29
4.1. Περιγραφή Αλγορίθμου.....	29
4.2. Γραφικό Περιβάλλον	31
4.3. Μορφή αρχείων δεδομένων.....	36
4.4. Κώδικας Αντιστροφής.....	37
4.4.1. Σχηματισμός αρχικών πινάκων.....	37
4.4.2. Υπολογισμός Γεωμετρικού Παράγοντα Geom.....	38
4.4.3. Καθορισμός αρχικού μοντέλου.....	38
4.4.4. Υπολογισμός πίνακα εξομάλυνσης C.....	39
4.4.5. Υπολογισμός σφάλματος RMS.....	40
4.4.6. Υπολογισμός Ιακωβιανού πίνακα M.....	40
4.4.7. Υπολογισμός διόρθωσης μοντέλου.....	41



4.5. Παραδείγματα χρήσης του λογισμικού.....	41
4.5.1. Εφαρμογή σε συνθετικά δεδομένα.....	42
4.5.2. Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα.....	44
5. Συμπεράσματα	50
6. Βιβλιογραφία	51



1. Εισαγωγή

Η γεωφυσική είναι η επιστήμη που εφαρμόζει τους νόμους της φυσικής για να μελετήσει τη Γη. Οι γεωφυσικές μέθοδοι διασκόπησης περιλαμβάνουν την λήψη μετρήσεων, στην επιφάνεια της Γης ή κοντά σε αυτή, γεωφυσικών μεγεθών. Η ερμηνεία των μετρήσεων μπορεί να αποκαλύψει το πως μεταβάλλονται αυτά τα μεγέθη στο εσωτερικό της Γης, τόσο κατακόρυφα όσο και πλευρικά.

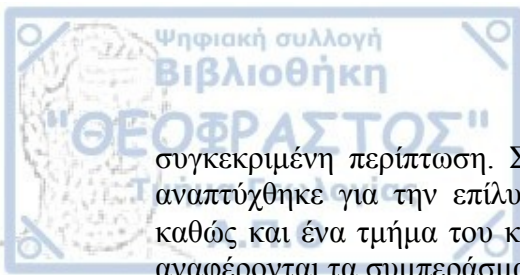
Σκοπός των γεωφυσικών διασκοπήσεων είναι η εύρεση δομών οικονομικού ή άλλου ενδιαφέροντος, όπως είναι τα κοιτάσματα πετρελαίου, φυσικού αερίου, μεταλλευμάτων κτλ. Αυτό γίνεται με την εύρεση γεωλογικών συνθηκών που σχετίζονται με αυτές τις δομές. Η επιτυχία όλων των γεωφυσικών μεθόδων βασίζεται στην ύπαρξη μετρήσιμης αντίθεσης των φυσικών ιδιοτήτων του στόχου και του σώματος που το περιβάλλει.

Μεταξύ των τεχνικών αυτών είναι και η γεωηλεκτρική μέθοδος που έχει ως στόχο την εύρεση των ηλεκτρικών ιδιοτήτων του υπεδάφους. Η ποσότητα που μετράμε είναι η ηλεκτρική τάση, ενώ η ποσότητα που μας ενδιαφέρει είναι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση. Όπως και σε κάθε γεωφυσική μέθοδο διασκόπησης, οι μετρήσεις που λαμβάνονται με ηλεκτρικές μεθόδους δεν δίνουν την πραγματική γεωηλεκτρική δομή του υπεδάφους λόγω της ανομοιογένειας του, αλλά αποτελούν μία έμμεση απεικόνιση που μπορεί να απέχει πολύ από την πραγματική. Η ποσότητα αυτή που μετριέται λέγεται φαινόμενη αντίσταση. Για την εύρεση της πραγματικής κατανομής της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης στα επιφανειακά στρώματα της Γης, όπως και σε πολλά γεωφυσικά προβλήματα, χρησιμοποιείται η θεωρία της αντιστροφής.

Η θεωρία της αντιστροφής στα γεωηλεκτρικά δεδομένα είναι η διαδικασία με την οποία κατασκευάζεται η εικόνα της κατανομής της αντίστασης στο υπέδαφος, έχοντας γνωστές τις μετρήσεις, δηλαδή τις φαινόμενες αντιστάσεις. Σκοπός είναι η εύρεση ενός μοντέλου που δίνει μετρήσεις πολύ κοντά στις πραγματικές. Για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος απαραίτητη είναι η επίλυση του ευθέος. Το ευθύ πρόβλημα είναι η διαδικασία εύρεσης των μετρήσεων, έχοντας γνωστό το μοντέλο των αντιστάσεων. Υπάρχουν πολλές μέθοδοι αντιστροφής με δημοφιλέστερη την εξομαλυμένη αντιστροφή, η οποία δίνει ως λύση το όσο το δυνατόν πιο εξομαλυμένο μοντέλο.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών του τμήματος Γεωλογίας του ΑΠΘ, παρουσιάζεται η βασική θεωρία των ηλεκτρικών μεθόδων, οι τρόποι μέτρησης της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης και η εφαρμογή της θεωρίας αντιστροφής για την ερμηνεία των γεωηλεκτρικών δεδομένων. Επίσης, αναπτύχθηκε αλγόριθμος αντιστροφής δεδομένων μίας διάστασης σε περιβάλλον MATLAB.

Συγκεκριμένα στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της μεθόδου της ηλεκτρικής αντίστασης και οι τρόποι μέτρησης στις ηλεκτρικές διασκοπήσεις. Το τρίτο κεφάλαιο αναφέρεται στην θεωρία της αντιστροφής. Παρουσιάζεται το ευθύ πρόβλημα και η επίλυση του για την περίπτωση της μονοδιάστατης διασκόπησης, αναπτύσσεται η θεωρία και τα βασικά στοιχεία της αντιστροφής, η εφαρμογή της στα γεωηλεκτρικά δεδομένα, καθώς και τα προβλήματα που αυτή παρουσιάζει. Επίσης, παρουσιάζονται συνοπτικά οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος και δίνεται έμφαση στην μέθοδο της εξομαλυμένης αντιστροφής που χρησιμοποιήθηκε στην



συγκεκριμένη περίπτωση. Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το λογισμικό που αναπτύχθηκε για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος στην μία διάσταση, καθώς και ένα τμήμα του κώδικα που δημιουργήθηκε. Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν απ' την παρούσα εργασία.

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την επίβλεψη του Καθηγητή Γεωφυσικής Τσούρλου Παναγιώτη. Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ.Τσούρλο για την ανάθεση του θέματος, τις συμβουλές, τη συνεχή βοήθεια και καθοδήγηση που μου παρείχε. Χωρίς την ενθάρρυνση και την υποστήριξη του, η ολοκλήρωση αυτής της πτυχιακής θα ήταν αδύνατη.

2. Ηλεκτρική Μέθοδος

2.1 Γενικά

Οι ηλεκτρικές διασκοπήσεις έχουν ως στόχο την εύρεση της κατανομής της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης στο υπέδαφος. Αυτό γίνεται με την λήψη μετρήσεων στην επιφάνεια της Γης ή κοντά σε αυτήν. Η ποσότητα που μετριέται είναι η ηλεκτρική τάση V , που δημιουργείται λόγω εισαγωγής ηλεκτρικού ρεύματος στο υπέδαφος και αντανακλά τη δυσκολία ροής του στα διάφορα στρώματα, δηλαδή την ηλεκτρική αντίσταση τους. Η ποσότητα που παρουσιάζει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον είναι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση ρ .

Οι ηλεκτρικές μέθοδοι διασκόπησης διακρίνονται σε δύο γενικές κατηγορίες: σε εκείνες που βασίζονται σε μετρήσεις των ηλεκτρικών μεγεθών που προέρχονται από φυσικά ηλεκτρικά ρεύματα, όπως είναι η μέθοδος του φυσικού δυναμικού και τελλουρικών ρευμάτων και σε εκείνες στις οποίες οι μετρούμενες ηλεκτρικές ποσότητες εξαρτώνται από ηλεκτρικά ρεύματα ή πεδία που παράγονται με τεχνητό τρόπο, όπως είναι η μέθοδος της ειδικής αντίστασης, η μέθοδος επαγόμενης πολικότητας και η μέθοδος ισοδυναμικών γραμμών. Η πιο διαδεδομένη μέθοδος, στην οποία εστιάζει και η παρούσα εργασία είναι η μέθοδος της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης.

Η ειδική ηλεκτρική αντίσταση ρ ενός κυλινδρικού σώματος ηλεκτρικής αντίστασης R , μήκους L και διατομής A δίνεται από τη σχέση:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{l} \quad (2.1)$$

Όπου το R εκφράζεται σε Ohm, το A σε τετραγωνικά μέτρα και το L σε μέτρα. Όπως προκύπτει, η μονάδα μέτρησης της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης ρ είναι Ohm*m. Το αντίστροφο της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης είναι η ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα σ ($\sigma=1/\rho$), η οποία αντικατοπτρίζει την ευκολία με την οποία ρέει το ηλεκτρικό ρεύμα στο υπέδαφος και η μονάδα μέτρησης της είναι το Siemens ανά μέτρο. Για λόγους συντομίας η ειδική ηλεκτρική αντίσταση θα αναφέρεται ως αντίσταση στην παρούσα εργασία.

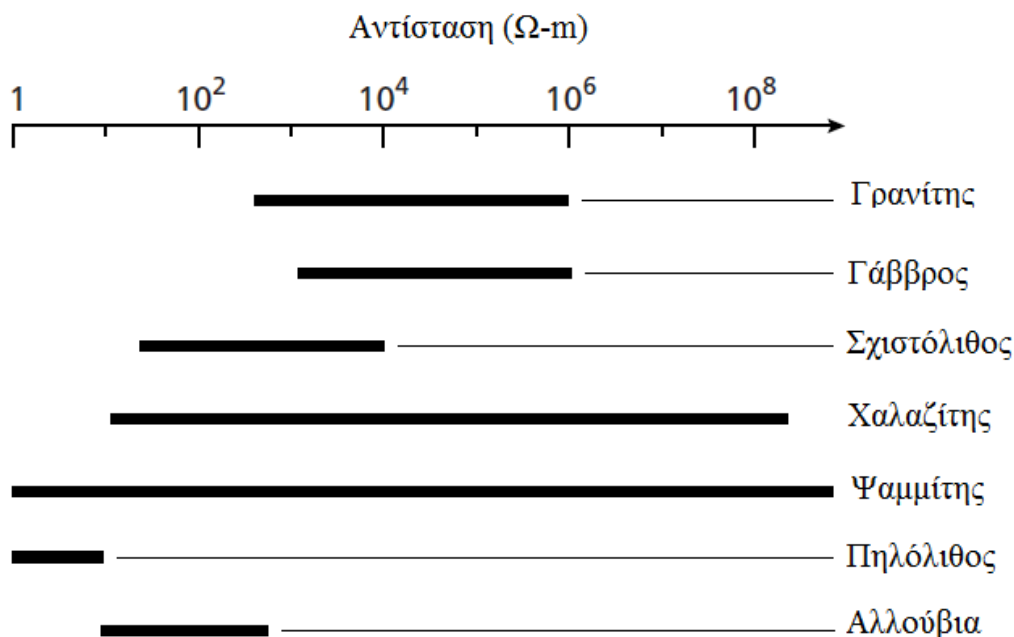


Σχήμα 2.1: Ειδική ηλεκτρική αντίσταση ενός κυλίνδρου ηλεκτρικής αντίστασης R , μήκους l και διατομής S .

Το ηλεκτρικό ρεύμα διαδίδεται μέσα στην γη κυρίως με δύο τρόπους, την ηλεκτρονική και την ηλεκτρολυτική αγωγιμότητα. Στην ηλεκτρονική αγωγιμότητα, σε

συγκεκριμένα ορυκτά, κυρίως μεταλλικά, το ηλεκτρικό ρεύμα διαδίδεται μέσω των ελεύθερων ηλεκτρονίων που βρίσκονται στην κρυσταλλική δομή των ορυκτών. Η ηλεκτρονική αγωγιμότητα είναι σημαντική όταν υπάρχουν μεταλλικά στοιχεία, όπως είναι τα μεταλλικά σουλφίδια και ο γραφίτης. Στην ηλεκτρολυτική αγωγιμότητα, όπως συμβαίνει στα περισσότερα πετρώματα, το ηλεκτρικό ρεύμα διαδίδεται κυρίως μέσω των ιόντων αλάτων των ορυκτών που είναι διαλυμένα στο νερό που βρίσκεται στους πόρους των πετρωμάτων. Επίσης το ρεύμα μπορεί να διαδοθεί και με διηλεκτρική αγωγιμότητα, όπου το εναλλασσόμενο ηλεκτρικό ρεύμα προκαλεί κυκλική κίνηση στα ιόντα της κρυσταλλικής δομής κάποιων μονωτών με αποτέλεσμα να δημιουργείται δευτερεύων εναλλασσόμενο ρεύμα.

Η αντίσταση είναι μία από τις πιο μεταβλητές φυσικές ιδιότητες και εξαρτάται από πολλούς παράγοντες που μεταβάλλονται εύκολα. Ειδικότερα εξαρτάται από το πορώδες, που είναι ένας από τους πιο σημαντικούς παράγοντες και γενικά όσο μειώνεται το πορώδες, η αντίσταση αυξάνεται, από τις υδρολογικές συνθήκες και την χημική σύσταση του νερού, δηλαδή το ποσοστό των αλάτων που περιέχει, τις πιθανές διαρρήξεις των σχηματισμών, την θερμοκρασία και την πίεση. Οι τιμές αντίστασης που μπορεί να λάβει ένας σχηματισμός έχουν μεγάλο εύρος. Έτσι παρόμοιοι σχηματισμοί μπορούν να εμφανιστούν με τελείως διαφορετικές αντιστάσεις, ενώ διαφορετικοί σχηματισμοί με παρόμοιες με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να εξάγουμε εύκολα συμπεράσματα. Στο σχήμα 2.2 παρουσιάζονται οι τυπικές τιμές αντίστασης για συνηθισμένα πετρώματα.



Σχήμα 2.2: Τυπικές τιμές για το εύρος αντιστάσεων συνηθισμένων πετρωμάτων (Τροποποιημένο από Kearey, Brooks και Hill, 2002)

Τα πυριγενή και μεταμορφωμένα πετρώματα τυπικά έχουν μεγάλες τιμές αντίστασης. Τα ιζηματογενή πετρώματα, που συνήθως έχουν μεγαλύτερο πορώδες και μεγαλύτερη ποσότητα νερού, έχουν μικρότερες αντιστάσεις σε σχέση με τα προηγούμενα. Η αντίσταση του νερού κυμαίνεται μεταξύ 10 και 100 $\Omega\cdot m$ ανάλογα με την ποσότητα των διαλυμένων αλάτων. Μικρότερες αντιστάσεις οφείλονται στην



υψηλή περιεκτικότητα σε άλατα. Μία εμπειρική σχέση που συνδέει την αντίσταση ρ ενός πορώδους πετρώματος που περιέχει νερό με το πορώδες του είναι ο νόμος του Archie και δίνεται από την σχέση:

$$\rho = \alpha \rho_w \phi^{-m} \quad (2.2)$$

Όπου ρ είναι η αντίσταση του πετρώματος, ρ_w η αντίσταση του ρευστού, ϕ το πορώδες, ενώ τα α και m είναι εμπειρικές σταθερές. Για τα περισσότερα πετρώματα ισχύει $\alpha=1$ και $m=2$. Εφαρμόζεται συνήθως σε πετρώματα με χαμηλή περιεκτικότητα σε άργιλο.

Οι ηλεκτρικές μέθοδοι γεωφυσικής διασκόπησης έχουν εφαρμογή σε πολλούς τομείς. Χρησιμοποιούνται στην υδρογεωλογία για τον εντοπισμό υδροφόρων στρωμάτων, στην γεωλογία για την χαρτογράφηση, στον εντοπισμό κοιτασμάτων, σε τεχνικές και περιβαλλοντικές μελέτες, στην εύρεση στόχων αρχαιολογικού ενδιαφέροντος καθώς και σε πολλές άλλες εφαρμογές.

2.2 Ροή ρεύματος σε ομογενή γη

Ο νόμος του Ohm είναι ο βασικός νόμος που χρησιμοποιείται για τη ροή του ρεύματος μέσα στο έδαφος και εκφράζεται με τη σχέση:

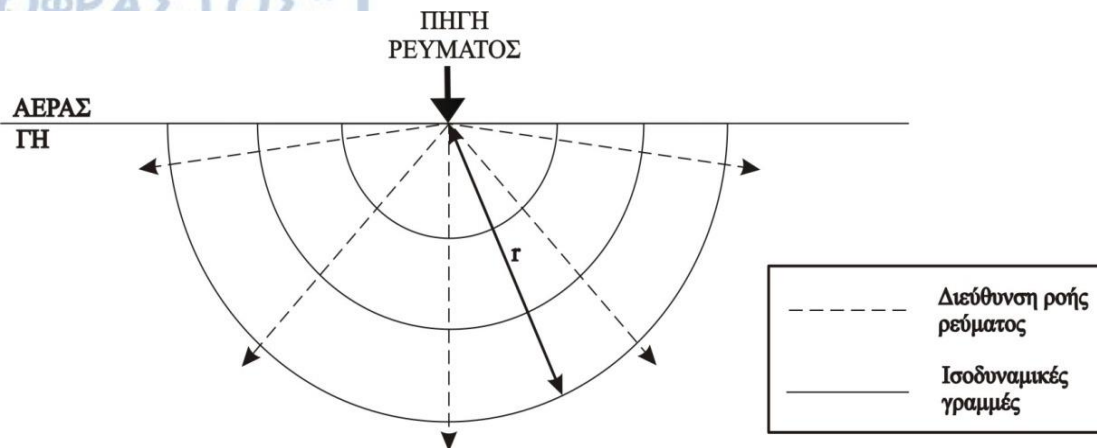
$$J = \sigma E \quad (2.3)$$

όπου, J η πυκνότητα του ρεύματος σε A/m^2 , σ η αγωγιμότητα σε S/m και E η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε V/m .

Στην πιο απλή περίπτωση ομογενούς γης και σημειακής πηγής ηλεκτρικού ρεύματος στην επιφάνεια του εδάφους, το ρεύμα ρέει ακτινικά από την πηγή και το δυναμικό μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με την απόσταση από την πηγή. Οι ισοδυναμικές επιφάνειες έχουν σχήμα ημισφαιρίου και η διεύθυνση ροής του ρεύματος είναι κάθετη σε αυτές. Σε αυτή την περίπτωση το δυναμικό V σε κάθε σημείο δίνεται από την σχέση:

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r} \quad (2.4)$$

Όπου r είναι η απόσταση του σημείου στο μέσο (ή στην επιφάνεια) από την πηγή, ρ η ειδική ηλεκτρική αντίσταση και I η ένταση του ρεύματος.



Σχήμα 2.3: Ροή ηλεκτρικού ρεύματος λόγω σημειακής πηγής

Όταν η σημειακή πηγή δε βρίσκεται στην επιφάνεια αλλά μέσα στην ομογενή γη το δυναμικό δίνεται από την σχέση:

$$V = \frac{\rho I}{4\pi r} \quad (2.5)$$

Στην περίπτωση δύο ηλεκτροδίων, τα οποία χρησιμοποιούνται για να είναι δυνατή η ροή του ρεύματος μέσα στη γη, το ηλεκτρόδιο Α (θετικός πόλος) στέλνει ρεύμα και το ηλεκτρόδιο Β (αρνητικός πόλος) το λαμβάνει και το δυναμικό σε ένα σημείο του μέσου, που απέχει από τα ηλεκτρόδια Α και Β αποστάσεις r_A και r_B αντίστοιχα, δίνεται από το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους δυναμικών:

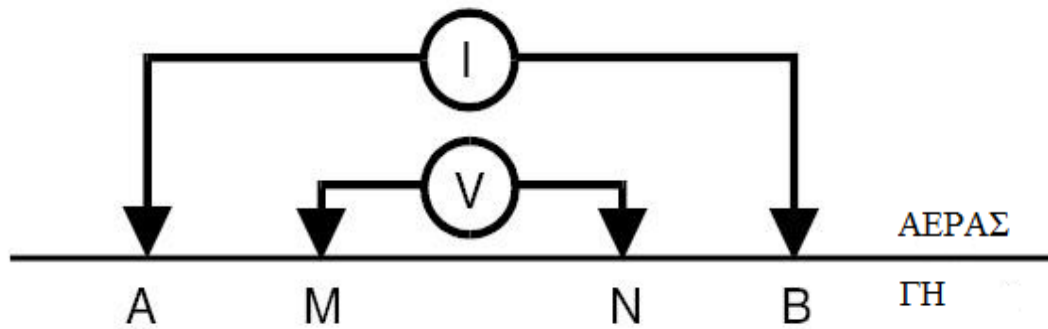
$$V = V_A + V_B = \frac{I\rho}{2\pi r_A} + \frac{I\rho}{2\pi r_B} \quad (2.6)$$

Τα ηλεκτρόδια του ρεύματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την μέτρηση του δυναμικού. Όμως, αναπτύσσονται υψηλές αντιστάσεις επαφής μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος και του εδάφους και γι' αυτό το δυναμικό μετριέται σε άλλα δύο ηλεκτρόδια με θετικό και αρνητικό πόλο αντίστοιχα. Η αντίσταση επαφής είναι η αντίσταση που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα ώστε να εισέλθει στο έδαφος λόγω μικρών κενών αέρα που δυσκολεύουν την εισαγωγή του.

Στην πράξη λοιπόν χρησιμοποιούνται τέσσερα ηλεκτρόδια, δύο για την εισαγωγή του ρεύματος (ηλεκτρόδια Α και Β) και άλλα δύο για την μέτρηση του δυναμικού (ηλεκτρόδια Μ και Ν). Στην διάταξη τεσσάρων ηλεκτροδίων η διαφορά δυναμικού μεταξύ των ηλεκτροδίων Μ και Ν δίνεται από τη σχέση:

$$V_{MN} = V_M - V_N = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right) \quad (2.7)$$

Όπου ΑΜ η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων Α και Μ, ΒΜ η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων Β και Μ, ΑΝ η απόσταση των ηλεκτροδίων Α και Ν και ΒΝ η απόσταση του ηλεκτροδίου Β από το ηλεκτρόδιο Ν.



Σχήμα 2.4: Διάταξη τεσσάρων ηλεκτροδίων για την μέτρηση της διαφοράς δυναμικού.

Λύνοντας ως προς ρ την εξίσωση (2.7) προκύπτει ότι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση για ομογενή γη δίνεται από τη σχέση:

$$\rho = \frac{V_{MN}}{I} \left[\frac{2\pi}{\left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)} \right] = RK \quad (2.8)$$

Ο πρώτος όρος αποτελεί την ηλεκτρική αντίσταση R και δείχνει την εξάρτηση της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης από την γεωηλεκτρική δομή του υπεδάφους. Ο όρος που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση $\left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)$ αποτελεί τον γεωμετρικό παράγοντα K , ο οποίος δείχνει την εξάρτηση από την γεωμετρία της μέτρησης, δηλαδή από τον τρόπο διάταξης των τεσσάρων ηλεκτροδίων.

2.3 Φαινόμενη ειδική ηλεκτρική αντίσταση

Η σχέση (2.8) ισχύει στην περίπτωση που το έδαφος είναι ομογενές. Όμως η γη στην πραγματικότητα δεν είναι ομογενής και γι' αυτό η τιμή που υπολογίζεται από την εξίσωση δεν είναι η πραγματική αντίσταση του υπεδάφους αλλά μία "φαινόμενη" τιμή, η οποία θα ήταν ίση με την πραγματική αν το υπέδαφος ήταν γεωηλεκτρικά ομογενές. Η φυσική ποσότητα που μετριέται λέγεται φαινόμενη αντίσταση ρ_a . Η φαινόμενη αντίσταση είναι ένας σταθμισμένος μέσος όρος των πραγματικών αντιστάσεων του υπεδάφους.

Η ποσότητα αυτή απεικονίζει μία αλλοιωμένη εικόνα της γεωηλεκτρικής δομής του υπεδάφους και δεν πρέπει να γίνεται απευθείας ερμηνεία με τη χρήση των μετρήσεων της φαινόμενης αντίστασης. Για τον καθορισμό της πραγματικής κατανομής της αντίστασης του υπεδάφους από μετρήσεις φαινόμενης αντίστασης χρησιμοποιείται η θεωρία της αντιστροφής, για την οποία γίνεται λόγος παρακάτω.

2.4 Τρόποι διάταξης ηλεκτροδίων

Υπάρχουν πολλοί τρόποι διάταξης των ηλεκτροδίων, όμως λίγοι χρησιμοποιούνται συνήθως. Το βασικό χαρακτηριστικό κάθε διάταξης είναι ο γεωμετρικός της παράγοντας. Οι περισσότερες έχουν εσωτερική συμμετρία και τα ηλεκτρόδια τοποθετούνται σε ευθεία γραμμή. Η επιλογή της διάταξης που θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται από το πρόβλημα που υπάρχει σε κάθε περίπτωση.

Οι διατάξεις που χρησιμοποιούνται ευρύτερα είναι οι Wenner, Schlumberger, διπόλου-διπόλου, πόλου-διπόλου και πόλου-πόλου.

α) Διάταξη Wenner: Σε αυτή τη διάταξη τα ηλεκτρόδια δυναμικού Μ, Ν βρίσκονται μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος Α, Β. Οι αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων είναι όλες ίσες με a . Έτσι, ο γεωμετρικός παράγοντας ισούται με:

$$K = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} - \frac{1}{2a} + \frac{1}{a} \right) = \frac{1}{a} \quad (2.9)$$

και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (2.8), η φαινόμενη αντίσταση για τη διάταξη Wenner ισούται με:

$$\rho_a = 2\pi a \frac{V_{MN}}{I} \quad (2.10)$$

β) Διάταξη Schlumberger: Σε αυτή τη διάταξη τα ηλεκτρόδια δυναμικού βρίσκονται και πάλι μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος αλλά τα ηλεκτρόδια ρεύματος είναι τοποθετημένα σε απόσταση πολύ μεγαλύτερη από την απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού. Αν η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος είναι ίση με $2L$, η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού είναι $2l$ και ισχύει $L \gg l$, τότε η φαινόμενη αντίσταση ισούται με:

$$\rho_a = \frac{\pi L^2}{2l} \frac{V_{MN}}{I} \quad (2.11)$$

γ) Διάταξη διπόλου-διπόλου: Στην διάταξη διπόλου-διπόλου τα ηλεκτρόδια ρεύματος είναι πολύ απομακρυσμένα από τα ηλεκτρόδια δυναμικού. Τα δύο δίπολα έχουν απόσταση ίση με a , ενώ η απόσταση μεταξύ τους ισούται με na . Η φαινόμενη αντίσταση τότε είναι:

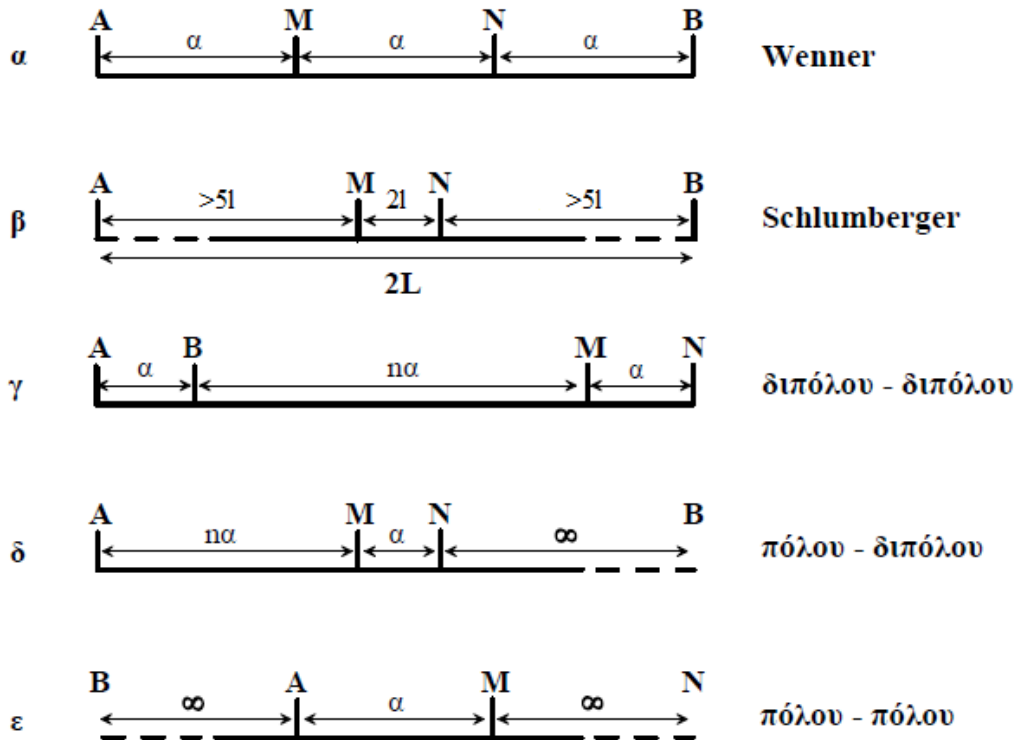
$$\rho_a = -\pi n(n+1)(n+2)\alpha \frac{V_{MN}}{I} \quad (2.12)$$

δ) Διάταξη πόλου-διπόλου: Εδώ τα ηλεκτρόδια δυναμικού βρίσκονται μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος, αλλά ένα από τα ηλεκτρόδια ρεύματος βρίσκεται σε πολύ μεγαλύτερη απόσταση από τα άλλα τρία. Έτσι αν πχ. το ηλεκτρόδιο ρεύματος Β είναι το πιο απομακρυσμένο, οι αποστάσεις του Β από τα ηλεκτρόδια Μ και Ν θεωρούνται άπειρες και έτσι οι όροι $1/BM$ και $1/BN$ στη σχέση (2.8) είναι αμελητέοι. Αν η απόσταση MN ισούται με a και η απόσταση AM με na , τότε η φαινόμενη αντίσταση είναι:

$$\rho_a = 2\pi n(n+1)\alpha \frac{V_{MN}}{I} \quad (2.13)$$

ε) **Διάταξη πόλου-πόλου:** Σε αυτή τη διάταξη τοποθετείται και πάλι ένα ηλεκτρόδιο ρεύματος, πχ. το Β, σε άπειρη απόσταση από τα άλλα ηλεκτρόδια αλλά και ένα από τα ηλεκτρόδια δυναμικού, πχ. το Ν, επίσης. Έτσι οι αποστάσεις AN, BM, BN θεωρούνται άπειρες. Αν $AM=\alpha$, ο γεωμετρικός παράγοντας γίνεται ίσος με $1/\alpha$, δηλαδή ίδιος με της διάταξης Wenner και η φαινόμενη αντίσταση δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_{\alpha} = 2\pi\alpha \frac{V_{MN}}{I} \quad (2.14)$$



Σχήμα 2.5: Συνήθεις διατάξεις ηλεκτροδίων στις γεωηλεκτρικές διασκοπήσεις

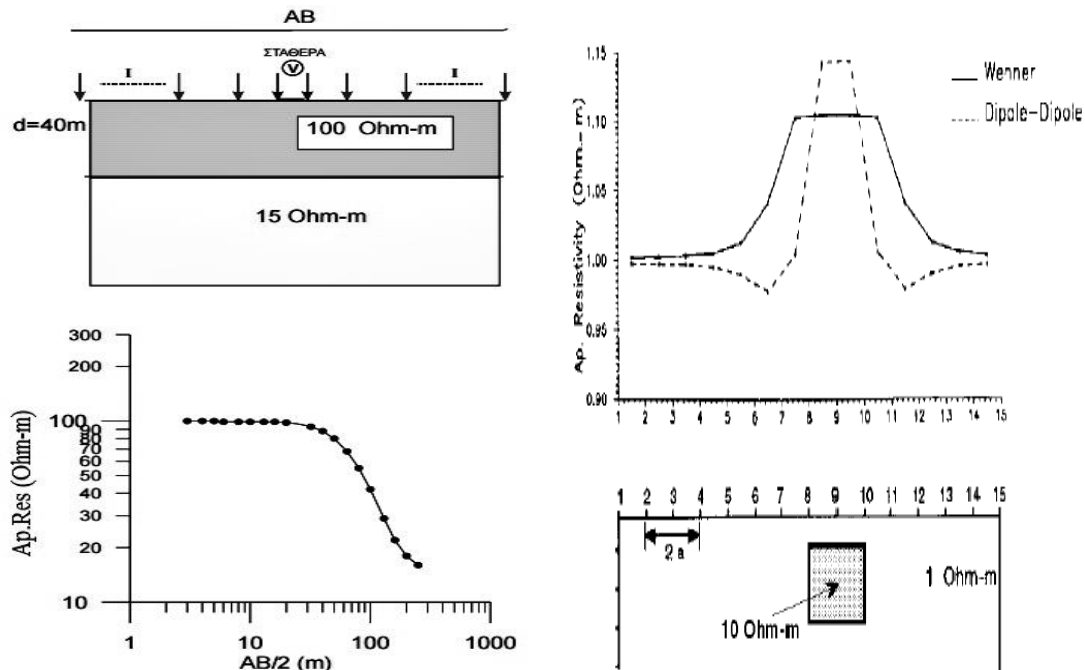
Κάθε διάταξη έχει κάποια πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα σε σχέση με τις υπόλοιπες. Επειδή διαφέρουν ως προς την γεωμετρία τους, κάθε μία από αυτές έχει διαφορετικές δυνατότητες ανίχνευσης μεταβολών της αντίστασης. Έτσι, παραδείγματος χάρη, οι διατάξεις Wenner και Schlumberger είναι πιο ευαίσθητες σε μεταβολές της αντίστασης με το βάθος και συνεπώς είναι πιο χρήσιμες στην διερεύνηση στρωματογραφικών αλλαγών, ενώ οι διατάξεις διπόλου-διπόλου και πόλου-διπόλου είναι περισσότερο ευαίσθητες σε πλευρικές μεταβολές της αντίστασης. Ακόμη, οι διατάξεις Wenner και Schlumberger έχουν μικρότερο βάθος διείσδυσης, αλλά μεγαλύτερο λόγο σήματος προς θόρυβο σε σχέσης με τις άλλες διατάξεις. Η διάταξη πόλου-πόλου έχει το μεγαλύτερο βάθος διείσδυσης αλλά έχει μικρό λόγο σήματος προς θόρυβο.

Είναι φανερό ότι για τη λήψη όσο το δυνατόν καλύτερης απεικόνισης της γεωηλεκτρικής δομής του υπεδάφους είναι απαραίτητος ο συνδυασμός των παραπάνω χαρακτηριστικών.

2.5 Μέθοδοι Έρευνας

Οι πιο συνηθισμένες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για τη συλλογή των μετρήσεων της αντίστασης είναι: η βυθοσκόπηση, η οριζοντιογραφία και η ηλεκτρική τομογραφία.

α) Βυθοσκόπηση (Sounding): Με τη μέθοδο της βυθοσκόπησης καθορίζεται η κατανομή της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης με το βάθος, θεωρώντας ότι το υπέδαφος έχει οριζόντια στρωματογραφία (μονοδιάστατη διασκόπηση). Λαμβάνεται μία σειρά μετρήσεων κρατώντας σταθερή την απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού και αυξάνοντας συνεχώς την απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος. Καθώς αυξάνεται η απόσταση των ηλεκτροδίων ρεύματος, αυξάνεται και το βάθος διείσδυσης του ρεύματος, οπότε λαμβάνονται πληροφορίες για το πως μεταβάλλεται η ειδική ηλεκτρική αντίσταση κατακόρυφα κάτω από το κέντρο της διάταξης. Το βάθος διείσδυσης υπολογίζεται ότι είναι περίπου το 1/3-1/4 της απόστασης AB μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος. Για την εφαρμογή των βυθοσκοπήσεων χρησιμοποιείται σήμερα σχεδόν αποκλειστικά η διάταξη Schlumberger.



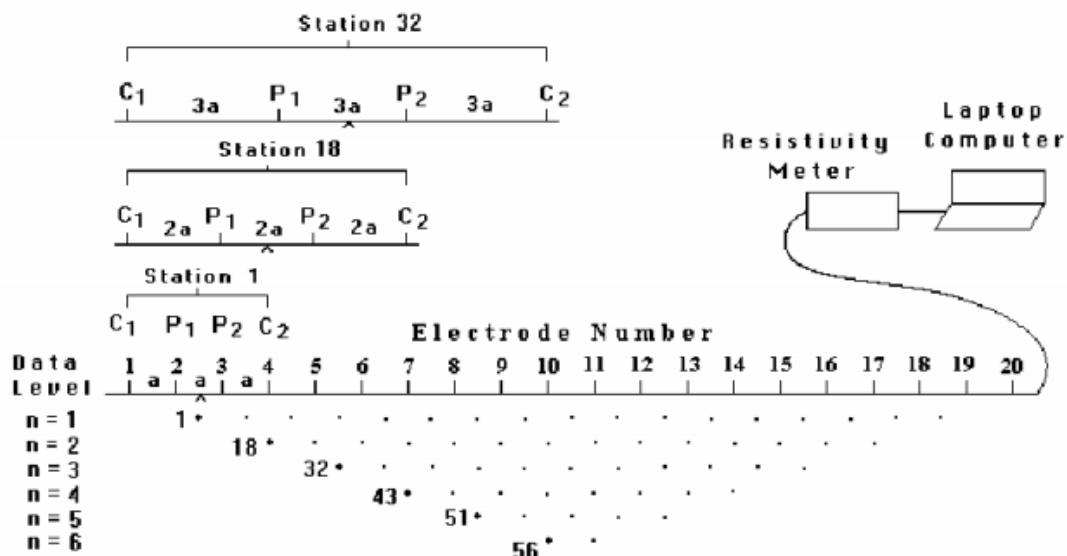
Σχήμα 2.6: α) Χαρτογράφηση των φαινόμενων αντιστάσεων που προέκυψαν με τη μέθοδο της ηλεκτρικής διασκόπησης από δομή ενός στρώματος και ημιχώρου. β) Χαρτογράφηση της πλευρικής μεταβολής της φαινόμενης αντίστασης λόγω ύπαρξης σώματος μέσα σε μέσο. (Τσούρλος, 1995)

Όταν εκτελείται μία βυθοσκόπηση με την μέθοδο Schlumberger, η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος, AB, συνεχώς αυξάνεται, ξεκινώντας από λίγα μέτρα και φτάνοντας μέχρι πολλά μέτρα ή και πάνω από ένα χιλιόμετρο. Η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού, MN, παραμένει σταθερή, μέχρι το δυναμικό να γίνει πολύ μικρό, το οποίο συμβαίνει όταν η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος γίνει μεγάλη. Τότε αυξάνεται η απόσταση MN και στη συνέχεια αυξάνεται και πάλι η απόσταση AB. Στη συνέχεια γίνεται χαρτογράφηση της φαινόμενης

αντίστασης σε συνάρτηση με την απόσταση $AB/2$ και χαράσσεται η καμπύλη των φαινομένων αντιστάσεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.6. Κάθε φορά που μεταβάλλεται η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων δυναμικού, εμφανίζεται ένα 'σπάσιμο' στην καμπύλη των φαινομένων αντιστάσεων.

β) Οριζοντιογραφία (Profiling): Με τη μέθοδο της οριζοντιογραφίας εντοπίζονται πλευρικές μεταβολές της ειδικής ηλεκτρικής αντίστασης. Διατηρώντας σταθερές τις αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων, λαμβάνεται μία σειρά μετρήσεων με πλευρική μετακίνηση όλης της διάταξης με σταθερό βήμα. Έτσι βρίσκονται οι μεταβολές της αντίστασης σε σταθερό βάθος σε μία ευθεία. Σε αυτή τη μέθοδο χρησιμοποιούνται οι διατάξεις Wenner, διπόλου-διπόλου και πόλου-διπόλου.

γ) Ηλεκτρική Τομογραφία: Η ηλεκτρική τομογραφία είναι ο συνδυασμός βυθοσκόπησης και οριζοντιογραφίας. Με τη μέθοδο αυτή λαμβάνονται πληροφορίες τόσο για την κατακόρυφη μεταβολή της αντίστασης όσο και για την πλευρική μεταβολή της (διδιάστατη διασκόπηση). Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά αυτής της μεθόδου είναι ότι λαμβάνεται ένας αρκετά μεγάλος αριθμός μετρήσεων. Έτσι, αυξάνεται η διακριτική ικανότητα και η χωρική ανάλυση της γεωηλεκτρικής μεθόδου. Λόγω του μεγάλου αριθμού μετρήσεων, που καθιστά χρονοβόρα την χειροκίνητη μετακίνηση των ηλεκτροδίων, σήμερα χρησιμοποιούνται αυτοματοποιημένα όργανα μέτρησης.



Σχήμα 2.7: Τρόπος πραγματοποίησης ηλεκτρικής τομογραφίας.

3. Αντιστροφή Δεδομένων Βυθοσκοπήσεων

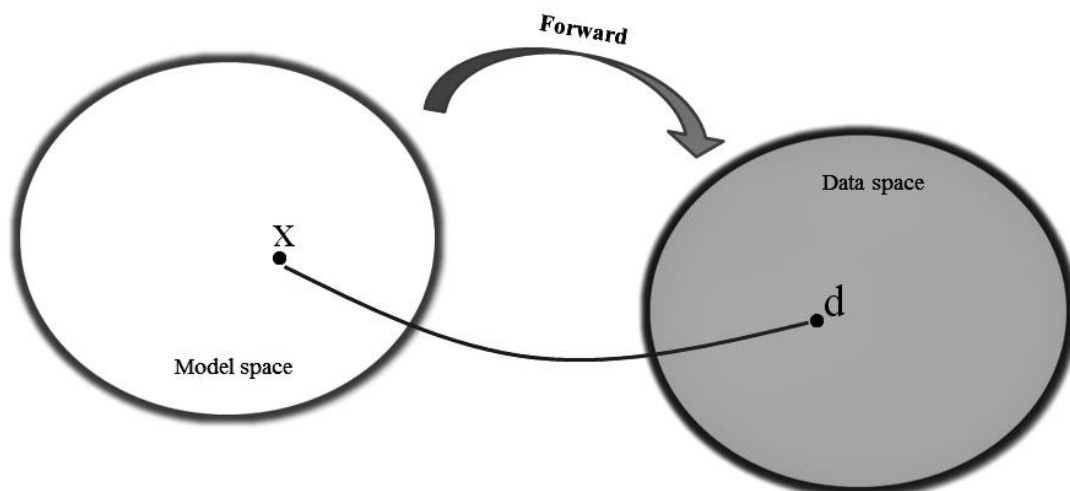
3.1 Ευθύ Πρόβλημα

Για την ερμηνεία των μετρήσεων και την εύρεση της πραγματικής κατανομής της αντίστασης χρησιμοποιείται η διαδικασία της αντιστροφής. Σκοπός της αντιστροφής είναι να βρεθεί ένα μοντέλο που να δίνει μετρήσεις όσο το δυνατόν πιο κοντά στις πραγματικές. Το μοντέλο αποτελείται από ένα σύνολο παραμέτρων. Οι παράμετροι αυτές είναι φυσικές ποσότητες, των οποίων επιδιώκεται ο προσδιορισμός μέσα από τα παρατηρούμενα δεδομένα. Για την ερμηνεία των γεωηλεκτρικών δεδομένων αναζητείται ένα μοντέλο αντιστάσεων που να δίνει φαινόμενες αντιστάσεις όσο το δυνατόν πιο κοντά στις πραγματικές. Για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος είναι απαραίτητη η επίλυση του ευθέος προβλήματος.

Το ευθύ πρόβλημα είναι η διαδικασία με την οποία βρίσκονται οι μετρήσεις έχοντας γνωστό το μοντέλο. Για την συγκεκριμένη περίπτωση υπολογίζονται οι διαφορές δυναμικού που δημιουργούνται λόγω εισαγωγής ρεύματος στο υπέδαφος, έχοντας γνωστή την κατανομή της αντίστασης. Δηλαδή, το ευθύ πρόβλημα είναι η επίλυση των εξισώσεων που διέπουν την ροή του ηλεκτρικού ρεύματος μέσα στη γη, ώστε να υπολογιστεί η κατανομή του δυναμικού και επομένως οι φαινόμενες αντιστάσεις που ανταποκρίνονται σε ένα συγκεκριμένο μοντέλο. Το ευθύ πρόβλημα μπορεί να συμβολιστεί ως:

$$d = T(x) \quad (3.1)$$

Όπου $d = \{d_1, d_2, \dots, d_M\}$ είναι ένας μονοδιάστατος πίνακας με M παραμέτρους τις παρατηρούμενες μετρήσεις, δηλαδή τις φαινόμενες αντιστάσεις στην συγκεκριμένη περίπτωση, $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ είναι ένας μονοδιάστατος πίνακας επίσης με N παραμέτρους το μοντέλο των αντιστάσεων και T είναι η εξίσωση μετασχηματισμού, η οποία δίνοντας ως παράμετρο το x δίνει τις μετρήσεις που ανταποκρίνονται σε αυτό το μοντέλο.



Σχήμα 3.1: Ευθύ πρόβλημα

Πολλές μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση του ευθέως προβλήματος. Χωρίζονται σε αναλυτικές και αριθμητικές μέθοδοι. Στις αναλυτικές λύνονται απευθείας οι εξισώσεις πεδίου, οι οποίες είναι πολύ πολύπλοκες και είναι δύσκολο να σχηματιστούν. Γι' αυτό έχουν χρησιμοποιηθεί μόνο για απλές περιπτώσεις, όπως για σφαιρικό σώμα σε ένα ομογενές μέσο ή ένα κατακόρυφο ρήγμα μεταξύ δύο μέσων με σταθερή αντίσταση. Για την εύρεση της κατανομής των αντιστάσεων σε ανομοιογενή γη συνήθως χρησιμοποιούνται οι αριθμητικές μέθοδοι. Στην περίπτωση μονοδιάστατης διασκόπησης (1D), όπου το υπέδαφος θεωρείται ότι αποτελείται από οριζόντια στρώματα η λύση του ευθέως γίνεται με τη χρήση φίλτρων, ενώ για 2D και 3D χρησιμοποιούνται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών. Η παρούσα εργασία αναφέρεται στην περίπτωση μονοδιάστατης διασκόπησης.

Ο υπολογισμός του ευθέως προβλήματος στη βυθοσκόπηση, θεωρώντας οριζόντια στρωματογραφία, δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_{\alpha} = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \int_0^{\infty} T_1(\lambda) J_1\left(\frac{AB}{2}\lambda\right) \lambda d\lambda \quad (3.2)$$

όπου $AB/2$ είναι η μισή απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων ρεύματος, J_1 είναι η πρώτη τάξης συνάρτηση Bessel 1^{ου} είδους, η οποία αποτελεί τη μία από τις δύο λύσεις των διαφορικών εξισώσεων δεύτερης τάξης Bessel, λ είναι μία παράμετρος ηλεκτροδίου και T_1 είναι ο μετασχηματισμός της αντίστασης (Koefoed, 1970), που υπολογίζεται από την αναδρομική σχέση:

$$T_{i-1} = \frac{T_i + \rho_{i-1} \tanh(\lambda t_{i-1})}{1 + T_i \tanh(\lambda t_{i-1}) / \rho_{i-1}} \quad (3.3)$$

όπου ρ_i και t_i είναι η αντίσταση και το πάχος του i στρώματος, αντίστοιχα. Για το τελευταίο στρώμα ισχύει $T_N = \rho_N$, όπου N είναι ο αριθμός των στρωμάτων.

Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς Hankel, η φαινόμενη αντίσταση μπορεί να δοθεί από τη σχέση:

$$\rho_{\alpha} = \sum_K T_1(\lambda_K) f_K \quad (3.4)$$

όπου f_K είναι τα φίλτρα που χρησιμοποιούνται και K είναι ο αριθμός των συντελεστών.

3.2 Διαδικασία Αντιστροφής

Το αντίστροφο πρόβλημα είναι ακριβώς η αντίστροφη διαδικασία από αυτή του ευθέως. Δηλαδή, έχοντας γνωστές τις μετρήσεις να βρεθεί το μοντέλο. Για την αντιστροφή στα γεωηλεκτρικά δεδομένα, έχοντας γνωστές τις φαινόμενες αντιστάσεις που προκύπτουν από μία γεωφυσική έρευνα (ή συνθετικά δεδομένα), προσδιορίζεται η



κατανομή της αντίστασης στο υπέδαφος. Το αντίστροφο πρόβλημα μπορεί να συμβολιστεί ως:

$$x = T^{-1}(d) \quad (3.5)$$

Όπου T^{-1} η αντίστροφη συνάρτηση μετασχηματισμού.

Σκοπός της αντιστροφής είναι να βρεθεί ένα μοντέλο αντιστάσεων, το οποίο δίνει μετρήσεις, δηλαδή φαινόμενες αντιστάσεις όσο το δυνατόν πιο κοντά στις πραγματικές. Όμως, το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι μη γραμμικό, οπότε η εξίσωση (3.5) δεν μπορεί να λυθεί απ'ευθείας με αντιστροφή. Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα, οι τεχνικές αντιστροφής το ανάγουν σε μία επαναληπτική διαδικασία από επιμέρους γραμμικά προβλήματα. Ένας τυπικός αλγόριθμος επίλυσης ξεκινάει υποθέτοντας ένα αρχικό γραμμικό μοντέλο αντίστασης x_0 , το οποίο βελτιώνεται συνεχώς μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία έως ότου οι συνθετικές φαινόμενες αντιστάσεις $f(x)$ που δίνει αυτό το μοντέλο ταιριάζουν με τις πραγματικές μετρήσεις. Θεωρώντας μια πολύ μικρή μεταβολή της αντίστασης dx , η συνάρτηση $f(x)$ μπορεί να αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor:

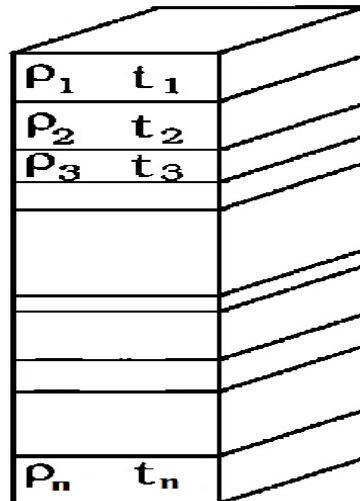
$$f(x_i + dx_i) = f(x_i) + \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} dx_i + O((dx_i)^2) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.6)$$

Όπου το $O((dx_i)^2)$ αντιπροσωπεύει τους όρους μεγαλύτερης τάξης και N είναι ο αριθμός των παραμέτρων του μοντέλου. Εφόσον το dx θεωρείται ότι είναι μία πολύ μικρή μεταβολή, οι όροι μεγαλύτερης τάξης μπορούν να αγνοηθούν. Ο παράγοντας $\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i}$ εκφράζει τον ιακωβιανό πίνακα διαστάσεων $M \times N$, για τον οποίο θα γίνει αναφορά σε επόμενο κεφάλαιο. Επομένως η σχέση (3.6) μπορεί να γραφεί με τη γενικότερη μορφή ως:

$$f(x + dx) = f(x) + Jdx \quad (3.7)$$

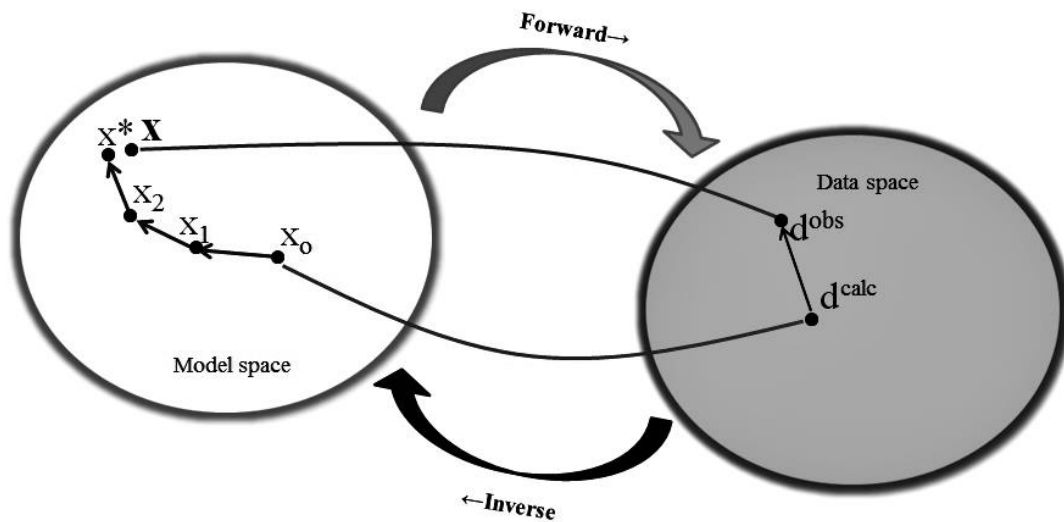
Έτσι μία επαναληπτική διαδικασία μπορεί να οριστεί ως εξής: Αρχικά καθορίζεται ένα αρχικό μοντέλο x_0 , για το οποίο υπολογίζεται το ευθύ πρόβλημα. Στη συνέχεια βρίσκεται ο βαθμός στον οποίο οι συνθετικές μετρήσεις από το ευθύ πρόβλημα ταιριάζουν στις πραγματικές. Αν ο βαθμός αυτός είναι ικανοποιητικός ή ένα από τα κριτήρια τερματισμού πληρείται, σταματάει η επανάληψη. Στην αντίθετη περίπτωση, υπολογίζεται η διόρθωση του μοντέλου dx_k , όπου k ο αριθμός επανάληψης και προστίθεται στο προηγούμενο μοντέλο, δηλαδή $x_{k+1} = x_k + dx_k$. Υπολογίζεται για το καινούργιο μοντέλο το ευθύ πρόβλημα και η επανάληψη συνεχίζεται έως ότου βρεθεί ένα μοντέλο που δίνει μετρήσεις πολύ κοντά στις πραγματικές ή ένα από τα κριτήρια τερματισμού πληρείται.

Το μοντέλο, το οποίο αναζητείται, στην περίπτωση αντιστροφής στη μία διάσταση, θεωρείται ότι αποτελείται από n οριζόντια στρώματα. Συγκεκριμένα, για τα γεωηλεκτρικά δεδομένα, κάθε ένα από τα στρώματα αυτά χαρακτηρίζεται από την αντίσταση, ρ_i , και το πάχος του, t_i , τα οποία αποτελούν τις παραμέτρους του μοντέλου. Ο αριθμός των παραμέτρων αντίστασης είναι ίσος με τον αριθμό των στρωμάτων, n , ενώ ο αριθμός των παραμέτρων πάχους είναι $n-1$, καθώς το τελευταίο στρώμα



Σχήμα 3.2: Μοντέλο οριζόντιων στρωμάτων για 1D αντιστροφή με παραμέτρους αντίστασης ρ και πάχους t .

θεωρείται ημιχώρος με άπειρο πάχος. Στο σχήμα 3.2 απεικονίζεται μία τέτοια δομή. Στην αντιστροφή γεωηλεκτρικών δεδομένων χρησιμοποιούνται ως παράμετροι του μοντέλου οι αντιστάσεις και τα πάχη ή μόνο οι αντιστάσεις κρατώντας σταθερά τα πάχη.



Σχήμα 3.3: Αντίστροφο πρόβλημα

3.3 Προβλήματα στην αντιστροφή

Τα προβλήματα αντιστροφής ανήκουν στην κατηγορία των κακώς τεθειμένων προβλημάτων (ill-posed). Σύμφωνα με τον Hadamard (1902) ένα πρόβλημα είναι καλώς τεθειμένο (well-posed) αν:

- Έχει λύση

- Η λύση είναι μοναδική
- Η λύση αλλάζει αναλογικά με τις αρχικές συνθήκες.

Με βάση αυτές τις τρεις ιδιότητες οι τεχνικές αντιστροφής έχουν να αντιμετωπίσουν τα εξής τρία προβλήματα:

α) Ύπαρξη λύσης: Μπορεί να μην υπάρχει κανένα μοντέλο που να ταιριάζει στα δεδομένα, δηλαδή με τον υπολογισμό του ευθέως προβλήματος να δίνει φαινόμενες αντιστάσεις πολύ κοντά στις πραγματικές μετρήσεις. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην ύπαρξη θορύβου στα δεδομένα και στο σφάλμα του μοντέλου ή στην μέθοδο που χρησιμοποιείται για την εύρεση του μοντέλου.

β) Μοναδικότητα της λύσης: Εάν υπάρχει λύση, αυτή μπορεί να μην είναι μοναδική καθώς πολλά μοντέλα μπορούν να επαληθεύουν τα ίδια δεδομένα.

γ) Αστάθεια της λύσης: Η αντιστροφή είναι μία ασταθής διαδικασία, δηλαδή μικρές αλλαγές στα δεδομένα μπορούν να οδηγήσουν σε πολύ μεγάλες αλλαγές στη λύση του μοντέλου.

3.4 Κριτήρια τερματισμού

Στην διαδικασία της αντιστροφής χρειάζεται να βρεθεί ο βαθμός στον οποίο ταιριάζουν οι συνθετικές φαινόμενες αντιστάσεις με τις πραγματικές μετρήσεις. Αυτό γίνεται με τον υπολογισμό του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (RMS). Το σφάλμα αυτό υπολογίζεται μεταξύ πραγματικών και συνθετικών δεδομένων σε κάθε επανάληψη και δίνεται από τη σχέση:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(d_i^{obs} - d_i^{calc})^2}{(d_i^{obs})^2}} \times 100 \quad (3.8)$$

Όπου d_i^{obs} οι παρατηρούμενες μετρήσεις, d_i^{calc} οι συνθετικές μετρήσεις και m ο αριθμός των μετρήσεων.

Σε μία επαναληπτική διαδικασία όπως στην αντιστροφή το RMS μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως κριτήριο τερματισμού της. Συγκεκριμένα, η αντιστροφή θα τερματιστεί όταν ισχύει ένα από τα παρακάτω κριτήρια:

α) Απόκλιση: Ο αλγόριθμος επανάληψης τερματίζεται όταν το σφάλμα μεταξύ των συνθετικών δεδομένων που προκύπτουν από την αντιστροφή και των πραγματικών αυξάνεται στην επόμενη επανάληψη. Απόκλιση παρατηρείται σπάνια, όπως σε περιπτώσεις όπου ο θόρυβος των δεδομένων είναι πολύ μεγάλος.

β) Μικρή βελτίωση σφάλματος: Ο αλγόριθμος τερματίζεται αν το σφάλμα μεταξύ των συνθετικών δεδομένων και των πραγματικών δεν παρουσιάζει σημαντική βελτίωση στην επόμενη επανάληψη, δηλαδή ελαττώνεται με πολύ μικρό ρυθμό. Στην πραγματικότητα, η αντιστροφή θα μπορούσε να συνεχιστεί αλλά υπάρχει κίνδυνος τα δεδομένα να ταιριάζουν στο θόρυβο και όχι στην πραγματική πληροφορία.



γ) **Ολοκλήρωση αριθμού επαναλήψεων:** Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν ο προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων ολοκληρωθεί.

3.5 Ιακωβιανός πίνακας

Από την σχέση (3.6), προκύπτει πως είναι αναγκαία η χρήση ενός πίνακα με παραγώγους πρώτης τάξης. Αυτός ο πίνακας ονομάζεται Ιακωβιανός πίνακας J και χρησιμοποιείται στις περισσότερες μεθόδους αντιστροφής. Ο πίνακας αυτός συνδέει τις μεταβολές των παραμέτρων του μοντέλου με τις μεταβολές των παρατηρούμενων δεδομένων. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών δεδομένων συνδέει τις μεταβολές της αντίστασης του μοντέλου με τις μεταβολές των φαινόμενων αντιστάσεων. Λέγεται και πίνακας ευαισθησίας γιατί δείχνει την ευαισθησία των μετρήσεων της φαινόμενης αντίστασης σε μικρές μεταβολές των πραγματικών αντιστάσεων του μοντέλου.

Ο Ιακωβιανός πίνακας, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως είναι ένας πίνακας παραγώγων πρώτης τάξης. Αν m είναι ο αριθμός των μετρήσεων, d , και n είναι ο αριθμός των παραμέτρων του μοντέλου, x , τότε ο Ιακωβιανός πίνακας J έχει διαστάσεις $m \times n$ και τα στοιχεία του i, j δίνονται από:

$$J_{ij} = \frac{\partial d_i}{\partial x_j} \quad (3.9)$$

Αν τα παρατηρούμενα δεδομένα είναι φαινόμενες αντιστάσεις η εξίσωση (3.9) μπορεί να γραφεί ως:

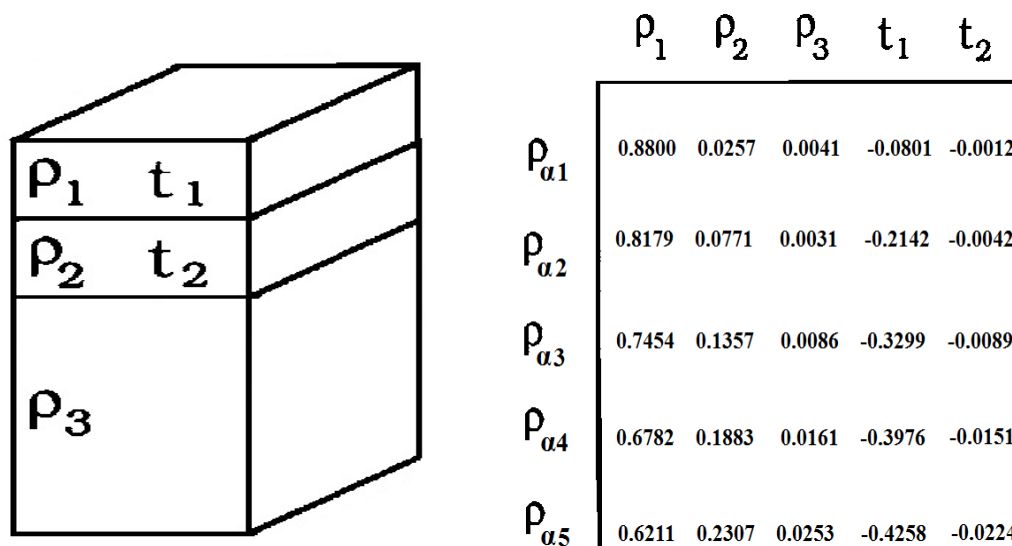
$$J_{ij} = \frac{\partial \rho_{\alpha i}}{\partial \rho_j} = -\frac{\partial \rho_{\alpha i}}{\partial \sigma_j} = \frac{2\pi \partial \Delta V_i}{Kl \partial \sigma_j} \quad (3.10)$$

Όπου ρ_{α} είναι η φαινόμενη αντίσταση, ρ είναι η παράμετρος του μοντέλου, K είναι ο γεωμετρικός παράγοντας, l η ένταση του ρεύματος που εισέρχεται στη γη, ΔV η διαφορά δυναμικού και σ η αγωγιμότητα. Με τη μορφή πίνακα γράφεται ως εξής:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_{\alpha 1}}{\partial \rho_1} & \frac{\partial \rho_{\alpha 1}}{\partial \rho_2} & \dots & \frac{\partial \rho_{\alpha 1}}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \rho_{\alpha 2}}{\partial \rho_1} & \ddots & \dots & \frac{\partial \rho_{\alpha 2}}{\partial \rho_n} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial \rho_{\alpha m}}{\partial \rho_1} & \dots & \dots & \frac{\partial \rho_{\alpha m}}{\partial \rho_n} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Για τον υπολογισμό του ιακωβιανού πίνακα στην αντιστροφή στη μία διάσταση γίνεται αλλαγή μιας παραμέτρου του μοντέλου κατά ένα πολύ μικρό ποσοστό κρατώντας τις υπόλοιπες σταθερές. Στη συνέχεια υπολογίζεται το ευθύ πρόβλημα γι' αυτό το μοντέλο για να βρεθεί το πόσο θα μεταβληθούν οι συνθετικές μετρήσεις

εξαιτίας της αλλαγής της παραμέτρου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε παράμετρο, αλλάζοντας κάθε φορά μόνο μία, έως ότου υπολογιστούν όλα τα στοιχεία του πίνακα J, όπου και χρησιμοποιείται για την διόρθωση του προηγούμενου μοντέλου. Η τεχνική υπολογισμού του Ιακωβιανού, που περιγράφηκε, είναι μία εμπειρική μέθοδος, στην οποία γίνονται συνεχώς μικρές αλλαγές στις παραμέτρους και υπολογισμός του ευθέως προβλήματος και ονομάζεται μέθοδος Perturbation.

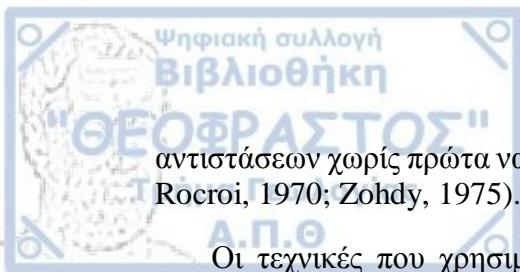


Σχήμα 3.4: α) Μοντέλο δύο στρωμάτων και ημιχώρου με πέντε παραμέτρους β) Παράδειγμα Ιακωβιανού πίνακα για το μοντέλο αυτό.

Ένα παράδειγμα Ιακωβιανού πίνακα φαίνεται στο σχήμα 3.4. Στο αριστερό τμήμα δίνεται ένα μοντέλο που αποτελείται από δύο στρώματα και ημιχώρο. Οι παράμετροι για την αντίσταση, ρ , είναι τρεις, ενώ για τα πάχη, t , είναι δύο, καθώς το πάχος του ημιχώρου θεωρείται άπειρο και δεν λαμβάνεται ως παράμετρος. Άρα ο συνολικός αριθμός των παραμέτρων είναι $n=5$. Στο δεξί τμήμα δίνεται ένα παράδειγμα Ιακωβιανού πίνακα για αυτό το μοντέλο για πέντε μετρήσεις φαινόμενων αντιστάσεων, $\rho_{\alpha 1}-\rho_{\alpha 5}$. Στην πρώτη στήλη αλλάζει λίγο η τιμή της πρώτης παραμέτρου, κρατώντας τις υπόλοιπες σταθερές και υπολογίζεται πόσο θα αλλάξει κάθε μία από τις πέντε μετρήσεις. Στην δεύτερη στήλη αλλάζει λίγο η τιμή της δεύτερης παραμέτρου και συνεχίζεται η διαδικασία που αναφέρθηκε παραπάνω.

3.6 Μέθοδοι Αντιστροφής

Για την ερμηνεία των δεδομένων που συλλέγονται με τις βυθοσκοπήσεις έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία η λύση βασίζεται στον μετασχηματισμό της αντίστασης (συνάρτηση kernel), με τη χρήση φίλτρων, όπως αυτά που προτάθηκαν από τους Ghosh (1971a) και Koefoed (1979). Ο μετασχηματισμός της αντίστασης βασίζεται σε τεχνικές που αναπτύχθηκαν από τους Pekeris (1940) και Koefoed (1979). Η δεύτερη κατηγορία βασίζεται σε απευθείας αντιστροφή των φαινόμενων



αντιστάσεων χωρίς πρώτα να γίνει μεταχηματισμός τους (Anderson, 1979a; Kunetz και Rocroi, 1970; Zohdy, 1975).

Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται συνήθως για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος είναι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (Lines και Treitel, 1984), η μέθοδος των ιδιζουσών τιμών (Lanczos, 1960; Golub και Reinsh, 1970; Lawson και Hanson, 1974; Strang, 1998), η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων απόσβεσης (Levenberg, 1944, Marquadt, 1969) και η μέθοδος της εξομαλυμένης αντιστροφής (Tikhonov, 1963; Constable et al., 1987).

Στην παρούσα εργασία έχει χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της εξομαλυμένης αντιστροφής (Occam), η οποία είναι και η πιο δημοφιλής. Η μέθοδος παρουσιάζεται αναλυτικά παρακάτω.

3.7 Εξομαλυμένη Αντιστροφή

3.7.1 Γενικά

Η εξομαλυμένη αντιστροφή προτάθηκε από τους Constable et al. (1987) και θέτει στο πρόβλημα της αντιστροφής ως περιορισμό την ομαλότητα της λύσης. Η χρήση αυτού του περιορισμού ανήκει στην κατηγορία των τεχνικών επίλυσης γνωστών ως τεχνικές κανονικοποίησης (regularization) των κακώς τεθειμένων προβλημάτων και συγκεκριμένα στην κανονικοποίηση Tikhonov (Tikhonov, 1963). Η εξομαλυμένη αντιστροφή ονομάστηκε και αντιστροφή Occam από τον φιλόσοφο Γουλιέλμο του Όκαμ, ο οποίος διατύπωσε την αρχή ότι είναι άωφελο να γίνονται με περισσότερα αυτά που μπορούν να γίνουν με λιγότερα. Στην επιστήμη, η αρχή αυτή, γνωστή ως ξυράφι του Όκαμ, ερμηνεύεται ως εξής: Όταν υπάρχουν πολλές υποθέσεις για την επίλυση ενός προβλήματος, να επιλέγεται η απλούστερη.

Αυτή η μέθοδος δίνει τη λύση με όσο το δυνατόν πιο ελάχιστη τραχύτητα. Δηλαδή, αναζητείται ένα ομαλό μοντέλο, το οποίο απέχει από την πιο απλή περίπτωση μόνο όσο χρειάζεται για να ταιριάζει στα δεδομένα. Βασικό πλεονέκτημά της είναι ότι δεν εξαρτάται από την επιλογή του αρχικού μοντέλου, όπως πολλές άλλες μέθοδοι. Η εξομαλυμένη αντιστροφή μπορεί να μην παράγει την καλύτερη δυνατή λύση, αλλά η λύση θα έχει φυσική σημασία και θα αποτελεί μία λογική απεικόνιση της πραγματικότητας. Επιπλέον, η εξομάλυνση εγγυάται την σταθερότητα της λύσης και το τελικό μοντέλο εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά που έχουν εξαρχής καθοριστεί (Constable, et al. , 1987).

Το μη γραμμικό πρόβλημα της κατανομής της αντίστασης μπορεί να εκφραστεί ως:

$$f(x) = y \quad (3.12)$$

όπου το y είναι οι μετρήσεις, δηλαδή οι φαινόμενες αντιστάσεις, x είναι η άγνωστη κατανομή της αντίστασης και $f(x)$ είναι η επίλυση του ευθύ προβλήματος, η οποία είναι μία γνωστή συνάρτηση της κατανομής της αντίστασης. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, η συνάρτηση $f(x)$ μπορεί να αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor και αγνοώντας τους όρους μεγαλύτερης τάξης ως εξής:

$$f(x + dx) \approx f(x) + Jdx \quad (3.13)$$

όπου το dx είναι η διόρθωση του μοντέλου και J είναι ο Ιακωβιανός πίνακας.

Η διαδικασία της βελτιστοποίησης έχει ως στόχο να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα μεταξύ των παρατηρούμενων δεδομένων και των προβλεπόμενων. Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (least squares) ψάχνει να βρει τη διόρθωση του μοντέλου, dx , για την οποία το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων, e , (Lines and Treitel 1984) γίνεται ελάχιστο. Το e δίνει από τη σχέση:

$$e = (y - f(x))^T (y - f(x)) \quad (3.14)$$

Η ελαχιστοποίηση του σφάλματος γίνεται θέτωντας την παράγωγο του e ως προς το dx ίση με μηδέν:

$$\frac{\partial e}{\partial dx} = 0 \quad (3.15)$$

Η διαφοροποίηση ως προς το dx καταλήγει στη σχέση:

$$J^T J dx = J^T dy \quad (3.16)$$

Υποθέτοντας ότι ο πίνακας $J^T J$ είναι αντιστρέψιμος, η διόρθωση του μοντέλου δίνεται από τη σχέση:

$$dx = (J^T J)^{-1} J^T dy \quad (3.17)$$

Όμως στην εξομαλυσμένη αντιστροφή εκτός από την ελαχιστοποίηση του σφάλματος πρέπει να ελαχιστοποιηθεί και η τραχύτητα. Ο όρος της τραχύτητας έχει την μορφή:

$$R = \|Cm\|^2 \quad (3.18)$$

Όπου C είναι ο πίνακας εξομάλυνσης και m ο πίνακας με τις παραμέτρους του μοντέλου.

Συμπεριλαμβάνοντας και τον όρο της τραχύτητας η διόρθωση του μοντέλου δίνεται από τη σχέση:

$$dx = (J^T J + \lambda C^T C)^{-1} J^T dy \quad (3.19)$$

όπου λ ο πολλαπλασιαστής Lagrange και dy η διαφορά μεταξύ των παρατηρούμενων μετρήσεων και των συνθετικών ($d^{\text{obs}} - d^{\text{calc}}$).

Το καινούργιο μοντέλο προκύπτει από την πρόσθεση της διόρθωσης στο προηγούμενο μοντέλο:

$$x_{k+1} = x_k + dx \quad (3.20)$$

3.7.2 Πίνακας Εξομάλυνσης

Η ελαχιστοποίηση της τραχύτητας γίνεται με τη χρήση του πίνακα εξομάλυνσης C . Ο πίνακας αυτός ορίζει τις σχέσεις συνάφειας μεταξύ των γειτονικών παραμέτρων, δηλαδή των αντιστάσεων. Αν n είναι ο αριθμός των παραμέτρων του μοντέλου, ο



πίνακας εξομάλυνσης έχει διαστάσεις $n \times n$ και στην περίπτωση αντιστροφής στη μία διάσταση ισούται με:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ & & & \dots & & \vdots \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Κάθε σειρά του πίνακα εξομάλυνσης αναφέρεται σε μία παράμετρο και στο πως εξαρτάται από τις γειτονικές της. Συγκεκριμένα τα στοιχεία του πίνακα παίρνουν τιμή -1 για την ίδια την παράμετρο και 1 για τις παραμέτρους από τις οποίες εξαρτάται, ενώ όλες οι υπόλοιπες θέσεις παίρνουν τιμή μηδέν.

Ένα παράδειγμα πίνακα εξομάλυνσης φαίνεται στο σχήμα 3.5 για το μοντέλο του σχήματος 3.4. Εφόσον το μοντέλο αποτελείται από πέντε παραμέτρους, ο πίνακας εξομάλυνσης θα έχει διαστάσεις 5×5 .

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Σχήμα 3.5: Παράδειγμα πίνακα εξομάλυνσης για μοντέλο πέντε παραμέτρων.

3.7.3 Πολλαπλασιαστής Lagrange

Όταν σε ένα πρόβλημα χρειάζεται να τεθεί κάποιος περιορισμός, γίνεται χρήση του πολλαπλασιαστή Lagrange, λ . Στη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιείται για να ελεγχθεί ο βαθμός της εξομάλυνσης. Όμως η εύρεση της τιμής του είναι δύσκολη και αποτελεί πρόβλημα σε κάθε διαδικασία εξομαλυμένης αντιστροφής. Μεγάλες τιμές του λ οδηγούν σε πολύ εξομαλυμένα μοντέλα, ενώ αν το λ παίρνει μικρές τιμές, η επίδραση της εξομάλυνσης είναι μικρή και οδηγεί σε αστάθεια της λύσης. Συνήθως η μέθοδος που ακολουθείται είναι η υπόθεση αρχικά μίας μεγάλης τιμής για να αποφευχθεί η αστάθεια και στη συνέχεια, όσο βελτιώνεται η λύση, να ελαττώνεται η τιμή αυτή.

Έχουν προταθεί και άλλες πολλές μέθοδοι εύρεσης του πολλαπλασιαστή Lagrange, όπως είναι η μέθοδος L-curve (Lawson και Hanson, 1974) και η μέθοδος ενεργού εξισορρόπησης (Yi et al., 2003). Η μέθοδος L-curve χρησιμοποιεί την γωνία μιας καμπύλης για να υπολογίσει το λ . Συγκεκριμένα υπολογίζεται η λύση για πολλές τιμές του λ και γίνεται χαρτογράφηση της ποσότητας $\|x\|^2$ σε συνάρτηση με την ποσότητα $\|Jx - y\|^2$, σε λογαριθμική κλίμακα, στην οποία η καμπύλη τυπικά μοιάζει με το

σχήμα του γράμματος L. Η παράμετρος που αντιστοιχεί στην γωνία του L θεωρείται ότι είναι μία ικανοποιητική τιμή για τον πολλαπλασιαστή Lagrange. Εδώ το σύμβολο $\|\cdot\|$ υποδηλώνει την ευκλείδεια νόρμα.

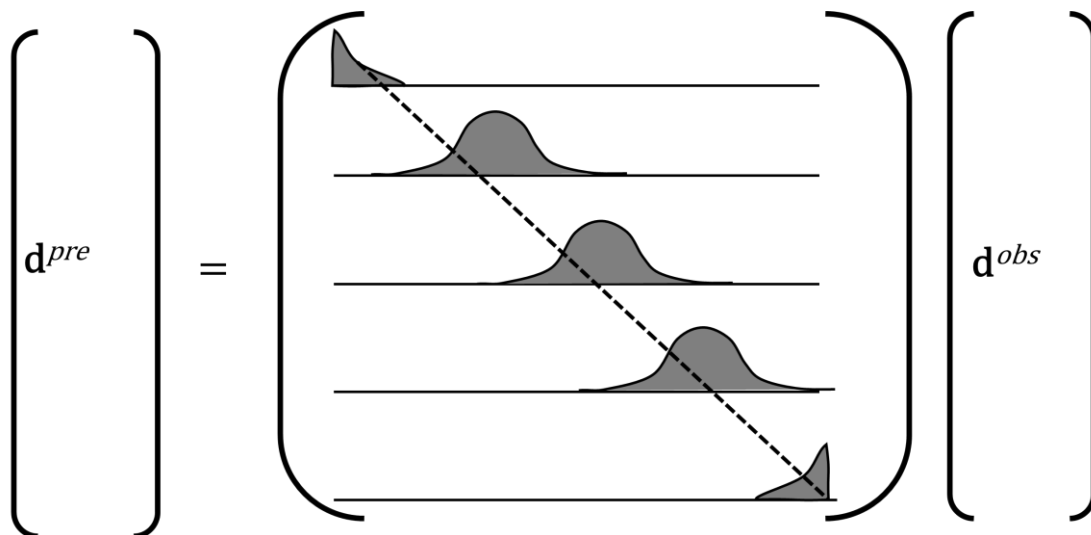
Η μέθοδος ενεργού εξισορρόπησης (Active Constrained Balancing) κάνει χρήση του πίνακα ανάλυσης R (Resolution Matrix). Ειδικότερα ο πίνακας ανάλυσης δείχνει το πόσο καλά καθορισμένη είναι μία παράμετρος και ορίζεται ως:

$$R = (J^T J + \lambda C^T C)^{-1} J^T J \quad (3.22)$$

Κάθε σειρά αντιστοιχεί σε μία παράμετρο. Το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής του πίνακα ανάλυσης πρέπει να είναι ίσο με ένα. Αν μία παράμετρος είναι καλά καθορισμένη, πρέπει η αντίστοιχη γραμμή του πίνακα να έχει τιμή ένα για την παράμετρο αυτή και μηδέν σε όλες τις άλλες θέσεις. Αντίθετα, αν μία παράμετρος δεν είναι καλά καθορισμένη, η γραμμή του πίνακα που αναφέρεται σε αυτή θα έχει τιμές σε όλες τις θέσεις χωρίς να παίρνει την τιμή ένα στην αντίστοιχη θέση, δηλαδή για ένα μοντέλο 4 παραμέτρων ο πίνακας ανάλυσης είναι:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.7 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.5 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

όπου στην πρώτη σειρά έχουμε μία καλά καθορισμένη παράμετρο ενώ στις άλλες σειρές κακώς ορισμένες.



Σχήμα 3.6: Γραφική απεικόνιση επιλεγμένων σειρών του πίνακα ανάλυσης. Στενές κορυφές κοντά στην κύρια διαγώνιο (διακεκομμένη γραμμή) υποδηλώνουν ότι η ανάλυση είναι καλή. (Τροποποιημένο από Menke, 1989)

Γενικά, η ανάλυση του μοντέλου είναι ικανοποιητική όταν τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα ανάλυσης πλησιάζουν την μονάδα και τα υπόλοιπα στοιχεία είναι μηδενικά ή παίρνουν τιμές κοντά στο μηδέν. Στο σχήμα 3.6 φαίνεται μία γραφική απεικόνιση της απόκλισης του συνθετικού από το πραγματικό μοντέλο με τη χρήση



επιλεγμένων σειρών του πίνακα ανάλυσης. Όσο περισσότερο αποκλίνουν οι κορυφές από την κύρια διαγώνιο, τόσο φτωχότερη είναι η ανάλυση.

Σύμφωνα με τους Yi et al, μία καλά καθορισμένη παράμετρος πρέπει να έχει μικρή τιμή του πολλαπλασιαστή, ενώ αντίθετα μια όχι καλά ορισμένη παράμετρος χρειάζεται μεγάλη τιμή του πολλαπλασιαστή. Για το λόγο αυτό, γίνεται χρήση της συνάρτησης διασποράς Backus-Gilbert, η οποία υπολογίζει την πλευρική κατανομή των γραμμών του πίνακα ανάλυσης. Μεγάλη τιμή της συνάρτησης δηλώνει ότι η παράμετρος είναι κακώς ορισμένη και το αντίστροφο. Η συνάρτηση διασποράς για την i παράμετρο υπολογίζεται ως εξής:

$$SP_i = \sum_{j=1}^N (W_{ij}(1 - S_{ij})R_{ij})^2 \quad (3.24)$$

όπου N είναι ο αριθμός των παραμέτρων, W_{ij} ο παράγοντας βάρους που υπολογίζεται από τις πλευρικές χωρικές αποστάσεις της παραμέτρου i με όλες τις υπόλοιπες j . Εδώ ο πίνακας S_{ij} χρησιμοποιείται για να λαμβάνεται υπόψη και η εξομάλυνση στην αντιστροφή. Το στοιχείο S_{ij} είναι 1 όταν το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα εξομάλυνσης C_{ij} είναι μη μηδενικό και μηδέν σε όλες τις άλλες θέσεις.

4. Multi1D: Λογισμικό Αντιστροφής Δεδομένων Βυθοσκοπήσεων

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει περιγραφή του αλγορίθμου της αντιστροφής για τα γεωηλεκτρικά δεδομένα και θα αναπτυχθεί τμήμα του κώδικα που αναπτύχθηκε στην διπλωματική αυτή. Επίσης, θα γίνει παρουσίαση του γραφικού περιβάλλοντος του λογισμικού Multi1D, καθώς και εφαρμογή του σε συνθετικά και πραγματικά δεδομένα. Ο κώδικας είναι γραμμένος σε περιβάλλον MATLAB.

Το Multi1D είναι ένα πρόγραμμα που υλοποιεί αντιστροφή μίας διάστασης (1D) γεωηλεκτρικών δεδομένων. Επίσης δίνει την δυνατότητα παραγωγής μιας ψευδοτομής για δεδομένα δύο διαστάσεων (πολλές βυθοσκοπήσεις).

Ο προγραμματισμός έγινε σε περιβάλλον Mathworks Matlab version 2015a. Η μοναδική απαίτηση για την εκτέλεση του προγράμματος είναι ο υπολογιστής να έχει εγκατεστημένη την Matlab. Το Multi1D έχει δοκιμαστεί σε κάθε λειτουργικό που υποστηρίζεται από την Matlab (Windows, Linux, Mac, Solaris).

4.1 Περιγραφή Αλγορίθμου

Για την κατασκευή του αλγόριθμου, δοθέντος ενός συνόλου μετρήσεων d :

- Ανάγνωση των δεδομένων μέτρησης
- Δημιουργία παραμέτρων του μοντέλου
- Παράγεται ο πίνακας C που εκφράζει την εξομάλυνση του μοντέλου
- Καθορίζεται μια αρχική εκτίμηση του μοντέλου x_0 και υπολογίζεται η απόκριση του μοντέλου $f(x_0)$
- Υπολογίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας J για την κατανομή αντιστάσεων x_0
- Ορίζεται η αρχική τιμή του πολλαπλασιαστή Lagrange
- Ορίζονται τα κριτήρια τερματισμού της επανάληψης.

Στην k επανάληψη, η διόρθωση του μοντέλου δίνεται από την σχέση:

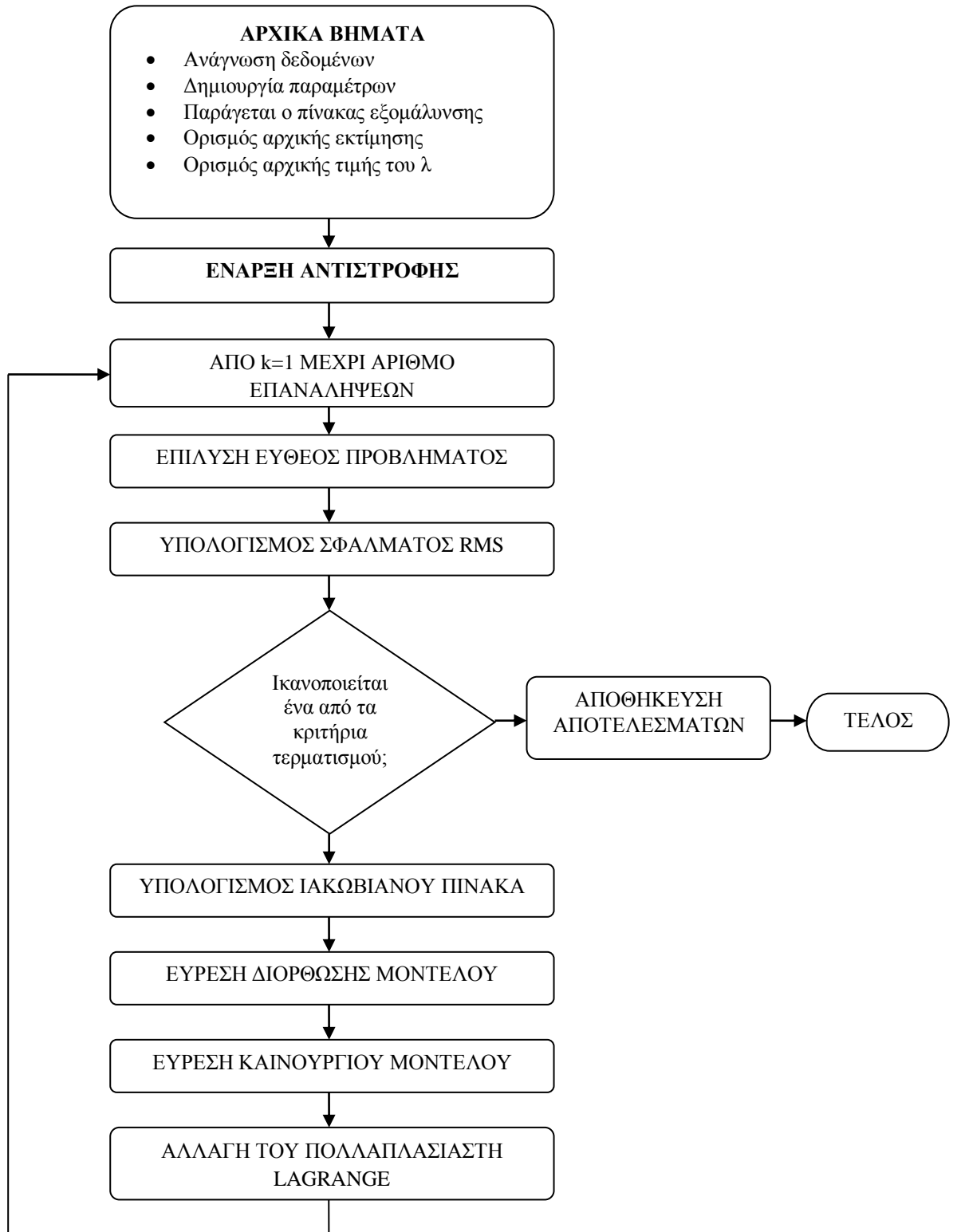
$$dx_k = (J_k^T J_k + \lambda_k C^T C)^{-1} J_k^T dy_k \quad (4.1)$$

όπου J_k είναι ο Ιακωβιανός πίνακας για την κατανομή αντιστάσεων x_k , μ_k είναι ο πολλαπλασιαστής Lagrange για την k επανάληψη και dy_k είναι η διαφορά πραγματικών και υπολογιζόμενων δεδομένων για την k επανάληψη.

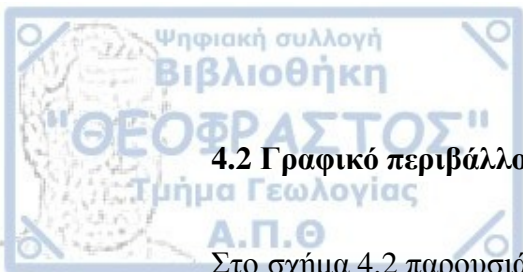
Στη συνέχεια ορίζεται η καινούργια εκτίμηση του μοντέλου προσθέτοντας την διόρθωση στην προηγούμενη τιμή $x_{k+1} = x_k + dx_k$ και υπολογίζεται για αυτήν το ευθύ πρόβλημα.

Εάν ικανοποιείται κάποιο από τα κριτήρια τερματισμού, η διαδικασία επανάληψης τερματίζει, αλλιώς υπολογίζεται η νέα εκτίμηση του Ιακωβιανού πίνακα J_{k+1} και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζεται ένα διάγραμμα ροής που περιγράφει τον αλγόριθμο της αντιστροφής.

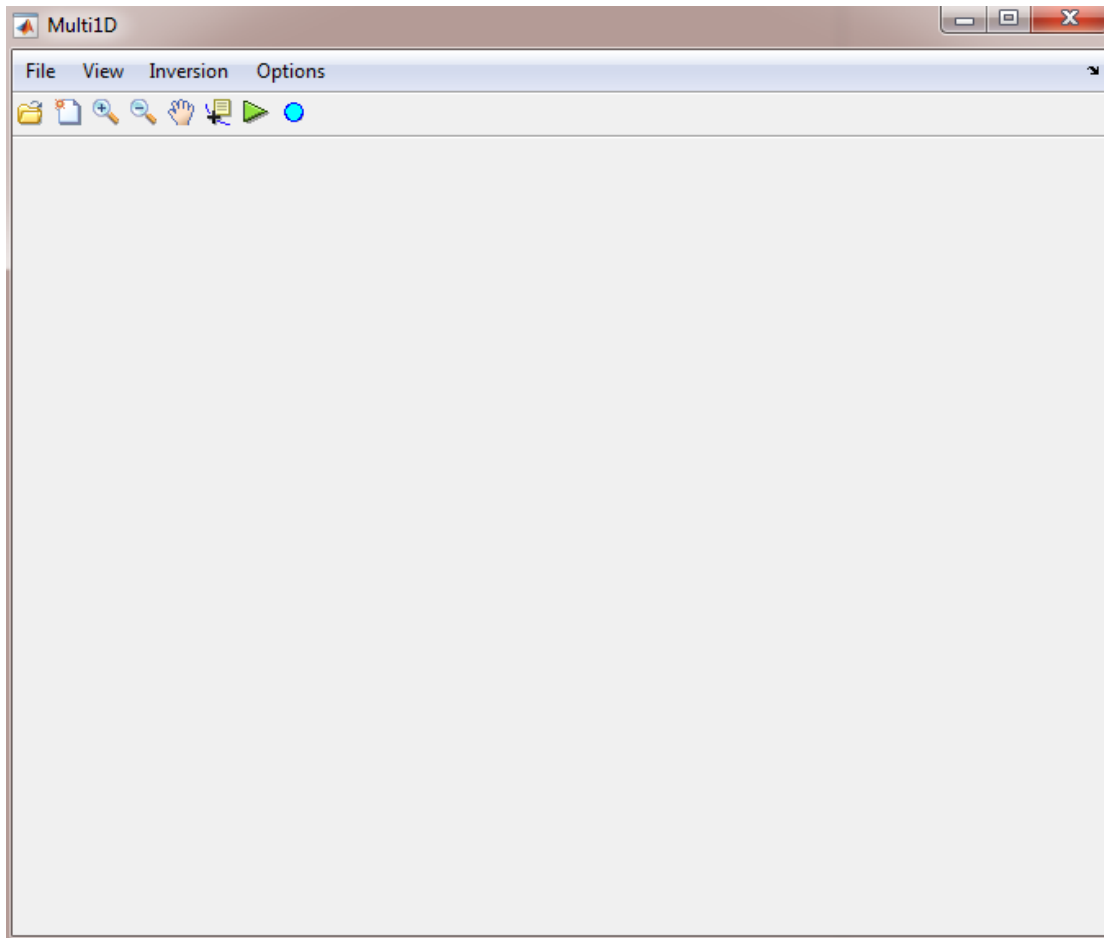


Σχήμα 4.1: Διάγραμμα ροής του αλγόριθμου επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος για τα γεωηλεκτρικά δεδομένα.



4.2 Γραφικό περιβάλλον

Στο σχήμα 4.2 παρουσιάζεται το παράθυρο του κυρίως προγράμματος.

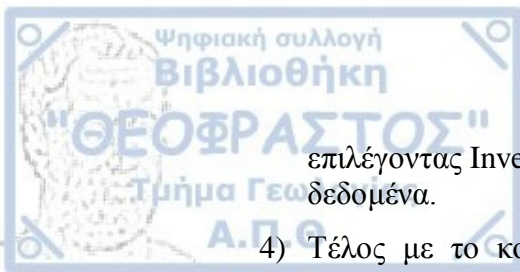


Σχήμα 4.2: Κυρίως πρόγραμμα

Η εκτέλεση του προγράμματος γίνεται με πληκτρολόγηση στο Command Window της Matlab το όνομα του προγράμματος "Multi1D", με την προϋπόθεση ο τρέχων φάκελος να περιέχει το αρχείο ή εναλλακτικά με την εκτέλεση του αρχείου Multi1D.m και πατώντας την επιλογή Run στο Editor της Matlab.

Στην γραμμή μενού υπάρχουν τέσσερις επιλογές: File, View, Inversion και Options.

- 1) Από την επιλογή File γίνεται ανάγνωση των δεδομένων. Συγκεκριμένα επιλέγοντας File → Open 1D Data διαβάζεται ένα αρχείο με δεδομένα μία βυθοσκόπησης. Αντίστοιχα επιλέγοντας File → Open 2D Data διαβάζεται ένα αρχείο πολλών βυθοσκοπήσεων, δηλαδή 2D δεδομένα.
- 2) Με την επιλογή View δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να δει τον Ιακωβιανό πίνακα και τον πίνακα ανάλυσης σε κάθε αντιστροφή, επιλέγοντας View → Jacobian Matrix και View → Resolution Matrix, αντίστοιχα.
- 3) Από το κουμπί Inversion γίνεται η αντιστροφή. Συγκεκριμένα πατώντας Inversion → Inversion 1D γίνεται αντιστροφή για 1D δεδομένα, ενώ



επιλέγοντας Inversion → Pseudo 2D παρουσιάζεται μια ψευδοτομή για 2D δεδομένα.

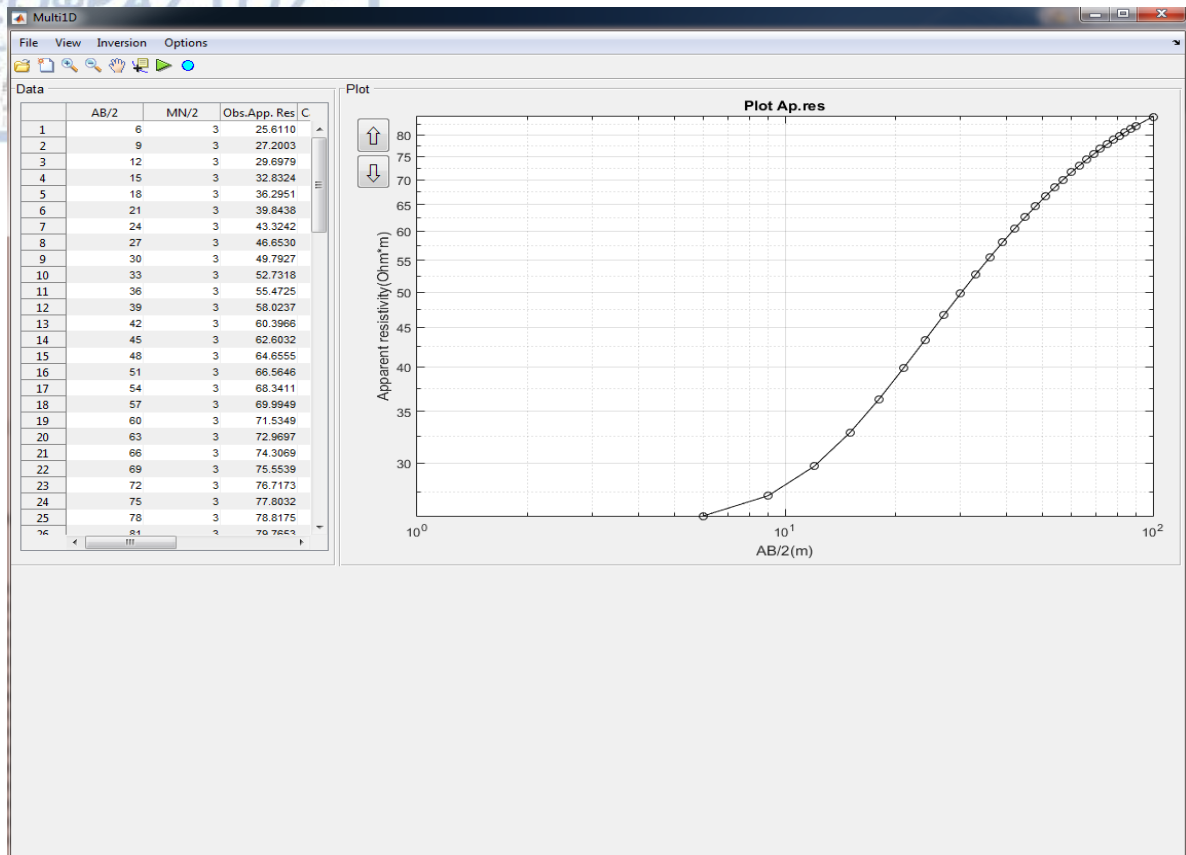
4) Τέλος με το κουμπί Options ο χρήστης μπορεί να ρυθμίσει κάποιες παραμέτρους της αντιστροφής.

Η γραμμή εργαλειών, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2, περιέχει τις εξής επιλογές από αριστερά προς τα δεξιά:

- Ανάγνωση δεδομένων
- Δημιουργία νέου αρχείου δεδομένων
- Zoom In: Με την επιλογή αυτή γίνει μεγέθυνση του διαγράμματος. Αναφέρεται στο plot.
- Zoom Out: Με την επιλογή αυτή γίνει σμίκρυνση του διαγράμματος. Αναφέρεται στο plot.
- Pan: Γίνεται μετατόπιση του διαγράμματος προς την διεύθυνση που θέλει ο χρήστης. Αναφέρεται στο plot.
- Επιλογή σημείων πάνω στο διάγραμμα: Αναφέρεται στο plot
- Αντιστροφή 1D δεδομένων
- Fix: Φιξάρει το πρώτο στρώμα του μοντέλου. Δηλαδή δίνει στο χρήστη την δυνατότητα να δώσει προκαθορισμένες τιμές των παραμέτρων του μοντέλου για το πρώτο στρώμα, οι οποίες δεν θα αλλάξουν κατά την διάρκεια της αντιστροφής. Αυτή η επιλογή είναι χρήσιμη στην περίπτωση που το επιφανειακό στρώμα είναι νερό.

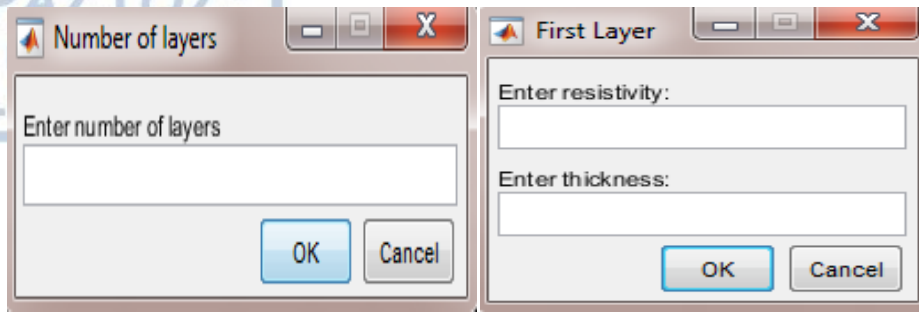
Ο χρήστης πρέπει να ακολουθήσει τα εξής βήματα για αντιστροφή δεδομένων μίας βυθοσκόπησης:

1) Πρώτα γίνεται ανάγνωση του αρχείου των δεδομένων επιλέγοντας File → Open 1D Data. Η μορφή που πρέπει να έχει το αρχείο περιγράφεται παρακάτω. Στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζεται η οθόνη του προγράμματος μετά την εισαγωγή των δεδομένων. Στο αριστερό τμήμα της οθόνης εμφανίζεται ένας πίνακας που αποτελείται αρχικά από τρεις στήλες, τις αποστάσεις $AB/2$, $MN/2$ και τις φαινόμενες αντιστάσεις όπως διαβάστηκαν από το αρχείο. Επίσης συμπληρώνεται μία ακόμη στήλη που αποτελείται από τον γεωμετρικό παράγοντα σε κάθε μέτρηση. Στο δεξί τμήμα εμφανίζεται το plot με την καμπύλη των φαινόμενων αντιστάσεων σε συνάρτηση με τις αποστάσεις $AB/2$.



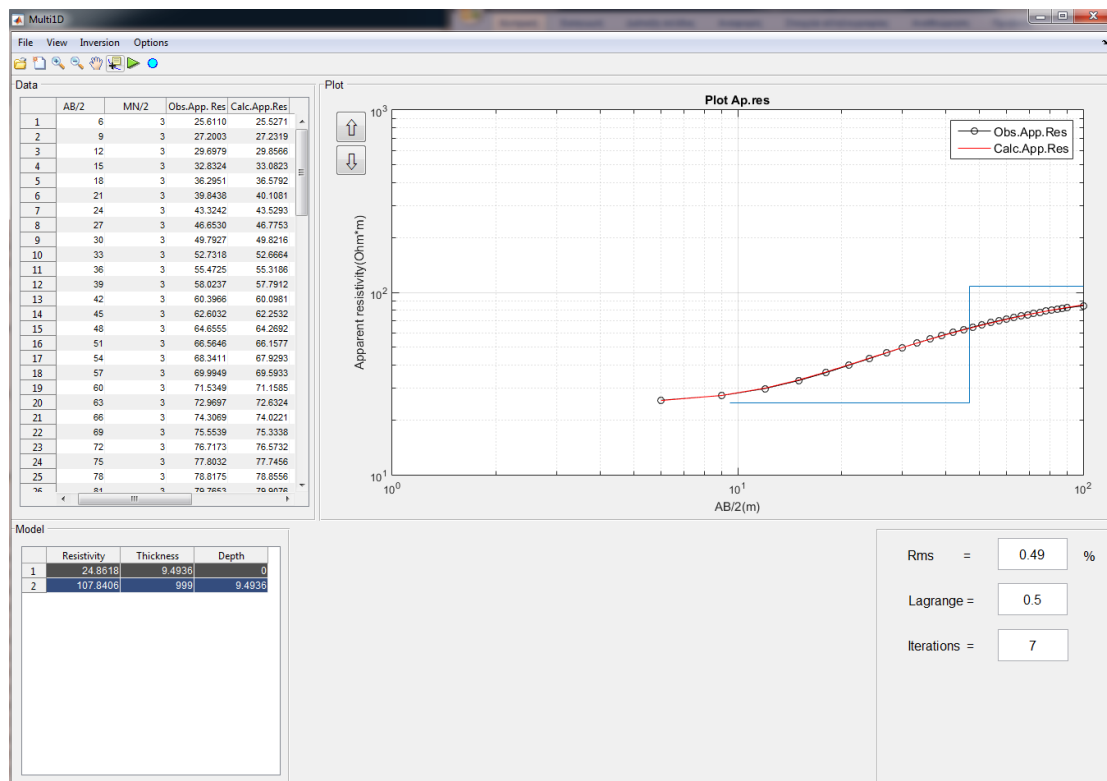
Σχήμα 4.3: Οθόνη προγράμματος μετά την εισαγωγή δεδομένων.

- 2) Στη συνέχεια εκτελείται η αντιστροφή επιλέγοντας Inversion → Inversion 1D. Με την επιλογή του κουμπιού 'Inversion 1D' εμφανίζεται στην οθόνη το πλαίσιο του σχήματος 4.4a όπου ζητείται από τον χρήστη να επιλέξει αριθμό στρωμάτων. Αν ο χρήστης θέλει να κάνει fix το πρώτο στρώμα πρέπει να ενεργοποιήσει την επιλογή Fix από την γραμμή εργαλείων. Σε αυτή την περίπτωση μετά την επιλογή αριθμού στρωμάτων, θα εμφανιστεί στην οθόνη και ένα δεύτερο πλαίσιο, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.4b όπου θα ζητείται από τον χρήστη η ηλεκτρολόγηση των καθορισμένων τιμών των παραμέτρων του μοντέλου για το πρώτο στρώμα. Μετά την επιλογή των στρωμάτων εκτελείται η αντιστροφή και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για κάθε επανάληψη στην οθόνη μέχρι να καταλήξει στο τελικό μοντέλο. Η οθόνη, την οποία παρουσιάζει το πρόγραμμα φαίνεται στο σχήμα 4.5 και αποτελείται από τέσσερις περιοχές. Στην πάνω αριστερά περιοχή βρίσκεται ο ίδιος πίνακας



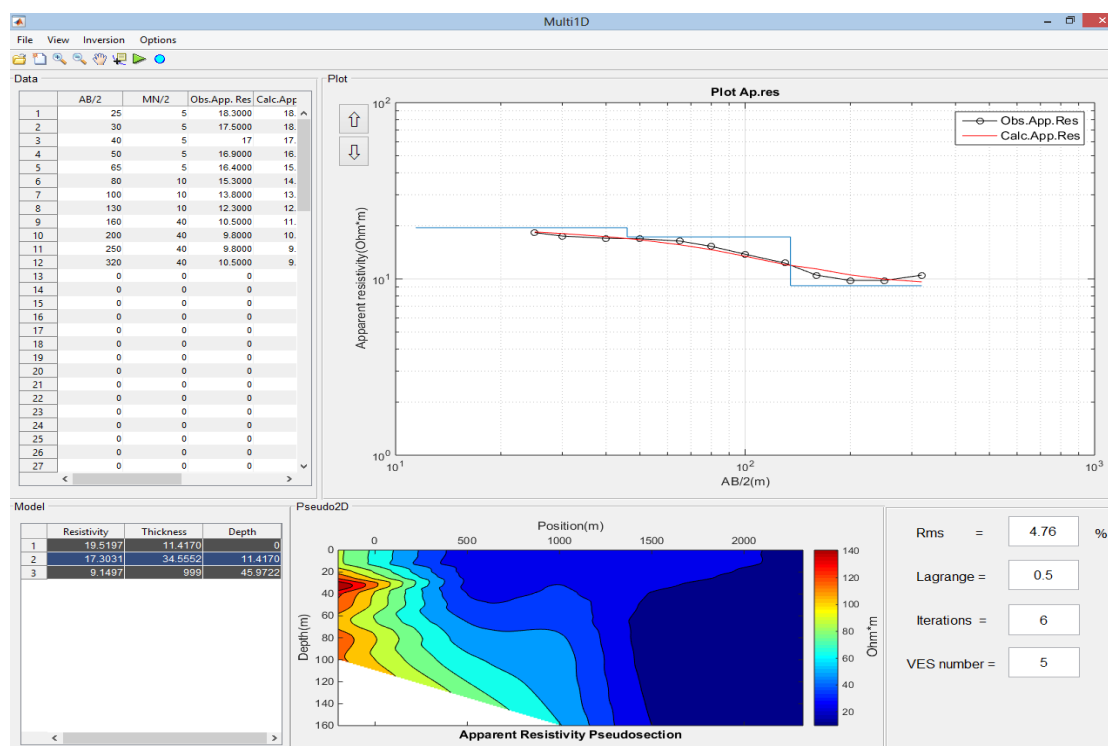
Σχήμα 4.4: α) Επιλογή αριθμού στρωμάτων, β) Επιλογή τιμών παραμέτρων για το πρώτο στρώμα.

που αναφέρθηκε προηγουμένως, αλλά έχουν προστεθεί επιπλέον στήλες που αφορούν: τις υπολογισμένες φαινόμενες αντιστάσεις (Calc.App.Res) από το μοντέλο που προέκυψε, τη διαφορά μεταξύ παρατηρούμενων και υπολογιζόμενων φαινόμενων αντιστάσεων ($\Delta\rho$) και τη σχετική τους διαφορά ($\Delta\rho\%$). Στην περιοχή δίπλα από τον πίνακα υπάρχει και πάλι το plot με τις καμπύλες των φαινόμενων αντιστάσεων, με μαύρο χρώμα για την καμπύλη των παρατηρούμενων και με κόκκινο χρώμα για την καμπύλη των υπολογιζόμενων, όπως φαίνεται στο υπόμνημα του διαγράμματος. Επίσης γίνεται χρήση της εντολής stairs, με την οποία διαχωρίζονται τα στρώματα πάνω στο διάγραμμα (μπλε γραμμή). Αριστερά κάτω εμφανίζεται ο πίνακας με το μοντέλο που προέκυψε. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τρεις στήλες, για την αντίσταση, το πάχος και το βάθος του κάθε στρώματος. Τέλος δεξιά κάτω εμφανίζεται ένα παράθυρο με το RMS που προέκυψε από την αντιστροφή, την τιμή του πολλαπλασιαστή Lagrange και τον αριθμό επαναλήψεων.



Σχήμα 4.5: Οθόνη προγράμματος μετά την εκτέλεση της αντιστροφής.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το πρόγραμμα δίνει την δυνατότητα κατασκευής μιας ψευδοτομής για δεδομένα δύο διαστάσεων. Το αρχείο με τα δεδομένα προκύπτει με την εκτέλεση πολλών διαδοχικών βυθοσκοπήσεων, τα κέντρα των οποίων απέχουν κάποια απόσταση μεταξύ τους. Έτσι γίνεται καταγραφή τόσο της πλευρικής, όσο και της εις βάθος μεταβολής της αντίστασης. Το αρχείο αποτελείται από τις θέσεις των ηλεκτροδίων και τις φαινόμενες αντιστάσεις που μετρήθηκαν. Με τη χρήση αυτού γίνεται κατασκευή της ψευδοτομής, η οποία αποτελεί έναν χάρτη φαινόμενων αντιστάσεων. Στην ψευδοτομή, τα δεδομένα απεικονίζονται σαν κατακόρυφες τομές του εδάφους. Κάθε τιμή της αντίστασης τοποθετείται στο σημείο τομής δύο ευθειών που έχουν ως αρχή το κέντρο της διάταξης και σχηματίζουν γωνία 45° με το οριζόντιο επίπεδο. Για την προβολή της ψευδοτομής 2D δεδομένων ακολουθείται η εξής διαδικασία:



Σχήμα 4.6: Οθόνη προγράμματος για την κατασκευή της ψευδοτομής.

- 1) Πρώτα γίνεται ανάγνωση του αρχείου των δεδομένων επιλέγοντας File → Open 2D Data. Η μορφή που πρέπει να έχει το αρχείο περιγράφεται παρακάτω. Επιλέγοντας το κουμπί 'Open 2D Data', το πρόγραμμα τρέχει πολλές αντιστροφές για διαφορετικό αριθμό στρωμάτων για κάθε σετ δεδομένων για να καθορίσει τον βέλτιστο αριθμό στρωμάτων για κάθε βυθοσκόπηση. Η διαδικασία αυτή διαρκεί λίγα δευτερόλεπτα και ο χρόνος εξαρτάται από τον αριθμό των βυθοσκοπήσεων.
- 2) Στη συνέχεια γίνεται προβολή της ψευδοτομής επιλέγοντας Inversion → Pseudo 2D. Η κατασκευή της ψευδοτομής χρειάζεται λίγα δευτερόλεπτα και ο χρόνος εξαρτάται από τον αριθμό των βυθοσκοπήσεων. Η τελική οθόνη

παρουσιάζεται στο σχήμα 5.5. Οι περιοχές στην οθόνη είναι οι ίδιες με την αντιστροφή για 1D δεδομένα, με την προσθήκη ενός ακόμη διαγράμματος στο κάτω μέρος της οθόνης για την προβολή της ψευδοτομής. Επίσης προστίθενται και δύο βέλη, με τα οποία γίνεται εναλλαγή των βυθοσκοπήσεων, καθώς είναι δυνατόν να προβάλλονται στην οθόνη κάθε φορά τα αποτελέσματα μόνο για μία από τις βυθοσκοπήσεις.

4.3 Μορφή αρχείων δεδομένων

Στην περίπτωση της αντιστροφής σε 1D δεδομένα, το αρχείο πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 3 στήλες. Η πρώτη στήλη πρέπει να περιέχει τις αποστάσεις MN/2, η δεύτερη στήλη τις αποστάσεις AB/2 και η τρίτη στήλη τις φαινόμενες αντιστάσεις που μετρήθηκαν. Κάθε γραμμή αναπαριστά μία μέτρηση. Ένα παράδειγμα αρχείου παρουσιάζεται παρακάτω:

AB/2	MN/2	Ap.Res
3	6	25.6110
3	9	27.2003
3	12	29.6979
3	15	32.8324
3	18	36.2951
3	21	39.8438
3	24	43.3242
3	27	46.6530
3	30	49.7927
3	33	52.7318
3	36	55.4725
3	39	58.0237
3	42	60.3966
3	45	62.6032
3	48	64.6555
3	51	66.5646
3	54	68.3411
3	57	69.9949

Το αρχείο αυτό αποτελείται από 18 μετρήσεις. Η πρώτη γραμμή αποτελεί την πρώτη μέτρηση. Για αποστάσεις MN/2 = 3 και AB/2 = 6, η φαινόμενη αντίσταση που μετρήθηκε είναι $\rho_a=25.6110$. Η δεύτερη γραμμή αντίστοιχα αποτελεί την δεύτερη μέτρηση, όπου για αποστάσεις MN/2 = 3 και AB/2 = 9, μετρήθηκε φαινόμενη αντίσταση ίση με 27.2003 και ούτω καθεξής.

Στην περίπτωση της κατασκευής για 2D δεδομένα, το αρχείο πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 5 στήλες. Στην πρώτη στήλη πρέπει να υπάρχει η θέση του ηλεκτροδίου

ρεύματος A, στην δεύτερη στήλη η θέση του ηλεκτροδίου ρεύματος B, στην τρίτη η θέση του ηλεκτροδίου δυναμικού M, στην τέταρτη η θέση του ηλεκτροδίου δυναμικού N και στην πέμπτη οι φαινόμενες αντιστάσεις που μετρήθηκαν. Κάθε γραμμή αναπαριστά μία μέτρηση. Ένα παράδειγμα αρχείου παρουσιάζεται παρακάτω:

x_A	x_B	x_M	x_N	Ap.Res
475.000000	525.000000	495.000000	505.000000	27.799999
470.000000	530.000000	495.000000	505.000000	30.700001
460.000000	540.000000	495.000000	505.000000	31.700001
450.000000	550.000000	495.000000	505.000000	32.400002
450.000000	550.000000	490.000000	510.000000	32.700001
435.000000	565.000000	495.000000	505.000000	31.799999
435.000000	565.000000	490.000000	510.000000	32.700001
420.000000	580.000000	490.000000	510.000000	35.900002
400.000000	600.000000	490.000000	510.000000	40.400002
370.000000	630.000000	490.000000	510.000000	48.599998
340.000000	660.000000	490.000000	510.000000	55.700001
340.000000	660.000000	460.000000	540.000000	51.799999
300.000000	700.000000	490.000000	510.000000	65.199997
300.000000	700.000000	460.000000	540.000000	61.799999

Το αρχείο αυτό αποτελείται από 14 μετρήσεις. Η πρώτη γραμμή αποτελεί την πρώτη μέτρηση. Για θέσεις ηλεκτροδίων $x_A=475.000000$, $x_B=525.000000$, $x_M=495.000000$, $x_N=505.000000$, μετρήθηκε φαινόμενη αντίσταση $\rho_a=27.799999$. Αντίστοιχα και για τις υπόλοιπες μετρήσεις.

4.4 Κώδικας Αντιστροφής

Στο παρόν υποκεφάλαιο, θα αναπτυχθεί τμήμα του κώδικα της αντιστροφής στην μία διάσταση που αναπτύχθηκε στην εργασία αυτή. Στο τμήμα αυτό δεν περιλαμβάνεται η επίλυση του ευθέως προβλήματος και των φίλτρων που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς ο υπολογισμός του μπορεί να γίνει με οποιοδήποτε γνωστό αλγόριθμο.

4.4.1 Σχηματισμός αρχικών πινάκων

Αρχικά γίνεται σχηματισμός των πινάκων, μετά την εισαγωγή του αρχείου των δεδομένων. Οι πίνακες που σχηματίζονται είναι τρεις: 1) Αποστάσεις MN/2 (mn_2), 2) Αποστάσεις AB/2 (ab_2) και 3) Φαινόμενες αντιστάσεις ($obsapres$). Επίσης εκχωρείται στη μεταβλητή 'num_meas' ο αριθμός των μετρήσεων.

```
real_data = uigetfile('*.');  
real_data = load(real_data);  
mn2 = real_data(:,1);  
ab2 = real_data(:,2);  
obsapres = real_data(:,3);  
num_meas = length(ab2);
```

4.4.2 Υπολογισμός Γεωμετρικού Παράγοντα Geom

```
function [geom,r]=calculate_geom(ab2,mn2)  
z=1;  
num_meas=length(ab2);  
for i=1:num_meas  
    r(z)=ab2(i)-mn2(i);  
    r(z+1)=ab2(i)+mn2(i);  
  
    geom(i,1)=3.14159265359*(((ab2(i)^2)-(mn2(i)^2))/(2*mn2(i)));  
  
    z=z+2;  
end
```

4.4.3 Καθορισμός αρχικού μοντέλου

Ο τρόπος υπολογισμού του αρχικού μοντέλου εξαρτάται από τον αλγόριθμο που χρησιμοποιεί ο χρήστης.

```
num_a=1;  
depth=max(ab2)*2/4;  
if num_meas<=10  
    for i=2:num_meas  
        num_a=num_a+i;  
    end  
    num_layers=num_meas;  
else  
    for i=2:num_layers  
        num_a=num_a+2*i-1;  
    end
```

```

end
if value==0 %oxi fix to prwto strwma
    a=depth/num_a;
    b=0;
    for l=1:num_layers
        thick(l)=(l+b)*a;
        b=1;
    end
else %fix to prwto strwma
    a=(depth-first_thick)/num_a;
    b=1;
    for l=2:num_layers
        thick(l)=(l+b)*a;
        b=1;
    end
    thick(1)=first_thick;
end
rmedian=median(obsapres);
for i=1:num_layers
    resis(i)=rmedian;
end
if value==1
    resis(1)=first_res;
end

```

4.4.4 Υπολογισμός πίνακα εξομάλυνσης C

```

function cTc=function_smooth(num_layers)
    for x=1:2*num_layers-1
        for y=1:2*num_layers-1
            c(x,y)=0;
        end
    end
    y=0;
    for x=2:2*num_layers-1
        y=y+1;
        c(x,y)=-1;
        c(x,x)=1;
    end
    transpose_c=transpose(c);
    cTc=transpose_c*c;

```

4.4.5 Υπολογισμός σφάλματος RMS

```
function rms=calc_rms(apres,obsapres)
sum=0;
rms=0;
num_meas=length(apres);
for i=1:num_meas
    sum=((obsapres(i,1)-apres(i))/(obsapres(i,1)))^2;
    rms=rms+sum;
end
rms=(sqrt(rms/num_meas))*100;
```

4.4.6 Υπολογισμός Ιακωβιανού πίνακα M

```
Function [jac,apres2]=calc_jac(ao,wo,geom,r,oldr,tesis,thick,apres,handles)
num_meas=length(apres);
num_layers=length(oldr);
for i=1:num_layers
    oldr(i)=tesis(i);
end
value=handles.value;
%elegxw an tha kanw fix to prwto strwma
if value==0 %Gia value=1 fix to prwto strwma, gia value=0 oxi.
    pp=1;
else
    pp=2;
end
for y=pp:num_layers;
    oldr(y)=(oldr(y)+0.1*oldr(y));
    apres2=forward_fun(oldr,ao,wo,thick,r,num_meas,geom);
    if value==0
        for x=1:num_meas
            jac(x,y)=(apres2(x)-apres(x))/(0.1*oldr(y));
        end
    else
        for x=1:num_meas
            jac(x,y-1)=(apres2(x)-apres(x))/(0.1*oldr(y));
        end
    end
end
```



```

    for i=1:num_layers
        oldr(i)=resis(i);
    end
end
if value==0
    for x=1:num_meas
        for y=pp:num_layers;
            jac(x,y)=jac(x,y)*oldr(y)/apres(x);
        end
    end
else
    for x=1:num_meas
        for y=pp:num_layers;
            jac(x,y-1)=jac(x,y-1)*oldr(y)/apres(x);
        end
    end
end
end

```

4.4.7 Υπολογισμός διόρθωσης μοντέλου

```

transpose_jac=transpose(jac);
jTj=transpose_jac*jac;
for i=1:num_meas
    dy(i,1)=log10(oldapres(i,1))-log10(apres(i));
end
ss=lagrang_mult*cTc;
dx=inv(jTj+ss)*transpose_jac*dy;

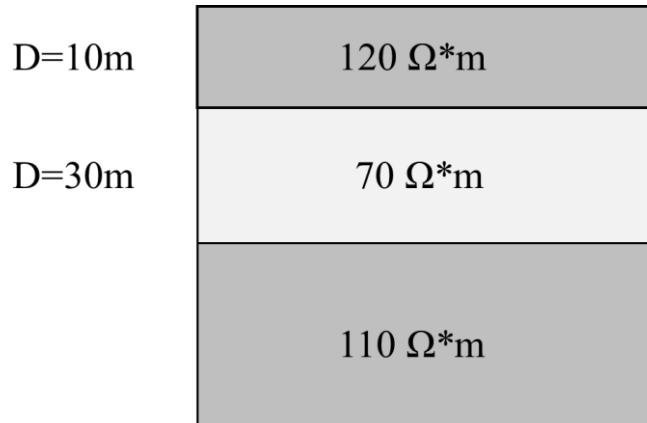
```

4.5 Παραδείγματα χρήσης του λογισμικού

Προκειμένου να αξιολογηθεί ο αλγόριθμος αντιστροφής που αναπτύχθηκε, έγινε εξέταση πολλών δεδομένων, τόσο συνθετικών όσο και πραγματικών. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται κάποια παραδείγματα εφαρμογής του αλγορίθμου, ώστε να διαπιστωθεί αν μπορεί να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα.

4.5.1 Εφαρμογή σε συνθετικά δεδομένα

Για την παραγωγή των συνθετικών δεδομένων κατασκευάστηκε το μοντέλο που φαίνεται στο σχήμα 5.6. Το μοντέλο αυτό αποτελείται από δύο στρώματα και έναν ημιχώρο με αντιστάσεις $\rho_1 = 120 \Omega m$, $\rho_2 = 120 \Omega m$ και $\rho_3 = 120 \Omega m$, αντίστοιχα. Το πάχος του πρώτου στρώματος είναι $D_1 = 10 m$, του δεύτερου $D_2 = 30 m$ ενώ ο ημιχώρος θεωρείται ότι έχει άπειρο πάχος.



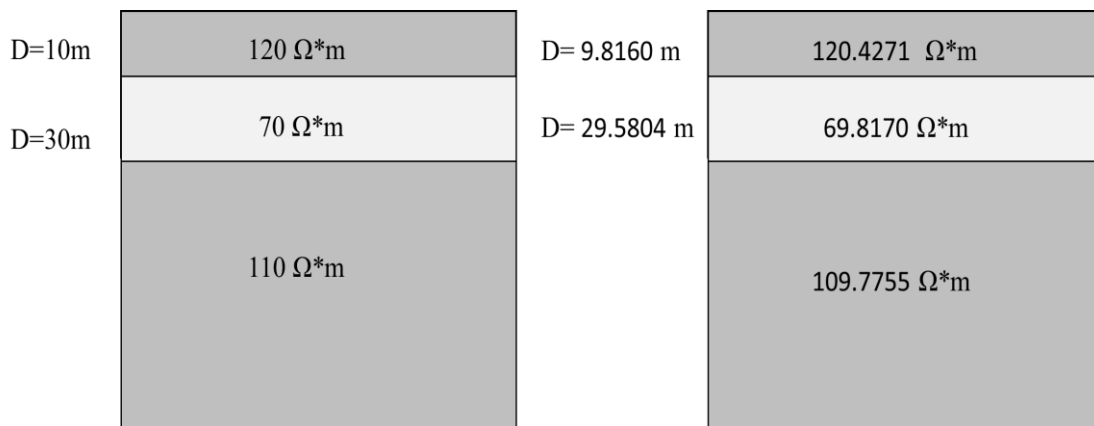
Σχήμα 4.7: Συνθετικό μοντέλο

Υπολογίζοντας το ευθύ πρόβλημα για αυτό το μοντέλο, παράγονται τα δεδομένα που φαίνονται στο σχήμα 5.7a.

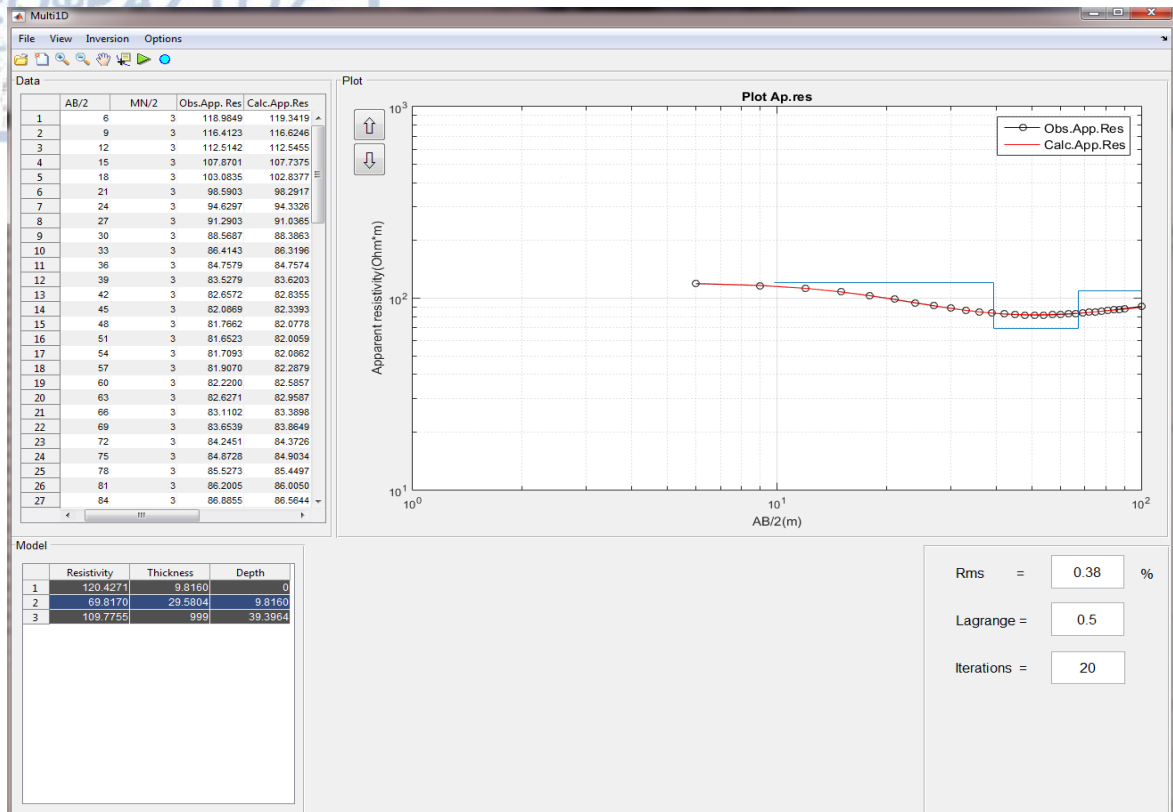
Στη συνέχεια εισάγεται το αρχείο με τα δεδομένα στο πρόγραμμα και πραγματοποιείται η αντιστροφή. Το τελικό μοντέλο που έδωσε η αντιστροφή φαίνεται στο σχήμα 5.8, ενώ η οθόνη του προγράμματος με τα αποτελέσματα της αντιστροφής φαίνεται στο σχήμα 5.9. Όπως παρατηρείται τα αποτελέσματα που έδωσε το πρόγραμμα είναι πολύ κοντά στα πραγματικά και το rms έχει μικρή τιμή ίση με 0,38%, με αποτέλεσμα το πρόγραμμα να δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για συνθετικά δεδομένα.

MN/2	AB/2	Ap . Res	MN/2	AB/2	Ap . Res
3	6	118.9849	3	6	119.3419
3	9	116.4123	3	9	116.6246
3	12	112.5142	3	12	112.5455
3	15	107.8701	3	15	107.7375
3	18	103.0835	3	18	102.8377
3	21	98.5903	3	21	98.2917
3	24	94.6297	3	24	94.3326
3	27	91.2903	3	27	91.0365
3	30	88.5687	3	30	88.3863
3	33	86.4143	3	33	86.3196
3	36	84.7579	3	36	84.7574
3	39	83.5279	3	39	83.6203
3	42	82.6572	3	42	82.8355
3	45	82.0869	3	45	82.3393
3	48	81.7662	3	48	82.0778
3	51	81.6523	3	51	82.0059
3	54	81.7093	3	54	82.0862
3	57	81.9070	3	57	82.2879
3	60	82.2200	3	60	82.5857
3	63	82.6271	3	63	82.9587
3	66	83.1102	3	66	83.3898
3	69	83.6539	3	69	83.8649
3	72	84.2451	3	72	84.3726
3	75	84.8728	3	75	84.9034
3	78	85.5273	3	78	85.4497
3	81	86.2005	3	81	86.0050
3	84	86.8855	3	84	86.5644
3	87	87.5762	3	87	87.1238
3	90	88.2675	3	90	87.6798
3	100	90.5268	3	100	89.4794

Σχήμα 4.8: α) Συνθετικά δεδομένα β) Δεδομένα που προέκυψαν από την αντιστροφή.



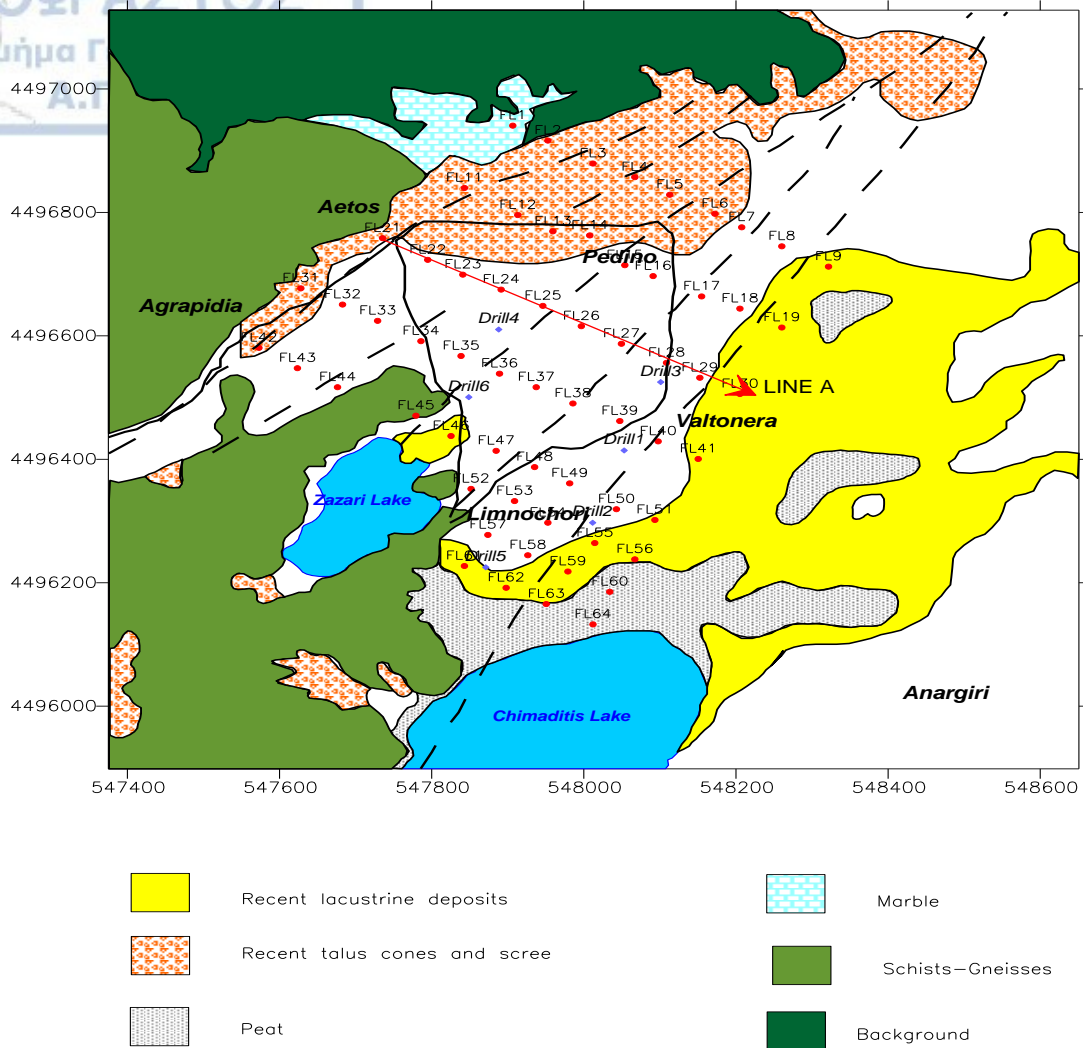
Σχήμα 4.9: Σύγκριση του μοντέλου που έδωσε τα δεδομένα με το μοντέλο που έδωσε η αντιστροφή στο πρόγραμμα.



Σχήμα 4.10: Οθόνη προγράμματος με τα αποτελέσματα της αντιστροφής για τα συνθετικά δεδομένα που εξετάστηκαν.

4.5.2 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

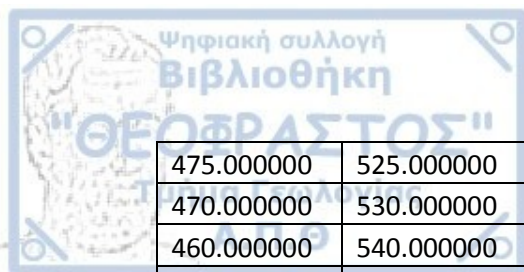
Τα πραγματικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή της ψευδοτομής παρουσιάζονται παρακάτω και προέρχονται από δοκιμές πεδίου στη Φλώρινα. Συγκεκριμένα, εκτελέστηκε γεωφυσική έρευνα στην περιοχή της λεκάνης του Αμυνταίου για τον εντοπισμό του υποβάθρου. Οι βυθοσκοπήσεις πραγματοποιήθηκαν σε ευθεία γραμμή και τα κέντρα τους απέχουν αποστάσεις 500m μεταξύ τους. Στο σχήμα 5.10 φαίνεται η γεωλογία της περιοχής καθώς και η ευθεία (κόκκινη γραμμή) και η θέση των δέκα βυθοσκοπήσεων FL21-FL30.



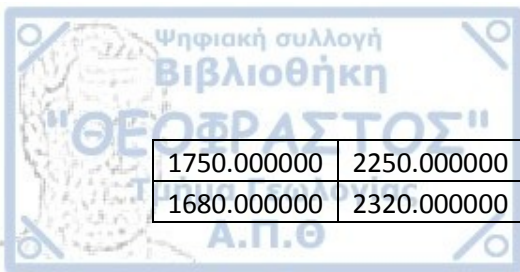
Σχήμα 5.10: Γεωλογία της λεκάνης του Αμννταίου. Επίσης απεικονίζεται η ευθεία γραμμή στην οποία εκτελέστηκαν οι βυθοσκοπήσεις (κόκκινη γραμμή) και η θέση των βυθοσκοπήσεων FL21-FL30.

Το αρχείο που χρησιμοποιείται αποτελείται από δεδομένα για 5 βυθοσκοπήσεις και συγκεκριμένα τις βυθοσκοπήσεις FL21 έως FL25. Τα αποτελέσματα που έδωσε η αντιστροφή φαίνονται στο σχήμα 5.11.

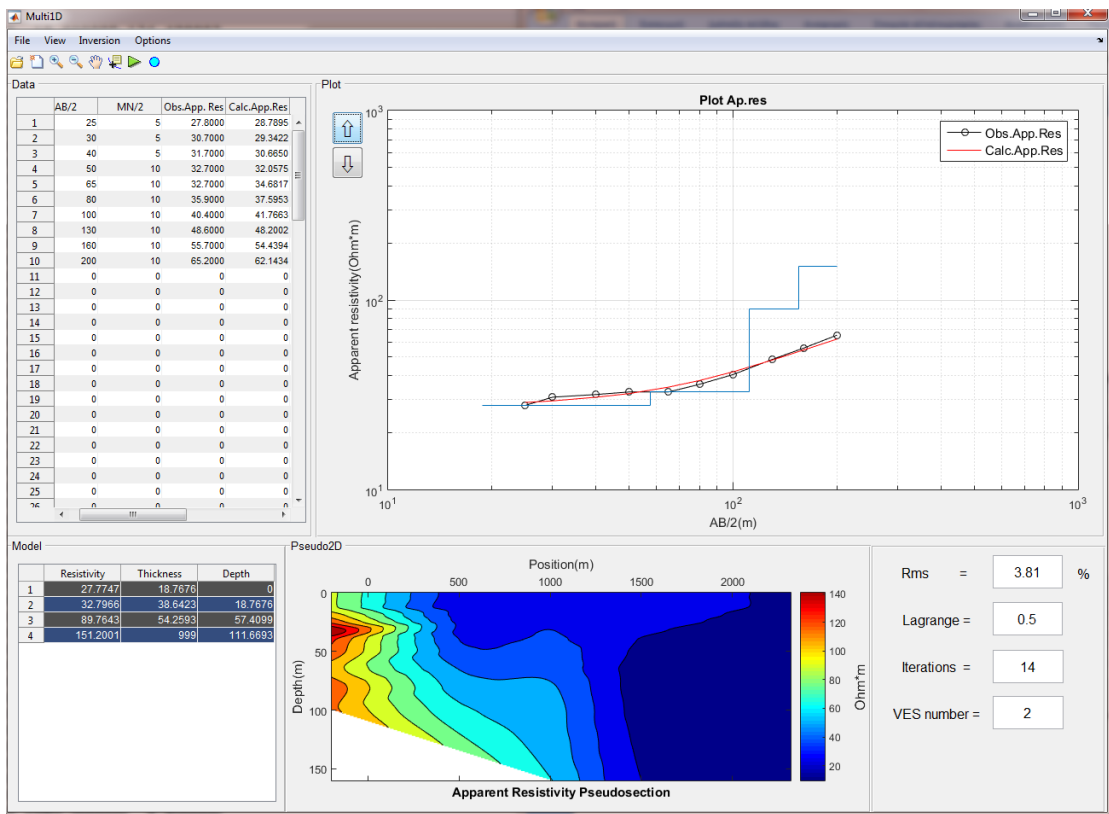
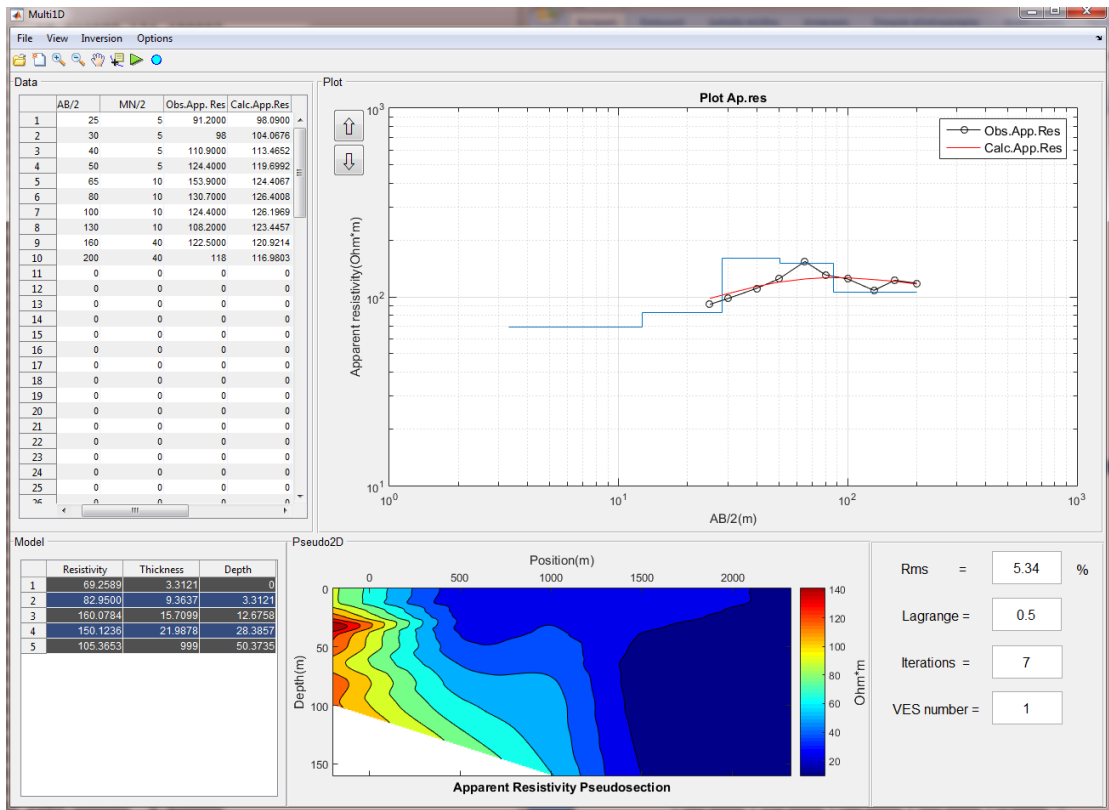
Xa	Xb	Xm	Xn	Ap.Res
-25.000000	25.000000	-5.000000	5.000000	91.199997
-30.000000	30.000000	-5.000000	5.000000	98.000000
-40.000000	40.000000	-5.000000	5.000000	110.900002
-50.000000	50.000000	-5.000000	5.000000	124.400002
-65.000000	65.000000	-10.000000	10.000000	153.899994
-80.000000	80.000000	-10.000000	10.000000	130.699997
-100.000000	100.000000	-10.000000	10.000000	124.400002
-130.000000	130.000000	-10.000000	10.000000	108.199997
-160.000000	160.000000	-40.000000	40.000000	122.500000
-200.000000	200.000000	-40.000000	40.000000	118.000000

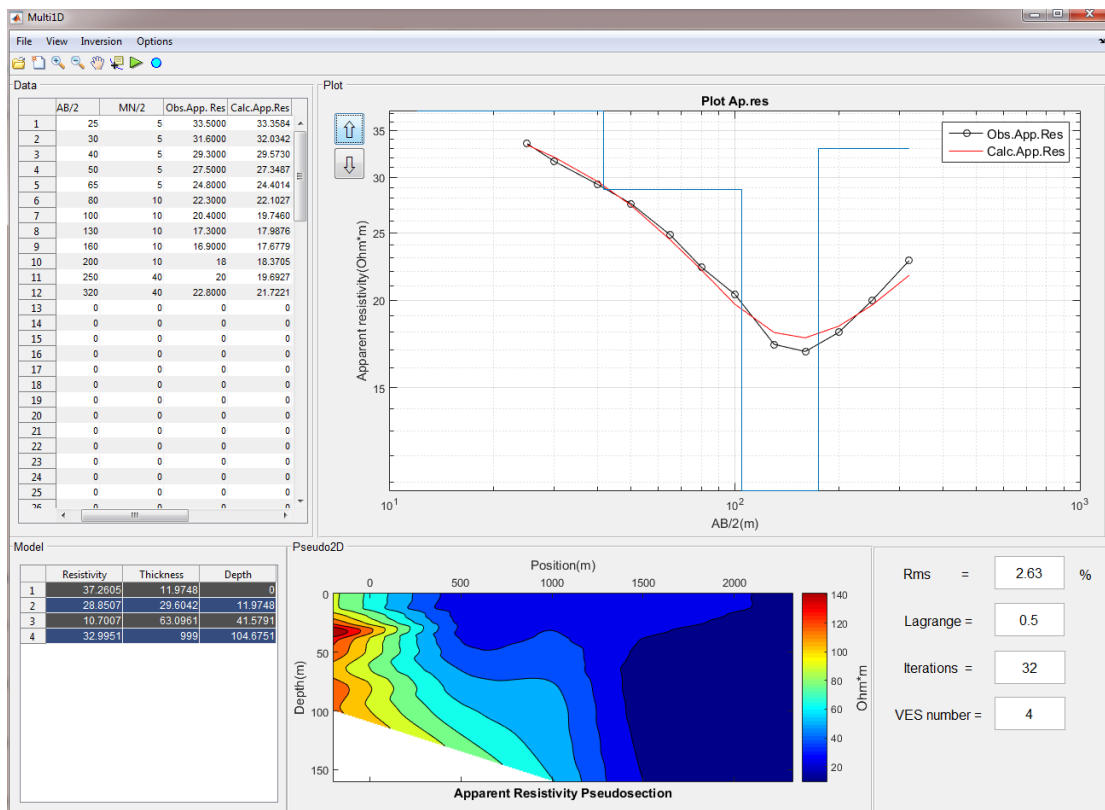
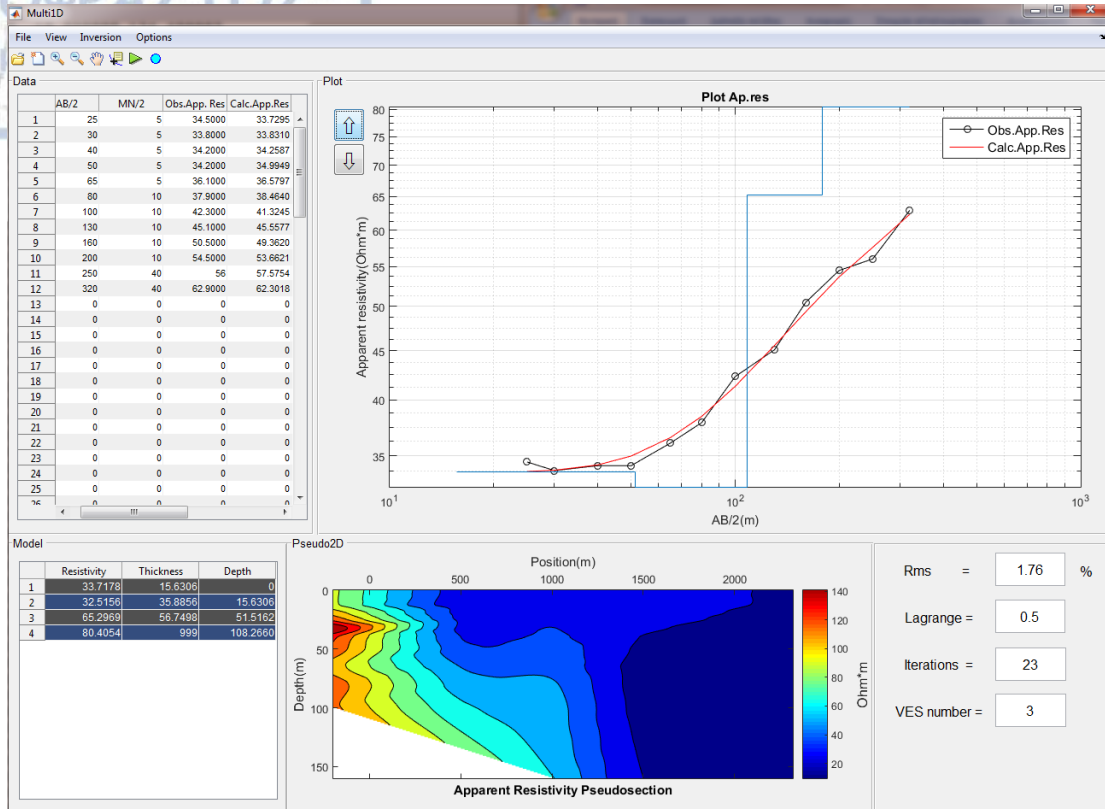


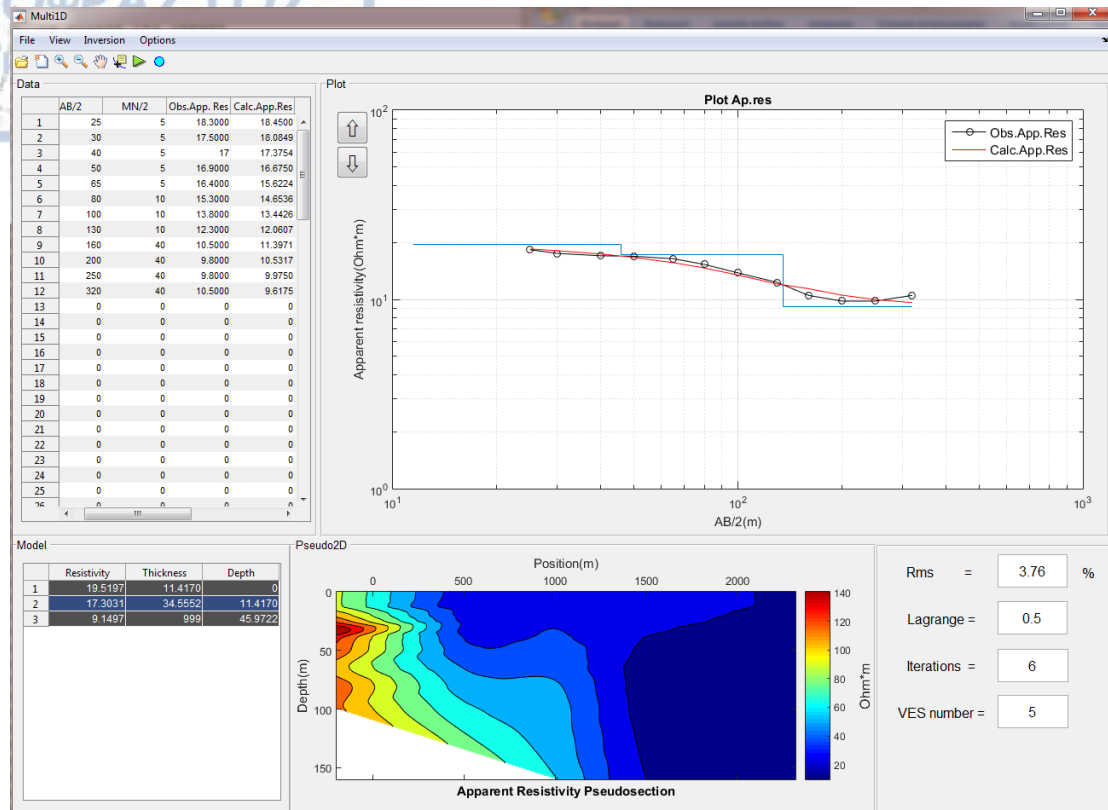
475.000000	525.000000	495.000000	505.000000	27.799999
470.000000	530.000000	495.000000	505.000000	30.700001
460.000000	540.000000	495.000000	505.000000	31.700001
450.000000	550.000000	490.000000	510.000000	32.700001
435.000000	565.000000	490.000000	510.000000	32.700001
420.000000	580.000000	490.000000	510.000000	35.900002
400.000000	600.000000	490.000000	510.000000	40.400002
370.000000	630.000000	490.000000	510.000000	48.599998
340.000000	660.000000	490.000000	510.000000	55.700001
300.000000	700.000000	490.000000	510.000000	65.199997
975.000000	1025.000000	995.000000	1005.000000	34.500000
970.000000	1030.000000	995.000000	1005.000000	33.799999
960.000000	1040.000000	995.000000	1005.000000	34.200001
950.000000	1050.000000	995.000000	1005.000000	34.200001
935.000000	1065.000000	995.000000	1005.000000	36.099998
920.000000	1080.000000	990.000000	1010.000000	37.900002
900.000000	1100.000000	990.000000	1010.000000	42.299999
870.000000	1130.000000	990.000000	1010.000000	45.099998
840.000000	1160.000000	990.000000	1010.000000	50.500000
800.000000	1200.000000	990.000000	1010.000000	54.500000
750.000000	1250.000000	960.000000	1040.000000	56.000000
680.000000	1320.000000	960.000000	1040.000000	62.900002
1475.000000	1525.000000	1495.000000	1505.000000	33.500000
1470.000000	1530.000000	1495.000000	1505.000000	31.600000
1460.000000	1540.000000	1495.000000	1505.000000	29.299999
1450.000000	1550.000000	1495.000000	1505.000000	27.500000
1435.000000	1565.000000	1495.000000	1505.000000	24.799999
1420.000000	1580.000000	1490.000000	1510.000000	22.299999
1400.000000	1600.000000	1490.000000	1510.000000	20.400000
1370.000000	1630.000000	1490.000000	1510.000000	17.299999
1340.000000	1660.000000	1490.000000	1510.000000	16.900000
1300.000000	1700.000000	1490.000000	1510.000000	18.000000
1250.000000	1750.000000	1460.000000	1540.000000	20.000000
1180.000000	1820.000000	1460.000000	1540.000000	22.799999
1975.000000	2025.000000	1995.000000	2005.000000	18.299999
1970.000000	2030.000000	1995.000000	2005.000000	17.500000
1960.000000	2040.000000	1995.000000	2005.000000	17.000000
1950.000000	2050.000000	1995.000000	2005.000000	16.900000
1935.000000	2065.000000	1995.000000	2005.000000	16.400000
1920.000000	2080.000000	1990.000000	2010.000000	15.300000
1900.000000	2100.000000	1990.000000	2010.000000	13.800000
1870.000000	2130.000000	1990.000000	2010.000000	12.300000
1840.000000	2160.000000	1960.000000	2040.000000	10.500000
1800.000000	2200.000000	1960.000000	2040.000000	9.800000



1750.000000	2250.000000	1960.000000	2040.000000	9.800000
1680.000000	2320.000000	1960.000000	2040.000000	10.500000







Σχήμα 5.10: Αποτελέσματα αντιστροφής για κάθε μία από τις βυθοσκοπήσεις.

Σε αυτή την περίπτωση τα σφάλματα rms για κάθε βυθοσκόπηση είναι μεγαλύτερα σε σχέση με το παράδειγμα της 1D αντιστροφής, που παρουσιάστηκε προηγουμένως, λόγω του ότι πρόκειται για πραγματικά δεδομένα, τα οποία περιέχουν θόρυβο και εξαιτίας του μικρού αριθμού μετρήσεων για κάθε βυθοσκόπηση. Παρ'όλα αυτά, τα αποτελέσματα που δίνει το πρόγραμμα θεωρούνται ικανοποιητικά και για τα πραγματικά δεδομένα.

Στην παρούσα εργασία, αναπτύχθηκε αλγόριθμος σε GUI σε περιβάλλον MATLAB, για την υλοποίηση αντιστροφής σε 1D δεδομένα βυθοσκοπήσεων, καθώς και για την κατασκευή μιας ψευδοτομής σε 2D δεδομένα .

Από τη μελέτη πραγματικών δεδομένων παρατηρήθηκε ότι η χρήση γεωηλεκτρικών μεθόδων διασκόπησης είναι από τις πλέον πιο δημοφιλείς τεχνικές για την εύρεση αλλαγών του υπεδάφους. Για την κατανόηση των ηλεκτρικών μεθόδων, έγινε περιγραφή της βασικής θεωρίας τους. Λόγω της ανομοιογένειας της γης, η μέτρηση που λαμβάνεται δεν είναι η πραγματική αλλά μία ποσότητα που ονομάζεται φαινόμενη ειδική αντίσταση. Για την εύρεση των πραγματικών μετρήσεων εφαρμόζεται η θεωρία της αντιστροφής, η οποία αποτελεί το κύριο θέμα αυτής της εργασίας. Έγινε αναφορά στο ευθύ πρόβλημα, η επίλυση του οποίου είναι απαραίτητη για την διαδικασία της αντιστροφής. Συγκριτικά, από τις γνωστές τεχνικές αντιστροφής, αυτή που θεωρείται πιο αξιόπιστη και χρησιμοποιείται είναι η τεχνική της εξομαλυσμένης αντιστροφής. Τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει είναι τα εξής:

- Δεν εξαρτάται από την επιλογή του αρχικού μοντέλου
- Έχει φυσική σημασία
- Εγγυάται σταθερότητα της λύσης

Για την υλοποίηση της εξομαλυσμένης αντιστροφής περιγράφηκε ο Ιακωβιανός πίνακας και ο τρόπος υπολογισμού του, η χρήση του οποίου παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στη διαδικασία. Επίσης παρουσιάστηκε και ο πίνακας εξομάλυνσης, ο οποίος ελέγχει τις σχέσεις εξάρτησης μεταξύ των παραμέτρων. Για τον έλεγχο της εξομάλυνσης γίνεται χρήση του πολλαπλασιαστή Lagrange.

Η παραπάνω θεωρία εφαρμόστηκε σε κώδικα, του οποίου η αξιοπιστία καθορίστηκε με την εξέταση δεδομένων τόσο συνθετικών, όσο και πραγματικών. Μετά την δοκιμή των δεδομένων, το συμπέρασμα που προέκυψε είναι ότι ο αλγόριθμος δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε κάθε περίπτωση. Αντικείμενο μελλοντικής έρευνας είναι η βελτίωση του αλγορίθμου για την παραγωγή βέλτιστων αποτελεσμάτων. Αυτό μπορεί να γίνει με την προσθήκη μεθόδου καθορισμού του πολλαπλασιαστή Lagrange και με την βελτίωση της μεθόδου υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα. Επίσης θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμο να αναβαθμιστεί ο αλγόριθμος και να γίνει πιο γρήγορος, το οποίο μπορεί να επιτευχθεί και με μεταφορά του σε μία πιο γρήγορη γλώσσα προγραμματισμού. Τέλος, χρήσιμη θα ήταν και η επέκταση του αλγορίθμου για υλοποίηση αντιστροφής για 2D και 3D δεδομένα.



Atzemoglou A., Tsourlos P. and Pavlides S. (2003). Investigation of the Tectonic Structure of the NW Part of the Amynteon Basin (NW Greece) by means of a Vertical Electrical Sounding (VES) survey. *Journal of the Balkan Geophysical Society*, 6, 188-201.

Auken E. and Christiansen A.V. 2004. Layered and laterally constrained 2D inversion of resistivity data. *Geophysics* 69, 752– 761.

Chernoguz, N.G., 1995. A smoothed Newton–Guass method with application to bearing only position location. *IEEE Transactions on Signal Processing* 43 (8), 2011–2013.

Constable S., Parker R. and Constable C. (1987). Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52, 289-300.

deGroot-Hedlin C. and Constable S. (1990). Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 55, 1613-1624.

Ghosh, D.P., 1971a. The application of linear filter theory to the direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements. *Geophysical Prospecting* 19, 176–180.

Ghosh, D.P., 1971b. Inverse filter coefficients for the computation of apparent resistivity standard curves for a horizontally stratified earth. *Geophysical Prospecting* 19, 769–775.

Inman, J.R., 1975. Resistivity inversion with ridge regression. *Geophysics* 40, 798–817.

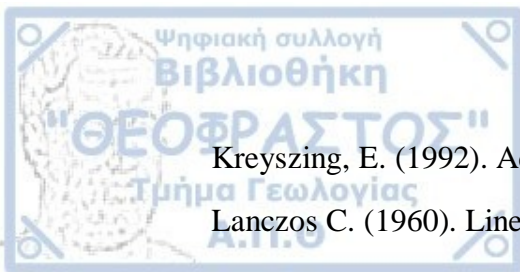
Johansen, H.K., 1977. A man/computer interpretation system for resistivity soundings over horizontally stratified earth. *Geophysical Prospecting* 25, 667–691.
Koefoed, O., 197

Guptasarma, D., 1982, Optimization of short digital linear filters for increased accuracy: *Geophys. Prosp.*, 30.501-514.

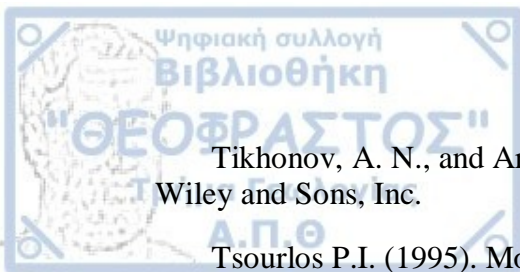
Kearey, P., Brooks, M., & Hill, I. (2002). *An introduction to geophysical exploration*. Malden, MA: Blackwell Science.

Koefoed, O., 1970, A fast method for determining the layer distribution from the raised kernel function: *Geophys. Prosp.*, 18, 564 570.

Koefoed, O. (1979). *Geosounding principles, 1, Resistivity Sounding Measurements*. Elsevier, Amsterdam.



- Kreyszing, E. (1992). Advanced engineering mathematics. John Wiley and Sons.
- Lanczos C. (1960). Linear differential operators. D. Van Nostrad Company Ltd.
- Lawson C. and Hanson R. (1974). Solving least squares problems. Pentice-Hall.
- Levenberg K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. Quart. Appl. Math., 2, 164-168.
- Loke (2001). Tutorial : 2-D and 3-D electrical imaging surveys.
- Loke, M.H. and Barker, R.D. (1995). Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections. Geophysics, 60, 1682–1690.
- Loke, M.H., Acworth, I. and Dahlin, T. (2003). A comparison of smooth and blocky inversion methods in 2-D electrical imaging surveys. Exploration Geophysics, 34, 182–187.
- Loke, M.H. and Dahlin, T., 2002, A comparison of the Gauss-Newton and quasi-Newton methods in resistivity imaging inversion: Journal of Applied Geophysics, 49, 149–162.
- Marquardt D. (1963). An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. SIAM Journal on Applied Mathematics, 11, 431–441.
- McGillivray P. and Oldenburg D. (1990). Methods for calculating Frechet derivatives and sensitivities for the Non-linear inverse problem: A comparative study. Geophysical Prospecting, 38, 499-524.
- McGillivray P.R. 1992. Forward modeling and inversion of DC resistivity and MMR data. PhD thesis, The University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- Meju M.A. (1994). Geophysical data analysis: Understanding inverse problem, theory and practice. Course notes series, Vol. 6, Domenico, S.N., Editor.
- Menke, W. (1984). Geophysical data analysis: Discrete Inverse Theory. Academic Press, London.
- Oldenburg, D.W., Li, Y., 1999. Estimating depth of investigation in DC resistivity and IP surveys. Geophysics 64, 403–416.
- Parasnis, D. (1986). Principles of applied geophysics. Chapman and Hall.
- Stanley H. Ward (1990) 6. Resistivity and Induced Polarization Methods. Geotechnical and Environmental Geophysics: pp. 147-190.
- Tarantola, A. (1987). Inverse problem theory. Elsevier, Amsterdam.
- Tikhonov A.N. (1963). Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. Soviet Mathematics, 4, 1035-1038.
- Tikhonov A.N. and Glasko V.B. (1965). Application of a regularization method to nonlinear problems. J.Comp. Math. and Math. Physics, 5, no. 3.



Tikhonov, A. N., and Arsenin, V. Y.. 1977, Solutions of ill-posed problems: John Wiley and Sons, Inc.

Tsourlos P.I. (1995). Modeling, Interpretation and Inversion of Multielectrode Resistivity Survey Data. Ph.D. Thesis, Department of Electronics, University of York.

Vedanti, N., Srivastava, R., Sagode, J., Dimri, V.P., 2005. An efficient 1D Occam's inversion algorithm using analytically computed first- and second-order derivatives for DC resistivity soundings. Computers & Geosciences 31, 319–328

Yi M.J., Kim J.H., Chung S.H. (2003): Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing. Geophysics, 68, No.3: 931-941.

Zhody A. (1989). A new method for the interpretation of Schlumberger and Wenner sounding curves. Geophysics, 54, 245-253.

Παπαζάχος Β.Κ. (1986). Εισαγωγή στην Εφαρμοσμένη Γεωφυσική. Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.