



ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ στα

ΠΟΛΥΠΛΟΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ και ΔΙΚΤΥΑ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Επιλογή Κόμβων Διαφημιστικής Προώθησης Σε Κοινωνικά Δίκτυα
Με Εξωτερικότητες**

Δημήτριος Μ. Παπαδόπουλος

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Κωνσταντίνος Παπαδόπουλος,
Επ. Καθηγητής, Τμήμα Οικονομικών Επιστημών Α.Π.Θ.

Θεσσαλονίκη , Ιούνιος 2017





ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ στα

ΠΟΛΥΠΛΟΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ και ΔΙΚΤΥΑ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Επιλογή Κόμβων Διαφημιστικής Προώθησης Σε Κοινωνικά Δίκτυα Με
Εξωτερικότητες

Δημήτριος Μ. Παπαδόπουλος

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Κωνσταντίνος Παπαδόπουλος
Επ. Καθηγητής, Τμήμα Οικονομικών Επιστημών Α.Π.Θ.

Εγκρίθηκε από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή την

.....
Κ. Παπαδόπουλος
Επ. Καθηγητής,
Τμήμα Οικονομικών
Επιστημών Α.Π.Θ.

.....
Ν.Βαρσακέλης
Αν.Καθηγητής,
Τμήμα Οικονομικών
Επιστημών Α.Π.Θ.

.....
Ι.Αντωνίου
Καθηγητής,
Τμήμα Μαθηματικών
Α.Π.Θ.

Θεσσαλονίκη , Ιούνιος 2017



.....
Δημήτριος Μ. Παπαδόπουλος
Πτυχιούχος Μαθηματικός Α.Π.Θ.

Copyright © Δημήτριος Μ. Παπαδόπουλος, 2017
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι εκφράζουν τις επίσημες θέσεις του Α.Π.Θ.



ΣΤΟΥΣ ΓΟΝΕΙΣ ΜΟΥ





Περίληψη

Στην εργασία αυτή θεωρούμε συμμετρικά δίκτυα συνολικού πλήθους n κόμβων όπου οι κόμβοι είναι καταναλωτές και οι ακμές που τους συνδέουν εκφράζουν την φιλική τους σχέση. Οι τοπολογικές δομές των γενικευμένων συμμετρικών δικτύων είναι της μορφής του πλήρους δικτύου, του δικτύου αστερί και του κυκλικού δικτύου. Μία μονοπωλιακή επιχείρηση καλείται να επιλέξει εάν την συμφέρει να πραγματοποιήσει την αρχική προώθηση του προϊόντος της στον έναν κεντρικό κόμβο ή και στους δύο κεντρικούς κόμβους του συμμετρικού δικτύου. Με τη χρήση ενός ερωτηματολογίου που απευθύναμε σε φοιτητές του Τμήματος Μαθηματικών του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, κατασκευάσαμε ένα κοινωνικό δίκτυο που είναι φίλοι στο Facebook και υπολογίζουμε τα βασικότερα μέτρα κεντρικότητας του δικτύου. Θεωρούμε μια μονοπωλιακή επιχείρηση η οποία έχει τη δυνατότητα να προωθήσει το προϊόν της κατά δύο διαφορετικούς τρόπους. Ο ένας είναι πως μπορεί να προωθήσει το προϊόν στον κόμβο ο οποίος έχει την υψηλότερη τιμή κεντρικότητας και ο άλλος είναι πως μπορεί να προωθήσει το προϊόν στους κόμβους που έχουν τις δύο υψηλότερες τιμές κεντρικότητας. Και για τον κάθε ένα τρόπο προώθησης και πώλησης του προϊόντος και για το κάθε είδος κεντρικότητας βρίσκουμε τις άριστες τιμές και ποσότητες καθώς και τα άριστα προεξοφλημένα κέρδη. Δεδομένου της βέλτιστης επιλογής προώθησης και πώλησης του προϊόντος βρίσκουμε την κεντρικότητα που δίνει τα περισσότερα κέρδη.

Λέξεις-Κλειδιά

Συμμετρικά δίκτυα, Μέτρα κεντρικότητας, Μονοπώλιο, Άριστα προεξοφλημένα κέρδη, Viral marketing



Abstract

In this paper we consider symmetrical networks with n nodes where nodes are consumers and the edges connecting them represent their friendship. The topological structures of generalized symmetric networks are in the form of complete network, star network and the circular network. A monopolist must choose if it is better to carry out the initial promotion of the product in a central node or the two central nodes of the symmetric network. With the use of a questionnaire that we have addressed to students of the Mathematics Department of the Aristotle University of Thessaloniki, we have constructed a social network of friends on Facebook and calculate the main measures of centrality network. We consider a monopolistic enterprise which has the ability to promote the product in two different ways. One is to promote the product to the node which has the highest centrality value and the other is to promote the product to the nodes that have the two highest centrality values. And for each one way of promoting and selling the product and for each type of centrality we find optimal prices and quantities as well as profit maximizing discounted profits. Given the optimal choice of promoting and selling the product we find the centrality that gives more profit.

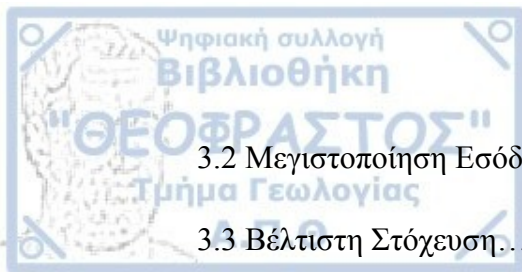
Key-Words

Symmetrical networks, centrality measures, Monopoly, Profit maximizing discounted earnings, Viral marketing

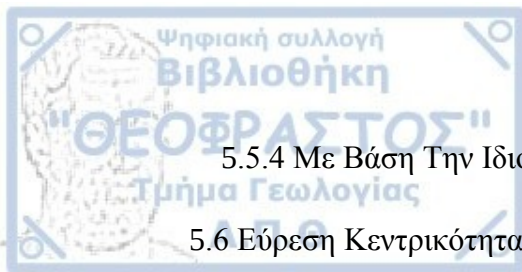


ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Περίληψη	7
Abstract.....	8
Πίνακας Περιεχομένων.....	9
Ευχαριστίες.....	12
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	13
1.1 Η Αξία Της Μελέτης Των Κοινωνικών Δικτύων.....	13
1.2 Αντικείμενο Μελέτης Της Διπλωματικής.....	13
2. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ.....	15
2.1 Ιστορική Αναφορά.....	15
2.2 Τοπολογία Δικτύου.....	16
2.2.1 Πλήρες Δίκτυο.....	16
2.2.2 Κυκλικό Δίκτυο.....	16
2.2.3 Δίκτυο Αστέρι.....	17
2.3 Μέτρα Κεντρικότητας.....	17
2.3.1 Βαθμική Κεντρικότητα (Degree Centrality).....	17
2.3.2 Κεντρικότητα Εγγύτητας (Closeness Centrality).....	18
2.3.3 Ενδιάμεση Κεντρικότητα (Betweenness Centrality).....	18
2.3.4 Ιδιοκεντρικότητα (Eigenvector Centrality).....	18
3. ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΦΗΜΙΣΗ ΣΤΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	19
3.1 Επιρροή Στα Δίκτυα.....	19
3.1.1 Μεγιστοποίηση Επιρροής.....	19
3.1.2 Μεγιστοποίηση Επιρροής Με Ανταγωνισμό.....	22



3.2 Μεγιστοποίηση Εσόδων.....	25
3.3 Βέλτιστη Στόχευση.....	26
3.4 Τιμολόγηση Σε Κοινωνικό Δίκτυο.....	29
3.4.1 Τιμολόγηση Μονοπωλίου Με Εξωτερικότητες Κατανάλωσης.....	29
3.4.2 Ανταγωνιστική Τιμολόγηση Σε Κοινωνικά Δίκτυα	31
4. ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	34
4.1 Περιγραφή Του Υποδείγματος.....	34
4.2 Πλήρες Δίκτυο Και Δίκτυο Αστέρι.....	35
4.3 Κυκλικό Δίκτυο.....	39
5. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΙΣΤΩΝ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΜΕΝΩΝ ΚΕΡΔΩΝ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΟΝΟΠΩΛΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ.....	44
5.1 Δημιουργία Του Κοινωνικού Δικτύου.....	44
5.2 Υπολογισμός Βασικών Μέτρων Κεντρικότητας.....	48
5.2.1 Υπολογισμός Της Βαθμικής Κεντρικότητας.....	48
5.2.2 Υπολογισμός Της Κεντρικότητας Εγγύτητας.....	49
5.2.3 Υπολογισμός Της Ενδιάμεσης Κεντρικότητας.....	49
5.2.4 Υπολογισμός Της Ιδιοκεντρικότητας.....	50
5.3 Μεθοδολογία.....	50
5.4 Υπολογισμός Επιρροής Στο Κοινωνικό Δίκτυο.....	51
5.5 Υπολογισμός Άριστων Τιμών, Ζήτησης Και Προεξοφλημένων Κερδών.....	54
5.5.1 Με Βάση Την Βαθμική Κεντρικότητα.....	54
5.5.2 Με Βάση Την Κεντρικότητα Εγγύτητας	58
5.5.3 Με Βάση Την Ενδιάμεση Κεντρικότητα.....	62



5.5.4 Με Βάση Την Ιδιοκεντρικότητα.....	66
5.6 Εύρεση Κεντρικότητας Που Δίνει Τα Περισσότερα Κέρδη.....	70
5.6.1 Με Βάση Τον Κόμβο Που Έχει Την Υψηλότερη Τιμή.....	70
5.6.2 Με Βάση Τους Κόμβους Που Έχουν Τις Δύο Υψηλότερες Τιμές.....	70
Συμπεράσματα.....	72
Παράρτημα.....	73
Μελλοντική Δουλειά.....	81
Βιβλιογραφία	83



Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με στήριξαν και με βοήθησαν κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, τον κύριο Παπαδόπουλο Κωνσταντίνο, για την καθοδήγησή του, την υπομονή του και τον χρόνο που αφιέρωσε προκειμένου να ξεπεράσω το κάθε εμπόδιο που μου παρουσιάστηκε κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα άλλα δύο μέλη της επιτροπής, τον κύριο Βαρσακέλη Νικόλαο και τον κύριο Αντωνίου Ιωάννη, όπου με την συμμετοχή τους βοήθησαν στην ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, την Μαρία Στρωτού αλλά και τους φίλους μου οι οποίοι συμμερίστηκαν και με στήριξαν σε όλες τις δυσκολίες που μου παρουσιάστηκαν καθόλα τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας.

1.1 Η Αξία Της Μελέτης Των Κοινωνικών Δικτύων

Την τελευταία δεκαετία λόγω της ανάπτυξης της τεχνολογίας και της πληροφορικής έγινε ευρέως γνωστός ο όρος *κοινωνικά δίκτυα*. Σήμερα, ο όρος αυτός χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη διεπαφή μεταξύ ανθρώπων σε διάφορες ιστοσελίδες όπως είναι το Facebook, το Tweeter, το Instagram και άλλα. Αλλά τα κοινωνικά δίκτυα υπήρχαν από πάντα, από τότε που οι άνθρωποι ήταν οργανωμένοι σε μικρές ομάδες.

Συγκεκριμένα, το κοινωνικό δίκτυο είναι ένα σύνολο αλληλεπιδράσεων και διαπροσωπικών σχέσεων που αναπτύσσονται σε μία κοινωνική δομή αποτελούμενη από ένα πλήθος κόμβων και από ένα πλήθος ακμών. Οι κόμβοι είναι συνήθως φυσικά πρόσωπα ενώ οι ακμές που αναπτύσσονται μεταξύ τους δηλώνουν διαπροσωπική σχέση.

Στην σημερινή εποχή τα κοινωνικά δίκτυα παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον από οικονομικής άποψης επειδή οι ακμές δηλαδή οι σχέσεις οι οποίες αναπτύσσονται μεταξύ των κόμβων μπορεί να εκφράζουν εμπορικές συναλλαγές. Επιπλέον, η δομή του κοινωνικού δικτύου καθώς και η συμπεριφορά των κόμβων είναι ικανά για τη δημιουργία μικροοικονομικών και μακροοικονομικών φαινομένων.

Η μελέτη των κοινωνικών δικτύων είναι σημαντική για την σύγχρονη επιχείρηση η οποία επιθυμεί να προωθήσει το προϊόν της στην αγορά. Οι αλληλεπιδράσεις και οι σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ των κόμβων μπορούν να επηρεάσουν τον τρόπο σύμφωνα με τον οποίο κινείται η αγορά.

1.2 Αντικείμενο Μελέτης Της Διπλωματικής

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία, θα ασχοληθούμε με την περίπτωση του μονοπωλίου κατά την οποία η μονοπωλιακή επιχείρηση επιθυμεί να προωθήσει το προϊόν της σε κοινωνικό δίκτυο βασιζόμενη στο δια του στόματος διαφήμιση (viral marketing). Το viral marketing έχει διαδοθεί τα τελευταία χρόνια και σε αυτό

συνετέλεσε η έλευση του διαδικτύου η οποία έχει διευκολύνει στην αύξηση και την έκταση χρήσης των κοινωνικών δικτύων.

Όταν μια εταιρία δρα σε ένα περιβάλλον στο οποίο οι καταναλωτές σχετίζονται με κοινωνικούς δεσμούς τότε το κοινωνικό δίκτυο που προκύπτει μπορεί να θεωρηθεί ως ένας φορέας πληροφοριών. Οι καταναλωτές χρησιμοποιούν τις κοινωνικές τους συνδέσεις με σκοπό να μεταφέρουν τις απόψεις τους για νέα προϊόντα. Επομένως, η κατανάλωση επηρεάζεται από τον τρόπο με τον οποίο αλληλεπιδρούν μεταξύ τους οι καταναλωτές.

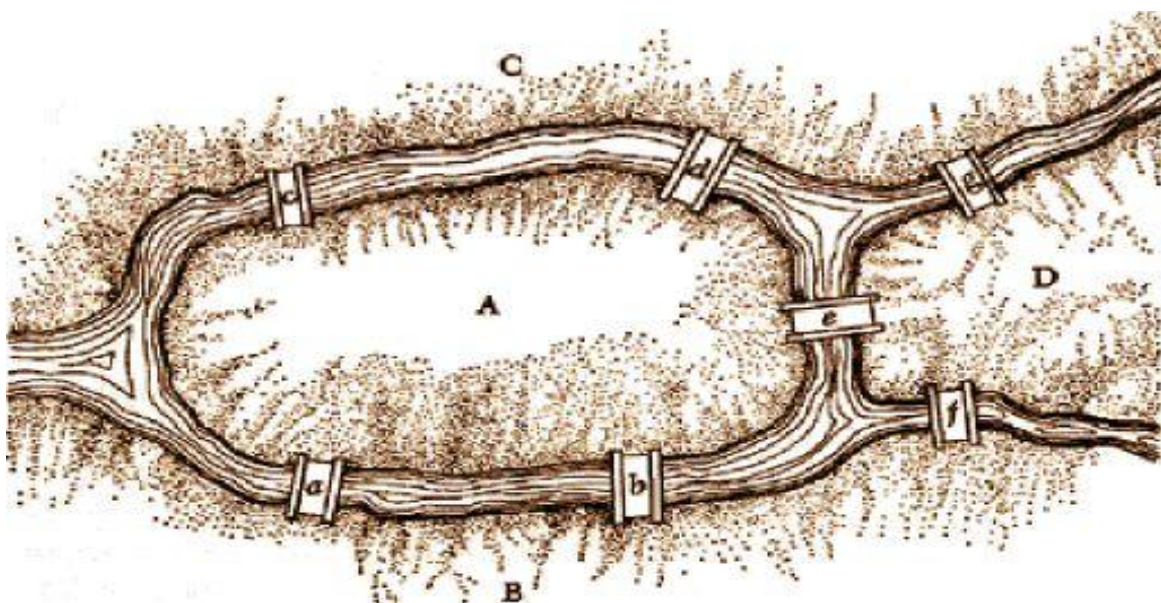
Αρχικά, στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με τα βασικά χαρακτηριστικά των κοινωνικών δικτύων. Στην συνέχεια, πραγματοποιούμε μια βιβλιογραφική αναφορά σχετικά με την μεγιστοποίηση της επιρροής και των εσόδων, της βέλτιστης στόχευσης καθώς και της τιμολόγησης σε κοινωνικό δίκτυο. Στο επόμενο κεφάλαιο, θα θεωρήσουμε μία μονοπωλιακή επιχείρηση η οποία δρα στην αγορά του Facebook της οποίας η δομή αποτελείται από δύο γενικευμένα συμμετρικά δίκτυα. Θα ασχοληθούμε με τα συμμετρικά δίκτυα του πλήρες δικτύου, του δικτύου αστέρι και του κυκλικού δικτύου. Η εργασία αναδεικνύει για ποια εύρη τιμών των παραμέτρων του προβλήματος προτιμάται η προώθηση στον έναν ή στους δύο κόμβους της γέφυρας, όταν η διαφήμιση είναι δαπανηρή και η διαφημιστική κάλυψη του δικτύου απαιτεί χρόνο. Ενώ στο επόμενο κεφάλαιο, μέσω ενός ερωτηματολογίου που δημιουργήσαμε και απαντήθηκε από χρήστες του Facebook είχε σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός κοινωνικού δικτύου όπου υπολογίσαμε τα βασικότερα μέτρα κεντρικότητας αυτού. Θεωρήσαμε μια μονοπωλιακή επιχείρηση η οποία έχει τη δυνατότητα να προωθήσει το προϊόν της κατά δύο διαφορετικούς τρόπους. Ο ένας είναι πως μπορεί να προωθήσει το προϊόν στον κόμβο ο οποίος έχει την υψηλότερη τιμή κεντρικότητας και ο άλλος είναι πως μπορεί να προωθήσει το προϊόν στους κόμβους που έχουν τις δύο υψηλότερες τιμές κεντρικότητας. Και για τον κάθε ένα τρόπο προώθησης και πώλησης του προϊόντος και για το κάθε μέτρο κεντρικότητας βρίσκουμε τις άριστες τιμές και ποσότητες καθώς και τα άριστα προεξοφλημένα κέρδη. Στο τέλος για τον κάθε ένα τρόπο προώθησης και πώλησης του προϊόντος βρίσκουμε την κεντρικότητα που δίνει τα περισσότερα κέρδη.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μία σύντομη ιστορική αναφορά, θα παρουσιάσουμε τις τοπολογικές δομές των δικτύων με τις οποίες θα ασχοληθούμε και τέλος θα αναφερθούμε στα βασικά μέτρα κεντρικότητας.

2.1 Ιστορική Αναφορά

Η ανακάλυψη της θεωρίας γραφημάτων έχει πραγματοποιηθεί εδώ και πολλά χρόνια. Υπάρχουν πολλά ιστορικά παραδείγματα όπως είναι το πρόβλημα των επτά γεφυρών του Königsberg, το παιχνίδι ο γύρος του κόσμου και άλλα.[1]

Το πρόβλημα των επτά γεφυρών του Königsberg αναφέρεται στην σημερινή πόλη Kaliningrad της Λιθουανίας όπου το 1735 υπήρχαν δύο γέφυρες οι οποίες συνένδεαν δύο νησίδες που σχηματίστηκαν λόγω της ύπαρξης του ποταμιού που διασχίζει την πόλη. Το ερώτημα που τέθηκε είναι αν υπάρχει τρόπος κατά τον οποίο όταν ξεκινήσει κάποιος να περπατά από ένα σημείο να μπορεί να περάσει μία φορά από την κάθε γέφυρα και να επιστρέψει ξανά στο ίδιο σημείο.



Εικόνα 1: Το πρόβλημα των επτά γεφυρών του Königsberg.

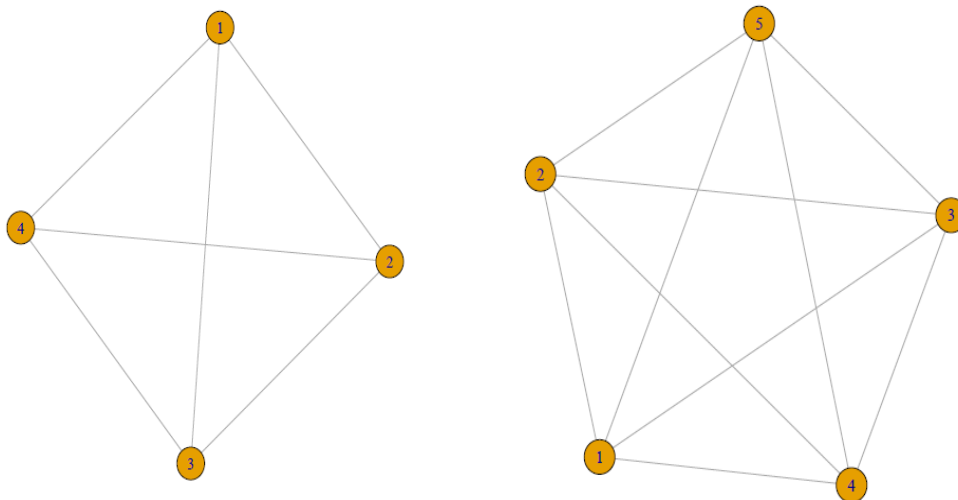
Ένα άλλο ιστορικό παράδειγμα είναι το παιχνίδι ο γύρος του κόσμου. Το 1859 ο Sir William Hamilton επινόησε ένα παιχνίδι στο οποίο θεώρησε ότι ο κόσμος έχει είκοσι πόλεις και οι οποίες αποτελούν τις κορυφές ενός εικοσάγωνου στερεού. Η επικοινωνία των πόλεων πραγματοποιείται μόνο μεταξύ των ακμών. Είναι δυνατόν να ξεκινήσει κάποιος από μια πόλη και να διέλθει από τις υπόλοιπες μόνο μια φορά και να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης;

2.2 Τοπολογία δικτύου

Τοπολογία δικτύου ονομάζεται η μορφή της σύνδεσης μεταξύ των κόμβων ενός δικτύου. Θα ασχοληθούμε με το πλήρες δίκτυο, κυκλικό δίκτυο και δίκτυο αστέρι.

2.2.1 Πλήρες Δίκτυο

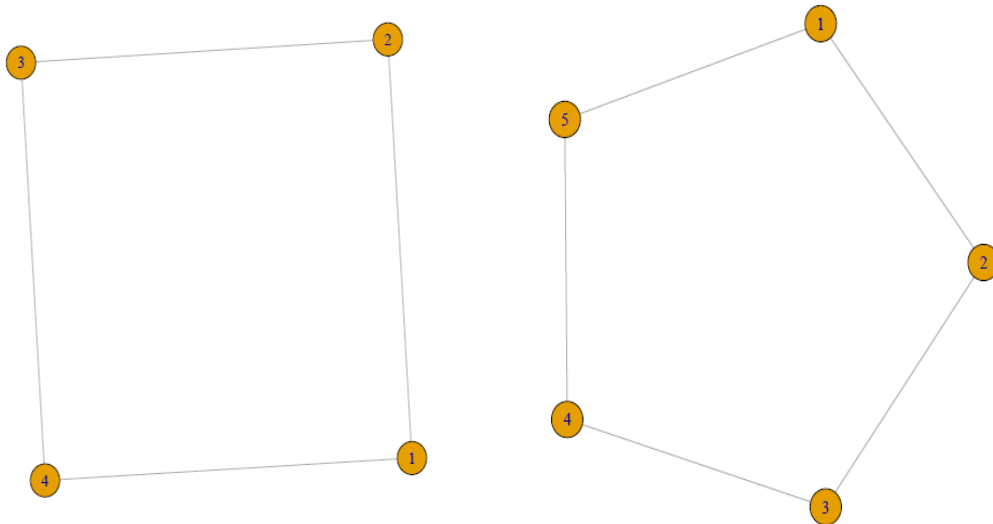
Ένα δίκτυο λέγεται πλήρες όταν κάθε κορυφή του συνδέεται άμεσα με οποιαδήποτε άλλη. Σε αυτή την περίπτωση το δίκτυο συμβολίζεται με K_n .



Εικόνα 2: Παρουσίαση πλήρων δικτύων με τέσσερις κόμβους K_4 και με πέντε κόμβους K_5 .

2.2.2 Κυκλικό Δίκτυο

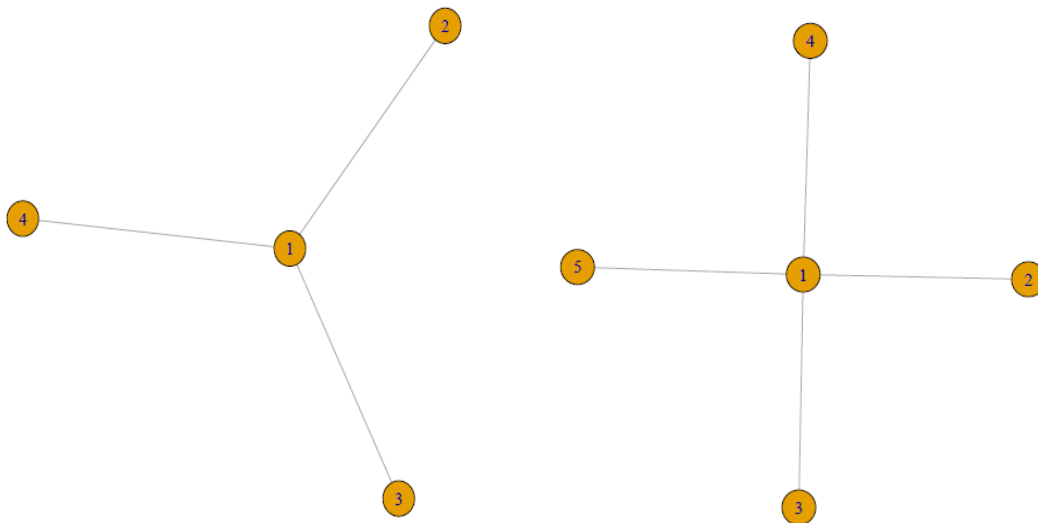
Η ακολουθία $v_1\{v_1, v_2\}, v_2\{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}v_n$ λέγεται *περίπατος*. Ο περίπατος με όλες τις ακμές διαφορετικές λέγεται *διαδρομή*. Ενώ, ο περίπατος με όλες τις κορυφές διαφορετικές λέγεται *μονοπάτι*. Όταν $v_1=v_n$ τότε δημιουργείται το *κλειστό μονοπάτι*, η *κλειστή διαδρομή* και ο *κύκλος*. Ένας κύκλος μήκους n συμβολίζεται με C_n , όπου μήκος κύκλος είναι το πλήθος των ακμών που έχει.[2]



Εικόνα 3: Παρουσίαση κυκλικών δικτύων με τέσσερις κόμβους C_4 και με πέντε κόμβους C_5 .

2.2.3 Δίκτυο Αστέρι

Σε αυτή την περίπτωση όλοι οι κόμβοι του δικτύου συνδέονται με τον κεντρικό κόμβο.



Εικόνα 4: Παρουσίαση δικτύων αστέρι με τέσσερις κόμβους και με πέντε κόμβους.

2.3 Μέτρα κεντρικότητας

2.3.1 Βαθμική Κεντρικότητα (Degree Centrality)

Με την βαθμική κεντρικότητα (degree centrality) μετράμε πόσο συνδεδεμένος είναι ένας κόμβος. Η κεντρικότητα ενός κόμβου είναι $\frac{d_i(g)}{n-1}$, όπου d_i είναι ο βαθμός

του κόμβου. Σημειώνουμε ότι με τον όρο *βαθμό* εννοούμε το πλήθος των κόμβων με τους οποίους είναι συνδεδεμένος ο κόμβος.

2.3.2 Κεντρικότητας Εγγύτητας (Closeness Centrality)

Με την κεντρικότητα εγγύτητας (closeness centrality) μετράμε πόσο εύκολα από ένα κόμβο είναι δυνατό να μεταφερθούμε σε κάποιον άλλο κόμβο. Ορίζεται ως το αντίστροφο της μέσης απόστασης μεταξύ του i και οποιoδήποτε άλλου κόμβου $\frac{(n-1)}{\sum_j l(i,j)}$, όπου $l(i,j)$ το μήκος του συντομότερου μονοπατιού μεταξύ δύο κόμβων i και j .

2.3.3 Ενδιάμεση Κεντρικότητα (Betweenness Centrality)

Με την ενδιάμεση κεντρικότητα (betweenness centrality) υπολογίζουμε πόσο σημαντικός είναι ένας κόμβος για τη σύνδεση μεταξύ άλλων κόμβων ή για τη ροή της πληροφορίας. Ο τύπος της είναι ίσος με
$$\frac{\text{πλήθος των ελαχίστων μονοπατιών που συνδέουν τους κόμβους } i \text{ και } j \text{ αλλά διέρχονται από τον κόμβο } i}{\text{πλήθος των ελαχίστων μονοπατιών μεταξύ όλων των ζευγών των κόμβων } i \text{ και } j}.$$

2.3.4 Ιδιοκεντρικότητα (Eigenvector Centrality)

Στην ιδιοκεντρικότητα (eigenvector centrality) θεωρούμε ότι η αξία δηλαδή το κύρος του ενός κόμβου εξαρτάται από την αξία των γειτόνων του.

ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΦΗΜΙΣΗ ΣΤΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Για να διαφημιστεί και να προωθηθεί ένα προϊόν σε ένα κοινωνικό δίκτυο θα πρέπει να μελετηθούν κάποιοι παράμετροι που υπάρχουν όπως είναι η επιρροή που έχει ο ένας κόμβος στον άλλον, τα έσοδα που προκύπτουν από την προώθηση του προϊόντος, η στόχευση των κόμβων στους οποίους θα πρέπει να γίνει η αρχική διαφήμιση και προώθηση του προϊόντος καθώς και η τιμολόγηση. Πραγματοποιήθηκαν πολλές έρευνες όσον αφορά για την επίτευξη της μεγιστοποίησης της επιρροής, της μεγιστοποίησης των εσόδων, της βέλτιστης στόχευσης καθώς και της τιμολόγησης σε κοινωνικό δίκτυο. Σε αυτό το κεφάλαιο, θα παρουσιάσουμε τις σχετικές έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί στις παραπάνω παραμέτρους.

3.1 Επιρροή Στα Δίκτυα

3.1.1 Μεγιστοποίηση Επιρροής

Οι Domingos και Richardson (2001) [3] ήταν οι πρώτοι που ασχολήθηκαν με την εξόρυξη δεδομένων με σκοπό να βοηθήσουν τις επιχειρήσεις να στοχεύσουν στους πιθανούς αγοραστές των προϊόντων τους. Αν το αναμενόμενο κέρδος από τον αγοραστή είναι μεγαλύτερο από τη δαπάνη για τη διαφήμιση, τότε η επιχείρηση θα κάνει τη διαφήμιση.

Υπάρχει μεγάλη διαφορά στο Mass Marketing και το Direct Marketing, όπου στο πρώτο το προϊόν διαφημίζεται σε όλους τους πιθανούς αγοραστές ενώ το δεύτερο επικεντρώνεται στους πιο κερδοφόρους αγοραστές και το προωθεί μόνο σε αυτούς. Στο Direct Marketing η εξόρυξη δεδομένων είναι πολύ σημαντική καθώς βοηθά στο να κατασκευαστούν μοντέλα που προβλέπουν την αντίδραση του αγοραστή δεδομένου της αγοραστικής συμπεριφοράς του παρελθόντος και κάποιων δημογραφικών στοιχείων. Ένας περιορισμός σε αυτό είναι ότι οι αγοραστές παίρνουν αποφάσεις ανεξαρτήτως από τους άλλους αγοραστές κάτι που δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα. Αγνοώντας τις επιδράσεις του δικτύου στην επιλογή των αγοραστών στους οποίους η επιχείρηση θα κάνει διαφήμιση, δηλαδή το Marketing

που βασίζεται στη μετάδοση από στόμα-σε-στόμα (Viral Marketing) το οποίο είναι πολύ αποδοτικό καθώς χρησιμοποιεί τους ίδιους τους αγοραστές για να κάνει διαφήμιση του προϊόντος, θα οδηγήσει σε μη άριστη απόφαση για την επιχείρηση.

Ακόμη, οι Domingos και Richardson (2001) αναφέρουν πως οι καταναλωτές έχουν ένα δίκτυο αξιών (network value), το οποίο δημιουργείται από την επιρροή που έχει ο ένας καταναλωτής πάνω στους άλλους, και εξαρτάται όχι μόνο από τον ίδιο τον καταναλωτή αλλά πιθανά και από τη δομή και κατάσταση ολόκληρου το δικτύου. Η μοντελοποίηση λοιπόν των κοινωνικών δικτύων θα γίνει με τη χρήση των Μαρκοβιανών αλυσίδων, στην οποία η εξίσωση της πιθανότητας αγοράς του καταναλωτή θα εξαρτάται τόσο από την εγγενή επιθυμία του καταναλωτή για το προϊόν όσο και από την επιρροή που του ασκούν οι άλλοι καταναλωτές.

Οι Richardson και Domingos (2002) [4] σε μία δεύτερη εργασία τους, αναφέρθηκαν στο Viral Marketing και πως αυτό χρησιμοποιεί την επιρροή των καταναλωτών μέσα σε ένα δίκτυο για να επιτευχθούν μεγαλύτερες αλλαγές στην αγοραστική συμπεριφορά με όσο το δυνατό λιγότερο κόστος. Λόγω του ότι πολλοί καταναλωτές επηρεάζονται από την άποψη των συνομηλίκων τους, το Viral Marketing εκμεταλλεύεται αυτό το χαρακτηριστικό για την προώθηση του προϊόντος με όσον το δυνατό λιγότερο κόστος σε αυτούς κυρίως που ασκούν την μεγαλύτερη επιρροή. Επομένως, η χρήση της σχέσεων των ατόμων κάνει το Viral Marketing πιο κερδοφόρο από το Direct Marketing.

Λόγω των επιρροών που ασκούνται σε ένα δίκτυο είναι σημαντικό να ληφθεί υπόψη όχι μόνο η αξία του καταναλωτή, δηλαδή η αξία ως πελάτη που βασίζεται στα προϊόντα που πιθανόν να αγοράσει, αλλά και η αξία του δικτύου του. Η αξία του δικτύου του καταναλωτή είναι υψηλή όταν αναμένεται να έχει μία θετική επίδραση από την πιθανότητα αγοράς του προϊόντος από τους άλλους. Αν για έναν καταναλωτή, που η αξία του είναι μικρότερη από το κόστος της διαφήμισης μπορεί στην πραγματικότητα να αξίζει να γίνει όταν η αξία του δικτύου του θεωρείται σημαντική. Μπορεί να είναι αρνητικό το αποτέλεσμα, αλλά το συνολικό αποτέλεσμα στο δίκτυο μπορεί να είναι θετικό μία από την επιρροή του στους φίλους του, τις επιρροές τους για τους φίλους τους κλπ. Επιπλέον, ένας καταναλωτής ο οποίος είναι πολύτιμος (μεγάλη αξία ως καταναλωτής), στην πραγματικότητα μπορεί να μην αξίζει διαφήμιση σε περίπτωση που αναμένεται να έχει ένα συνολικό αρνητικό

αποτελεσμα σε άλλους στην αγορά (π.χ., ένα άτομο που έχει την τάση να δίνει πολύ χαμηλές βαθμολογίες σε προϊόντος). Αγνοώντας την αξία του δικτύου μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένες αποφάσεις διαφήμισης, ειδικά σε μια αγορά με ισχυρή επιρροή δικτύου.

Οι επιχειρήσεις προκρίμενου να υπολογίσουν αυτήν την επιρροή του δικτύου, θα πρέπει να γνωρίζουν τις σχέσεις των καταναλωτών μεταξύ τους. Μία λύση είναι τα αναρίθμητα chat rooms που υπάρχουν στο Internet, τα forums και οι διάφορες knowledge-sharing ιστοσελίδες, όπου τα τελευταία οριοθετούνται και κινούνται γύρω από το προϊόν κάνοντας τα μία ιδανική πηγή δεδομένων όσον αφορά τις προτιμήσεις και τις αλληλεπιδράσεις των καταναλωτών.

Σε αυτό το άρθρο τους δείχνουν πως μπορούν να κάνουν βέλτιστες πολιτικές Viral Marketing και εφαρμόζουν το μοντέλο τους στο Epinions, μία knowledge-sharing ιστοσελίδα.

Οι Kempe, Kleinberg και Tardos (2003) [5] εργάστηκαν κι αυτοί με το πρόβλημα της βέλτιστης στόχευσης και το όρισαν σαν μία γενική διαδικασία διάχυσης. Χρησιμοποίησαν τον αρχικό αλγόριθμο των Richardson και Domingos για τις πολιτικές του Viral Marketing, και δούλεψαν ουσιαστικά πάνω στο πρόβλημα εύρεσης εκείνου του υποσύνολου των πιο εύκολα επηρεαζόμενων κόμβων ενός δικτύου οι οποίοι θα υιοθετήσουν την νέα τεχνολογία ή θα αγοράσουν το νέο προϊόν και θα προκαλέσουν μία μεγαλύτερη αλληλουχία υιοθέτησης της τεχνολογίας ή του νέου προϊόντος στους υπόλοιπους του δικτύου. Λόγω του ότι το πρόβλημα αυτό αποδεικνύεται ότι είναι NP-hard χρησιμοποιούν τον προσεγγιστικό άπληστο αλγόριθμο που είναι εντός του 63% των βέλτιστων αλγορίθμων για τις διάφορες αυτές κατηγορίες μοντέλων.

Οι προσεγγιστικοί αυτοί αλγόριθμοι έδειξαν ότι είναι καλοί στην επιλογή του κατάλληλου υποσυνόλου που βασίζονται στην επιλογή του degree centrality και distance centrality. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη χρήση του hill-climbing algorithm στο γραμμικό οριακό μοντέλο είναι ότι αυξάνει την αποτελεσματικότητα κατά 18% σε σχέση με τη degree centrality και κατά 40% σε σχέση με την closeness centrality.

ακόλουθων καταναλωτών. Η διαφορά τώρα που υπάρχει στην δική τους ιδέα είναι ότι η επιχείρηση θέλει να χρησιμοποιήσει το Viral Marketing για να προωθήσει ένα νέο προϊόν στο κοινωνικό δίκτυο στο οποίο όμως ήδη έχει προωθηθεί ένα άλλο ανταγωνιστικό προϊόν και οι καταναλωτές θα αγοράσουν μόνο ένα από τα δύο προϊόντα, απόφαση που θα εξαρτηθεί από την επιρροή που θα δεχτούν από τους φίλους τους.

Το πρώτο μοντέλο είναι το μοντέλο με βάση την απόσταση (A Distance-based model) όπου σχετίζεται με τη θέση εγκατάστασης του ανταγωνιστή στο κοινωνικό δίκτυο καθώς η τοποθεσία του κόμβου στο δίκτυο όπως επίσης και η δυνατότητα σύνδεσης με άλλους κόμβους είναι πολύ σημαντική γιατί όσο πιο μικρή είναι η απόσταση μεταξύ των αρχικών καταναλωτών (early adopter) ενός προϊόντος του ανταγωνιστή με τους εν δυνάμει μελλοντικούς καταναλωτές τόσο πιο εύκολο είναι να υιοθετήσουν την συμπεριφορά των αρχικών καταναλωτών και να αγοράσουν το προϊόν. Το δεύτερο μοντέλο είναι το μοντέλο διάδοσης κυμάτων (Wave propagation model) όπου σχετίζεται ως ένα βαθμό με το μοντέλο του ανεξάρτητου καταρράκτη με τη διαφορά ότι υπάρχει ανταγωνισμός επιχειρήσεων.

Σε αυτό το άρθρο επικεντρώνονται στην περίπτωση όπου η επιχείρηση δεν γίνεται αντιληπτή από τις ανταγωνιστικές της μέχρι τη στιγμή που προωθεί το προϊόν στην αγορά. Παρόλο που η εύρεση εκείνου του υποσυνόλου καταναλωτών των πιο εύκολα επηρεάσιμων για να στοχεύσει η επιχείρηση είναι ένα NP-hard πρόβλημα, υποθέτοντας ότι η επιχείρηση αυτή έχει ένα συγκεκριμένο προϋπολογισμό για την προώθηση του προϊόντος της και γνωρίζοντας ποιοι είναι οι καταναλωτές εκείνοι που πρώτοι θα αγοράσουν ένα προϊόν του ανταγωνιστή της, υπολογίζουν την βέλτιστη αντίδραση της επιχείρησης στον ανταγωνιστή της σαν ένα παίγνιο Stackelberg.

Οι Borodin Filmus και Oren (2010) [8] στο άρθρο τους προτείνουν διάφορες φυσικές επεκτάσεις στο Γραμμικό Οριακό Μοντέλο όσον αφορά τη διάχυση της επιρροής μέσα σε ένα κοινωνικό δίκτυο με ανταγωνισμό επιχειρήσεων πλέον. Οι συγγραφείς για λόγους απλότητας χρησιμοποιούν το μοντέλο τους για 2 επιχειρήσεις που βρίσκονται σε ανταγωνισμό. Εφαρμόζουν τον άπληστο αλγόριθμο στο μοντέλο τους ο οποίος χρησιμοποιείται τόσο για απλά προβλήματα όσο και για επιχειρήσεις που ανταγωνίζονται μεταξύ τους για να πετύχουν την βέλτιστη πολιτική στόχευσης. Πιο συγκεκριμένα αναλύουν την επιλογή των ακολούθων όταν η επιχείρηση Β έχει

ήδη επιλέξει εκείνο το σύνολο των κόμβων του κοινωνικού δικτύου που θα στοχεύσει και επισημαίνουν πως δεν είναι απαραίτητο η συνάρτηση επιρροής της επιχείρησης Α να είναι μονότονη ή submodular.

Οι Goyal και Kearns (2012) [9] στο άρθρο τους με θέμα Competitive Contagion in Networks ασχολήθηκαν με τη μελέτη του ανταγωνισμού μεταξύ των επιχειρήσεων, οι οποίες έχουν κάποιους προϋπολογισμούς για να πραγματοποιήσουν υπό την προϋπόθεση της υιοθέτησης του προϊόντος της από τους καταναλωτές του κοινωνικού δικτύου σε ένα πλαίσιο παιγνίου.

Οι Dubey, Garg και De Meyer (2006) [10] μελετούν το γραμμικό μοντέλο των Richardson και Domingos (2002) και το επεκτείνουν για πολλαπλές επιχειρήσεις σαν ένα παίγνιο στο οποίο η συμπεριφορά των καταναλωτών να αγοράσουν ένα προϊόν από κάποια επιχείρηση δεν εξαρτάται μόνο από τα εξωτερικά χαρακτηριστικά ή την ποιότητα ή την τιμή του προϊόντος αλλά και από το ποιος άλλος καταναλωτής αγοράζει αυτό το προϊόν. Οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται μέσα στο κοινωνικό δίκτυο για τους καταναλωτές και επιλέγουν τις διαφημιστικές δαπάνες για κάθε καταναλωτή/κόμβο στο δίκτυο. Η συμπεριφορά και συγκεκριμένα η τάση του καταναλωτή/κόμβου να αγοράσει ένα προϊόν από μία συγκεκριμένη επιχείρηση είναι μία γραμμική συνάρτηση του αριθμού των γειτόνων του καταναλωτή που αγοράζουν από την συγκεκριμένη επιχείρηση και των σχετικών δαπανών για την πολιτική Marketing της συγκεκριμένης επιχείρησης.

Οι συγγραφείς υπολογίζουν τις βέλτιστες συναρτήσεις θα υπολογιστούν σε πολυωνυμικό χρόνο λύνοντας ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων λόγω του ότι το μοντέλο τους είναι γραμμικό. Στο άρθρο τους υπολογίζουν αναλυτικά την Ισορροπία κατά η Nash του μοντέλου τους η οποία όπως προκύπτει είναι μοναδική και περιλαμβάνει δύο κατηγορίες επιχειρήσεων, αυτές που δεν επένδυσαν καθόλου χρήματα για κάποια πολιτική Marketing και αυτές που επένδυσαν ένα ποσό που εξαρτάται από το πραγματικό κόστος δαπανών για Marketing για τις διάφορες επιχειρήσεις.

3.2 Μεγιστοποίηση Εσόδων

Οι Hartline, Mirrokni και Sundararajan (2008) [11] πρότειναν το μοντέλο Optimal Marketing Strategies over Social Networks που αφορά τις πωλήσεις ψηφιακών αγαθών ή υπηρεσιών, όπου το κόστος παραγωγής πολλαπλών αντιτύπων είναι μηδενικό. Η απόφαση του καταναλωτή να αγοράσει ένα προϊόν εξαρτάται από τόσο από το σύνολο των καταναλωτών που έχουν ήδη αγοράσει αυτό το προϊόν αλλά και από την τιμή στην οποία προσφέρεται το προϊόν. Ο αλγόριθμος βασίζεται στην ιδέα ότι επηρεάζεις το δίκτυο δίνοντας το προϊόν δωρεάν σε συγκεκριμένο σύνολο κόμβων (κόμβοι οι οποίοι ασκούν την επιρροή στο δίκτυο) που αυτοί με την σειρά τους θα επηρεάσουν τους άμεσους κοντινούς γείτονές τους θετικά ή αρνητικά. Συνεπώς έχει μεγάλη σημασία η σειρά με την οποία θα επιλέξεις τους καταναλωτές εκείνους που ασκούν επιρροή στο δίκτυο γιατί μέσω αυτών επηρεάζεις και τους δυνητικούς καταναλωτές, εκείνους δηλαδή που δεν έχουν ακόμη αγοράσει το προϊόν και οι οποίοι αποτελούν την εξωτερικότητα στην αρχική διαδικασία πώλησης του προϊόντος. Και εξωτερικότητες οι οποίες προκαλούν περαιτέρω πωλήσεις ονομάζονται θετικές εξωτερικότητες (αντίστοιχα για τις αρνητικές εξωτερικότητες). Στρατηγικές που βασίζονται στην παραπάνω ιδέα ονομάζονται “influence and exploit” στρατηγικές. Το άρθρο λοιπόν αυτό επικεντρώνεται στην εφαρμογή της πολιτικής τιμολόγησης σε ένα δίκτυο και εξετάζουν το ερώτημα του ποσού έκπτωσης και την ακολουθία της τιμολόγησης ποιών κόμβων.

Οι Arthur, Motwani, Sharma και Xu (2009) [12] στο άρθρο τους με θέμα Pricing strategies for viral marketing on Social Networks πρότειναν ένα μοντέλο στο οποίο οι καταναλωτές είναι επηρεασμένοι τόσο από τους γείτονές τους για να αγοράσουν το προϊόν όσο και από την τιμή στην οποία προσφέρεται το προϊόν. Το μοντέλο αυτό είναι πιο γενικό και αποτελεί επέκταση τόσο του Γραμμικού Οριακού Μοντέλου όσο και του μοντέλου του Ανεξάρτητου Καταρράκτη που ενσωματώνουν πληροφορίες για την τιμή. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι παρόλο που ένα προϊόν παρέχεται στους καταναλωτές μέσω συστάσεων από αυτούς που ήδη το έχουν αγοράσει, ο πωλητής επηρεάζει την διαδικασία παρέχοντας μία επιστροφή χρημάτων σε αυτούς που σύστησαν το προϊόν σε άλλους καταναλωτές για να το αγοράσουν αλλά και με εκπωτικά κουπόνια για όλους τους αγοραστές στο δίκτυο. Η στρατηγική αυτή ονομάζεται και στρατηγική πωλητών.

Λόγω του ότι το πρόβλημα αυτό είναι NP-hard οι Arthur, Motwani, Sharma και Xu (2009) προτείνουν μια στρατηγική πωλητών η οποία θα δημιουργεί εγγυημένα έσοδα για να αποτελεί και αυτή κατηγορία βέλτιστης στρατηγικής για τα “influence and exploit” μοντέλα. Αυτός ο διαφορετικός τρόπος δημιουργίας εσόδων βασίζεται στην ιδέα της πώλησης προϊόντων μέσω της διάδοσης της επιρροής στο δίκτυο, όπου η επιρροή αυτή βασίζεται στην προσωπική σύσταση των καταναλωτών η οποία έχει πολύ μεγαλύτερη βαρύτητα από ότι μία απρόσωπη διαφήμιση.

3.3 Βέλτιστη Στόχευση

Σε αυτό το κεφάλαιο χρησιμοποιούνται οι αριθμητικές προσομοιώσεις για το γεγονός ότι το υπόβαθρο που έχουμε για τη βέλτιστη στόχευση δεν μπορεί γενικά να εφαρμοστεί σε γενικές περιπτώσεις. Οι Goldenberg, Libai και Muller (2001) [13] στο άρθρο τους με θέμα Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth ήταν οι πρώτοι που μελέτησαν το μοντέλο του Independent Cascade στο πεδίο του Marketing για τη διάχυση ενός προϊόντος σε ένα κοινωνικό δίκτυο. Επηρεασμένοι και αυτοί από την μεγάλη σημασία που έχει η κατηγορία της επικοινωνίας Word of mouth, όπου ευχαριστημένοι και μη-ευχαριστημένοι καταναλωτές μεταφέρουν θετικά και αρνητικά σχόλια σε ένα κοινωνικό δίκτυο, αντίστοιχα, για ένα προϊόν που χρησιμοποίησαν παρατήρησαν πως πολλοί συγγραφείς επικεντρώνονται στα διάφορα κομμάτια του επικοινωνιακού Marketing, όπως η διαφήμιση, η προώθηση προϊόντων και πωλήσεων και πως αυτά συμβάλουν σε μία γενικά συνολική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που έχουν πάνω στις πωλήσεις, και όχι στο πως το Word of mouth συνεισφέρει και επηρεάζει το επίπεδο των πωλήσεων.

Συμφωνούν πως ένας λόγος είναι και η πολυπλοκότητα που εμπεριέχεται στην ανάλυση της διαδικασίας Word of mouth. Ένα κοινωνικό δίκτυο στο οποίο υπάρχει διάχυση πληροφορίας, δίκτυο το οποίο αποτελείται από ένα αρκετά μεγάλο αριθμό ατόμων/κόμβων τα οποία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους που τελικά δημιουργούν μεγάλης κλίμακας, συλλογικές ορατές συμπεριφορές τείνει σε ένα προσαρμοσμένο πολύπλοκο σύστημα. Στο άρθρο τους εφαρμόζουν λογισμικά αυτόματα μοντέλα, ένα εργαλείο της ανάλυσης των πολύπλοκων συστημάτων για να μπορέσουν να εξηγήσουν την σύνδεση μεταξύ του φαινομένου Word of mouth και των αποτελεσμάτων που έχει στη μακρο-οικονομία (αγορές και επιχειρήσεις). Τα

Μέσα από το άρθρο του ο συγγραφέας αναφέρει ότι κάποια χαρακτηριστικά των Cascades μπορούν να ερμηνευτούν σε σχέση με την κατάσταση συνδεσιμότητας του δικτύου από το οποίο διαχέεται μία επιρροή στους κόμβους/άτομα. Όταν το δίκτυο είναι αραιό δηλαδή όταν δεν υπάρχει μεγάλη συνδεσιμότητα μεταξύ των κόμβων άρα δεν μπορεί ένας κόμβος να πάρει πληροφορίες από κάποιους γείτονές του, η δημιουργία Cascades επηρεάζεται από την συνδεσιμότητα του δικτύου και το ποσοστό των ενημερωμένων κόμβων είναι χαμηλό. Και αντιθέτως όταν το δίκτυο είναι πυκνό δηλαδή όταν υπάρχει μεγάλη συνδεσιμότητα μεταξύ των κόμβων άρα μπορεί ένας κόμβος να πάρει πληροφορίες από τους περισσότερους γείτονές του, η δημιουργία Cascades επηρεάζεται τώρα από την σταθερότητα των κόμβων του δικτύου και το ποσοστό των ενημερωμένων κόμβων είναι υψηλό. Στην πρώτη περίπτωση τα Cascades παρουσιάζουν μία Power-Law κατανομή ενώ στην δεύτερη περίπτωση μία bimodal κατανομή.

Οι Dodds και Watts (2007) [16] στο άρθρο τους με θέμα Influentials, Networks, and Public Opinion Formation ασχολήθηκαν με τη σημασία που έχουν όχι οι opinion leaders ή οι influentials, αυτοί δηλαδή που έχουν τη δύναμη να επηρεάσουν στη διαδικασία διάχυσης μιας ιδέας ή ενός προϊόντος μέσα σε ένα κοινωνικό δίκτυο αλλά με το εκείνο το σύνολο κόμβων το οποίο αποτελείται από άτομα που επηρεάζονται εύκολα από τις διαπροσωπικές τους επαφές (critical mass).

Αναφέρουν ότι στην πραγματικότητα έχει παρατηρηθεί ότι πολλά κοινωνικά γεγονότα και αλλαγές συνέβησαν όχι λόγω των influentials αλλά από εκείνα τα άτομα που επηρεάζονται πιο εύκολα και με τη σειρά τους αυτοί επηρεάζουν άτομα με το ίδιο χαρακτηριστικό με αυτούς, δηλαδή ότι είναι εύκολα επηρεάσιμοι. Από την εργασία τους βρήκαν ότι υπάρχουν κάποιες συγκεκριμένες συνθήκες κάτω από τις οποίες οι influentials πιθανώς να είναι συμβάλουν δυσανάλογα στην πυροδότηση μια μεγάλης κλίμακας αλυσιδωτών αντιδράσεων σε ένα δίκτυο από ότι η critical mass χωρίς ωστόσο να μειώνεται ολοκληρωτικά και η σημασία των influentials. Ωστόσο αναφέρουν πως παρά το γεγονός ότι τα ευρήματά τους δεν αποκλείουν την πιθανότητα ότι οι influentials μπορεί να είναι απαραίτητοι στη διαδικασία της διάχυσης, είναι απαραίτητο να γίνει πιο προσεκτική και λεπτομερή μελέτη όσων αφορά την υπόθεση των influentials και την εφαρμογή της από αυτήν που έχει ήδη πραγματοποιηθεί.

3.4 Τιμολόγηση Σε Κοινωνικό Δίκτυο

3.4.1 Τιμολόγηση Μονοπωλίου Με Εξωτερικότητες Κατανάλωσης

Οι Francis Bloch και Nicolas Querou [17] το 2013 στο άρθρο τους με τίτλο « Pricing in Social Networks » ανέλυσαν το πρόβλημα βέλτιστης τιμολόγησης μονοπωλίου σε κοινωνικό δίκτυο κατά το οποίο οι πράκτορες ενδιαφέρονται για την κατανάλωση ή τις τιμές των γειτόνων τους. Ασχολήθηκαν με την σχέση βέλτιστων τιμών και κεντρικότητας καταναλωτή σε κοινωνικό δίκτυο και η οποία σχέση εξαρτάται από τη δομή της αγοράς και από τον τύπο των εξωτερικοτήτων.

Στην εργασία τους, θεωρούν δύο κανάλια που επηρεάζουν τη ζήτηση του καταναλωτή στο κοινωνικό δίκτυο. Στο πρώτο μοντέλο των τοπικών εξωτερικοτήτων του δικτύου, οι καταναλωτές επωφελούνται από την ίδια κατανάλωση του προϊόντος από τους άμεσούς τους γείτονες ενώ στο δεύτερο μοντέλο με βάση τις τιμές αναφοράς οι καταναλωτές κατασκευάζουν μια τιμή αναφοράς με βάση την τιμή που χρεώνεται στους άμεσους γείτονές τους και εκφράζουν θετική χρησιμότητα εάν η τιμή που λαμβάνουν είναι μικρότερη από την τιμή αναφοράς τους.

Και στα δύο μοντέλα, στόχος είναι να κατανοηθεί για ποιο μέτρο της κεντρικότητας είναι σχετική με την κατάταξη τιμές που χρεώνονται σε διαφορετικούς κόμβους. Θεωρούν ένα γραμμικό μοντέλο, όπου οι καταναλωτές παίρνουν μια τυχαία αποτίμηση για το αντικείμενο σύμφωνα με μια ομοιόμορφη κατανομή. Όσον αφορά το πρώτο μοντέλο, οι συγγραφείς το ενσωματώνουν σε ένα γραμμικό μοντέλο, όπου το μονοπώλιο επιλέγει βέλτιστα μια ενιαία τιμή στο δίκτυο. Ενώ το δεύτερο μοντέλο ενσωματώνεται σε ένα πλαίσιο κατά το οποίο κάθε κορυφή εξυπηρετεί μια διαφορετική εταιρία. Το αποτέλεσμα είναι η ανθεκτικότητα στις αλλαγές του μοντέλου.

Τέλος, αναλύεται η ανθεκτικότητα (robustness) της ανάλυσης σε σχέση με την αλλαγή της ζήτησης και της εισαγωγής της διαπραγμάτευσης μεταξύ μονοπωλητή και καταναλωτή.

Οι O. Candogan, K. Bimpikis και A. Ozdaglar το 2012 [18] κυκλοφόρησαν το άρθρο τους με τίτλο « Optimal Pricing in Social Networks » και οι οποίοι ασχολήθηκαν με την βέλτιστη στρατηγική τιμολόγησης ενός μονοπωλητή σε ένα

κοινωνικό δίκτυο. Θεώρησαν ότι το επίπεδο κατανάλωσης κάθε πράκτορα εξαρτάται άμεσα από την χρήση που κάνουν οι γείτονές του. Οι συγγραφείς διερεύνησαν την βέλτιστη πολιτική τιμολόγησης από τρεις πλευρές.

Στην πρώτη πλευρά, ο μονοπωλητής μπορεί να χρησιμοποιήσει τέλεια τη διακριτή τιμολόγηση και έτσι να προσφέρει το προϊόν σε διαφορετικές τιμές στο κάθε πράκτορα του δικτύου. Αυτές οι βέλτιστες τιμές έχουν τρεις συνιστώσες:

- Τον ονομαστικό όρο, ανεξάρτητα από τη δομή του δικτύου
- Τον εκπτωτικό όρο, μία έκπτωση στον πράκτορα λόγω της επιρροής του στους γείτονές του
- Τον όρο σήμανσης, εξαιτίας της επιρροής των γειτόνων του στον πράκτορα.

Από την δεύτερη πλευρά, η βέλτιστη στρατηγική μονοπωλίου είναι να προσφερθεί μια ενιαία τιμή για το προϊόν σε όλους. Αλλά τότε υπάρχει η περίπτωση να μην αγοράσει κάποιος το προϊόν. Το ζήτημα είναι να προσφερθεί μια τιμή η οποία να πετύχει την υψηλότερη κατανάλωση και μεγάλα έσοδα. Από τους συγγραφείς δόθηκε ένας αλγόριθμος που να υπολογίζει την βέλτιστη τιμή σε πολυωνυμικό χρόνο ως προς τον αριθμό των πρακτόρων.

Ενώ από την τρίτη πλευρά, ο μονοπωλητής μπορεί να προσφέρει μια ολική τιμή ή μια τιμή με έκπτωση. Το πρόβλημα είναι να βρεθεί το υποσύνολο των πρακτόρων στο οποίο θα προσφερθεί η έκπτωση. Τέλος, οι συγγραφείς κατασκεύασαν έναν αλγόριθμο που να επιτυγχάνει, υπό προϋποθέσεις, το 88% του μέγιστου κέρδους.

Οι Fainmesser και Galeotti (2013) [19] με το άρθρο τους που είχε τίτλο « The Value of Network Information» ασχολήθηκαν με τιμολόγηση μονοπωλίου που κάνει διακρίσεις σε ένα υπόδειγμα τετραγωνικής χρησιμότητας. Το μονοπώλιο γνωρίζει μόνο την κατανομή βαθμού του δικτύου και παρατηρεί τον βαθμό της κάθε κορυφής. Οι καταναλωτές έχουν διαφορετικούς έσω- και έξω-βαθμούς. Ο έσω-βαθμός ενός καταναλωτή i μετρά το πλήθος των πρακτόρων που επηρεάζονται από τον πράκτορα i ενώ έξω-βαθμός του καταναλωτή i μετρά το πλήθος των πρακτόρων που επηρεάζουν τον πράκτορα i . Ένας καταναλωτής με υψηλότερο έξω-βαθμό πληρώνει περισσότερο, ενώ ένας καταναλωτής με χαμηλότερο έσω-βαθμό πληρώνει λιγότερο.

Το κύριο αποτέλεσμα αυτής της εργασίας είναι ότι συγκρίνει τα κέρδη της ισορροπίας και του πλεονάσματος του καταναλωτή στο πλαίσιο ενιαίας τιμολόγησης, και των διακρίσεων με βάση τον έσω- και έξω-βαθμό. Οι Καταναλωτές με χαμηλό έξω-βαθμό επωφελούνται από τις διακρίσεις με βάση τον έξω-βαθμό, ενώ οι καταναλωτές με υψηλό έσω-βαθμό βρίσκονται σε καλύτερη θέση στην ενιαία τιμολόγηση με βάση τον έσω-βαθμό.

Οι Giacomo Corbo και Di Lin [20] στο άρθρο τους με τον τίτλο « OPTIMAL PRICING WITH POSITIVE NETWORK EFFECTS: THE BIG BENEFITS OF JUST A LITTLE DISCRIMINATION » ασχολούνται με την βέλτιστη πολιτική τιμολόγηση και εσόδων ενός μονοπωλητή σε ένα κοινωνικό δίκτυο καταναλωτών το οποίο εμφανίζει θετική εξωτερικότητα. Στην εργασία ως θετική εξωτερικότητα θεωρείται το επίπεδο χρήσης ενός καταναλωτή που εξαρτάται άμεσα από την χρήση του προϊόντος που κάνουν οι γείτονές του. Οι συγγραφείς θεωρούν ότι ο μονοπωλητής μπορεί να προσφέρει εξατομικευμένες τιμές στους καταναλωτές ανάλογα με την θέση που κατέχουν στο δίκτυο. Θεωρούν λοιπόν ένα τέτοιο περιβάλλον και υποθέτουν ότι ο μονοπωλητής μπορεί να επιλέξει το πολύ κ διακριτές τιμές. Παρατηρούν ότι ενώ για $k=1$ το πρόβλημα είναι επιλύσιμο, το γενικό πρόβλημα είναι NP-complete και δεν υπάρχει προσέγγισή του σε πολυωνυμικό χρόνο. Αποδεικνύουν ότι η γνώση των εξωτερικοτήτων είναι περισσότερο σημαντική στην βέλτιστη τιμολόγηση ως πυκνότητα του δικτύου. Τέλος, θεωρούν μία στρατηγική σποράς ως μία ειδική περίπτωση κ-τιμολόγησης όπου το προϊόν δίνεται δωρεάν σε ένα υποσύνολο του δικτύου.

Ο Pekka Sääskilahti το 2007 [21] κυκλοφόρησε το άρθρο του με τίτλο « Monopoly Pricing of Social Goods » το οποίο ασχολείται με τους ρόλους της τοπολογίας του κοινωνικού δικτύου και με το μέγεθος της τιμολόγησης μονοπωλίου σε μια αγορά στην οποία οι καταναλωτές αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η επίδραση της τοπολογίας λειτουργεί κατά της επίδρασης του μεγέθους στην τιμολόγηση μονοπωλίου. Κάτω από την ασύμμετρη πληροφόρηση σχετικά με τους τύπους των καταναλωτών, το μονοπώλιο προτιμά την τοπολογία σε ένα συμμετρικό δίκτυο.

3.4.2 Ανταγωνιστική Τιμολόγηση Σε Κοινωνικά Δίκτυα

Το άρθρο του Jullien (2011) [22] με τίτλο « Competition in Multi-Sided Markets: Divide and Conquer » ασχολείται με ένα μοντέλο στο οποίο οι καταναλωτές

είναι χωρισμένοι σε ομάδες και όπου ένας πίνακας εξωτερικών επιδράσεων περιγράφει το κοινωνικό δίκτυο. Επιπλέον, υπάρχουν δύο εταιρίες οι οποίες ανταγωνίζονται στις τιμές σύμφωνα με το υπόδειγμα Stackelberg δηλαδή οι επιχειρήσεις αποφασίζουν διαδοχικά για τις τιμές. Έτσι, προκύπτει η μία επιχείρηση να είναι ο ηγέτης και η άλλη επιχείρηση να είναι ο οπαδός. Η εργασία αυτή εστιάζει στον οπαδό ο οποίος χρησιμοποιώντας τη στρατηγική διαίρει και βασίλευε μπορεί να κατακτήσει την αγορά. Αυτή η στρατηγική βασίζεται στην ιδέα ότι η επιχείρηση προσφέρει σε κάποιες πλευρές χαμηλές τιμές προκειμένου να εξασφαλισθεί η προθυμία από όλα τα άλλα μέλη να αγοράσουν.

Οι A.Banerji και Bhaskar Dutta (2009) [23] στο άρθρο τους με τίτλο « Local Network Externalities and Market Segmentation » ασχολούνται με ένα δίκτυο το οποίο αποτελείται από καταναλωτές οι οποίοι είναι χωρισμένοι σε ομάδες και κάθε ομάδα αλληλεπιδρά με μερικές άλλες μετρώντας τις εξωτερικότητες σε όλες τις ομάδες. Επιπλέον, υπάρχουν 2 ανταγωνίστριες εταιρίες οι οποίες παράγουν το ίδιο λειτουργικά προϊόν και θέτουν ταυτόχρονα τιμές στην αγορά (ανταγωνισμός Bertrand) ενώ μετά ταυτόχρονα αποφασίζουν οι καταναλωτές εάν και ποιο προϊόν θα αγοράσουν.

Μια αγορά βρίσκεται σε ισορροπία όταν κυριαρχεί μια επιχείρηση δεδομένου ότι επικρατεί στην αγορά ο ανταγωνισμός Bertrand και network effects. Στόχος αυτής της εργασίας είναι να ελέγξει την δομή του δικτύου υπό την οποία υπάρχει ισορροπία καθώς και την δομή του δικτύου έτσι ώστε μια κατακερματισμένη αγορά να οδηγηθεί σε ισορροπία. Τέλος, αποδείχθηκε ότι τα ειδικά δίκτυα αστερί και κύκλος παρουσιάζουν ισορροπίες με τον κατακερματισμό της αγοράς.

Επίσης και το άρθρο του Galeotti (2010) [24] με τίτλο «TALKING, SEARCHING, AND PRICING» ασχολείται με την τιμολόγηση ενός δυοπωλίου σε ένα κοινωνικό δίκτυο στο οποίο υπάρχουν κοινωνικές αλληλεπιδράσεις. Ο Galeotti θεωρεί ότι έχει ένα κοινωνικό δίκτυο στο οποίο οι καταναλωτές συλλέγουν πληροφορίες από άλλους καταναλωτές που αφορούν τιμές. Αποδεικνύεται μέσα στο άρθρο ότι η δια του στόματος επικοινωνία μεταξύ των καταναλωτών μπορεί να επηρεάσει την τιμολογιακή συμπεριφορά των δύο εταιριών. Αυτό σημαίνει ότι πάντοτε κάποιοι καταναλωτές θα γνωρίζουν και τις δύο τιμές απαλείφοντας την



πιθανότητα ότι μερικοί καταναλωτές μπορεί να μην ενεργήσουν στο να πληροφορηθούν και ότι οι εταιρείες προσφέρουν προϊόντα σε μονοπωλιακές τιμές.

Επιπλέον, όσο περισσότερο ένας καταναλωτής προσπαθεί να ενημερωθεί από άλλους καταναλωτές τόσο περισσότερο αποκτά πληροφόρηση αλλά παράλληλα χάνεται το κίνητρο του για περισσότερη έρευνα. Τέλος, μία αύξηση του επιπέδου της διαπροσωπικής επικοινωνίας σημαίνει ότι η αγορά γίνεται πιο ανταγωνιστική, μειώνοντας τις τιμές και τα κέρδη ισορροπίας ενώ στην αντίθετη περίπτωση η αγορά γίνεται λιγότερο ανταγωνιστική, αυξάνοντας τις τιμές και τα κέρδη ισορροπίας.

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με μια μονοπωλιακή επιχείρηση η οποία επιθυμεί να προωθήσει και να αγοραστεί το προϊόν της στην αγορά του Facebook στην οποία υπάρχει μοναδιαία ζήτηση από τους καταναλωτές. Η δομή της αγοράς αποτελείται από δύο συμμετρικά δίκτυα συνολικού πλήθους n κόμβων. Θα ασχοληθούμε με τα συμμετρικά δίκτυα του πλήρους δικτύου, του δικτύου αστέρι και του κυκλικού δικτύου. Υποθέτουμε ότι υπάρχει ένα σταθερό κόστος παραγωγής του προϊόντος c και ότι το προϊόν πωλείται σε μια ενιαία τιμή p . Η μονοπωλιακή επιχείρηση μπορεί να προωθήσει το προϊόν της σε έναν κόμβο μαζί με ένα κόστος διαφήμισης A ανά κόμβο. **Το δίλλημα στο οποίο έρχεται αντιμέτωπη η επιχείρηση είναι το εάν την συμφέρει να πραγματοποιήσει την αρχική προώθηση του προϊόντος της στον έναν κεντρικό κόμβο ή και στους δύο κεντρικούς κόμβους του συμμετρικού δικτύου δεδομένου ότι υπάρχει ένα θετικό κόστος διαφήμισης ανά κόμβο.**

4.1 Περιγραφή Του Υποδείγματος

Α' Περίπτωση

Η διαδικασία προώθησης του προϊόντος αποτελείται από περιόδους marketing. Στην πρώτη περίοδο, η μονοπωλιακή εταιρία προωθεί το προϊόν της σε έναν κεντρικό κόμβο μαζί με ένα κόστος διαφήμισης $A(1)$ και εκείνος με την σειρά του αγοράζει το προϊόν. Επομένως, τα έσοδα αυτού του γύρου θα είναι Π_1 . Στην δεύτερη περίοδο, μέσω μιας θετικής εξωτερικότητας που ασκεί ο κάθε κόμβος στους γείτονές του προωθείται το προϊόν στους κόμβους με τους οποίους συνδέεται. Εκείνοι με την σειρά τους θα αγοράσουν το προϊόν και έτσι προκύπτουν τα έσοδα αυτού του γύρου Π_2 . Στην τρίτη περίοδο, οι κόμβοι οι οποίοι αγόρασαν το προϊόν στον δεύτερο γύρο με την σειρά τους θα το προωθήσουν στους υπόλοιπους κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Αυτοί με την σειρά τους θα αγοράσουν το προϊόν και έτσι τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι Π_3 κ.ο.κ.. Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν το δίκτυο καλύπτεται (δηλαδή όλοι καταναλώνουν από μια μονάδα) μετά από t γύρους. Στο τέλος, τα συνολικά προεξοφλημένα κέρδη για την μονοπωλιακή επιχείρηση θα είναι

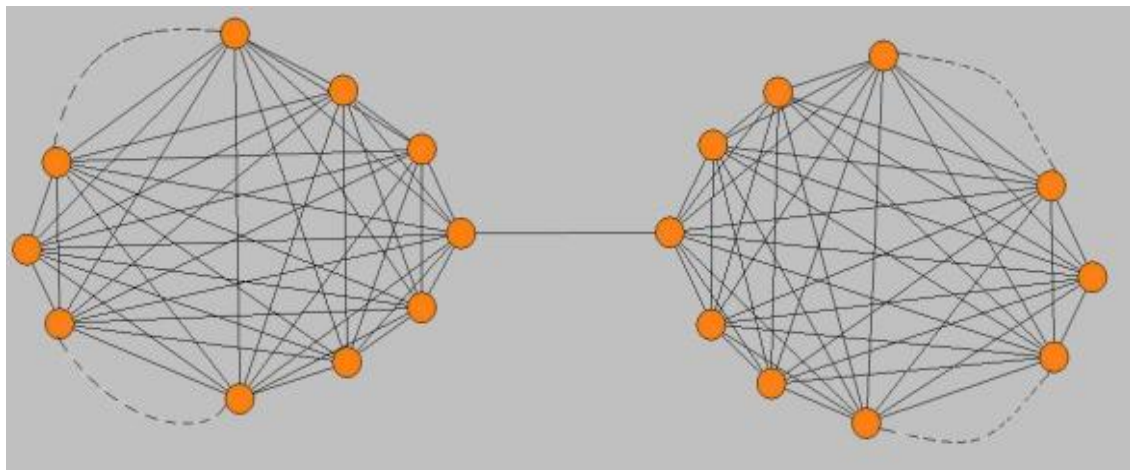
$$\Pi = \Pi_1 + \frac{1}{1+\delta} \Pi_2 + \frac{1}{(1+\delta)^2} \Pi_3 + \dots + \frac{1}{(1+\delta)^{t-1}} \Pi_t - A(1), \quad \text{όπου } \delta \text{ είναι το προεξοφλητικό επιτόκιο.}$$

Β' Περίπτωση

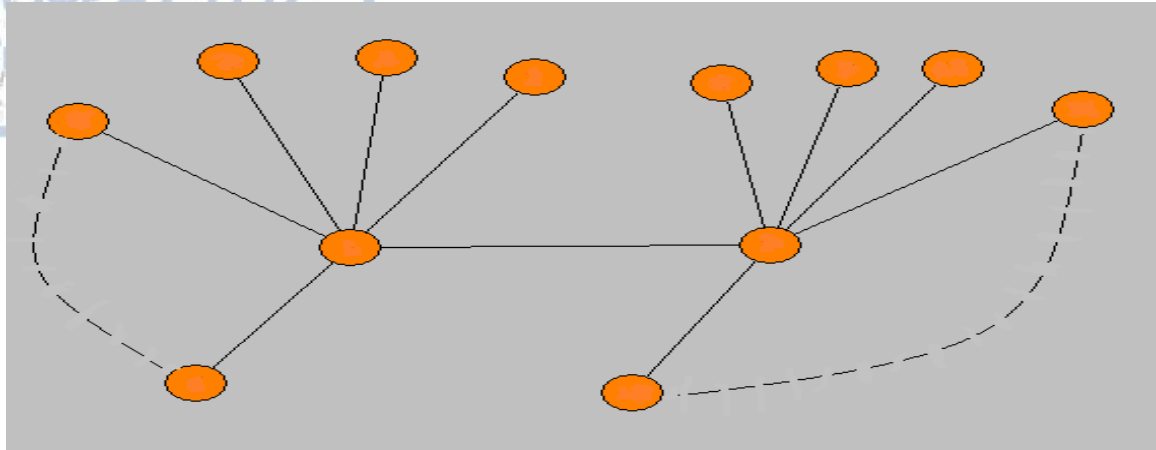
Στην πρώτη περίοδο, η μονοπωλιακή εταιρία προωθεί το προϊόν της σε δύο κεντρικούς κόμβους μαζί με ένα κόστος διαφήμισης $A(2)$ και εκείνοι με την σειρά τους αγοράζουν το προϊόν. Επομένως, τα έσοδα αυτού του γύρου θα είναι Π_1 . Στην δεύτερη περίοδο, μέσω μιας θετικής εξωτερικότητας που ασκεί ο κάθε κόμβος στους γείτονές του προωθείται το προϊόν και κατά αυτό τον τρόπο οι κεντρικοί κόμβοι προωθούν το προϊόν στους κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Εκείνοι με την σειρά τους θα αγοράσουν το προϊόν και έτσι προκύπτουν τα έσοδα αυτού του γύρου Π_2 . Στην τρίτη περίοδο, οι κόμβοι οι οποίοι αγόρασαν το προϊόν στον δεύτερο γύρο με την σειρά τους θα το προωθήσουν στους υπόλοιπους κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Αυτοί με την σειρά τους θα αγοράσουν το προϊόν και έτσι τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι Π_3 κ.ο.κ.. Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν το δίκτυο καλύπτεται (δηλαδή όλοι καταναλώνουν από μια μονάδα) μετά από t γύρους. Στο τέλος, τα συνολικά προεξοφλημένα κέρδη για την μονοπωλιακή επιχείρηση θα είναι
$$\Pi = \Pi_1 + \frac{1}{1+\delta} \Pi_2 + \frac{1}{(1+\delta)^2} \Pi_3 + \dots + \frac{1}{(1+\delta)^{t-1}} \Pi_t - A(2), \quad \text{όπου } \delta \text{ είναι το προεξοφλητικό επιτόκιο.}$$

4.2 Πλήρες Δίκτυο Και Δίκτυο Αστέρι

Επειδή η γενίκευση του πλήρες δικτύου και του δικτύου αστέρι είναι η ίδια, για αυτό τον λόγο ενσωματώνονται στην ίδια υποενότητα.



Εικόνα 5: Συμμετρικό πλήρες δίκτυο με n κόμβους.



Εικόνα 6: Συμμετρικό δίκτυο αστέρι με n κόμβους.

Α' Περίπτωση

Ο μονοπωλητής επιθυμεί να προωθήσει το προϊόν του σε έναν από τους δύο κεντρικούς κόμβους του δικτύου.

Περίοδος $t=1$

Ο ένας κεντρικός κόμβος αγοράζει το προϊόν. Τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi_1 = (p - c)$.

Περίοδος $t=2$

Εφόσον αγόρασε το προϊόν ο ένας κεντρικός κόμβος τότε και οι επόμενοι $\frac{n}{2}$ κόμβοι οι οποίοι συνδέονται μαζί του θα αγοράσουν το προϊόν, άρα $\Pi_2 = \frac{n}{2}(p - c)$.

Περίοδος $t=3$

Με την σειρά τους και οι υπόλοιποι $(\frac{n}{2} - 1)$ κόμβοι θα αγοράσουν το προϊόν άρα τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi_3 = (\frac{n}{2} - 1)(p - c)$.

Επομένως, τα συνολικά προεξοφλημένα κέρδη θα είναι:

$$\Pi = \Pi_1 + \frac{1}{1+\delta} \Pi_2 + \frac{1}{(1+\delta)^2} \Pi_3 - A(1) =$$

$$(p - c) + \frac{1}{1+\delta} \frac{n}{2} (p - c) + \frac{1}{(1+\delta)^2} \left(\frac{n}{2} - 1\right) (p - c) - A(1), \text{ όπου } A(1)$$

είναι το εφάπαξ κόστος διαφήμισης σε έναν κόμβο.

Β' Περίπτωση

Ο μονοπωλητής επιθυμεί να προωθήσει το προϊόν του και στους δύο κεντρικούς κόμβους του δικτύου.

Περίοδος $t=1$

Οι δύο κεντρικοί κόμβοι αγοράζουν το προϊόν. Τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi'_1 = 2(p - c)$.

Περίοδος $t=2$

Εφόσον αγόρασαν το προϊόν και οι δύο κεντρικοί κόμβοι τότε και οι υπόλοιποι $(n-2)$ κόμβοι οι οποίοι συνδέονται μαζί τους θα αγοράσουν το προϊόν. Άρα έχω $\Pi'_2 = (n-2)(p-c)$.

Επομένως, τα συνολικά προεξοφλημένα κέρδη θα είναι:

$\Pi' = \Pi'_1 + \frac{1}{1+\delta} \Pi'_2 - A(2) = 2(p - c) + \frac{1}{1+\delta} (n - 2)(p - c) - A(2)$, όπου $A(2)$ είναι το εφάπαξ κόστος διαφήμισης σε δύο κόμβους.

Παρατηρούμε ότι $\Pi' - \Pi =$

$$(p - c) + \frac{1}{1+\delta} (p - c) \left(n - 2 - \frac{n}{2} \right) - \frac{1}{(1+\delta)^2} \left(\frac{n}{2} - 1 \right) (p - c) - A(2) + A(1) =$$

$$(p - c) \left[1 + \frac{1}{1+\delta} \left(\frac{n}{2} - 2 \right) - \frac{1}{(1+\delta)^2} \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \right] + A(1) - A(2) =$$

$$(p - c) \left[1 + \frac{1}{1+\delta} \left(\frac{n-4}{2} \right) - \frac{1}{(1+\delta)^2} \left(\frac{n-2}{2} \right) \right] + A(1) - A(2) =$$

$$(p - c) \left(\frac{(1+\delta)^2 + \frac{n-4}{2}(1+\delta) - \frac{n-2}{2}}{(1+\delta)^2} \right) - (A(2) - A(1)) =$$

$$(p - c) \left(\frac{(1+\delta)^2 + \frac{n-4}{2} + \frac{n-4}{2}\delta - \frac{n-2}{2}}{(1+\delta)^2} \right) - (A(2) - A(1)) =$$

$$(p - c) \left(\frac{(1+\delta)^2 - 1 + \frac{n-4}{2}\delta}{(1+\delta)^2} \right) - (A(2) - A(1)), \text{ τότε:}$$

- $\text{Av}(p - c) \left(\frac{(1+\delta)^2 - 1 + \frac{n-4}{2}\delta}{(1+\delta)^2} \right) > A(2) - A(1)$, τότε $\Pi' > \Pi$.
- $\text{Av}(p - c) \left(\frac{(1+\delta)^2 - 1 + \frac{n-4}{2}\delta}{(1+\delta)^2} \right) = A(2) - A(1)$, τότε $\Pi' = \Pi$.
- $\text{Av}(p - c) \left(\frac{(1+\delta)^2 - 1 + \frac{n-4}{2}\delta}{(1+\delta)^2} \right) < A(2) - A(1)$, τότε $\Pi' < \Pi$.

Θεωρούμε $A(2) - A(1) = A$ και λύνουμε τις παραπάνω ανισώσεις ως προς n , τότε προκύπτει:

- $\text{Av } n > -2\delta + \frac{2A(1+\delta)^2}{\delta(p-c)}$, τότε $\Pi' > \Pi$.
- $\text{Av } n = -2\delta + \frac{2A(1+\delta)^2}{\delta(p-c)}$, τότε $\Pi' = \Pi$.
- $\text{Av } n < -2\delta + \frac{2A(1+\delta)^2}{\delta(p-c)}$, τότε $\Pi' < \Pi$.

Παρατηρούμε ότι:

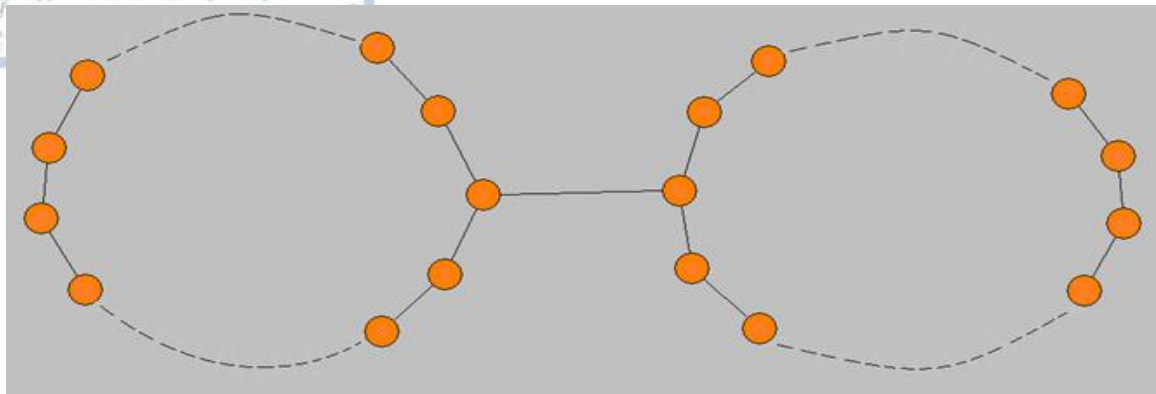
ΠΡΟΤΑΣΗ 1: *Ανεξαρτήτως του πλήθους των κόμβων n του δικτύου όταν $\delta(p - c)/(1 + \delta)^2 \geq 2A$ τότε την μονοπωλιακή επιχείρηση την συμφέρει να προωθήσει το προϊόν της και στους δύο κεντρικούς κόμβους του δικτύου.*

ΠΡΟΤΑΣΗ 2: *Για μικρό πλήθος των κόμβων n του δικτύου όταν $\delta(p-c) \rightarrow 0$ και για πολύ μεγάλο $2A(1+\delta)^2$ τότε την μονοπωλιακή επιχείρηση την συμφέρει να προωθήσει το προϊόν της σε έναν κεντρικό κόμβο.*

Η οικονομική ερμηνεία των παραπάνω προτάσεων είναι η εξής:

Όταν το προεξοφλημένο περιθώριο κέρδος είναι μεγαλύτερο του κόστους της διαφήμισης τότε η επιχείρηση θα προτιμήσει να διαφημίσει σε 2 κόμβους και όχι σε μόνον έναν, εφόσον είναι αρκετά ανυπόμονη, δηλαδή για πολύ χαμηλό δ .

4.3 Κυκλικό Δίκτυο



Εικόνα 7: Συμμετρικό κυκλικό δίκτυο με n κόμβους.

Α' Περίπτωση

Ο μονοπωλητής επιθυμεί να προωθήσει το προϊόν του σε έναν από τους δύο κεντρικούς κόμβους του δικτύου.

Περίοδος $t=1$

Ο ένας κεντρικός κόμβος αγοράζει το προϊόν. Τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi_1 = (p - c)$.

Περίοδος $t=2$

Εφόσον αγόρασε το προϊόν ο ένας κεντρικός κόμβος τότε και οι επόμενοι τρεις κόμβοι οι οποίοι συνδέονται μαζί του θα αγοράσουν το προϊόν, άρα $\Pi_2 = 3(p - c)$.

Περίοδος $t=3$

Εφόσον αγόρασαν το προϊόν οι προηγούμενοι τρεις κόμβοι τότε και αυτοί και με την σειρά τους θα προωθήσουν το προϊόν στους επόμενους τέσσερις κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Αυτοί θα αγοράσουν το προϊόν και τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi_3 = 4(p - c)$.

Περίοδος $t=4$

Αφού αγόρασαν το προϊόν οι προηγούμενοι τέσσερις κόμβοι τότε και αυτοί και με την σειρά τους θα προωθήσουν το προϊόν στους επόμενους τέσσερις κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Αυτοί θα αγοράσουν το προϊόν και τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi_4 = 4(p - c)$.

.....

$$\text{Περίοδος } t = \frac{n-8}{4} + 2$$

Αφού αγόρασαν το προϊόν οι προηγούμενοι τέσσερις κόμβοι τότε και αυτοί και με την σειρά τους θα προωθήσουν το προϊόν στους επόμενους τέσσερις κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Αυτοί θα αγοράσουν το προϊόν και τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi_{\frac{n-8}{4}+2} = 4(p - c)$.

$$\text{Περίοδος } t = \frac{n-8}{4} + 3$$

Στην περίοδο $t = \frac{n-8}{4} + 3$, τρεις κόμβοι αγοράζουν το προϊόν άρα τα έσοδα θα είναι $\Pi_{\frac{n-8}{4}+3} = 3(p - c)$.

$$\text{Περίοδος } t = \frac{n-8}{4} + 4$$

Στην περίοδο $t = \frac{n-8}{4} + 4$, ο τελευταίος ένας κόμβος αγοράζει το προϊόν άρα τα έσοδα θα είναι $\Pi_{\frac{n-8}{4}+4} = (p - c)$.

Επομένως, τα συνολικά προεξοφλημένα κέρδη θα είναι:

$$\Pi = (p - c) + \frac{1}{1+\delta} 3(p - c) + \sum_{i=1}^{\frac{n-8}{4}} \frac{1}{(1+\delta)^{i+1}} 4(p - c) + \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-8}{4}+2}} 3(p - c) + \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-8}{4}+3}} (p - c) - A(1)$$

,όπου $A(1)$ είναι το εφάπαξ κόστος διαφήμισης σε έναν κόμβο.

Β' Περίπτωση

Ο μονοπωλητής επιθυμεί να προωθήσει το προϊόν του και στους δύο κεντρικούς κόμβους του δικτύου.

$$\text{Περίοδος } t=1$$

Οι δύο κεντρικοί κόμβοι αγοράζουν το προϊόν. Τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi'_1 = 2(p - c)$.

Εφόσον οι δύο κεντρικοί κόμβοι αγόρασαν το προϊόν τότε το προϊόν θα προωθηθεί στους επόμενους τέσσερις κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Αυτοί με την σειρά τους θα αγοράσουν το προϊόν και τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi'_2 = 4(p - c)$.

Περίοδος t=3

Εφόσον οι προηγούμενοι τέσσερις κόμβοι αγόρασαν το προϊόν τότε το προϊόν θα προωθηθεί στους επόμενους τέσσερις κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Εκείνοι με την σειρά τους θα αγοράσουν το προϊόν και τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi'_3 = 4(p - c)$.

.....
.

Περίοδος $t = \frac{n-4}{4} + 1$

Εφόσον οι προηγούμενοι τέσσερις κόμβοι αγόρασαν το προϊόν τότε το προϊόν θα προωθηθεί στους επόμενους τέσσερις κόμβους με τους οποίους συνδέονται. Εκείνοι με την σειρά τους θα αγοράσουν το προϊόν και τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi'_{\frac{n-4}{4}+1} = 4(p - c)$.

Περίοδος $t = \frac{n-4}{4} + 2$

Οι τελευταίοι δύο κόμβοι αγοράζουν το προϊόν. Τότε τα κέρδη αυτού του γύρου θα είναι $\Pi'_{\frac{n-4}{4}+2} = 2(p - c)$.

Επομένως, τα συνολικά προεξοφλημένα κέρδη θα είναι:

$$\Pi' = 2(p - c) + \sum_{i=1}^{\frac{n-4}{4}} \frac{1}{(1+\delta)^i} 4(p - c) + \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-4}{4}+1}} 2(p - c) - A(2), \text{ όπου } A(2) \text{ είναι}$$

το εφάπαξ κόστος διαφήμισης σε δύο κόμβους.

Παρατηρούμε ότι $\Pi' - \Pi =$

$$(p-c) + \sum_{i=1}^{\frac{n-4}{4}} \frac{1}{(1+\delta)^i} 4(p-c) + \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-4}{4}+1}} 2(p-c) - A(2) - \frac{1}{1+\delta} 3(p-c) - \sum_{i=1}^{\frac{n-8}{4}} \frac{1}{(1+\delta)^{i+1}} 4(p-c) - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-8}{4}+2}} 3(p-c) - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-8}{4}+3}} (p-c) + A(1) =$$

$$(p-c) + 4(p-c) \left(\sum_{i=1}^{\frac{n-4}{4}} \frac{1}{(1+\delta)^i} - \sum_{i=1}^{\frac{n-8}{4}} \frac{1}{(1+\delta)^{i+1}} \right) - 3(p-c) \left(\frac{1}{1+\delta} + \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-8}{4}+2}} \right) + (p-c) \left(\frac{2}{(1+\delta)^{\frac{n-4}{4}+1}} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-8}{4}+3}} \right) + (A(1) - A(2)) =$$

$$(p-c) + 4(p-c) \frac{1}{1+\delta} - 3 + (p-c) \left(\frac{2}{(1+\delta)^{\frac{n-4}{4}+1}} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n-8}{4}+3}} \right) + (A(1) - A(2)) =$$

$$(p-c) + \frac{(p-c)}{1+\delta} - \frac{(p-c)}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}}} - \frac{(p-c)}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}+1}} + (A(1) - A(2)) =$$

$$(p-c) \left(1 + \frac{1}{1+\delta} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}}} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}+1}} \right) - (A(2) - A(1)), \text{ τότε:}$$

- Αν $(p-c) \left(1 + \frac{1}{1+\delta} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}}} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}+1}} \right) > A(2) - A(1)$, τότε $\Pi' > \Pi$.
- Αν $(p-c) \left(1 + \frac{1}{1+\delta} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}}} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}+1}} \right) = A(2) - A(1)$, τότε $\Pi' = \Pi$.
- Αν $(p-c) \left(1 + \frac{1}{1+\delta} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}}} - \frac{1}{(1+\delta)^{\frac{n}{4}+1}} \right) < A(2) - A(1)$, τότε $\Pi' < \Pi$.

Θεωρούμε $A(2) - A(1) = A$ και λύνουμε τις παραπάνω ανισώσεις ως προς n , τότε προκύπτει:

- Αν $n > \frac{4 \ln \frac{2+\delta}{(p-c)[(2+\delta)(p-c)-A(1+\delta)]}}{\ln(1+\delta)}$, τότε $\Pi' > \Pi$.
- Αν $n = \frac{4 \ln \frac{2+\delta}{(p-c)[(2+\delta)(p-c)-A(1+\delta)]}}{\ln(1+\delta)}$, τότε $\Pi' = \Pi$.
- Αν $n < \frac{4 \ln \frac{2+\delta}{(p-c)[(2+\delta)(p-c)-A(1+\delta)]}}{\ln(1+\delta)}$, τότε $\Pi' < \Pi$.

Παρατηρούμε ότι:

ΠΡΟΤΑΣΗ 3: Ανεξαρτήτως του πλήθους των κόμβων n του δικτύου όταν $(1+\delta) \geq \{(2+\delta)/(p-c)[(2+\delta)(p-c)-A(1+\delta)]\}^4$ τότε την μονοπωλιακή



επιχείρηση την συμφέρει να προωθήσει το προϊόν της και στους δύο κεντρικούς κόμβους του δικτύου.

ΠΡΟΤΑΣΗ 4: Για μικρό πλήθος των κόμβων n του δικτύου όταν $(1+\delta) \rightarrow 1$ και για πολύ μεγάλο $\{(2+\delta)/(p-c)[(2+\delta)(p-c) - A(1+\delta)]\}^4$ τότε την μονοπωλιακή επιχείρηση την συμφέρει να προωθήσει το προϊόν της σε έναν κεντρικό κόμβο.

Η οικονομική ερμηνεία των παραπάνω προτάσεων είναι η εξής:

Όταν το προεξοφλημένο περιθώριο κέρδους είναι μεγαλύτερο του κόστους της διαφήμισης τότε η επιχείρηση θα προτιμήσει να διαφημίσει σε 2 κόμβους και όχι σε μόνον έναν, εφόσον είναι αρκετά υπομονετική, δηλαδή για πολύ υψηλό δ .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΙΣΤΩΝ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΜΕΝΩΝ ΚΕΡΔΩΝ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΟΝΟΠΩΛΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ

Σε αυτό το κεφάλαιο, ασχολούμαστε με ένα κοινωνικό δίκτυο φίλων από το Facebook που δημιουργήθηκε από ένα ερωτηματολόγιο που δόθηκε και απαντήθηκε από είκοσι χρήστες. Στην συνέχεια, υπολογίζουμε τα βασικά μέτρα κεντρικότητας του κοινωνικού δικτύου και υποθέτουμε ότι υπάρχει μια μονοπωλιακή εταιρία παραγωγής γάλακτος η οποία επιθυμεί να πουλήσει το προϊόν της σε αυτό το δίκτυο. Για το κάθε μέτρο κεντρικότητας διακρίνουμε δύο τρόπους προώθησης και πώλησης του προϊόντος στο κοινωνικό δίκτυο οι οποίοι είναι πως είτε μπορεί να προωθήσει το προϊόν στον κόμβο ο οποίος έχει την υψηλότερη τιμή κεντρικότητας είτε μπορεί να προωθήσει το προϊόν στους κόμβους που έχουν τις δύο υψηλότερες τιμές κεντρικότητας. Έπειτα, για τον κάθε ένα τρόπο προώθησης και πώλησης του προϊόντος και για το κάθε είδος κεντρικότητας βρίσκουμε τις άριστες τιμές και ποσότητες καθώς και τα άριστα προεξοφλημένα κέρδη. Στο τέλος για τον κάθε ένα τρόπο προώθησης και πώλησης του προϊόντος βρίσκουμε την κεντρικότητα που δίνει τα περισσότερα κέρδη.

5.1 Δημιουργία του κοινωνικού δικτύου

Για να κατασκευαστεί το κοινωνικό δίκτυο χρειάστηκε να δημιουργηθεί ένα ερωτηματολόγιο. Το ερωτηματολόγιο απαντήθηκε από άτομα διαφόρων ηλικιών τόσο από το ευρύτερο φιλικό όσο και από το συγγενικό μου περιβάλλον.

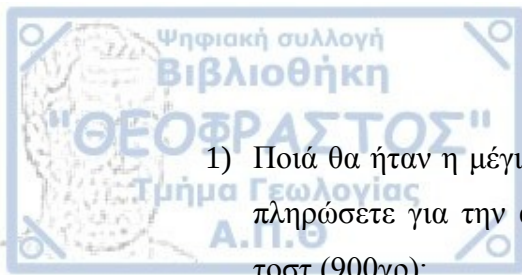
Αρχή ερωτηματολογίου:

Ερωτηματολόγιο

Οδηγίες συμπλήρωσης: Παρακαλείστε να συμπληρώστε μόνο τα ονόματα των φίλων με τους οποίους επικοινωνείτε μέσω μηνυμάτων τουλάχιστον 2 φορές την εβδομάδα στην πλατφόρμα Facebook.

* ως μήνυμα εννοείται η καταχώρηση/δημοσίευση/αναδημοσίευση μιας πληροφορίας στο προφίλ/χρονολόγιο του άλλου ατόμου ή αποστολή κάποιας πληροφορίας σε αυτό μέσω chat/messenger.

	Ονοματεπώνυμο φίλου στο FB	Αριθμός μηνυμάτων* που λαμβάνετε από τον φίλο ανά εβδομάδα	Αριθμός μηνυμάτων* που στέλνετε στον φίλο ανά εβδομάδα	Συνολική διάρκεια επικοινωνίας (chatting) με τον φίλο στο FB ανά εβδομάδα σε λεπτά
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				



- 1) Ποιά θα ήταν η μέγιστη τιμή που θα ήσασταν διατεθειμένος/διατεθειμένη να πληρώσετε για την αγορά μίας τυπικής συσκευασίας 28 φετών ψωμιού για τοστ (900γρ);

Απάντηση: Η μέγιστη τιμή που θα πλήρωνα είναι

- 2) Ποιά θα ήταν η μέγιστη τιμή που θα ήσασταν διατεθειμένος/διατεθειμένη να πληρώσετε για την αγορά ενός λίτρου φρέσκου γάλακτος (διάρκειας 5-7 ημερών);

Απάντηση: Η μέγιστη τιμή που θα πλήρωνα είναι

- 3) Ποιά θα ήταν η μέγιστη τιμή που θα ήσασταν διατεθειμένος/διατεθειμένη να πληρώσετε για την αγορά μίας συσκευασίας ενός λίτρου φυσικού χυμού πορτοκάλι (διάρκειας 3-5 ημερών);

Απάντηση: Η μέγιστη τιμή που θα πλήρωνα είναι

Ονοματεπώνυμο _____

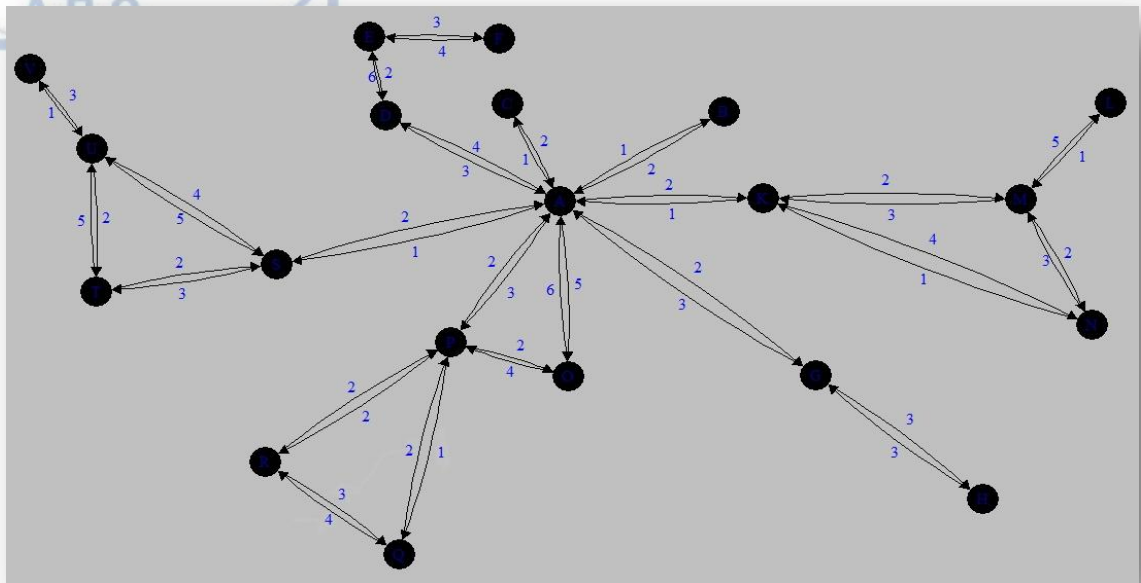
Ημερομηνία _____

Ευχαριστούμε θερμά για την συμμετοχή σας.

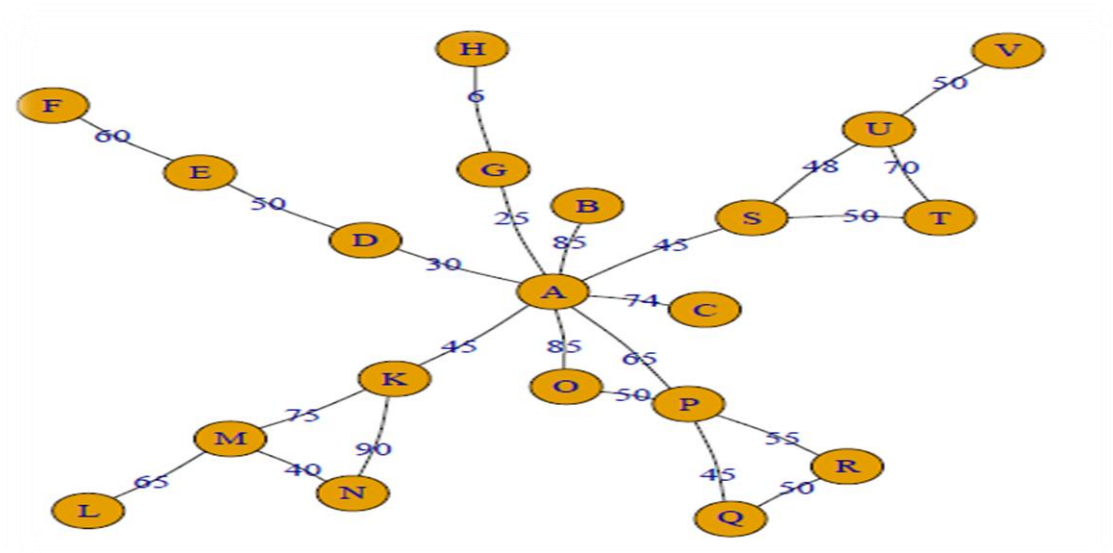
Τέλος ερωτηματολογίου.

Το δίκτυό μας θα έχει ως κόμβους τα άτομα τα οποία απάντησαν και συμμετείχαν στην έρευνα. Το συγκεκριμένο ερωτηματολόγιο απαντήθηκε συνολικά από είκοσι άτομα άρα το δίκτυο θα αποτελείται από είκοσι κόμβους. Οι ακμές μεταξύ των κόμβων δημιουργούνται με βάση το με ποια άτομα το ερωτηθέν άτομο είναι φίλος στο Facebook και επικοινωνεί μαζί τους τουλάχιστον δύο φορές την εβδομάδα.

Θεωρούμε ότι οι αλληλεπιδράσεις και οι διαπροσωπικές σχέσεις μεταξύ δύο ατόμων στο Facebook χαρακτηρίζονται από το πλήθος των δημοσιεύσεων/αναδημοσιεύσεων μιας είδησης που κάνει ο ένας στο προφίλ του άλλου αλλά και από την μεταξύ τους διάρκεια συνομιλίας που έχουν στο messenger. Οπότε, το δίκτυό μας εμφανίζει στις ακμές του δύο διαφορετικά βάρη από τα οποία το ένα είναι το πλήθος των δημοσιεύσεων/αναδημοσιεύσεων που κάνει ο ένας στο προφίλ του άλλου και το δεύτερο είναι η διάρκεια συνομιλίας (σε λεπτά) μεταξύ δύο ατόμων.



Εικόνα 8: Το κοινωνικό δίκτυο με βάρη στις ακμές το πλήθος των δημοσιεύσεων/αναδημοσιεύσεων μιας είδησης που κάνει ο ένας στο προφίλ του άλλου.

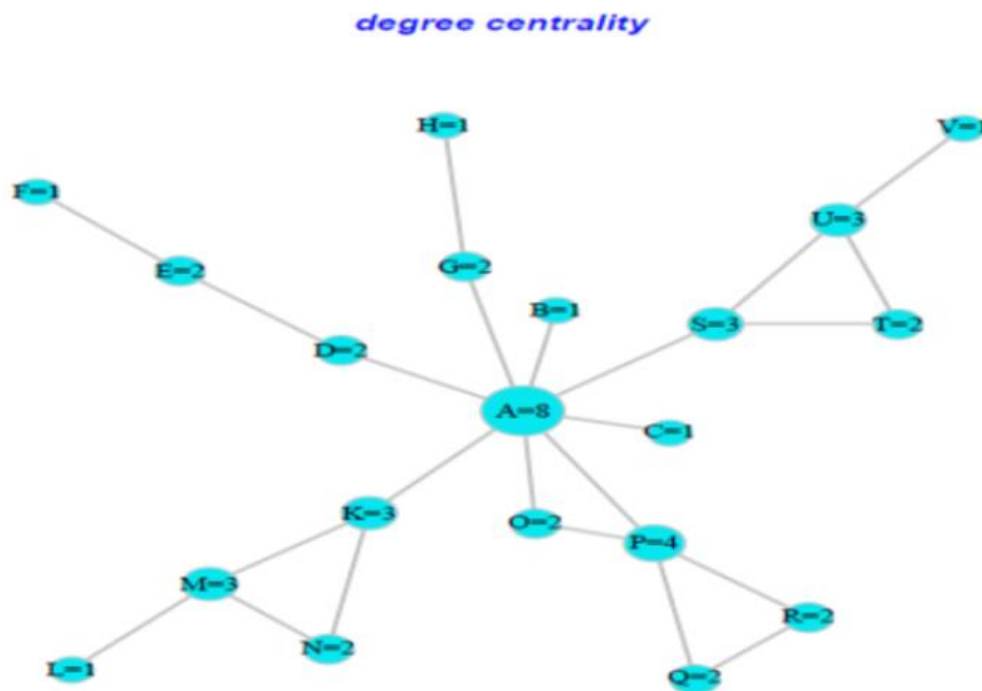


Εικόνα 9: Το κοινωνικό δίκτυο με βάρη στις ακμές τη διάρκεια συνομιλίας (την εβδομάδα) που έχουν δύο άτομα στο messenger (chat room).

5.2 Υπολογισμός Βασικών Μέτρων Κεντρικότητας

5.2.1 Υπολογισμός Της Βαθμικής Κεντρικότητας

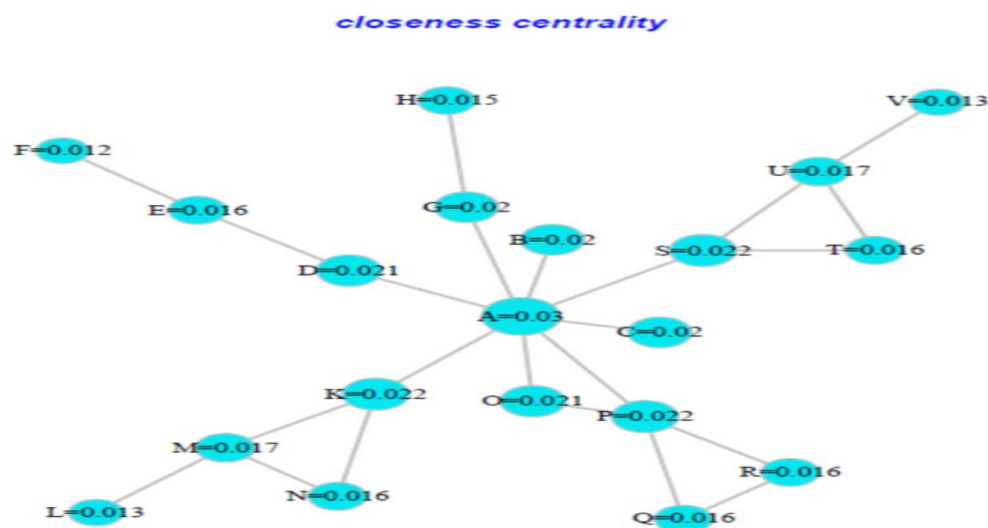
Μέσω του προγράμματος της R υπολογίστηκε η βαθμική κεντρικότητα (degree centrality) του δικτύου.



Εικόνα 10: Το δίκτυο με την αντίστοιχη βαθμική κεντρικότητα του κάθε κόμβου.

5.2.2 Υπολογισμός Της Κεντρικότητας Εγγύτητας

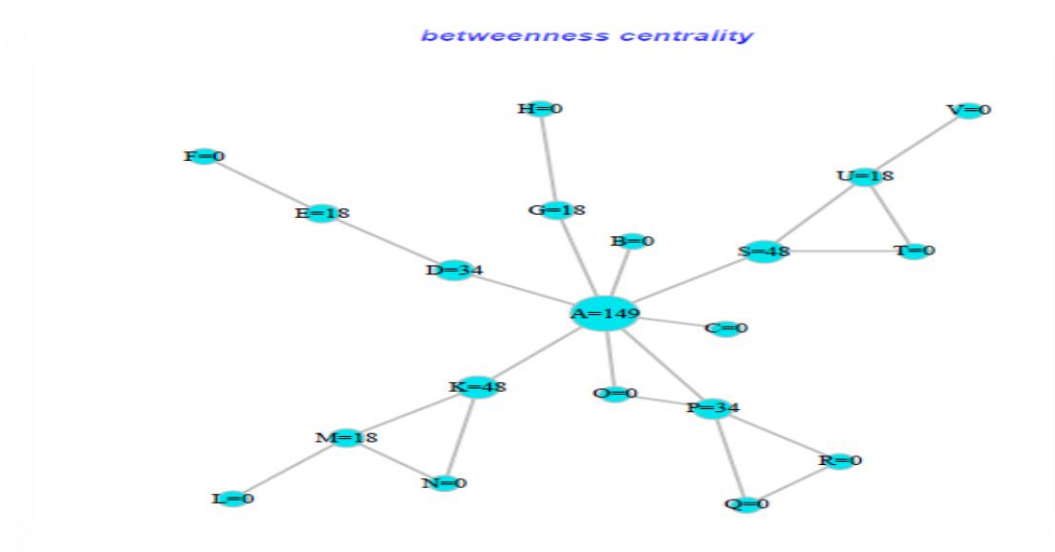
Μέσω του προγράμματος της R υπολογίστηκε η κεντρικότητα εγγύτητας (closeness centrality) του δικτύου.



Εικόνα 11: Το δίκτυο με την αντίστοιχη κεντρικότητα εγγύτητας του κάθε κόμβου.

5.2.3 Υπολογισμός Της Ενδιάμεσης Κεντρικότητας

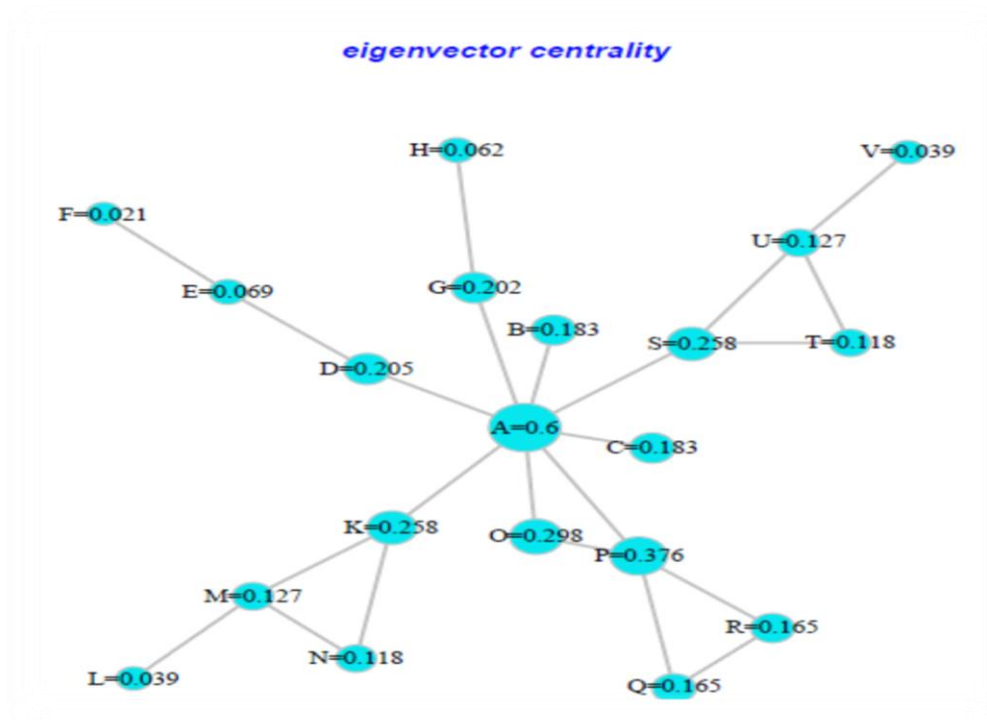
Μέσω του προγράμματος της R υπολογίστηκε η ενδιάμεση κεντρικότητα (betweenness centrality) του δικτύου.



Εικόνα 12: Το δίκτυο με την αντίστοιχη ενδιάμεση κεντρικότητα του κάθε κόμβου.

5.2.4 Υπολογισμός Της Ιδιοκεντρικότητας

Μέσω του προγράμματος της R υπολογίστηκε η ιδιοκεντρικότητα (eigenvector centrality) του δικτύου.



Εικόνα 13: Το δίκτυο με την αντίστοιχη ιδιοκεντρικότητα του κάθε κόμβου.

5.3 Μεθοδολογία

Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια μονοπωλιακή εταιρία γάλακτος η οποία επιθυμεί να πουλήσει το προϊόν της σε αυτό το κοινωνικό δίκτυο. Ο τρόπος σύμφωνα με τον οποίο πραγματοποιείται η διαδικασία προώθησης του προϊόντος βασίζεται στους J.Hartline, V.Mirroknι και M.Sundarajan οι οποίοι το 2008 κυκλοφόρησαν το άρθρο τους με τίτλο «Optimal Marketing Strategies over Social Networks».[24] Η μονοπωλιακή εταιρία προσφέρει το προϊόν με μια ενιαία τιμή p και έχει ένα σταθερό κόστος παραγωγής c . Αρχικά, η εταιρία θα προσφέρει το προϊόν σε κάποιους πελάτες μαζί με ένα διαφημιστικό κόστος A και αυτοί με την σειρά τους θα επηρεάσουν θετικά τους γειτονικούς τους κόμβους έτσι ώστε με μεγαλύτερη προθυμία να αγοράσουν το προϊόν. Οι εν δυνάμει αγοραστές επηρεάζονται μόνο από εκείνους τους γειτονικούς τους κόμβους οι οποίοι έχουν αγοράσει ήδη το προϊόν. Ως θετική εξωτερικότητα θεωρούμε την απόφαση ενός υποψήφιου αγοραστή που εξαρτάται από

το πόσοι άλλοι έχουν το προϊόν αλλά και από την τιμή του προϊόντος. Αυτή η εξωτερικότητα συμβολίζεται με u_i και εκφράζεται με τον τύπο: $u_i = w_{ii} + \sum_{j \in S} w_{ji}$, όπου w_{ii} είναι η αξία που έχει ο αγοραστής για το προϊόν χωρίς να επηρεάζεται από κανέναν άλλον, w_{ji} είναι το πόση επιρροή έχει ο κόμβος j στον i και με S είναι το σύνολο των ατόμων που έχουν ήδη αγοράσει το προϊόν.

Όπως αναφέραμε, η εταιρία μπορεί να προωθήσει το προϊόν της κατά δύο τρόπους άρα στην αρχή της διαδικασίας θα πρέπει να διακρίνουμε τις δύο περιπτώσεις, στην συνέχεια βρίσκουμε τις νέες τιμές επιφύλαξης των καταναλωτών και βρίσκουμε την αντίστοιχη αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης. Έπειτα, υπολογίζουμε τις άριστες τιμές και ποσότητες καθώς και τα αντίστοιχα άριστα προεξοφλημένα κέρδη. Στο τέλος, για την κάθε περίπτωση βρίσκουμε την κεντρικότητα που δίνει τα περισσότερα κέρδη.

5.4 Υπολογισμός Επιρροής Στο Κοινωνικό Δίκτυο

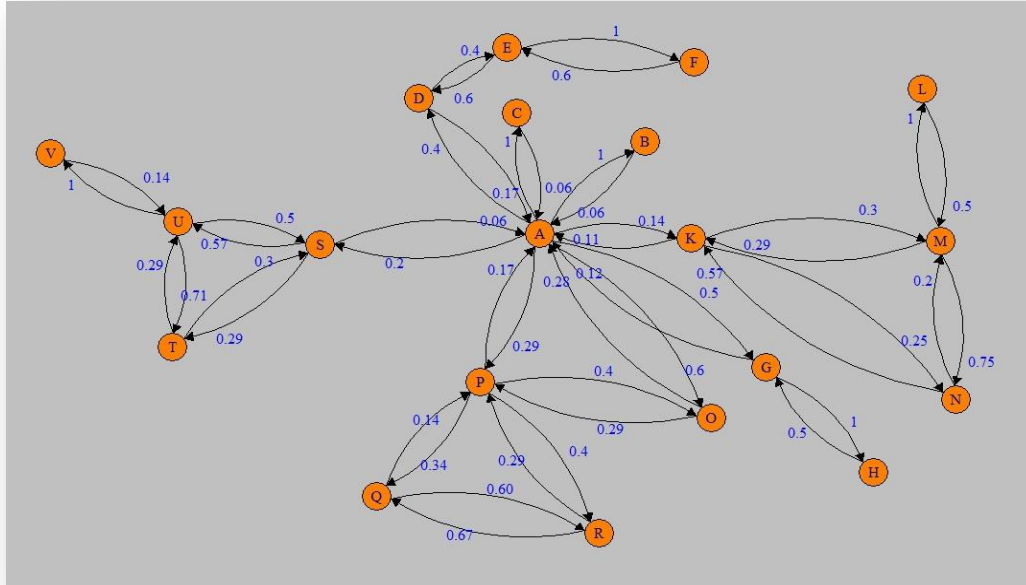
Όπως είπαμε τα άτομα στο Facebook αλληλεπιδρούν μεταξύ τους υπό την έννοια ότι δημοσιεύουν μηνύματα ή ειδήσεις στο προφίλ/χρονολόγιο κάποιου άλλου ατόμου ή επικοινωνούν στο messenger (chat room). Έτσι, αν ο A επενδύει χρόνο ή δημοσιεύει ειδήσεις ή μηνύματα στο προφίλ/χρονολόγιο του B , τότε ο B πρέπει να έχει κάποια επιρροή στον A . Η επιρροή πολύ συχνά είναι ασύμμετρη: αν ο A έχει υψηλή επιρροή στον B τότε δεν ισχύει και αναγκαστικά το αντίστροφο. Την ασυμμετρία της επιρροής μπορούμε να την συναντήσουμε και σε κατευθυνόμενο αλλά και σε μη-κατευθυνόμενο δίκτυο.[25]

Υπάρχουν δύο τρόποι για να ορισθεί η επιρροή. Ο ένας τρόπος είναι με βάση το πλήθος δημοσιεύσεων/αναδημοσιεύσεων μιας είδησης που κάνει ο ένας στο προφίλ του άλλου και ο άλλος τρόπος είναι με βάση τη διάρκεια συνομιλίας που έχουν τα δύο άτομα στο messenger. Οπότε, η συνολική επιρροή στο κοινωνικό δίκτυο θα οριστεί ως ο μέσος όρος των δύο τρόπων με τους οποίους ασκείται επιρροή.

Για να υπολογιστεί η επιρροή με βάση το πλήθος δημοσιεύσεων/αναδημοσιεύσεων μιας είδησης που κάνει κάποιος στο προφίλ/χρονολόγιο άλλου, θα πρέπει να ορισθεί ο τύπος σύμφωνα με τον οποίο προκύπτει η επιρροή. Έτσι, η επιρροή από τον A στον B , $Επιρροή(A,B)$, ορίζεται ως το ποσοστό των επενδύσεων (με τον όρο επένδυση εννοούμε το πλήθος των

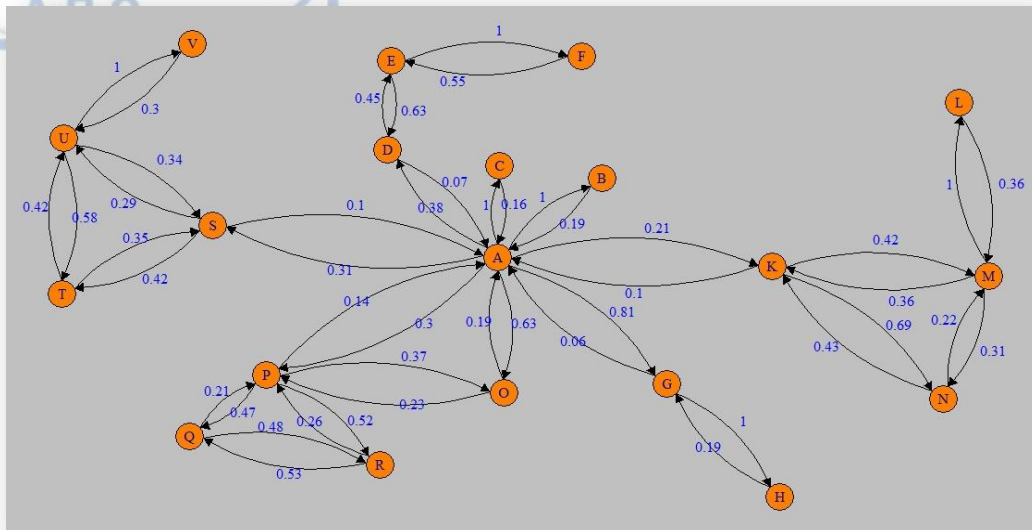
δημοσιεύσεων που κάνει κάποιος στο προφίλ/χρονολόγιο άλλου ατόμου) του B στον A. Έστω ότι $Επένδυση(B,A)$ να είναι η επένδυση που κάνει ο B στον A. Τότε, έχω:

$$Επιρροή(A,B) = \frac{Επένδυση(B,A)}{\sum_X Επένδυση(B,X)}.$$



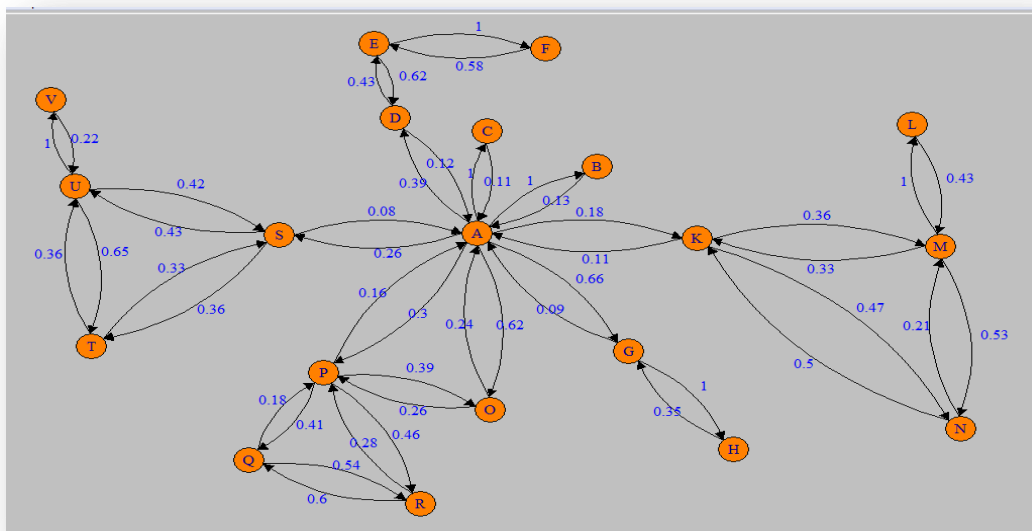
Εικόνα 14: Η επιρροή που υπάρχει στο δίκτυο με κριτήριο το πλήθος δημοσιεύσεων/αναδημοσιεύσεων ειδήσεων που κάνει κάποιος στο προφίλ/χρονολόγιο άλλου.

Για να υπολογιστεί η επιρροή στο δίκτυο με βάση τη διάρκεια συνομιλίας που έχουν μεταξύ τους τα άτομα θα πρέπει να ορισθεί ο τύπος σύμφωνα με τον οποίο προκύπτει η επιρροή. Έτσι, η επιρροή από τον A στον B, $Επιρροή(A,B)$, ορίζεται ως το ποσοστό των επενδύσεων (με τον όρο επένδυση εννοούμε τη διάρκεια συνομιλίας στο messenger που έχουν δύο άτομα) του B στον A. Έστω ότι $Επένδυση(B,A)$ να είναι η επένδυση που κάνει ο B στον A. Τότε, έχω: $Επιρροή(A,B) = \frac{Επένδυση(B,A)}{\sum_X Επένδυση(B,X)}.$



Εικόνα 15: Η επιρροή που υπάρχει στο δίκτυο με κριτήριο τη διάρκεια συνομιλίας που έχουν δύο άτομα στο messenger (chat room).

Η τελική επιρροή θα είναι ο μέσος όρος των επιρροών των δικτύων των εικόνων 7 και 8.



Εικόνα 16: Η επιρροή που υπάρχει στο δίκτυο.

5.5 Υπολογισμός Αριστων Τιμών, Ζήτησης Και Προεξοφλημένων Κερδών

5.5.1 Με Βάση Την Βαθμική Κεντρικότητα

Πίνακας 1: Παρουσίαση της βαθμικής κεντρικότητας του κάθε κόμβου.

A/A	ΚΟΜΒΟΙ	ΜΕΓΕΘΟΣ ΒΑΘΜΙΚΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΟΤΗΤΑΣ
1	A	8
2	P	4
3	S,U,K,M	3
4	N,R,Q,O,T,G,D,E	2
5	F,V,H,B,C,L	1

α) Προώθηση στον κόμβο A

Στάδιο $t=1$: Ο κόμβος A αγοράζει το προϊόν.

Στάδιο $t=2$: Οι κόμβοι B,C,D,G,K,O,P και S αγοράζουν το προϊόν.

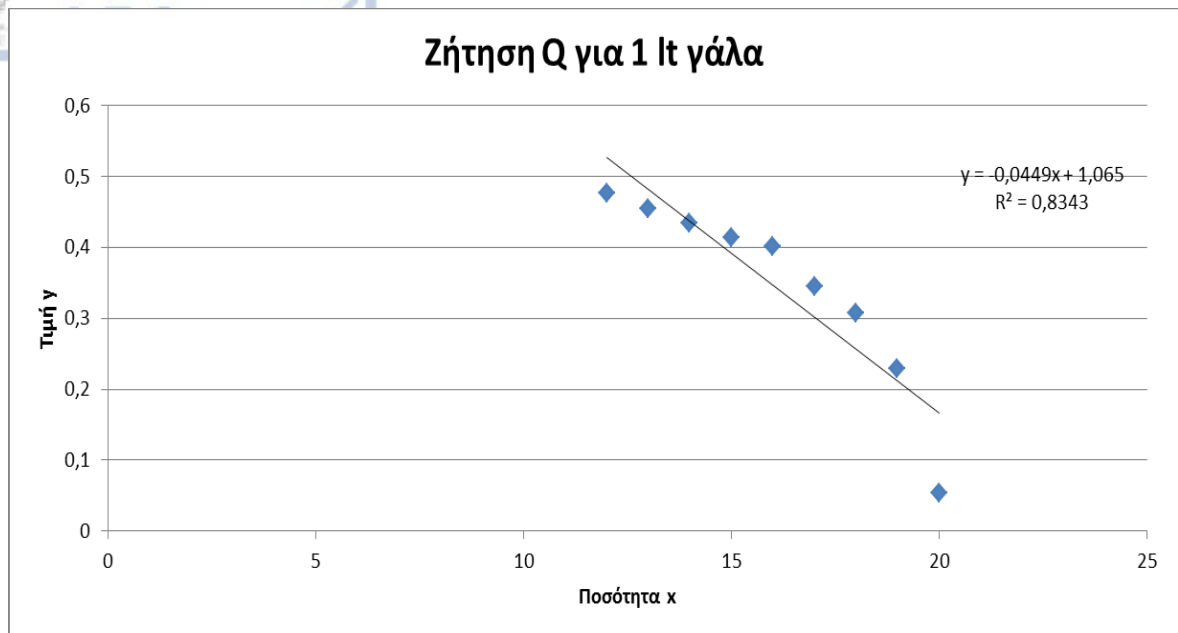
Στάδιο $t=3$: Οι κόμβοι R,Q,M,N,E,H,U και T αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=4$: Οι κόμβοι F,L και V αγοράζουν το προϊόν.

Παρακάτω υπολογίζονται οι νέες τιμές επιφύλαξης:

Πίνακας 2: Οι νέες τιμές επιφύλαξης.

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ	ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
A	$u=0.054$	U	$u=0.057+0.43=0.487$
B	$u=0.049+1=1.049$	T	$u=0.054+0.36=0.414$
C	$u=0.047+1=1.047$	F	$u=0.066+1=1.066$
D	$u=0.045+0.39=0.435$	L	$u=0.062+1=1.062$
G	$u=0.066+0.66=0.726$	V	$u=0.054+1=1.054$
K	$u=0.049+0.18=0.229$		
O	$u=0.041+0.62=0.661$		
P	$u=0.045+0.3=0.345$		
S	$u=0.047+0.26=0.307$		
R	$u=0.043+0.46=0.503$		
Q	$u=0.045+0.41=0.455$		
M	$u=0.041+0.36=0.401$		
N	$u=0.045+0.47=0.515$		
E	$u=0.047+0.43=0.477$		
H	$u=0.043+1=1.043$		



Διάγραμμα 1: Η γραμμική συνάρτηση της ζήτησης.

Υπολογισμός άριστης ποσότητας, τιμής και προεξοφλημένων κερδών

Γνωρίζω ότι $\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p(q)q - cq] - A(1)$. Οπότε, έχω:

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^4} [(-0.0449q + 1.065)q - cq] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} [-0.0449q^2 + 1.065q - cq] - A(1).$$

$$\text{Τότε } \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Rightarrow -0.0898q + (1.065 - c) = 0 \Rightarrow q^* = \frac{1.065 - c}{0.0898}$$

$$\text{Όμως } p = -0.0449 + 1.065 \Rightarrow p^* = -0.0449 \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) + 1.065 \text{ δηλαδή}$$

$$p^* = -0.5325 + 0.5c + 1.065 \Rightarrow p^* = 0.5c + 0.5325.$$

Τα άριστα κέρδη θα είναι $\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p^*q^* - cq^*] - A(1)$. Οπότε, έχω

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.5325) \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) - c \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) \right] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.5325 - c) \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) \right] - A(1) = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{(0.5325 - 0.5c)(1.065 - c)}{0.0898} \right] - A(1)$$

$$= \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{0.5c^2 - 1.065c + 0.5671125}{0.0898} \right] - A(1) \text{ δηλαδή}$$

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} (5.5679287c^2 - 11.859688c + 6.315284) - A(1).$$

β) Προώθηση στους κόμβους Α και Ρ

Στάδιο $t=1$: Οι κόμβοι Α και Ρ αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=2$: Οι κόμβοι Β, C, D, S, O, G, K, R και Q αγοράζουν το προϊόν.

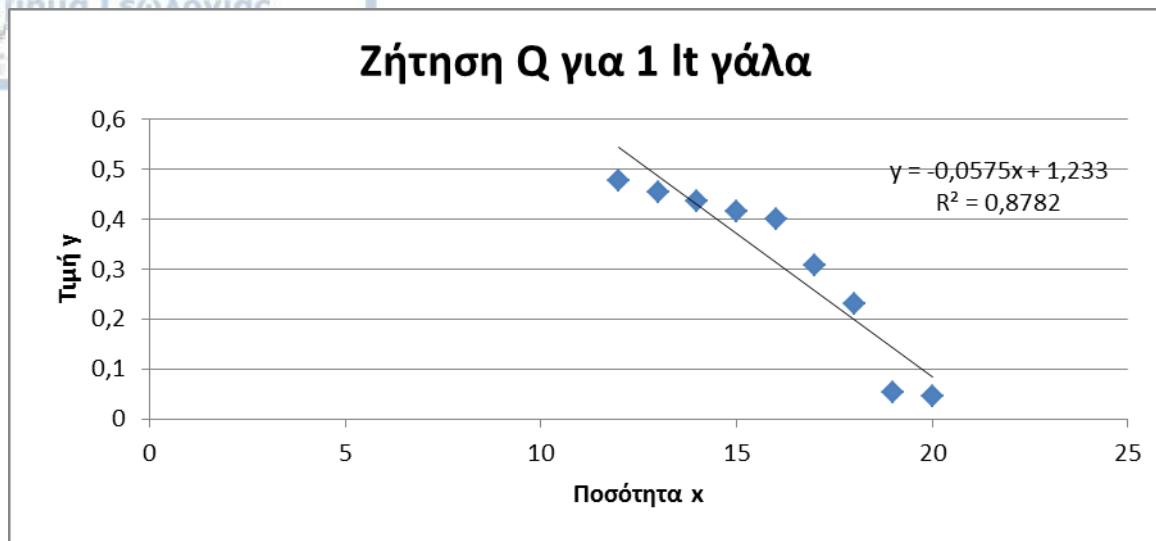
Στάδιο $t=3$: Οι κόμβοι U, T, E, M, N και Η αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=4$: Οι κόμβοι F, L και V αγοράζουν το προϊόν.

Παρακάτω υπολογίζονται οι νέες τιμές επιφύλαξης:

Πίνακας 3: Οι νέες τιμές επιφύλαξης.

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ	ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
A	$u=0.054$	T	$u=0.054+0.36=0.414$
P	$u=0.045$	E	$u=0.047+0.43=0.477$
B	$u=0.049+1=1.049$	M	$u=0.041+0.36=0.401$
C	$u=0.047+1=1.047$	N	$u=0.045+0.47=0.515$
D	$u=0.045+0.39=0.435$	H	$u=0.043+1=1.043$
S	$u=0.047+0.26=0.307$	F	$u=0.066+1=1.066$
V	$u=0.054+1=1.054$		
L	$u=0.062+1=1.062$		
O	$u=0.041+0.62+0.39=1.051$		
G	$u=0.066+0.66=0.726$		
K	$u=0.049+0.18=0.229$		
R	$u=0.043+0.46=0.503$		
Q	$u=0.045+0.41=0.455$		
U	$u=0.057+0.43=0.487$		



Διάγραμμα 2: Η γραμμική συνάρτηση της ζήτησης.

Υπολογισμός άριστης ποσότητας, τιμής και προεξοφλημένων κερδών

Γνωρίζω ότι $\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p(q)q - cq] - A(2)$. Οπότε, έχω

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^4} [-0.0575q^2 + 1.233q - cq] - A(2).$$

$$\text{Τότε } \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Rightarrow -0.115q + 1.233 - c = 0 \Rightarrow q^* = \frac{1.233-c}{0.115}.$$

$$\text{Όμως } p = -0.0575q + 1.233 \Rightarrow p^* = -0.0575 \left(\frac{1.233-c}{0.115} \right) + 1.233 \text{ δηλαδή}$$

$$p^* = -0.6165 + 0.5c + 1.233 \Rightarrow p^* = 0.5c + 0.6165.$$

Τα άριστα κέρδη θα είναι $\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p^*q^* - cq^*] - A(2)$. Οπότε, προκύπτει ότι

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.6165) \left(\frac{1.233-c}{0.115} \right) - c \left(\frac{1.233-c}{0.115} \right) \right] - A(2) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.6165 - c) \left(\frac{1.233-c}{0.115} \right) \right] - A(2) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{(0.6165-0.5c)(1.233-c)}{0.115} \right] - A(2) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} (4.3478261c^2 - 10.721739c + 6.6099522) - A(2).$$

5.5.2 Με Βάση Την Κεντρικότητα Εγγύτητας

Πίνακας 4: Παρουσίαση της κεντρικότητας εγγύτητας του κάθε κόμβου.

A/A	ΚΟΜΒΟΙ	ΜΕΓΕΘΟΣ ΚΕΝΤΡΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΓΓΥΤΗΤΑΣ
1	A	0.03
2	K,P,S	0.022
3	D,O	0.021
4	B,C,G	0.02
5	M,U	0.017
6	E,N,Q,R,T	0.016
7	H	0.015
8	L,V	0.013
9	F	0.012

α) Προώθηση στον κόμβο A

Στάδιο $t=1$: Ο κόμβος A αγοράζει το προϊόν.

Στάδιο $t=2$: Οι κόμβοι B,C,D,G,K,O,P και S αγοράζουν το προϊόν.

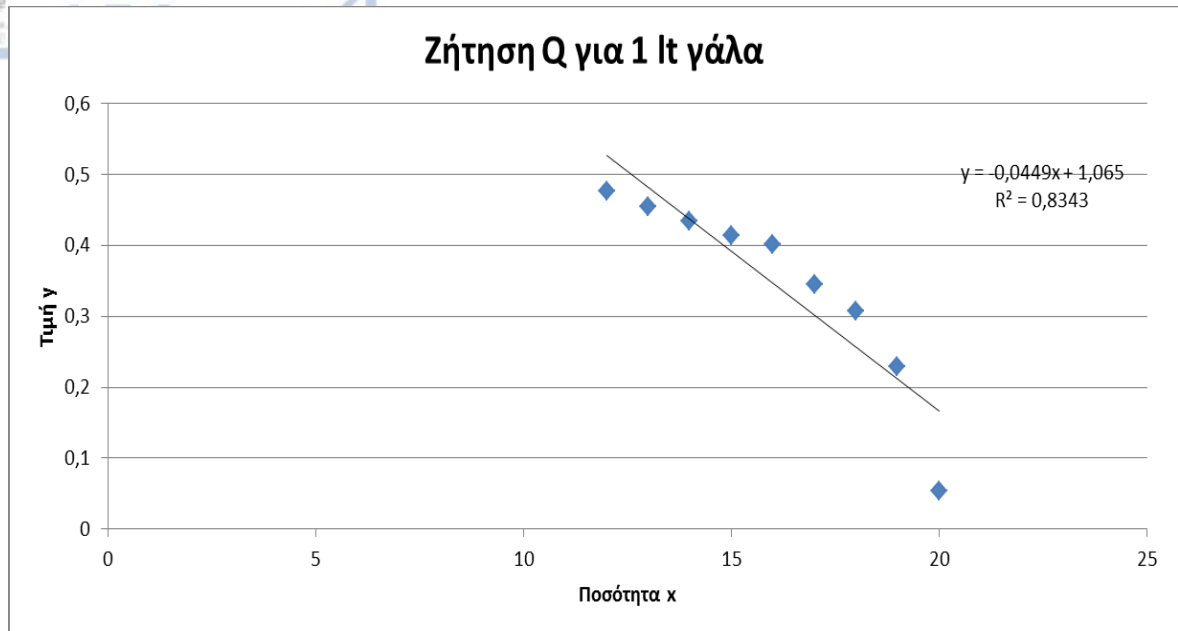
Στάδιο $t=3$: Οι κόμβοι R,Q,M,N,E,H,U και T αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=4$: Οι κόμβοι F,L και V αγοράζουν το προϊόν.

Παρακάτω υπολογίζονται οι νέες τιμές επιφύλαξης:

Πίνακας 5: Οι νέες τιμές επιφύλαξης.

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ	ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
A	$u=0.054$	H	$u=0.043+1=1.043$
B	$u=0.049+1=1.049$	U	$u=0.057+0.43=0.487$
C	$u=0.047+1=1.047$	T	$u=0.054+0.36=0.414$
D	$u=0.045+0.39=0.435$	F	$u=0.066+1=1.066$
G	$u=0.066+0.66=0.726$	L	$u=0.062+1=1.062$
K	$u=0.049+0.18=0.229$	V	$u=0.054+1=1.054$
O	$u=0.041+0.62=0.661$		
P	$u=0.045+0.3=0.345$		
S	$u=0.047+0.26=0.307$		
R	$u=0.043+0.46=0.503$		
Q	$u=0.045+0.41=0.455$		
M	$u=0.041+0.36=0.401$		
N	$u=0.045+0.47=0.515$		
E	$u=0.047+0.43=0.477$		



Διάγραμμα 3: Η γραμμική συνάρτηση της ζήτησης.

Υπολογισμός άριστης ποσότητας, τιμής και προεξοφλημένων κερδών

Γνωρίζω ότι $\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p(q)q - cq] - A(1)$. Οπότε, έχω:

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^4} [(-0.0449q + 1.065)q - cq] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} [-0.0449q^2 + 1.065q - cq] - A(1).$$

$$\text{Τότε } \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Rightarrow -0.0898q + (1.065 - c) = 0 \Rightarrow q^* = \frac{1.065 - c}{0.0898}.$$

$$\text{Όμως } p = -0.0449x + 1.065 \Rightarrow p^* = -0.0449 \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) + 1.065 \text{ δηλαδή}$$

$$p^* = -0.5325 + 0.5c + 1.065 \Rightarrow p^* = 0.5c + 0.5325.$$

Τα άριστα κέρδη θα είναι $\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p^*q^* - cq^*] - A(1)$. Οπότε, έχω

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.5325) \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) - c \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) \right] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.5325 - c) \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) \right] - A(1) = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{(0.5325 - 0.5c)(1.065 - c)}{0.0898} \right] - A(1)$$

$$= \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{0.5c^2 - 1.065c + 0.5671125}{0.0898} \right] - A(1) \text{ δηλαδή}$$

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} (5.5679287c^2 - 11.859688c + 6.315284) - A(1).$$

β) Προώθηση στους κόμβους A,K,P και S

Στάδιο $t=1$: Οι κόμβοι A,K,P και S αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=2$: Οι κόμβοι M,N,O,Q,R,U,T,B,C,D και G αγοράζουν το προϊόν.

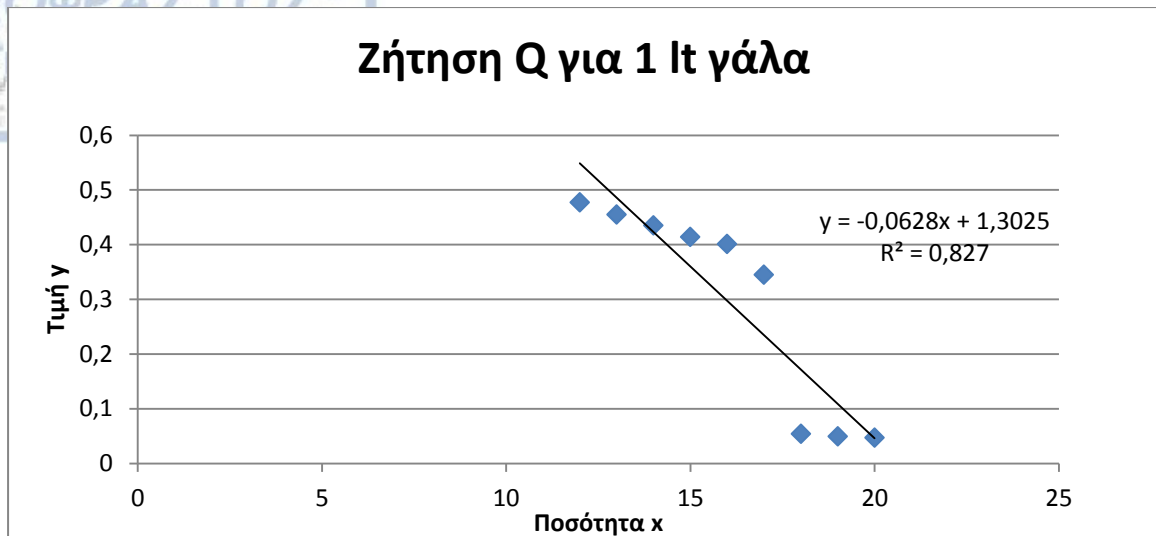
Στάδιο $t=3$: Οι κόμβοι V,H,L και E αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=4$: Ο κόμβος F αγοράζει το προϊόν.

Παρακάτω υπολογίζονται οι νέες τιμές επιφύλαξης:

Πίνακας 6: Οι νέες τιμές επιφύλαξης.

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
A	$u=0.054$
K	$u=0.049$
P	$u=0.045$
S	$u=0.047$
M	$u=0.041+0.36=0.401$
N	$u=0.045+0.47=0.515$
O	$u=0.041+0.62+0.39=1.051$
Q	$u=0.045+0.41=0.455$
R	$u=0.043+0.46=0.503$
U	$u=0.057+0.43=0.487$
T	$u=0.054+0.36=0.414$
B	$u=0.049+1=1.049$
C	$u=0.047+1=1.047$
D	$u=0.045+0.39=0.435$
G	$u=0.066+0.66=0.726$
V	$u=0.054+1=1.054$
H	$u=0.043+1=1.043$
L	$u=0.062+1=1.062$
E	$u=0.047+0.43=0.477$
F	$u=0.066+1=1.066$



Διάγραμμα 4: Η γραμμική συνάρτηση της ζήτησης.

Υπολογισμός άριστης ποσότητας, τιμής και προεξοφλημένων κερδών

Γνωρίζω ότι $\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p(q)q - cq] - A(4)$. Οπότε, έχω:

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^4} [(-0.0681q + 1.3532)q - cq] - A(4) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} [-0.0681q^2 + 1.3532q - cq] - A(4).$$

$$\text{Τότε } \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Rightarrow -0.1362q + (1.3532 - c) = 0 \Rightarrow q^* = \frac{1.3532 - c}{0.1362}.$$

$$\text{Όμως } p = -0.0681q + 1.3532 \Rightarrow p^* = -0.0681 \left(\frac{1.3532 - c}{0.1362} \right) + 1.3532 \text{ δηλαδή}$$

$$p^* = -0.6766 + 0.5c + 1.3532 \Rightarrow p^* = 0.5c + 0.6766.$$

Τα άριστα κέρδη θα είναι $\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p^*q^* - cq^*] - A(4)$. Οπότε, έχω

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.6766) \left(\frac{1.3532 - c}{0.1362} \right) - c \left(\frac{1.3532 - c}{0.1362} \right) \right] - A(4) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.6766 - c) \left(\frac{1.3532 - c}{0.1362} \right) \right] - A(4) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.6766 - 0.5c) \left(\frac{1.3532 - c}{0.1362} \right) \right] - A(4) = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{(0.6766 - 0.5c)(1.3532 - c)}{0.1362} \right] - A(4)$$

$$= \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{0.5c^2 - 1.3532c + 0.91557512}{0.1362} \right] - A(4) \text{ δηλαδή}$$

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} (3.6710719c^2 - 9.935389c + 6.722284) - A(4).$$

5.5.3 Με Βάση Την Ενδιάμεση Κεντρικότητα

Πίνακας 7: Παρουσίαση της ενδιάμεσης κεντρικότητας του κάθε κόμβου.

A/A	ΚΟΜΒΟΙ	ΜΕΓΕΘΟΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΟΤΗΤΑΣ
1	A	149
2	K,S	48
3	D,P	34
4	E,G,M,U	18
5	B,C,F,H,L,N,O,Q,R,T,V	0

α) Προώθηση στον κόμβο A

Στάδιο $t=1$: Ο κόμβος A αγοράζει το προϊόν.

Στάδιο $t=2$: Οι κόμβοι B,C,D,G,K,O,P και S αγοράζουν το προϊόν.

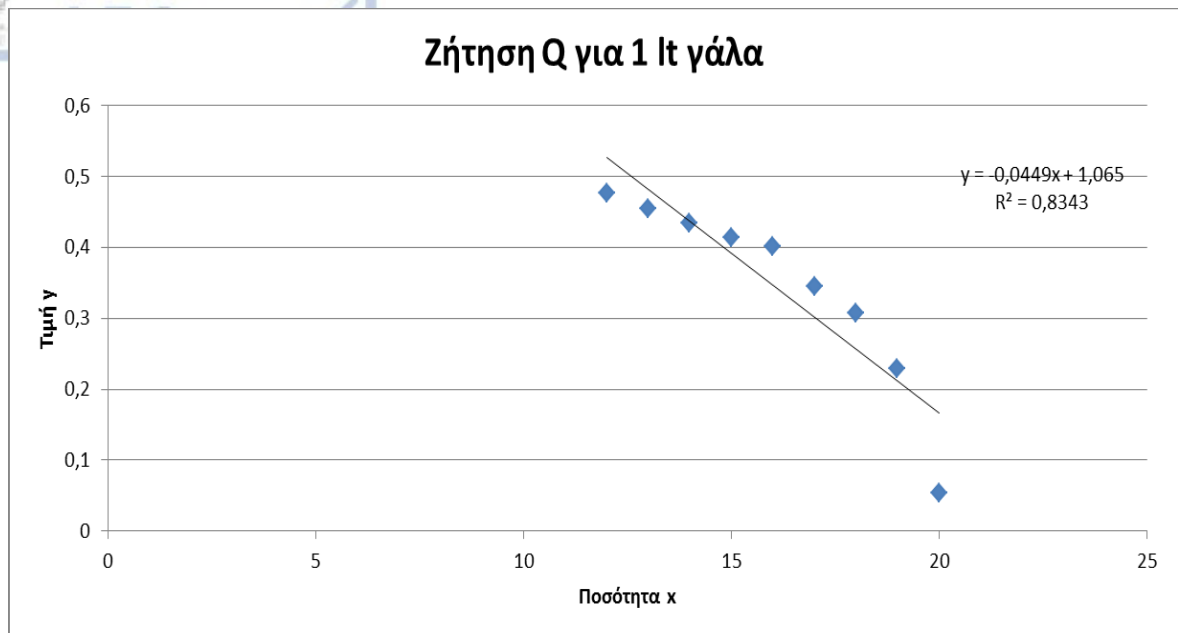
Στάδιο $t=3$: Οι κόμβοι R,Q,M,N,E,H,U και T αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=4$: Οι κόμβοι F,L και V αγοράζουν το προϊόν.

Παρακάτω υπολογίζονται οι νέες τιμές επιφύλαξης:

Πίνακας 8: Οι νέες τιμές επιφύλαξης.

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ	ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
A	$u=0.054$	T	$u=0.054+0.36=0.414$
B	$u=0.049+1=1.049$	F	$u=0.066+1=1.066$
C	$u=0.047+1=1.047$	L	$u=0.062+1=1.062$
D	$u=0.045+0.39=0.435$	V	$u=0.054+1=1.054$
G	$u=0.066+0.66=0.726$		
K	$u=0.049+0.18=0.229$		
O	$u=0.041+0.62=0.661$		
P	$u=0.045+0.3=0.345$		
S	$u=0.047+0.26=0.307$		
R	$u=0.043+0.46=0.503$		
Q	$u=0.045+0.41=0.455$		
M	$u=0.041+0.36=0.401$		
N	$u=0.045+0.47=0.515$		
E	$u=0.047+0.43=0.477$		
H	$u=0.043+1=1.043$		
U	$u=0.057+0.43=0.487$		



Διάγραμμα 5: Η γραμμική συνάρτηση της ζήτησης.

Υπολογισμός άριστης ποσότητας, τιμής και προεξοφλημένων κερδών

Γνωρίζω ότι $\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p(q)q - cq] - A(1)$. Οπότε, έχω:

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^4} [(-0.0449q + 1.065)q - cq] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} [-0.0449q^2 + 1.065q - cq] - A(1).$$

$$\text{Τότε } \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Rightarrow -0.0898q + (1.065 - c) = 0 \Rightarrow q^* = \frac{1.065 - c}{0.0898}.$$

$$\text{Όμως } p = -0.0449x + 1.065 \Rightarrow p^* = -0.0449 \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) + 1.065 \text{ δηλαδή}$$

$$p^* = -0.5325 + 0.5c + 1.065 \Rightarrow p^* = 0.5c + 0.5325.$$

Τα άριστα κέρδη θα είναι $\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p^*q^* - cq^*] - A(1)$. Οπότε, έχω

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.5325) \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) - c \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) \right] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.5325 - c) \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) \right] - A(1) = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{(0.5325 - 0.5c)(1.065 - c)}{0.0898} \right] - A(1)$$

$$= \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{0.5c^2 - 1.065c + 0.5671125}{0.0898} \right] - A(1) \text{ δηλαδή}$$

$$\Pi^* = \frac{1}{(1 + \delta)^4} (5.5679287c^2 - 11.859688c + 6.315284) - A(1).$$

β) Προώθηση στους κόμβους A,K και S

Στάδιο $t=1$: Οι κόμβοι A,K και S αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=2$: Οι κόμβοι B,C,D,M,N,G,O,P,U και T αγοράζουν το προϊόν.

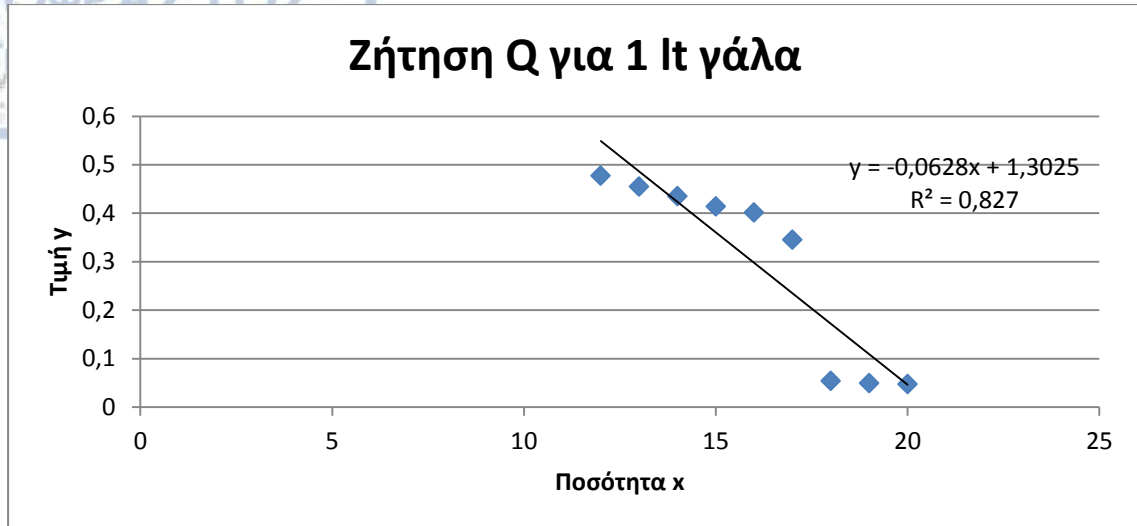
Στάδιο $t=3$: Οι κόμβοι E,Q,R,L,V και H αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=4$: Ο κόμβος F αγοράζει το προϊόν.

Παρακάτω υπολογίζονται οι νέες τιμές επιφύλαξης:

Πίνακας 9: Οι νέες τιμές επιφύλαξης.

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
A	$u=0.054$
K	$u=0.049$
S	$u=0.047$
B	$u=0.049+1=1.049$
C	$u=0.047+1=1.047$
D	$u=0.045+0.39=0.435$
M	$u=0.041+0.36=0.401$
N	$u=0.045+0.47=0.515$
G	$u=0.066+0.66=0.726$
O	$u=0.041+0.62=0.661$
P	$u=0.045+0.3=0.345$
U	$u=0.057+0.43=0.487$
T	$u=0.054+0.36=0.414$
E	$u=0.047+0.43=0.477$
Q	$u=0.045+0.41=0.455$
R	$u=0.043+0.46=0.503$
L	$u=0.062+1=1.062$
V	$u=0.054+1=1.054$
H	$u=0.043+1=1.043$
F	$u=0.066+1=1.066$



Διάγραμμα 6: Η γραμμική συνάρτηση της ζήτησης.

Υπολογισμός άριστης ποσότητας, τιμής και προεξοφλημένων κερδών

Γνωρίζω ότι $\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p(q)q - cq] - A(3)$. Οπότε, έχω:

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^4} [(-0.0628q + 1.3025)q - cq] - A(3) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} [-0.0628q^2 + 1.3025q - cq] - A(3).$$

$$\text{Τότε } \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Rightarrow -0.1256q + (1.3025 - c) = 0 \Rightarrow q^* = \frac{1.3025 - c}{0.1256}.$$

$$\text{Όμως } p = -0.0628q + 1.3025 \Rightarrow p^* = -0.0628 \left(\frac{1.3025 - c}{0.1256} \right) + 1.3025 \text{ δηλαδή}$$

$$p^* = -0.5(1.3025 - c) + 1.3025 \Rightarrow p^* = 0.5c + 0.65125.$$

Τα άριστα κέρδη θα είναι $\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} [p^*q^* - cq^*] - A(3)$. Οπότε, έχω

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.65125) \left(\frac{1.3025 - c}{0.1256} \right) - c \left(\frac{1.3025 - c}{0.1256} \right) \right] - A(3) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.65125 - c) \left(\frac{1.3025 - c}{0.1256} \right) \right] - A(3) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{0.5c^2 - 1.3025c + 0.848253125}{0.1256} \right] - A(3) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} (3.9808917c^2 - 10.370223c + 6.7536075) - A(3).$$

5.5.4 Με Βάση Την Ιδιοκεντρικότητα

Πίνακας 10: Παρουσίαση της ιδιοκεντρικότητας του κάθε κόμβου.

A/A	ΚΟΜΒΟΙ	ΜΕΓΕΘΟΣ ΙΔΙΟΚΕΝΤΡΙΚΟΤΗΤΑΣ
1	A	0.6
2	P	0.376
3	O	0.298
4	K,S	0.258
5	D	0.205
6	G	0.202
7	B,C	0.183
8	Q,R	0.165
9	M,U	0.127
10	N,T	0.118
11	E	0.069
12	H	0.062
13	L,V	0.039
14	F	0.021

α) Προώθηση στον κόμβο A

Στάδιο $t=1$: Ο κόμβος A αγοράζει το προϊόν.

Στάδιο $t=2$: Οι κόμβοι B,C,D,G,K,O,P και S αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=3$: Οι κόμβοι R,Q,M,N,E,H,U και T αγοράζουν το προϊόν.

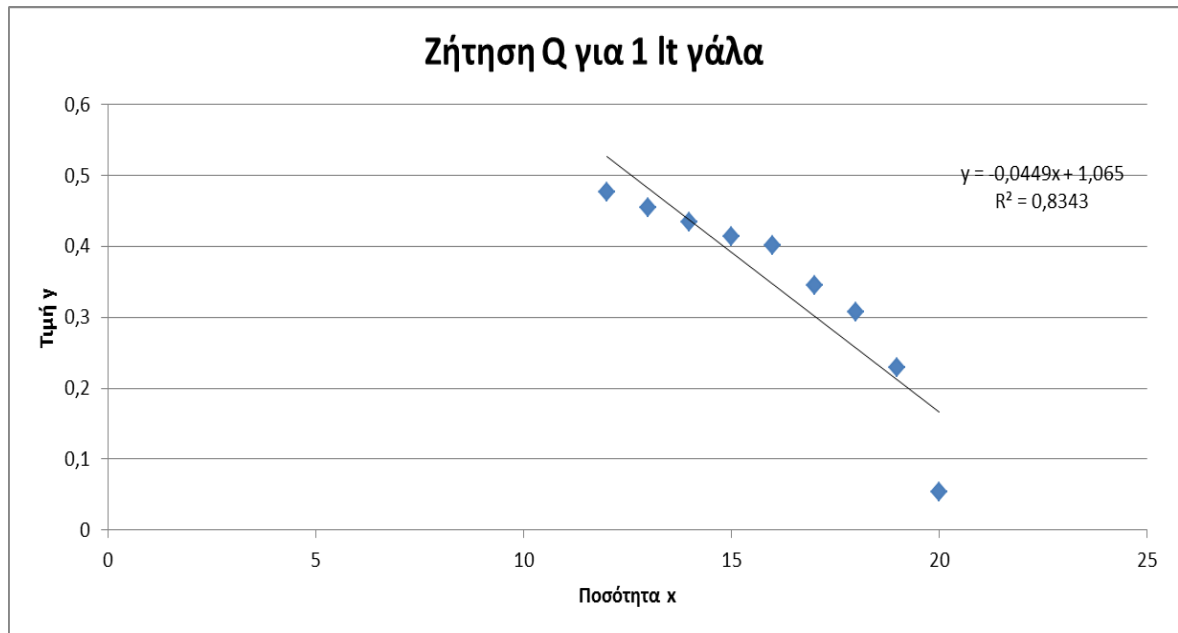
Στάδιο $t=4$: Οι κόμβοι F,L και V αγοράζουν το προϊόν.

Παρακάτω υπολογίζονται οι νέες τιμές επιφύλαξης:

Πίνακας 11: Οι νέες τιμές επιφύλαξης.

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ	ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
A	$u=0.054$	S	$u=0.047+0.26=0.307$
B	$u=0.049+1=1.049$	R	$u=0.043+0.46=0.503$
C	$u=0.047+1=1.047$	Q	$u=0.045+0.41=0.455$
D	$u=0.045+0.39=0.435$	M	$u=0.041+0.36=0.401$
G	$u=0.066+0.66=0.726$	N	$u=0.045+0.47=0.515$
K	$u=0.049+0.18=0.229$	E	$u=0.047+0.43=0.477$
O	$u=0.041+0.62=0.661$	H	$u=0.043+1=1.043$
P	$u=0.045+0.3=0.345$	U	$u=0.057+0.43=0.487$

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
T	$u=0.054+0.36=0.414$
F	$u=0.066+1=1.066$
L	$u=0.062+1=1.062$
V	$u=0.054+1=1.054$



Διάγραμμα 7: Η γραμμική συνάρτηση της ζήτησης.

Υπολογισμός άριστης ποσότητας, τιμής και προεξοφλημένων κερδών

Γνωρίζω ότι $\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p(q)q - cq] - A(1)$. Οπότε, έχω:

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^4} [(-0.0449q + 1.065)q - cq] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} [-0.0449q^2 + 1.065q - cq] - A(1).$$

$$\text{Τότε } \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Rightarrow -0.0898q + (1.065 - c) = 0 \Rightarrow q^* = \frac{1.065 - c}{0.0898}.$$

$$\text{Όμως } p = -0.0449 + 1.065 \Rightarrow p^* = -0.0449 \left(\frac{1.065 - c}{0.0898} \right) + 1.065 \text{ δηλαδή}$$

$$p^* = -0.5325 + 0.5c + 1.065 \Rightarrow p^* = 0.5c + 0.5325.$$

Τα άριστα κέρδη θα είναι $\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p^* q^* - cq^*] - A(1)$. Οπότε, έχω

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.5325) \left(\frac{1.065-c}{0.0898} \right) - c \left(\frac{1.065-c}{0.0898} \right) \right] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.5325 - c) \left(\frac{1.065-c}{0.0898} \right) \right] - A(1) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{(0.5325-0.5c)(1.065-c)}{0.0898} \right] - A(1) = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{0.5c^2 - 1.065c + 0.5671125}{0.0898} \right] - A(1) \text{ δηλαδή}$$

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} (5.5679287c^2 - 11.859688c + 6.315284) - A(1).$$

β) Προώθηση στους κόμβους Α και Ρ

Στάδιο $t=1$: Οι κόμβοι Α και Ρ αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=2$: Οι κόμβοι Β, C, D, S, O, G, K, R και Q αγοράζουν το προϊόν.

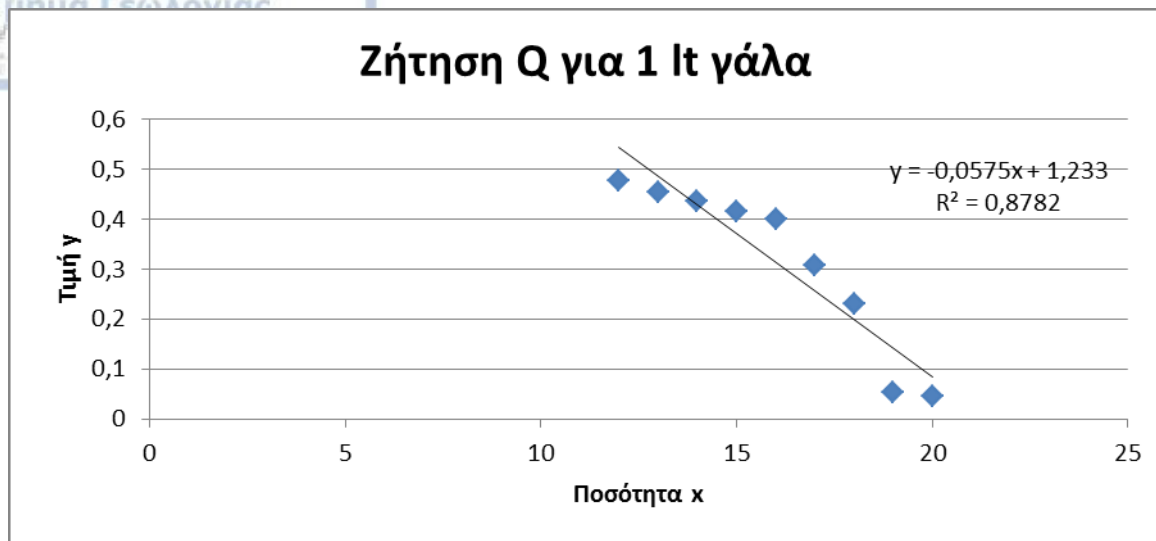
Στάδιο $t=3$: Οι κόμβοι U, T, E, M, N και Η αγοράζουν το προϊόν.

Στάδιο $t=4$: Οι κόμβοι F, L και V αγοράζουν το προϊόν.

Παρακάτω υπολογίζονται οι νέες τιμές επιφύλαξης:

Πίνακας 12: Οι νέες τιμές επιφύλαξης.

ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ	ΚΟΜΒΟΙ	ΤΙΜΗ ΕΠΙΦΥΛΑΞΗΣ
A	$u=0.054$	T	$u=0.054+0.36=0.414$
P	$u=0.045$	E	$u=0.047+0.43=0.477$
B	$u=0.049+1=1.049$	M	$u=0.041+0.36=0.401$
C	$u=0.047+1=1.047$	N	$u=0.045+0.47=0.515$
D	$u=0.045+0.39=0.435$	H	$u=0.043+1=1.043$
S	$u=0.047+0.26=0.307$	F	$u=0.066+1=1.066$
V	$u=0.054+1=1.054$		
L	$u=0.062+1=1.062$		
O	$u=0.041+0.62+0.39=1.051$		
G	$u=0.066+0.66=0.726$		
K	$u=0.049+0.18=0.229$		
R	$u=0.043+0.46=0.503$		
Q	$u=0.045+0.41=0.455$		
U	$u=0.057+0.43=0.487$		



Διάγραμμα 8: Η γραμμική συνάρτηση της ζήτησης.

Υπολογισμός άριστης ποσότητας, τιμής και προεξοφλημένων κερδών

Γνωρίζω ότι $\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p(q)q - cq] - A(2)$. Οπότε, έχω

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)^4} [-0.0575q^2 + 1.233q - cq] - A(2).$$

$$\text{Τότε } \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Rightarrow -0.115q + 1.233 - c = 0 \Rightarrow q^* = \frac{1.233-c}{0.115}.$$

$$\text{Όμως } p = -0.0575q + 1.233 \Rightarrow p^* = -0.0575 \left(\frac{1.233-c}{0.115} \right) + 1.233 \text{ δηλαδή}$$

$$p^* = -0.6165 + 0.5c + 1.233 \Rightarrow p^* = 0.5c + 0.6165.$$

Τα άριστα κέρδη θα είναι $\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^t} [p^*q^* - cq^*] - A(2)$. Οπότε, προκύπτει ότι

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.6165) \left(\frac{1.233-c}{0.115} \right) - c \left(\frac{1.233-c}{0.115} \right) \right] - A(2) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[(0.5c + 0.6165 - c) \left(\frac{1.233-c}{0.115} \right) \right] - A(2) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} \left[\frac{(0.6165 - 0.5c)(1.233 - c)}{0.115} \right] - A(2) =$$

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} (4.3478261c^2 - 10.721739c + 6.6099522) - A(2).$$

5.6 Εύρεση Κεντρικότητας Που Δίνει Τα Περισσότερα Κέρδη

5.6.1 Με Βάση Τον Κόμβο Που Έχει Την Υψηλότερη Τιμή

Παρατηρούμε ότι σε κάθε κεντρικότητα ο κόμβος Α έχει την υψηλότερη τιμή. Οπότε για κάθε κεντρικότητα τα άριστα προεξοφλημένα κέρδη θα είναι ίσα όπου

$$\Pi^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} (5.5679287c^2 - 11.859688c + 6.315284) - A(1).$$

Επομένως, σε αυτή την περίπτωση όλες οι κεντρικότητες δίνουν τα ίδια κέρδη.

5.6.2 Με Βάση Τους Κόμβους Που Έχουν Τις Δύο Υψηλότερες Τιμές

Σε αυτή την περίπτωση, τα άριστα προεξοφλημένα κέρδη για την κάθε κεντρικότητα είναι τα ακόλουθα:

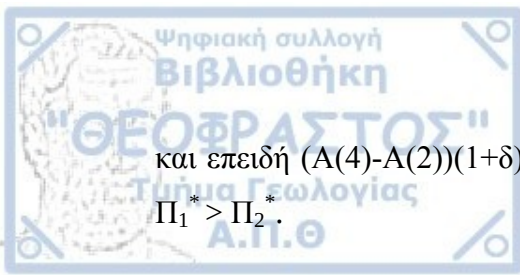
Πίνακας 13: Τα άριστα προεξοφλημένα κέρδη για την κάθε κεντρικότητα

ΚΕΝΤΡΙΚΟΤΗΤΕΣ ΑΡΙΣΤΑ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΜΕΝΑ ΚΕΡΔΗ	
DEGREE CENTRALITY- EIGENVECTOR CENTRALITY	$\Pi_1^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} (4.3478261c^2 - 10.721739c + 6.6099522) - A(2)$
CLOSENESS CENTRALITY	$\Pi_2^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} (3.6710719c^2 - 9.935389c + 6.722284) - A(4)$
BETWEENNESS CENTRALITY	$\Pi_3^* = \frac{1}{(1+\delta)^4} (3.9808917c^2 - 10.370223c + 6.7536075) - A(3)$

Αρχικά θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου $\Pi_1^* > \Pi_2^*$. Τότε ισχύει ότι:

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} (4.3478261c^2 - 10.721739c + 6.6099522) - A(2) > \frac{1}{(1+\delta)^4} (3.6710719c^2 - 9.935389c + 6.722284) - A(4)$$

δηλαδή $(A(4)-A(2))(1+\delta)^4 > -0.6767542c^2 + 0.78635c + 0.1123318$. Λύνοντας την εξίσωση $-0.6767542c^2 + 0.78635c + 0.1123318 = 0$ βρίσκουμε τις λύσεις $c_1=1.290558963$, που είναι δεκτή και $c_2=-0.128615675$, που απορρίπτεται. Για $c > 1.290558963$ παρατηρούμε ότι $-0.6767542c^2 + 0.78635c + 0.1123318 < 0$



και επειδή $(A(4)-A(2))(1+\delta)^4 > 0$ καταλήγουμε στο ότι για $c > 1.290558963$ ισχύει ότι $\Pi_1^* > \Pi_2^*$.

Θα συνεχίσουμε τώρα με την περίπτωση όπου $\Pi_1^* > \Pi_3^*$. Τότε ισχύει ότι:

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} (4.3478261c^2 - 10.721739c + 6.6099522) - A(2) > \frac{1}{(1+\delta)^4} (3.980917c^2 - 10.370223c + 6.7536075) - A(3)$$

δηλαδή $(A(3)-A(2))(1+\delta)^4 > -0.3669091c^2 + 0.351516c + 0.1436553$. Λύνοντας την εξίσωση $-0.3669091c^2 + 0.351516c + 0.1436553 = 0$ βρίσκουμε τις λύσεις $c_3 = 1.267053487$, που είναι δεκτή και $c_4 = -0.309006929$, που απορρίπτεται. Για $c > 1.267053487$ παρατηρούμε ότι $-0.3669091c^2 + 0.351516c + 0.1436553 < 0$ και επειδή $(A(3)-A(2))(1+\delta)^4 > 0$ καταλήγουμε στο ότι για $c > 1.267053487$ ισχύει ότι $\Pi_1^* > \Pi_3^*$.

Τέλος εξετάζουμε την περίπτωση όπου $\Pi_3^* > \Pi_2^*$. Τότε ισχύει ότι:

$$\frac{1}{(1+\delta)^4} (3.980917c^2 - 10.370223c + 6.7536075) - A(3) > \frac{1}{(1+\delta)^4} (3.6710719c^2 - 9.935389c + 6.722284) - A(4)$$

δηλαδή $(A(4)-A(3))(1+\delta)^4 > -0.3098451c^2 + 0.434834c - 0.0313235$. Λύνοντας την εξίσωση $-0.3098451c^2 + 0.434834c - 0.0313235 = 0$ βρίσκουμε τις λύσεις $c_5 = 0.076169679$ και $c_6 = 1.327221886$ όπου και οι δύο είναι δεκτές. Για $c < 0.076169679$ και για $c > 1.327221886$ έχουμε ότι $-0.3098451c^2 + 0.434834c - 0.0313235 < 0$ και επειδή $(A(4)-A(3))(1+\delta)^4 > 0$ καταλήγουμε στο ότι για $c < 0.076169679$ και για $c > 1.327221886$ ισχύει ότι $\Pi_3^* > \Pi_2^*$.

Οι ανισώσεις $\Pi_1^* > \Pi_2^*$, $\Pi_1^* > \Pi_3^*$ και $\Pi_3^* > \Pi_2^*$ συναληθεύουν για $c > 1.327221886$. Άρα για $c > 1.327221886$ ισχύει ότι $\Pi_1^* > \Pi_3^* > \Pi_2^*$ δηλαδή τα μεγαλύτερα έσοδα έχουν οι βαθμική κεντρικότητα και ιδιοκεντρικότητα.

Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία έγινε προσπάθεια να γενικευτούν δύο συμμετρικά δίκτυα τα οποία η τοπολογική τους δομή είναι του πλήρες δικτύου, του κυκλικού δικτύου και του δικτύου αστέρι. Θεωρήσαμε ότι υπάρχει μια μονοπωλιακή εταιρία η οποία επιθυμεί να προωθήσει το προϊόν της στο εκάστοτε δίκτυο. Το ερώτημα που θέσαμε είναι ότι την συμφέρει να προωθήσει το προϊόν της μέσω διαφήμισης στον έναν κεντρικό κόμβο ή και στους δύο κεντρικούς κόμβους του δικτύου;

Για τη γενίκευση δύο συμμετρικών δικτύων των οποίων η τοπολογική τους δομή είναι αυτή του πλήρες δικτύου και του δικτύου αστέρι καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι *όταν το προεξοφλημένο περιθώριο κέρδους είναι μεγαλύτερο του κόστους της διαφήμισης τότε η επιχείρηση θα προτιμήσει να διαφημίσει σε 2 κόμβους και όχι σε μόνον έναν, εφόσον είναι αρκετά ανυπόμονη, δηλαδή για πολύ χαμηλό δ .*

Για τη γενίκευση δύο συμμετρικών δικτύων των οποίων η τοπολογική τους δομή είναι αυτή του κυκλικού δικτύου καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι *όταν το περιθώριο κέρδους είναι μεγαλύτερο του κόστους της διαφήμισης τότε η επιχείρηση θα προτιμήσει να διαφημίσει σε 2 κόμβους και όχι σε μόνον έναν, εφόσον είναι αρκετά υπομονετική, δηλαδή για πολύ υψηλό δ .*

Ακόμη, δημιουργήσαμε ένα κοινωνικό δίκτυο μέσω ενός ερωτηματολογίου οι οποίοι είναι φίλοι στο Facebook. Βρήκαμε τα μέτρα κεντρικότητας του κοινωνικού δικτύου και υποθέσαμε ότι υπάρχει μία μονοπωλιακή εταιρία γάλακτος η οποία θέλει να προωθηθεί το προϊόν της σε αυτό το δίκτυο. Επιπλέον, υποθέσαμε ότι η εταιρία θα προωθήσει μέσω διαφήμισης το προϊόν της μόνο στον κόμβο ο οποίος έχει την υψηλότερη τιμή κεντρικότητας ή μπορεί να προωθήσει το προϊόν στους κόμβους που έχουν τις δύο υψηλότερες τιμές κεντρικότητας. Για το κάθε μέτρο κεντρικότητας βρίσκουμε τα άριστα προεξοφλημένα κέρδη για την κάθε περίπτωση προώθησης του προϊόντος. Και τέλος, παρατηρήσαμε ότι *όταν η προώθηση γίνεται με βάση τον κόμβο που έχει την υψηλότερη τιμή τότε όλες οι κεντρικότητες δίνουν τα ίδια κέρδη, ενώ όταν γίνεται με βάση τους κόμβους που έχουν τις δύο υψηλότερες τιμές τότε η βαθμική κεντρικότητα και η ιδιοκεντρικότητα δίνουν τα περισσότερα κέρδη.*

Παράρτημα

Στο παράρτημα παρουσιάζεται ο κώδικας που εφαρμόστηκε στο πρόγραμμα της R με σκοπό να παρουσιαστούν τα δίκτυα και να υπολογιστούν τα βασικά μέτρα κεντρικότητας του κοινωνικού δικτύου που προέκυψε από το ερωτηματολόγιο:

```
library(igraph)

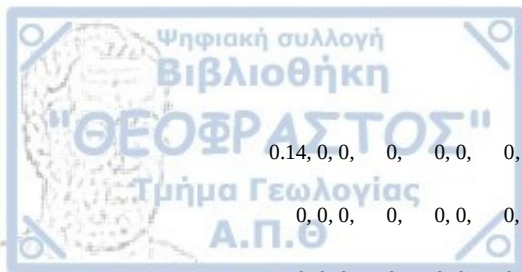
eNl<-cbind(c("A","A","A","A","A","A","A","A","B","C","D","D","E","E","F","G","G","H","K","K","K","L","M","M","M","N",
"N","O","O","P","P","P","P","Q","Q","R","R","S","S","S","T","T","U","U","U","V"),

c("B","C","D","G","K","O","P","S","A","A","A","E","D","F","E","A","H","G","A","M","N","M","K","L","N","K","M","A","P",
,"A","O","Q","R","P","R","P","Q","A","T","U","S","U","S","T","V","U"))

gNN <- graph.edgelist(eNl, directed=TRUE)

gNN

a<-matrix(c( 0,1,1,3,0,0,2,0,2,0,0,0,5,3,0,0,1,0,0,0,
2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
4,0,0,0,6,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,2,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,4,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
3,0,0,0,0,0,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,4,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,5,0,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
6,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,4,0,0,0,0,0,0,0,0,
2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,1,2,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,4,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,3,0,0,0,0,0,0,0,
2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,5,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,5,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,4,2,0,1,0,0,
```

```
0.14, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.37, 0, 0.47, 0.52, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.21, 0, 0.48, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.26, 0.53, 0, 0, 0, 0, 0,
0.1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.42, 0.29, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.35, 0.42, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.34, 0.58, 0.1,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.3, 0 ), n r o w = 2 0, n c o l = 2 0
, byrow=TRUE)
```

```
daf
```

```
m3=as.matrix(daf)
```

```
net3=graph.adjacency(m2,mode="directed",weighted=TRUE,diag=FALSE) summary(net3)
```

```
E(net3)$weight
```

```
plot.igraph(dapo,vertex.label=V(dapo)$name,layout=layout.fruchterman.reingold,edge.curved=2,
edge.color="black",edge.label=E(net3)$weight)
```

```
#####
```

```
Centralities
```

```
#####
```

```
eNlu <- cbind( c("A","A","A","A","A","A","A","A","D","E","G","K","K","L","M","O","P","P","Q","S","S","T","U"),
```

```
c("B","C","D","G","K","O","P","S","E","F","H","M","N","M","N","P","Q","R","R","T","U","U","V"))
```

```
gNNU <- graph.edgelist(eNlu, directed=FALSE)
```

```
gNNU
```

```
plot(gNNU)
```

```
dcflog<-degree(gNNU) ## degree centrality
```

```
sort(dcflog/19)
```

```
eiflog1<-round(evcent (gNNU, scale = TRUE)$vector,3)
```

```
## eigenvector centrality
```

```
## (max=1, normalized)
```

```
sort(eiflog1)
```

```
eiflog<-round(evcent (gNNU, scale = FALSE)$vector,3)
```



```

## eigenvector centrality
sort(eiflog)
ccflog<-round(closeness(gNNu),3)

## closeness centrality

sort(ccflog)

bcflog<-round(betweenness(gNNu, directed = FALSE),3)

## betweenness centrality

sort(bcflog)

lay<- layout.kamada.kawai(gNNu)

V(gNNu)$degree <- dcflog

V(gNNu)$eigenv <- round(eiflog,3)

V(gNNu)$closeness <- round(ccflog,3)

V(gNNu)$betweenness <- round(bcflog,3)

mdc<-max(dcflog); mdc

mei<-max(eiflog); mei

mcc<-max(ccflog); mcc

mbc<-max(bcflog); mbc

V(gNNu)$color<-"turquoise2"

plot(gNNu, layout=lay,

     edge.color="grey",

     edge.width=2,

     vertex.shape="circle",

     vertex.frame.color="grey",

     vertex.size=10*V(gNNu)$degree/mdc +8,

     vertex.label.dist=0,

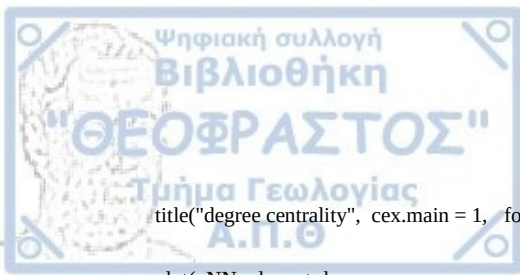
     vertex.label.font=1,

     vertex.label.color="black",

     vertex.label.cex=0.8,

     vertex.label=paste(V(gNNu)$name ,

```



```

V(gNNu)$degree, sep ="="))

title("degree centrality", cex.main = 1, font.main= 4, col.main= "blue")

plot(gNNu, layout=lay,

```

```

    edge.color="grey",

```

```

    edge.width=2,

```

```

    vertex.shape="circle",

```

```

    vertex.frame.color="grey",

```

```

    vertex.size=10*V(gNNu)$eigenv/mei +8,

```

```

    vertex.label.dist=0,

```

```

    vertex.label.font=1,

```

```

    vertex.label.color="black",

```

```

    vertex.label.cex=0.8,

```

```

    vertex.label=paste(V(gNNu)$name ,

```

```

    V(gNNu)$eigenv , sep ="="))

```

```

title("eigenvector centrality", cex.main = 1, font.main= 4, col.main= "blue")

```

```

plot(gNNu, layout=lay,

```

```

    edge.color="grey",

```

```

    edge.width=2,

```

```

    vertex.shape="circle",

```

```

    vertex.frame.color="grey",

```

```

    vertex.size=10*V(gNNu)$closeness/mcc + 8 ,

```

```

    vertex.label.dist=0,

```

```

    vertex.label.font=1,

```

```

    vertex.label.color="black",

```

```

    vertex.label.cex=0.8,

```

```

    vertex.label=paste(V(gNNu)$name ,

```

```

    V(gNNu)$closeness , sep ="="))

```

```

title("closeness centrality", cex.main = 1, font.main= 4, col.main= "blue")

```

```

plot(gNNu, layout=lay,

```



```

edge.color="grey",

edge.width=2,

vertex.shape="circle",

vertex.frame.color="grey",

vertex.size=10*(gNNu)$betweenness/mbc +8,

vertex.label.dist=0,

vertex.label.font=1,

vertex.label.color="black",

vertex.label.cex=0.8,

vertex.label=paste(V(gNNu)$name ,

                    V(gNNu)$betweenness , sep ="="))

title("betweenness centrality", cex.main = 1, font.main= 4, col.main= "blue")

```


Μελλοντική Δουλειά

Υπάρχουν μέθοδοι για την ανάπτυξη μιας πολιτικής marketing, όταν οι σχέσεις των καταναλωτών μεταξύ τους είναι άγνωστες ή εν μέρει άγνωστες, αλλά υπάρχουν ακόμα πολλές κατευθύνσεις στις οποίες θα μπορούσε να επεκταθεί κάποιος. Συγκεκριμένα, θα μπορούσε κάποιος να διερευνήσει ένα δείγμα ενός προκατειλημμένου δικτύου και την επίδραση του Viral Marketing. Γνωρίζοντας πώς είναι μεροληπτικό το δείγμα θα πρέπει να οδηγήσει σε καλύτερες πολιτικές Marketing. Επίσης, έχοντας περισσότερες πληροφορίες, θα ήταν δυνατή μία πιο αποτελεσματική αναζήτηση καταναλωτών. Όλες οι γνωστές πληροφορίες σχετικά με ένα καταναλωτή (π.χ., δημογραφικά χαρακτηριστικά, αγοραστική συμπεριφορά του στο παρελθόν, και η μερική γνώση για τις σχέσεις εμπιστοσύνης του) θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση της αξίας του. Θα θέλαμε να αναπτύξει περαιτέρω την εφαρμογή της θεωρίας της αξίας των πληροφοριών για τη βελτιστοποίηση την σχέση μεταξύ του κόστους και αναμενόμενα οφέλη από την απόκτηση γνώσεων σχετικά με το δίκτυο.

Μια εναλλακτική λύση θα ήταν να σχεδιαστεί μια στρατηγική Marketing προσομοιώνοντας τη διαδοχική υιοθέτηση ενός προϊόντος από τους καταναλωτές δίνονται διαφορετικές παρεμβάσεις σε διαφορετικούς χρόνους, και προσαρμόζοντας στρατηγικής με τα νέα δεδομένα σχετικά με την αντίδραση των καταναλωτών. Μια άλλη, εξαρτώμενη από τον χρόνο, πτυχή του προβλήματος είναι ότι τα κοινωνικά δίκτυα δεν είναι στατικά αλλά εξελίσσονται, και ιδίως μέσω του διαδικτύου μπορεί να γίνει ακόμη πιο γρήγορα. Μερικές από τις μεγαλύτερες ευκαιρίες ίσως να βρίσκονται στη μοντελοποίηση αυτή. Αν η εξέλιξη του δικτύου είναι κατανοητή, μπορεί να είναι δυνατόν να επηρεάσει την ίδια την δομή του δικτύου, οδηγώντας το δίκτυο σε ένα πιθανά πιο επικερδή δίκτυο.

Θα ήταν επίσης ενδιαφέρον να αναπτυχθούν αλγόριθμοι τιμολόγησης για ένα μοντέλο όπου ο πωλητής δεν επισκέπτεται τους καταναλωτές για μία ακολουθία, αλλά απλώς ορίζει τιμές, αναμένεται ότι οι στρατηγικές “influence and exploit” εξακολουθούν να είναι αποτελεσματικές. Τέλος, ένα καλό πεδίο έρευνας αποτελεί ο σχεδιασμός ενός μηχανισμού σταθερών τιμών (όχι διάκριση τιμών)

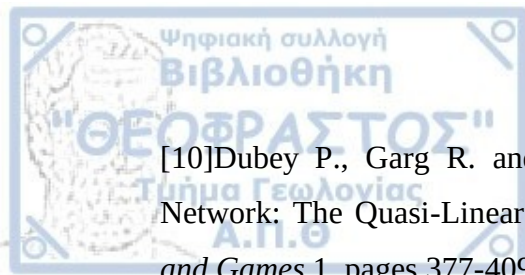


Μια άλλη ιδέα είναι να εξεταστούν τα παιγνιο-θεωρητικά ζητήματα που αφορούν στην πράξη το δίκτυο. Συγκεκριμένα, στο μοντέλο αυτό κάθε ένας καταναλωτής παρουσιάζεται σαν ένα άτομο που συστήνει το προϊόν σε όλους τους φίλους του χωρίς όμως να γίνεται λόγος για το κόστος μιας τέτοιας διαδικασίας, οπότε τέθηκε η υπόθεση πως όλοι οι καταναλωτές του δικτύου (κόμβοι) να μην έχουν κάποια στρατηγική σημασία. Άρα θα ήταν ενδιαφέρον να μοντελοποιηθεί το σύστημα αυτό με τέτοιο τρόπο ώστε οι καταναλωτές-κόμβοι να έχουν μία στρατηγική συμπεριφορά, προσπαθώντας να μεγιστοποιήσουν την επιστροφή χρημάτων τους (payoff), και ρυθμίζοντας-αλλάζοντας τη βέλτιστη στρατηγική του πωλητή (ειδικά όσον αφορά την επιστροφή χρημάτων-cashback).



Βιβλιογραφία

- [1] Moisiadis P. Combinatorial Enumeration. *Publications Ziti*, 2002.
- [2] Moisiadis P. Lectures notes in graphs. *Inter-Faculty Master Program On Complex Systems and Networks, Aristotle University of Thessaloniki*, 2015.
- [3] Domingos P., Richardson M. Mining the Network Value of Customers. In *Proceedings of the seventh ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*, KDD '01, pages 57-66, New York, NY, USA, 2001. ACM.
- [4] Domingos P., Richardson M. Mining knowledge-sharing sites for viral marketing. In *Proceedings of the eighth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*, KDD '02, pages 61-70, New York, NY, USA, 2002. ACM.
- [5] Kempe D., Kleinberg J., Tardos E. Maximizing the spread of influence through a social network. In *Proceedings of the ninth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*, KDD '03, pages 137-146, New York, NY, USA, 2003. ACM.
- [6] Bharathi S., Kempe D., Salek M. Competitive Influence Maximization in Social Networks. WINE 2007.
- [7] Carnes T., Nagarajan C., Wild S., and Zuylen A. Maximizing influence in a competitive social network: a follower's perspective. In *Proceedings of the ninth international conference on Electronic commerce*, ICEC '07, pages 351-360, New York, NY, USA, 2007. ACM.
- [8] Borodin A., Filmus Y., Oren J. Threshold models for competitive influence in social networks. In *Proceedings of the 6th international conference on Internet and network economics*, WINE'10, pages 539-550, Berlin, Heidelberg, 2010. Springer-Verlag.
- [9] Goyal S., Kearns M. Competitive Contagion in Networks. STOC 2012, long version forthcoming in *Games and Economic Behavior*, 2012.



[10]Dubey P., Garg R. and de Meyer B. Competing for Customers in a Social Network: The Quasi-Linear Case, WINE '06, long version in *Journal of Dynamics and Games* 1, pages 377-409,2006.

[11]Hartline J., Mirrokni V., Sundararajan M. Optimal marketing strategies over social networks. In *Proceedings of the 17th international conference on World Wide Web*, WWW '08, pages 189-198, New York, NY, USA, 2008. ACM.

[12] Arthur D., Motwani R, Sharma A., Xu Y. Pricing Strategies for Viral Marketing on Social Networks. mimeo., Stanford University,2010.

[13]Goldenberg J., Libai B., Muller E. Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth. *Marketing Letters*, pages 211-223, August 2001.

[14]Rand W., Rust R. Agent-Based Modeling in Marketing: Guidelines for Rigor. *International Journal of Research in Marketing*, pages181-193,2011.

[15]Watts D..A Simple Model of Global Cascades in Random Networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, pages 5766-5771,2002.

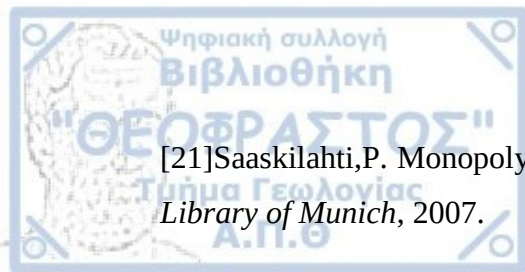
[16]Watts D., Dodds P.S. Influentials, Networks and Public Opinion Formation. *Journal of Consumer Research*, pages 441-458,2007.

[17]Bloch F., Querou N..Pricing in Social Networks. *Games and Economic Behavior* , pages 263-281,2013.

[18]Candogan O.,Bimpikis K., Ozdaglar A. Optimal pricing in the presence of local network effects. In *Proceedings of the 6th international conference on Internet and network economics*, WINE'10, pages 118{132, Berlin, Heidelberg, 2010. Springer-Verlag

[19]Fainmesser I., Galeotti A. The Value of Network information. mimeo.*Brown University and University of Essex*,2014.

[20]Corbo J., Lin S. Optimal Pricing with Positive Network Effects: The Big Benefits of Just a Little Discrimination. ICIS 2012.



[21]Saaskilahti,P. Monopoly Pricing of Social Goods. MPRA, paper 3526, *University Library of Munich*, 2007.

[22]Jullien B. Competing in Multi-Sided Markets: Divide and Conquer. *American Economic Journal: Microeconomics*, pages186-219, 2011.

[23]Banerji A., Dutta B. Local Network Externalities and Market Segmentation. *International Journal of Industrial Organization*, pages 605-614, 2009.

[24]Galeotti, A.. Talking, Searching and Pricing. *International Economic Review*, pages 1159-1174, 2010.

[25]S. Hangal, D. MacLean, M. S. Lam, J. Heer All Friends are Not Equal: Using Weights in Social Graphs to Improve Search. *The 4th SNA-KDD Workshop '10*, pages 1-7, 2010.