ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑΣ - ΚΛΙΜΑΤΟΛΟΓΙΑΣ

Στατιστική Μελέτη των Έντονων Βροχοπτώσεων στη Θεσσαλονίκη για την χρονική περίοδο 1947-2003

Μαρία Δούκα

Μαθηματικός

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2018

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή:

Θεόδωρος Καρακώστας, καθηγητής ΑΠΘ (επιβλέπων καθηγητής)

Χριστίνα Αναγνωστοπούλου, αναπληρώτρια καθηγήτρια ΑΠΘ

Ελένη Κατράγκου, επίκουρη καθηγήτρια ΑΠΘ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα Μεταπτυχιακή Διατριβή Ειδίκευσης εκπονήθηκε στο πλαίσιο των σπουδών μου στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών «Μετεωρολογία, Κλιματολογία και Ατμοσφαιρικό Περιβάλλον», του Τομέα της Μετεωρολογίας και Κλιματολογίας, του Τμήματος Γεωλογίας, του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης. Σκοπός της ήταν η στατιστική μελέτη των έντονων βροχοπτώσεων στην περιοχή της Θεσσαλονίκης τη χρονική περίοδο 1947-2003.

Στο τέλος αυτής της συνεχούς προσπάθειας μηνών, θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Θεόδωρο Καρακώστα, Καθηγητή του Τμήματος Γεωλογίας, ΑΠΘ, τόσο για την πολύτιμη καθοδήγηση του στην εκπόνηση της μεταπτυχιακής μου διατριβής, όσο και για τη γενικότερη στήριξη του, η οποία υπήρξε πάνω απ’ όλα ανθρώπινη. Πάντα προσιτός, αλλά και υπομονετικός, ήταν δίπλα μου και με βοηθούσε.

Ευχαριστώ, επίσης, τα άλλα δυο μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, την Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Χριστίνα Αναγνωστοπούλου και την Επίκουρη Καθηγήτρια Ελένη Κατράγκου, για τα εποικοδομητικά σχόλια, τις παρατηρήσεις, καθώς και τις προτάσεις που μου παρείχαν.

Πάνω απ’ όλα, όμως, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου σε όλη μου την οικογένεια, και κυρίως στην μητέρα μου. Με ανέχτηκε στις άσχημες μου ημέρες και με στήριξε με τον τρόπο της, όπως μόνο εκείνη γνωρίζει…

Αφιερώνεται στην μητέρα μου και στον πατέρα μου

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικειμενικός σκοπός στη Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία είναι ο προσδιορισμός του αντιπροσωπευτικότερου απολύτου ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για τη χρονική περίοδο 1947-2003. Ο προσδιορισμός αυτός επιτυγχάνεται με τη χρήση μιας καινοτόμου μεθοδολογίας, στην οποία σαφώς έγκειται και η πρωτοτυπία της παρούσης διατριβής, η οποία στηρίζεται στους συντελεστές των πολυωνυμικών γραμμών παλινδρόμησης των αθροιστικών θεωρητικών κατανομών κάποιων συνόλων δεδομένων, που δημιουργήθηκαν από τις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης.

Επιπροσθέτως, αναγνωρίζεται η θεωρητική κατανομή με την καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-ένα (61) θεωρητικών κατανομών, τόσο σε ετήσια, όσο και σε εποχιακή βάση, ενώ εκτιμώνται τα ύψη βροχόπτωσης που αναμένονται για διάφορες περιόδους επανάληψης. Οι θεωρητικές αυτές κατανομές κατατάχθηκαν σε αύξουσα σειρά, η οποία προέκυψε από την εφαρμογή τριών μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής (Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Chi-Squared), λαμβάνοντας ουσιαστικά υπόψιν το βαθμό συμφωνίας του κάθε θεωρητικού μοντέλου με την πραγματικότητα. Επομένως, η κατανομή που τοποθετήθηκε στην πρώτη θέση της κατάταξης προσομοιώνει ικανοποιητικότερα τις έντονες βροχοπτώσεις στη Θεσσαλονίκη για κάθε έλεγχο καλής προσαρμογής. Κατόπιν, από τα τρία αυτά θεωρητικά μοντέλα -το πρώτο σε κατάταξη από κάθε έλεγχο- επιλέχθηκε αυτό που προβλέπει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τις ωριαίες καταγραφές έντονης κατακρήμνισης για κάθε χρονική περίοδο (έτος, εποχές).

Τέλος, βρέθηκαν περίοδοι επανάληψης (έτη) για συγκεκριμένα βροχομετρικά επεισόδια (χιλιοστά), αλλά και εκτιμώμενα ύψη βροχόπτωσης για συγκεκριμένες περιόδους επανάληψης, ετησίως.

ABSTRACT

The objective of this postgraduate thesis is to determine the most representative absolute hourly rainfall threshold in Thessaloniki for the period 1947-2003. This is achieved by using an innovative methodology, which is clearly the originality of this study, based upon the coefficients of the polynomial trends of the cumulative distribution functions, retrieved from hourly precipitation measurements.

Furthermore, the best fit probability distribution of extreme precipitation conditions in Thessaloniki is identified through a total of sixty-one (61) theoretical distributions, for both annual and seasonal basis, while precipitation extremes for different return periods are calculated. These theoretical distributions were ranked in ascending order, which resulted from the application of three goodness-of-fit tests (Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Chi-Squared), basically taking into account the degree of agreement of each theoretical model with reality. Therefore, the first-rank distribution describes more satisfactory the extreme rainfall in Thessaloniki for each goodness-of-fit test. Then, the most suitable, out of the three, model was chosen, on both annual and seasonal basis.

Last but not least, return periods (years) for specified precipitation extreme values (mm) were calculated, as well as return levels for specified periods, annually.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Τα τελευταία έτη, παρατηρείται ολοένα αυξανόμενο ενδιαφέρον-ανησυχία για τα κλιματικά ακραία φαινόμενα (π.χ. πλημμύρες, ξηρασίες και καύσωνες), καθώς είναι άρρητα συνδεδεμένα με τη -συχνά- μεγάλη απώλεια ανθρωπίνων ζωών και την εκθετική αύξηση των δαπανών της πληγείσης περιοχής. Εξ' ορισμού, ένα καιρικό φαινόμενο χαρακτηρίζεται ως ακραίο (-έντονο) είτε από την ένταση του, είτε από την διάρκεια του ή και από την συχνότητα επανεμφάνισης του. Η σχέση "ένταση - διάρκεια - συχνότητα" χαρακτηρίζει ένα εκδηλωθέν ακραίο καιρικό φαινόμενο, το οποίο είναι δυνατό με τη σειρά του να προκαλέσει μια εκτεταμένη φυσική καταστροφή. Γενικά, τα μεγάλης κλίμακας ακραία καιρικά φαινόμενα δεν απαντώνται τόσο συχνά ώστε να θεωρούνται ως τα σημαντικότερα, σε αντίθεση με τα μικρής κλίμακας ακραία καιρικά φαινόμενα, τα οποία είναι συχνότερα και προκαλούν καταστροφές σε τοπικό επίπεδο. Οι συνέπειες ενός ακραίου καιρικού φαινομένου υπολογίζονται από την σχέση της έντασης του συγκεκριμένου φαινομένου με τη συχνότητα επανεμφάνισης του στην ίδια περιοχή.

Με άλλα λόγια, ένα ακραίο καιρικό φαινόμενο αποτελεί μια κατάσταση που απέχει σημαντικά από την κανονική - φυσιολογική μορφή του κλιματικού συστήματος, ανεξάρτητα από την πραγματική επίδραση στη ζωή ή στην οικολογία της Γης. Ωστόσο, είναι πολύ δύσκολο να ορισθεί μία τιμή μεγέθους πάνω από την οποία ένα καιρικό φαινόμενο θα μπορεί να χαρακτηρίζεται ως ακραίο, λόγω του ότι ο καθορισμός αυτής της τιμής αποτελεί συνονθύλευμα πολλών παραγόντων.

Σύμφωνα με τον Gumbel (1958), τα προβλήματα που συνδέονται με τις ακραίες τιμές προέκυψαν από τις πλημμύρες. Η οικονομική σημασία τους έγινε, αμέσως, αντιληπτή, καθώς οι αρχαίες αγροτικές οικονομίες στηρίζονταν αποκλειστικά στη ροή του νερού, καθώς και στους δρόμους του νερού που αποτελούσαν τον κύριο δίαυλο επικοινωνίας. Στις μετέπειτα βιομηχανικές οικονομίες, η σημασία τους κλιμακώνεται. Μέσω της κατασκευής υδροηλεκτρικών εγκαταστάσεων, το νερό αποτελεί μια μόνιμη πηγή ενέργειας. Επιπλέον, η ροή του χρησιμοποιείται για τις δεξαμενές, την άρδευση, καθώς και για την καταπολέμηση της διάβρωσης. Από την άλλη πλευρά, όμως, η ζωή και οι περιουσίες πρέπει να προστατεύονται από τις ζημίες που προκαλούνται από τις πλημμύρες. Η κοινωνική σημασία αυτής της πλευράς του ελέγχου των πλημμύρων που απαιτεί επαρκή πρόγνωση των μελλοντικών έντονων βροχοπτώσεων, δε μπορεί να υπερκεραστεί. Δεν είναι τυχαίο, άλλωστε, ότι οι πλημμύρες αποτελούν τη δεύτερη πιο συχνά εμφανιζόμενη φυσική καταστροφή μετά τις δασικές πυρκαγιές. Σοβαρά πλημμυρικά επεισόδια που σχετίζονται με τις έντονες βροχοπτώσεις έχουν καταγραφεί σε ολόκληρο, σχεδόν, τον πλανήτη, με σημαντικές επιπτώσεις σε κοινωνικοοικονομικό επίπεδο. Συνεπώς, η ανάγκη μελέτης και πρόγνωσης των έντονων βροχοπτώσεων κρίνεται επιτακτική και ύψιστης σημασίας.

1.2 ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ

Πολυάριθμες είναι οι μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί σε παγκόσμια κλίμακα και αφορούν στις έντονες βροχοπτώσεις, δεδομένου του μεγάλου αντίκτυπου που έχουν στην κοινωνία, την οικονομία, αλλά και το περιβάλλον. Βέβαια, είναι προφανές ότι τα αποτελέσματα αυτών ποικίλουν ανάλογα με τη μεθοδολογία, την περιοχή μελέτης, τα χρησιμοποιηθέντα δεδομένα, καθώς και τον αντικειμενικό σκοπό της εκάστοτε έρευνας. Το ενδιαφέρον, ωστόσο, της επιστημονικής κοινότητας γύρω από τις έντονες βροχοπτώσεις εστιάζεται σε τρία κυρίως αντικείμενα. Το πρώτο αφορά στην κλιματολογική μελέτη και στην προσπάθεια πρόγνωσής της με τη χρήση των θεωρητικών κατανομών, το δεύτερο αποσκοπεί στη μελέτη των συνοπτικών-δυναμικών χαρακτηριστικών της και τη βραχυπρόθεσμη πρόγνωσή τους, ενώ το τρίτο εστιάζει στην προστασία και στην αποκατάσταση των ζημιών που προκαλούνται από αυτήν. Το αντικείμενο της παρούσας διατριβής αφορά στο πρώτο απ' αυτά.

Πληθώρα επιστημονικών ερευνών, που σχετίζονται με την κλιματολογική μελέτη των ακραίων κατακρημνίσεων και συγκεκριμένα την προσπάθεια πρόγνωσής τους με την προσαρμογή θεωρητικών κατανομών στο εκάστοτε σύνολο δεδομένων, ήδη, έχουν πραγματοποιηθεί σε παγκόσμια κλίμακα. Για παράδειγμα, οι Zalina et al. (2002) χαρακτηριστικά ανέφεραν ότι η θεωρητική κατανομή Generalized Extreme Value παρουσιάζει πολύ καλές περιγραφικές και προγνωστικές ικανότητες της ετήσιας σειράς βροχοπτώσεων στη χερσόνησο της Μαλαισίας. Από την άλλη πλευρά, σύμφωνα με τον Koutsoyiannis (2004), καμία από τις διπαραμετρικές περιπτώσεις της κατανομής Generalized Extreme Value (Gumbel και Frechet) δεν κρίνεται κατάλληλη για την προσομοίωση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων στην Ευρώπη και στην Αμερική. Σε μια ανάλογη μελέτη, διαπιστώθηκε ότι οι θεωρητικές κατανομές Generalized Extreme Value, Gamma και Gumbel Max παρουσιάζουν τη βέλτιστη προσαρμογή στη μουσωνική (Ιούνιος-Σεπτέμβριος), μετά-μουσωνική (Μάρτιος-Μάιος) και προ-μουσωνική εποχή (Οκτώβριος-Φεβρουάριος), αντιστοίχως (Waghaye et al. 2015). Τέλος, κατά τους Sharma and Singh (2010), το θεωρητικό μοντέλο Lognormal προσομοιώνει αντιπροσωπευτικότερα τα μέγιστα ετήσια ύψη βροχόπτωσης στην Ινδία.

Όσον αφορά στον ελληνικό χώρο, οι Moschou et al. (2013), μελετώντας τη χωρική και χρονική μεταβλητότητα της βροχόπτωσης, κατέληξαν ότι η θεωρητική κατανομή Generalized Extreme Value θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο για την περιγραφή της μέγιστης ημερήσιας βροχόπτωσης σε κάθε περιοχή της χώρας. Οι Papalaskaris and Emmanouloudis (2015) υιοθετώντας ένα σύνολο δώδεκα (12) θεωρητικών κατανομών, εξέτασαν τη βέλτιστη προσαρμογή των μοντέλων στα μέγιστα ημερήσια ύψη βροχόπτωσης δέκα μετεωρολογικών σταθμών τοποθετημένων στη λεκάνη (από την ελληνική πλευρά) του διασυνοριακού ποταμού Έβρου. Επιπλέον, οι Pakalidou and Karacosta (2016), μελετώντας τις παρατηρήσεις της ακραίας βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για τα τελευταία 85 έτη, υπέδειξαν το θεωρητικό μοντέλο Generalized Pareto ως το καταλληλότερο για την εκτίμηση των ακραίων κατακρημνίσεων.

Ανάλογες μελέτες έχουν διεξαχθεί και σε αρκετούς μεμονωμένους σταθμούς ανά το κόσμο (Hirose 1994, Nadarajah and Withers 2001, Chu et al. 2009), καθώς τα γεωγραφικά χαρακτηριστικά της μελετώμενης περιοχής επηρεάζουν σημαντικά τη χωρική μεταβλητότητα των περιστατικών έντονης βροχόπτωσης. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μελέτες αυτές διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στην αποτροπή των ζημιών από πλημμύρες που προκαλούνται από τις έντονες κατακρημνίσεις, καθώς αποτελούν πολύτιμα εργαλεία για την κατασκευή αντιπλημμυρικών υποδομών, όπως φράγματα και συστήματα αποχέτευσης. Επιπροσθέτως, παρά το γεγονός ότι υπάρχει εκτεταμένη βιβλιογραφία σχετικά με τις ακραίες βροχοπτώσεις (Müller et al. 2009, Xu et al. 2011, Fernández-Montes et al. 2014, Santos and Fragoso 2013, Song et al. 2015, Gao et al. 2016), ελάχιστοι είναι οι ερευνητές που μελέτησαν τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ακραίων βροχοπτώσεων χρησιμοποιώντας ωριαίες καταγραφές (Winkler 1992, Kanae et al. 2004, Fujibe et al. 2005, Sen 2008, Twardosz 2010, Lenderink et al. 2011). Το γεγονός αυτό θα μπορούσε να αποδοθεί στη σπανιότητα αυτών των δεδομένων. Ωστόσο, η χρήση δεδομένων μικρότερης χρονικής ανάλυσης από την ημερήσια, θα μπορούσε να συντελέσει σημαντικά στη βελτίωση της εγκυρότητας των αποτελεσμάτων της εκάστοτε κλιματολογικής-στατιστικής μελέτης. Η αξιοποίηση των δεδομένων αυτών είναι "υποχρεωτική", καθώς τα περιστατικά ακραίας βροχόπτωσης, τα οποία λαμβάνουν χώρα, κατά κύριο λόγο, τη θερμή περίοδο του έτους, χαρακτηρίζονται από την πολύ μικρή χρονική τους διάρκεια.

Ωστόσο, το πρωτευούσης σημασίας βήμα για τη μελέτη των έντονων βροχόπτωσεων της εκάστοτε περιοχής είναι ο σαφής και αντικειμενικός καθορισμός του όρου "έντονη βροχόπτωση". Οι New et al. (2001) στην προσπάθεια τους να μελετήσουν τις τάσεις της βροχόπτωσης αντιμετώπισαν το βασικό πρόβλημα της σωστής επιλογής και ομαδοποίησης των έντονων περιπτώσεων της. Μάλιστα κατέληξαν ότι οι ορισμοί των έντονων βροχοπτώσεων διαφέρουν σημαντικά μεταξύ των ερευνητών, με αποτέλεσμα η σύγκριση των συμπερασμάτων να θεωρείται προβληματική. Έτσι, για παράδειγμα οι Karagiannidis et al. (2012), στην προσπάθεια τους να μελετήσουν τα κλιματολογικά χαρακτηριστικά των ακραίων κατακρημνίσεων που σχετίζονται με τα κυκλωνικά συστήματα των μεσαίων γεωγραφικών πλατών στην Ευρώπη, όρισαν ως εξαιρετική τη βροχόπτωση που υπερβαίνει το κατώφλι των 60.0mm/day. Σε μια παρόμοια προσέγγιση του προβλήματος, οι Bocheva et al. (2010) υιοθέτησαν το κατώφλι των 100.0mm/day με σκοπό την κλιματολογική ανάλυση της καταρρακτώδους ("torrential") βροχόπτωσης στη Βουλγαρία. Τέλος, ο Husche (1959) ορίζει ως ισχυρή ("heavy") τη βροχόπτωση της οποίας η ραγδαιότητα υπερβαίνει τα 7.62 mm/hour, ορισμός που χρησιμοποιείται ως βάση για την κατάρτιση του κριτηρίου επιλογής των περιστατικών έντονης βροχόπτωσης στην παρούσα μελέτη.

1.3 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής αποτελεί ο προσδιορισμός του αντιπροσωπευτικότερου απόλυτου ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για τη χρονική περίοδο 1947 - 2003. Ο προσδιορισμός αυτός επιτυγχάνεται με τη χρήση μιας καινοτόμου μεθοδολογίας, στην οποία σαφώς έγκειται και η πρωτοτυπία της παρούσας διατριβής, η οποία στηρίζεται στους συντελεστές των μεταβλητών των πολυωνυμικών γραμμών παλινδρόμησης των αθροιστικών θεωρητικών κατανομών κάποιων συνόλων δεδομένων, που δημιουργήθηκαν από τις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης. Επιπροσθέτως, αναγνωρίζεται η θεωρητική κατανομή με την καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-ένα (61) θεωρητικών κατανομών, τόσο σε ετήσια, όσο και σε εποχιακή βάση, ενώ εκτιμώνται τα ύψη βροχόπτωσης που αναμένονται για διάφορες περιόδους επανάληψης.

Ο στόχος στη διατριβή είναι η εξαγωγή συμπερασμάτων που θα μπορούσαν να βοηθήσουν στην καλύτερη πρόγνωση των φαινομένων έντονης βροχόπτωσης σε τοπική κλίμακα, καθώς η συνεχής αύξηση της γνώσης δίνει τη δυνατότητα ευκολότερης διάγνωσης και καλύτερης αντιμετώπισης ανάλογων φαινομένων στο μέλλον. Δεν είναι τυχαίο, άλλωστε, ότι παρά το γεγονός ότι ο υπολογισμός των εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης εμπεριέχει αβεβαιότητα ως προς τα πιθανοθεωρητικά αποτελέσματα, έχει αποδειχθεί ότι η γνώση αυτών σε τοπικό επίπεδο θα μπορούσε να αποτελέσει ένα πολύτιμο εργαλείο για το σχεδιασμό των κατάλληλων υδραυλικών και αντιπλημμυρικών υποδομών.

1.4 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Η παρούσα διατριβή αποτελείται από τα εξής κεφάλαια:

Στο παρόν, 1^{ο} Κεφάλαιο, γίνεται η παρουσίαση του θέματος της διατριβής. Επιπλέον, αναλύεται το αντικείμενο της, καθώς και οι στόχοι της και στη συνέχεια αναφέρονται σημαντικές μελέτες που έχουν εκπονηθεί πάνω σε θέματα σχετικά με αυτό της παρούσας διατριβής. Τέλος, σκιαγραφείται η δομή της, παρουσιάζονται με άλλα λόγια εν συντομία τα περιεχόμενα του κάθε κεφαλαίου.

Στο 2ο Κεφάλαιο της διατριβής, παρουσιάζονται, σε αρχικό στάδιο, τα δεδομένα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη, καθώς και η χρονική κατανομή τους. Σε μεταγενέστερο επίπεδο, παρατίθενται βασικές έννοιες και θεωρίες, απαραίτητες για την σε βάθος κατανόηση του περιεχομένου της διατριβής. Συγκεκριμένα, διατυπώνεται ο ορισμός της θεωρητικής κατανομής, καθώς και άλλοι βασικοί ορισμοί που είναι άμεσα συνδεδεμένοι με αυτόν. Εν συνεχεία, περιγράφονται οι μέθοδοι εκτίμησης των παραμέτρων των θεωρητικών κατανομών, ενώ σκιαγραφείται η γενική ιδέα του στατιστικού ελέγχου υποθέσεων. Η υποπαράγραφος αυτή, των βασικών εννοιών και θεωριών, ολοκληρώνεται με μια εισαγωγή στην χρησιμότητα των ελέγχων καλής προσαρμογής. Τέλος, στο τρίτο μέρος του κεφαλαίου αυτού αναπτύσσεται πλήρως η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την προσαρμογή των θεωρητικών κατανομών στα δεδομένα έντονης βροχόπτωσης, καθώς και η μεθοδολογία που υιοθετήθηκε για την εύρεση της κατανομής με την καλύτερη προσαρμογή στα εν λόγω δεδομένα, τόσο σε εποχιακή, όσο και σε ετήσια βάση.

Στο 3ο Κέφαλαιο, λαμβάνοντας υπόψιν τη βαρύνουσα σημασία της ορθής και πλήρως τεκμηριωμένης επιλογής του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης, πραγματοποιείται αναλυτική παρουσίαση της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε για τον προσδιορισμό του κατωφλιού αυτού στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947-2003. Αναλυτικότερα, αρχικά γίνεται μια σύντομη αναδρομή στο βιβλιογραφικό προσδιορισμό της έντονης βροχόπτωσης, ενώ ακολούθως προσδιορίζεται ντετερμινιστικά το ωριαίο κατώφλι της έντονης κατακρήμνισης με την εφαρμογή μιας ρηξικέλευθης μεθοδολογίας.

Στο 4ο Κεφάλαιο αποτυπώνεται η ετήσια, καθώς και η εποχιακή κατάταξη των θεωρητικών κατανομών που υιοθετηθήκαν στην παρούσα μελέτη, σύμφωνα με τα αποτελέσματα των ελέγχων καλής προσαρμογής: Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared. Επιπροσθέτως, αναγνωρίζεται η θεωρητική κατανομή που προσεγγίζει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη τη μελετώμενη περίοδο, σε ετήσια, αλλά και εποχιακή κλίμακα. Τέλος, στο κεφάλαιο αυτό γίνεται εκτίμηση των υψών βροχόπτωσης για διάφορες περιόδους επανάληψης, καθώς και εκτίμηση των περιόδων επανάληψης των δέκα (10) εντονότερων ωριαίων τιμών βροχόπτωσης της μελετώμενης περιόδου, ετησίως.

Στο τελευταίο, 5^{ο} Κεφάλαιο, παρουσιάζονται συνοπτικά τα βασικότερα από τα συμπεράσματα που προέκυψαν στο πλαίσιο της παρούσας διατριβής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

2.1 ΔΕΔΟΜΕΝΑ, ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ

2.1.1 Περιγραφή των δεδομένων

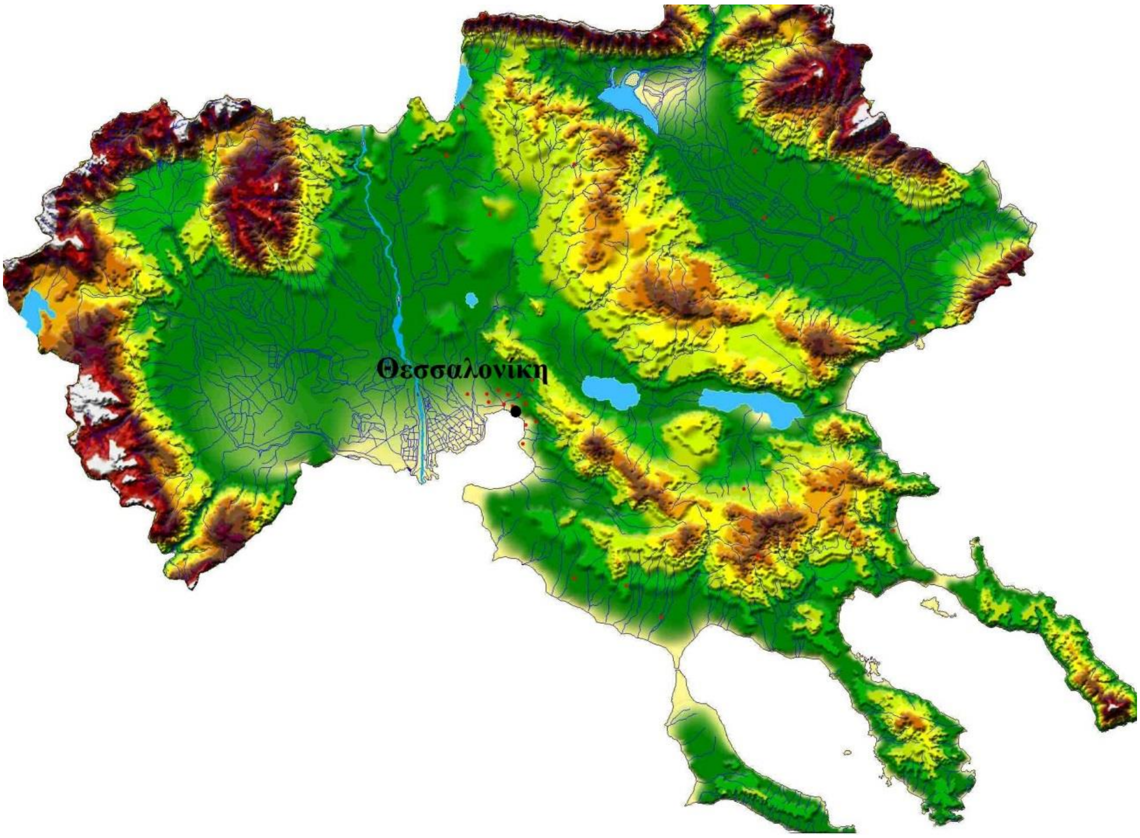
Στην παρούσα διατριβή μελετώνται τα -μόνα- διαθέσιμα ωριαία δεδομένα βροχόπτωσης που καταγράφηκαν στον Μετεωρολογικό Σταθμό του Τομέα Μετεωρολογίας και Κλιματολογίας του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (ΑΠΘ). Τα δεδομένα καλύπτουν μια χρονική περίοδο 57 ετών, από το 1947 έως το 2003, η οποία θεωρείται ικανοποιητική για την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων.

Όσον αφορά την ομοιογένεια της εν λόγω χρονοσειράς, οι Stathis και Mavromatis (2009), με την εφαρμογή του Barlett ελέγχου ομοιογένειας, εξέτασαν την ομοιογένεια των ημερήσιων δεδομένων βροχόπτωσης του ΑΠΘ στη Θεσσαλονίκη, χρησιμοποιώντας τις μηνιαίες, τις εποχιακές και τις ετήσιες καταγραφές βροχόπτωσης μιας ελάχιστα μεγαλύτερης χρονικής περιόδου (1930 – 2004). Χαρακτηριστικά, συμπέραναν ότι η χρονοσειρά των βροχοπτώσεων του Μετεωρολογικού Σταθμού του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης παρουσιάζει εξαιρετική ομοιογένεια, γεγονός που θα μπορούσε να αποδοθεί στην πολύ μικρή χωρική μετατόπιση του Μετεωρολογικού Σταθμού, σε σχέση με το φαινόμενο, από το 1930. Ως γνωστόν, άλλωστε, οι ανομοιογένειες στις καταγραφές των διαφόρων σταθμών προκαλούνται συχνά από αλλαγές στις τακτικές παρατήρησης, μεταξύ των οποίων συγκαταλέγονται οι μετατοπίσεις των μετεωρολογικών σταθμών, οι μεταβολές στις τακτικές μέτρησης, καθώς και οι μεταβολές στις πρακτικές παρατήρησης. Επιπλέον, η απουσία "τυχαιότητας" (randomness) των χρησιμοποιηθέντων δεδομένων επιβεβαιώθηκε από τους ίδιους ερευνητές, με την εφαρμογή του ελέγχου Cramer.

2.1.2 Κλιματολογία της περιοχής μελέτης

Η Θεσσαλονίκη (40° 37′ N, 22° 95′ E) αποτελεί την "πρωτεύουσα" της περιοχής της Μακεδονίας στη Βόρεια Ελλάδα, καθώς και την δεύτερη μεγαλύτερη, σε έκταση και πληθυσμό, πόλη της χώρας. Γεωγραφικά, βρίσκεται στο δυτικό τμήμα της περιφερειακής ενότητας Θεσσαλονίκης και συγκεκριμένα στο μυχό του Θερμαϊκού κόλπου, στο Βόρειο Αιγαίο Πέλαγος. Είναι κτισμένη αμφιθεατρικά στις πλαγιές του Κέδρινου λόφου και περιβάλλεται στα ανατολικά από το δάσος του Σέιχ Σου. Νοτιοανατολικά της πόλης υψώνεται το όρος Χορτιάτης, ενώ βορειοδυτικά της απλώνεται η πεδιάδα της Θεσσαλονίκης. Οι ποταμοί, Αξιός, Λουδίας και Εχέδωρος (Γαλλικός), εκβάλλουν δυτικά της. Η τοπογραφία της μελετώμενης περιοχής παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1.

Τα παραπάνω ιδιαίτερα τοπογραφικά χαρακτηριστικά της Θεσσαλονίκης, σε συνδυασμό με τη γεωγραφική της θέση, συντελούν σημαντικά στη διαμόρφωση του κλίματος της συμπρωτεύουσας. Συγκεκριμένα, το κλίμα της Θεσσαλονίκης μπορεί να θεωρηθεί ως τυπικό μεσογειακό ήπιο κλίμα, το οποίο παρουσιάζει εποχιακή



Σχήμα 2.1 *Τοπογραφία της Μακεδονίας.*

διακύμανση της βροχόπτωσης. Χαρακτηριστικά, το μέγιστο των κατακρημνίσεων σημειώνεται το Δεκέμβριο, ενώ το ελάχιστο αυτών παρατηρείται τον Αύγουστο. Η μέση ετήσια βροχόπτωση, καθώς και η τυπική της απόκλιση υπολογίστηκε: 451.7mm $\pm$ 96.3mm, σύμφωνα με τους Stathis and Mavromatis (2009), για τη χρονική περίοδο 1930 – 2004 και 475.6mm $\pm$ 105.4mm, σύμφωνα με τις Pakalidou and Karacosta (2016), για την κατά λίγο μεγαλύτερη χρονική περίοδο 1892 – 2015. Τέλος, το κλίμα της Θεσσαλονίκης χαρακτηρίζεται ως Csa σύμφωνα με την κατάταξη του Köppen.

2.2 ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Σε πρωταρχικό στάδιο, πριν την παρουσίαση της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε στην παρούσα διατριβή, κρίνεται σκόπιμη - απαραίτητη η διατύπωση κάποιων βασικών στοιχείων της θεωρίας. Η διατύπωση αυτών θα συμβάλει σημαντικά στην κατανόηση της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε, καθώς και στον, σε βάθος, αφουγκρασμό των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται σε μετέπειτα κεφάλαια και εξήχθησαν από την επεξεργασία των δεδομένων βροχόπτωσης.

2.2.1 Ορισμός θεωρητικής κατανομής

Αρχικά, η διατύπωση του ορισμού της τυχαίας μεταβλητής θεωρείται σημαντική, καθώς δια μέσω αυτού πραγματοποιείται η μετάβαση στον ορισμό της συνάρτησης Πυκνότητας – Πιθανότητας, με τη χρήση του οποίου ορίζεται η συνάρτηση Κατανομής. Επομένως, σύμφωνα με τον Φαρμάκη (2001), ***τυχαία μεταβλητή (τ.μ.)*** ονομάζεται κάθε συνάρτηση που απεικονίζει τον δειγματοχώρο *Δ* στο σύνολο των πραγματικών αριθμών *R* κατά τυχαίο τρόπο. Δηλαδή,

$$\Delta \ni \delta \xrightarrow{X} X_\delta \in R \tag{2.1}$$

Επίσης, σε κάθε σημείο $x \in X(\Delta)$ αντιστοιχίζεται η πιθανότητα $p(X=x)$ και έτσι προκύπτει η ***συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (σ.π.π.)*** ή ***συνάρτηση Πιθανότητας (σ.π.)*** ως εξής:

$$X(\Delta) \ni x \xrightarrow{f} f(x) = p(X = x) \in [0,1] \tag{2.2}$$

ανάλογα με το αν η τ.μ. είναι συνεχής ή διακριτή, αντίστοιχα. Με βάση την σ.π.π ορίζεται η ***συνάρτηση Κατανομής (σ.κ.)*** ή ***συνάρτηση Αθροιστικής Κατανομής (σ.α.κ.)***:

$$\mathrm{F(x) = p(-\infty < X < x)} = \begin{cases} \sum\limits_{u \le x} \mathrm{f(u)}, & \text{αν X: διακριτή.} \\ \sum\limits_{-\infty}^{x} \mathrm{f(u)du}, & \text{αν X: συνεχής.} \end{cases} \tag{2.3}$$

Η κατανομή πιθανοτήτων της Χ με βάση τον πληθυσμό ονομάζεται ***θεωρητική κατανομή*** και προσεγγίζεται με την κατανομή των σχετικών συχνοτήτων των παρατηρούμενων τιμών της Χ, η οποία καλείται ***εμπειρική κατανομή***. Επιπλέον,

$$\frac{f_i}{n} = \text{σχετική συχνότητα της τιμής } x_i \tag{2.4}$$

όπου f_i είναι η συχνότητα εμφάνισης της τιμής x_i και n είναι το σύνολο των παρατηρήσεων του δείγματος. Όσο αυξάνει το πλήθος των παρατηρήσεων, τόσο πλησιάζει η εμπειρική κατανομή αυτήν του πληθυσμού, δηλαδή

$$P(x_i) = \lim_{n\to\infty} \frac{f_i}{n} \tag{2.5}$$

Με άλλα λόγια, η θεωρητική κατανομή είναι ένας γενικευμένος μαθηματικός τύπος, ή μια χαρακτηριστική μορφή (στο γράφημα) (Wilks 2006). Ορισμένοι απ' αυτούς τους μαθηματικούς τύπους είναι φυσική συνέπεια συγκεκριμένων διαδικασιών γένεσης δεδομένων (ουσιαστικά φυσικοί μηχανισμοί). Όταν αυτό ισχύει, τότε αυτοί οι μαθηματικοί τύποι μπορούν να περιγράψουν σε ικανοποιητικό βαθμό τη συνοπτική αναπαράσταση των μεταβολών που εμφανίζονται σε μια χρονοσειρά. Ακόμη και αν δεν υπάρχει ισχυρή "φυσική" βάση για την επιλογή μιας συγκεκριμένης θεωρητικής κατανομής, μπορεί να αποδειχθεί εμπειρικά (δηλαδή στηριζόμενοι στις υπάρχουσες παρατηρήσεις), πως η επιλεχθείσα κατανομή αναπαριστά πολύ καλά την εκάστοτε χρονοσειρά. Έτσι, εν ολίγοις, οι θεωρητικές κατανομές είναι γενικεύσεις και αναπαριστούν προσεγγιστικά τις εκάστοτε καταγραφές, συχνά με πολύ καλά αποτελέσματα.

2.2.2 Μέθοδοι εκτίμησης των παραμέτρων των θεωρητικών κατανομών

Έστω Χ τ.μ. με σ.π.π. $f_x(x)$. Συνήθως, η σ.π.π. $f_x(x)$ μιας κατανομής εξαρτάται από άγνωστες σταθερές, οι οποίες καλούνται ***παράμετροι*** της κατανομής. Στην πράξη, η συναρτησιακή μορφή της $f_x(x)$ είναι συνήθως γνωστή, εν αντιθέσει με τις παραμέτρους που είναι άγνωστες. Κατά συνέπεια, ο προσδιορισμός – εκτίμηση αυτών των παραμέτρων, κατά τον βέλτιστο δυνατό τρόπο, αποτελεί ένα πρόβλημα, του οποίου τη λύση καλείται να δώσει η Εκτιμητική Στατιστική.

Εν συνεχεία, παρατίθενται κάποιοι βασικοί ορισμοί, όπως διατυπώνονται από την Κολυβά-Μαχαίρα (1998), με σκοπό την καλύτερη κατανόηση των μεθόδων εκτίμησης των παραμέτρων των χρησιμοποιηθέντων, στην παρούσα μελέτη, κατανομών.

Η σ.π.π. συμβολίζεται με $f(x;\theta)$ αν εξαρτάται από μία μόνο άγνωστη παράμετρο και με $f(x;\underline{\theta})$ αν εξαρτάται από περισσότερες άγνωστες παραμέτρους, όπου $\underline{\theta}$ είναι το διάνυσμα των αγνώστων παραμέτρων $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$. Το πεδίο ορισμού της παραμέτρου $\underline{\theta}$ συμβολίζεται με $\Omega \subseteq R^r, r \geq 1$ και καλείται ***παραμετρικός χώρος***.

Εκτιμήτρια συνάρτηση ή ***εκτιμητής*** της παραμέτρου θ καλείται μια στατιστική συνάρτηση $T(\underline{X})$ που έχει πεδίο τιμών τον παραμετρικό χώρο Ω και συμβολίζεται με $\hat{\theta}$. Η εκτιμήτρια συνάρτηση είναι τυχαία μεταβλητή. Η τιμή της εκτιμήτριας για ένα συγκεκριμένο τυχαίο δείγμα $\underline{x'} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ καλείται ***εκτίμηση*** της παραμέτρου θ.

Η στατιστική συνάρτηση $T(\underline{X})$ που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της συνάρτησης $g(\theta)$ και παίρνει τιμές στον R^ν καλείται ***εκτιμητής*** ή ***εκτιμήτρια συνάρτηση*** του $g(\theta)$.

Γύρω στα τέλη του 19^{ου} και στις αρχές του 20^{ου} αιώνα αναπτύχθηκαν αναλυτικές μέθοδοι εκτίμησης παραμέτρων, οι οποίες κάτω από ορισμένες συνθήκες δίδουν εκτιμητές που ικανοποιούν κάποιες "βέλτιστες" ιδιότητες. Οι κυριότερες μέθοδοι είναι: η μέθοδος των ροπών (Pearson 1936), η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας (Fisher 1922), η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (Stigler 1981), η μέθοδος των L-ροπών (Hosking 1990), η μέθοδος minimax (Bolfarine 1987) και η μέθοδος Bayes (Berger, 1985).

2.2.3 Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων

Ο στατιστικός έλεγχος υποθέσεων (hypothesis testing) είναι μια συμπερασματική διαδικασία - μέθοδος που προσφέρει η Στατιστική Συμπερασματολογία και βρίσκει άμεση εφαρμογή σε στοχαστικά προβλήματα απόφασης μεταξύ δύο εναλλακτικών υποθέσεων. Συγκεκριμένα, η γενική ιδέα της διαδικασίας στατιστικού ελέγχου υποθέσεων είναι η εξής: αρχικά ορίζεται η ***μηδενική υπόθεση (H$_0$)***, δηλαδή η υπόθεση που αμφισβητείται και στην συνέχεια εξετάζεται αν ένα τυχαίο δείγμα που προέρχεται από τον πληθυσμό δίδει αποδείξεις υπέρ της απόρριψής της, έναντι της ***εναλλακτικής (H$_1$)***.

Η απόφαση που σχετίζεται με την απόρριψη ή την αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, βασίζεται σε πληροφορίες από τις παρατηρηθείσες τιμές μιας τυχαίας μεταβλητής. Η στατιστική συνάρτηση που χρησιμοποιείται στην διαδικασία της λήψης της απόφασης ονομάζεται ***στατιστική συνάρτηση ελέγχου*** ή ***ελεγχοσυνάρτηση (test statistic)*** και η διαδικασία που ακολουθείται ονομάζεται ***έλεγχος της στατιστικής υπόθεσης (test of the statistical hypothesis)***. Με άλλα λόγια, η ελεγχοσυνάρτηση χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της διαφοράς των δεδομένων από αυτό που αναμένεται να συμβαίνει, αν η μηδενική υπόθεση είναι ακριβής.

Το σύνολο των τιμών που η στατιστική συνάρτηση μπορεί να πάρει για διαφορετικά δείγματα μπορεί να χωρισθεί σε δύο περιοχές. Η μία από αυτές αντιστοιχεί στην ***περιοχή απόρριψης (rejection region)*** και η άλλη στην ***περιοχή αποδοχής*** της μηδενικής υπόθεσης ***(acceptance region)***. Κατά συνέπεια, εάν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης που χρησιμοποιείται για ένα συγκεκριμένο δείγμα βρίσκεται στην απορριπτική περιοχή της μηδενικής υπόθεσης (H_0), τότε η τελευταία απορρίπτεται και γίνεται αποδεκτή η εναλλακτική υπόθεση. Αντίθετα, εάν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης περιλαμβάνεται στην περιοχή αποδοχής, τότε η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται. Η τιμή εκείνη της παραμέτρου, η οποία διαχωρίζει την περιοχή αποδοχής από τη περιοχή απόρριψης καλείται ***κρίσιμο σημείο (critical value)*** και συμβολίζεται συνήθως με c.

Ωστόσο, ένα ερώτημα που τίθεται, αφορά στον καθορισμό του τρόπου λήψης της απόφασης, σχετικά με το αν κάποια ενδεχόμενη τιμή της ελεγχοσυνάρτησης θα πρέπει να τοποθετηθεί στην περιοχή απόρριψης ή στην περιοχή αποδοχής. Η απάντηση

Πίνακας 2.1 *Παρουσίαση των αποφάσεων που μπορούν να ληφθούν σε ένα στατιστικό έλεγχο υποθέσεων, καθώς και των ενδεχόμενων λαθών που μπορούν να γίνουν.*

πραγματική κατάσταση / **απόφαση**	η H_0 είναι σωστή	η H_1 είναι σωστή
δεν απορρίπτω την H_0	σωστή απόφαση	**λάθος τύπου ΙΙ**
απορρίπτω την H_0	**λάθος τύπου Ι**	σωστή απόφαση

στο ερώτημα αυτό εξαρτάται από τους κινδύνους (ρίσκα) που ενδέχεται να ληφθούν αν μια λάθος απόφαση έχει παρθεί. Οι αποφάσεις που μπορούν να ληφθούν σε ένα στατιστικό έλεγχο υποθέσεων, καθώς και τα λάθη τα οποία ενδέχεται να γίνουν, εμφανίζονται παραστατικά στον Πίνακα 2.1.

Συνοψίζοντας, λάθος αποφάσεις μπορεί να ληφθούν αν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση (H_0), ενώ ισχύει στην πραγματικότητα ***(λάθος τύπου Ι)***, ή αν γίνει αποδεκτή η μηδενική υπόθεση (H_0), ενώ στην πραγματικότητα είναι λάθος ***(λάθος τύπου ΙΙ)***. Επομένως, ανάλογα με την απόφαση που θα ληφθεί, υπάρχει η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το λάθος τύπου Ι και η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το λάθος τύπου ΙΙ. Η τιμή της πιθανότητας του πρώτου σφάλματος συμβολίζεται με το γράμμα του ελληνικού αλφαβήτου α και ονομάζεται ***επίπεδο σημαντικότητας (level of significance)***, ενώ η τιμή της πιθανότητας του δεύτερου σφάλματος αντιπροσωπεύεται από το γράμμα β.

Ωστόσο, είναι φανερό ότι η τιμή του κρίσιμου σημείου (c) καθορίζει την πιθανότητα σφάλματος τύπου Ι (α). Έτσι, με κριτήριο τον έλεγχο του μεγέθους του σφάλματος τύπου Ι, μπορεί να υπολογιστεί η τιμή της σταθεράς c έχοντας ορίσει το μέγιστο ανεκτό μέγεθος του σφάλματος. Παρ' όλα αυτά, δεν υπάρχει γενικά αποδεκτός κανόνας που να οδηγεί στην επιλογή του επιπέδου σημαντικότητας στα προβλήματα ελέγχου στατιστικών υποθέσεων. Οι δυσκολίες αυτές οδήγησαν τους Στατιστικολόγους στον ορισμό ενός άλλου μεγέθους που να περιγράφει με καλύτερο τρόπο την κατάσταση που επικρατεί στον έλεγχο στατιστικών υποθέσεων. Το μέγεθος αυτό είναι το λεγόμενο ***παρατηρούμενο επίπεδο σημαντικότητας*** ή αλλιώς ***p-τιμή*** (***observed level of significance ή p-value***) και ορίζεται ως η πιθανότητα, η στατιστική συνάρτηση ελέγχου να πάρει μία τιμή τόσο ακραία ή περισσότερο ακραία από αυτήν που πήρε για το συγκεκριμένο δείγμα (δηλαδή προς την κατεύθυνση της H_1), δεδομένου ότι η μηδενική υπόθεση (H_0) είναι αληθής. Τέλος, η p-τιμή μπορεί να ορισθεί εναλλακτικά, ως η ελάχιστη τιμή του επιπέδου σημαντικότητας για την οποία απορρίπτεται η H_0.

2.2.4 Έλεγχοι καλής προσαρμογής

Ένα σημαντικό πρόβλημα στη στατιστική είναι η εξεύρεση πληροφορίας σχετικά με τη μορφή της κατανομής από την οποία προέρχεται ένα τυχαίο δείγμα. Είναι γνωστό ότι οι περισσότεροι στατιστικοί έλεγχοι προϋποθέτουν το τυχαίο δείγμα να προέρχεται από μια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή. Μια τέτοια περίπτωση αποτελούν τα t-tests, τα οποία, ιδιαίτερα για μικρά δείγματα, προϋποθέτουν το δείγμα να προέρχεται από κανονικό πληθυσμό (κατανομή του Gauss), με μέση τιμή μ και διασπορά σ^2, που συνήθως συμβολίζεται με $N(\mu,\sigma^2)$. Εάν το τυχαίο δείγμα δεν προέρχεται από την θεωρητική κατανομή κάτω από την οποία έχει κατασκευασθεί ο έλεγχος, τότε τα συμπεράσματα είναι λανθασμένα με ανεξέλεγκτο μέγεθος σφάλματος. Συνεπώς, είναι αρκετά χρήσιμη η δυνατότητα να ελέγχουμε αν κάποια δεδομένα προέρχονται από μια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή, ή όχι.

Οι έλεγχοι αυτής της μορφής καλούνται «***έλεγχοι καλής προσαρμογής***» των δεδομένων σε μια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή. Διακρίνονται στους μη παραμετρικούς ή απαραμετρικούς ελέγχους, στους οποίους δεν χρειάζεται να γίνει αναφορά στην κατανομή που ακολουθούν οι εμπλεκόμενες μεταβλητές (γι αυτό το λόγο συχνά στην βιβλιογραφία συναντώνται και ως έλεγχοι ελεύθερης κατανομής) και στους παραμετρικούς ελέγχους, οι οποίοι προϋποθέτουν το τυχαίο δείγμα να προέρχεται από μια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή. Παρά το γεγονός ότι οι παραμετρικοί έλεγχοι καλής προσαρμογής παρουσιάζουν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τους απαραμετρικούς ελέγχους, η χρήση των τελευταίων κρίνεται απαραίτητη στις περιπτώσεις που η υπόθεση, ότι το δείγμα προέρχεται από μια συγκεκριμένη κατανομή, είναι απορριπτέα. Μερικοί από τους πιο σημαντικούς ελέγχους είναι οι “εμπειρικοί” έλεγχοι του Ποσοστιαίου διαγράμματος (P-P plot) και του διαγράμματος Πιθανότητας (Q-Q plot), καθώς και οι απαραμετρικοί έλεγχοι: Kolmogorov-Smirnov (K-S) (Chakravarty et al. 1967), Anderson-Darling (A-D) (Stephens 1974) και Chi-Squared (X^2) (Snedecor and Cochran 1989).

2.3 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

2.3.1 Προσδιορισμός της έντονης βροχόπτωσης

Η προσέγγιση των μεγίστων τιμών βροχόπτωσης που λαμβάνονται σε προκαθορισμένου μεγέθους ομάδες (Block Maxima) απορρίπτει πολλές ακραίες καταγραφές και κατά συνέπεια μεγάλο όγκο πληροφοριών. Μια άλλη προσέγγιση, διαφορετική της προαναφερθείσας, αφορά στην επιλογή των μεγίστων παρατηρήσεων που υπερβαίνουν την τιμή ενός απόλυτου κατωφλιού (Peaks over Threshold). Σε αυτή την περίπτωση, η πληροφορία, η οποία λαμβάνεται, είναι σαφώς καλύτερη, καθώς αξιοποιείται μεγαλύτερος όγκος δεδομένων. Αξιοσημείωτο, εντούτοις, είναι το γεγονός ότι ο προσδιορισμός του κατωφλιού σε αυτές τις μελέτες χρήζει υψίστης σημασίας και προσοχής. Ο μη πλήρως τεκμηριωμένος προσδιορισμός ενός κατωφλιού είναι πολύ πιθανόν να επιφέρει αμφισβητήσιμα - αμφιλεγόμενα αποτελέσματα.

Η προσέγγιση, η οποία ακολουθήθηκε στην παρούσα μελέτη, είναι η δεύτερη. Συγκεκριμένα, η επιλογή του αντιπροσωπευτικότερου ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης πραγματοποιήθηκε μέσω μιας καινοτόμου μεθοδολογίας. Δεδομένης της ρηξικέλευθης διαδικασίας που αναπτύχθηκε στην παρούσα διατριβή, καθώς και της σπουδαιότητας της ορθής επιλογής του ωριαίου κατωφλιού, κρίθηκε απαραίτητη η παρουσίαση αυτής της μεθοδολογίας σε ένα ξεχωριστό - ανεξάρτητο κεφάλαιο. Έτσι, στο Κεφάλαιο 3, αρχικά, παρατίθεται μια βιβλιογραφική αναφορά στον προσδιορισμό της έντονης βροχόπτωσης και σε μετέπειτα παράγραφο αυτού περιγράφεται εκτενώς ο ντετερμινιστικός προσδιορισμός του ωριαίου κατωφλιού της έντονης βροχόπτωσης στην περιοχή της Θεσσαλονίκης, για τη χρονική περίοδο 1947 – 2003.

2.3.2 Προσαρμογή των θεωρητικών κατανομών στα δεδομένα έντονης βροχόπτωσης

Τα ωριαία δεδομένα έντονης βροχόπτωσης που υπερβαίνουν το κατώφλι που επιλέχθηκε στην παρούσα μελέτη, ταξινομήθηκαν τόσο σε ετήσια, όσο και σε εποχιακή κλίμακα. Εν συνεχεία, υιοθετήθηκαν εξήντα-ένα (61) συνεχείς θεωρητικές κατανομές, οι οποίες προσαρμόστηκαν στις καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στην περιοχή της Θεσσαλονίκης για την χρονική περίοδο 1947 – 2003. Το σύνολο των κατανομών που

Πίνακας 2.2 *Παρουσίαση του συνόλου των εξήντα-ένα (61) συνεχών θεωρητικών κατανομών που υιοθετήθηκαν στην παρούσα μελέτη, σε αλφαβητική σειρά.*

Θεωρητικές Κατανομές					
1	Beta	22	Gen. Gamma	43	Nakagami
2	Burr	23	Gen. Gamma (4P)	44	Normal
3	Burr (4P)	24	Gen. Pareto	45	Pareto
4	Cauchy	25	Gumbel Max	46	Pareto 2
5	Chi-Squared	26	Gumbel Min	47	Pearson 5
6	Chi-Squared (2P)	27	Hyperbolic secant	48	Pearson 5 (3P)
7	Dagum	28	Inv. Gaussian	49	Pearson 6
8	Dagum (4P)	29	Inv. Gaussian (3P)	50	Pearson 6 (4P)
9	Erlang	30	Johnson SB	51	Pert
10	Erlang (3P)	31	Johnson SU	52	Power Function
11	Error	32	Kumaraswamy	53	Rayleigh
12	Error Function	33	Laplace	54	Rayleigh (2P)
13	Exponential	34	Levy	55	Reciprocal
14	Exponential (2P)	35	Levy (2P)	56	Rice
15	Fatigue Life	36	Log-Gamma	57	Student's t
16	Fatigue Life (3P)	37	Log-Logistic	58	Triangular
17	Frechet	38	Log-Logistic (3P)	59	Uniform
18	Frechet (3P)	39	Log-Pearson 3	60	Weibull
19	Gamma	40	Logistic	61	Weibull (3P)
20	Gamma (3P)	41	Lognormal		
21	Gen. Extreme Value	42	Lognormal (3P)		

χρησιμοποιήθηκε, εμφανίζεται σε αλφαβητική σειρά στον Πίνακα 2.2, ενώ για τις θεωρητικές κατανομές: Fatigue Life (3P), Frechet (3P), Generalized Extreme Value, Generalized Pareto, Johnson SB, Log-Gamma, Log-Logistic (3P), Log-Pearson 3 και Lognormal (3P), που παρουσιάζουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον σύμφωνα με τα αποτελέσματα της διατριβής, ακολουθεί μια εκτενέστερη περιγραφή. Τέλος, στο Παράρτημα, στον Πίνακα 1, παρατίθενται οι παράμετροι, το πεδίο ορισμού, καθώς και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) του συνόλου των θεωρητικών κατανομών.

2.3.2.1 Fatigue Life (3P)

Η θεωρητική κατανομή Fatigue Life (3P) είναι, επίσης, γνωστή ως η κατανομή Birnbaum-Saunders (Birnbaum and Saunders 1969). Στη βιβλιογραφία απαντώνται αρκετοί εναλλακτικοί σχηματισμοί του εν λόγω μοντέλου. Παρά ταύτα, ο γενικός τύπος για τη συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας δίδεται από τη σχέση:

$$f(x) = \frac{\sqrt{(x-\gamma)/\beta} + \sqrt{\beta/(x-\gamma)}}{2\alpha(x-\gamma)} \cdot \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\left(\sqrt{\frac{(x-\gamma)}{\beta}} - \sqrt{\frac{\beta}{(x-\gamma)}}\right)\right), \quad \gamma < x < +\infty \qquad (2.6)$$

όπου α είναι η συνεχής παράμετρος σχήματος $(\alpha > 0)$, β είναι η συνεχής παράμετρος κλίμακας $(\beta > 0)$, γ είναι η συνεχής παράμετρος θέσης, φ είναι η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας της κανονικής κατανομής και Φ είναι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της κανονικής κατανομής. Τέλος, η εξίσωση

$$F(x) = \Phi\left(\frac{1}{\alpha}\left(\sqrt{\frac{(x-\gamma)}{\beta}} - \sqrt{\frac{\beta}{(x-\gamma)}}\right)\right) \qquad (2.7)$$

αποτελεί την συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της Fatigue Life (3P).

2.3.2.2 Frechet (3P)

Η θεωρητική κατανομή Frechet (3P) (Fisher and Tippett 1928) γνωστή και ως αντίστροφη της Weibull κατανομής, αποτελεί το δεύτερο από τους τρεις τύπους κατανομών της Generalized Extreme Value (GEV). Χαρακτηριστικό της κατανομής αυτής είναι ότι ελαττώνεται πολυωνυμικά (“heavy tail”), με αποτέλεσμα τα υψηλότερα εκτιμώμενα ύψη βροχόπτωσης να έχουν υψηλότερη πιθανότητα να εμφανιστούν από την αντίστοιχη που θα είχαν σύμφωνα με την κατανομή Gumbel (τύπος I της GEV).

Η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας δίδεται από τη σχέση:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^{\alpha+1} exp\left(-\left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^{a}\right), \quad \gamma < x < +\infty \qquad (2.8)$$

όπου α είναι η συνεχής παράμετρος σχήματος (α > 0), β είναι η συνεχής παράμετρος κλίμακας (β > 0) και γ είναι η συνεχής παράμετρος θέσης. Τέλος, η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της Frechet (3P) είναι:

$$F(x) = \ exp\left(-\left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^{a}\right) \qquad (2.9)$$

2.3.2.3 Generalized Extreme Value

Η Γενικευμένη Κατανομή Ακραίων τιμών (GEV) (Fisher and Tippett 1928) αποτελεί την οικογένεια των συνεχών θεωρητικών κατανομών, Gumbel, Frechet και Weibull. Έχει συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας της μορφής:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} exp\left(-(1+kz)^{-\frac{1}{k}}\right)(1+kz)^{-1-\frac{1}{k}}, & \gamma\iota\alpha\ k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} exp\big(-z - exp(-z)\big), & \gamma\iota\alpha\ k = 0 \end{cases} \tag{2.10}$$

υπό την προϋπόθεση πως ισχύουν: $1 + k\frac{(x-\mu)}{\sigma} > 0$, $\gamma\iota\alpha\ k \neq 0$ και $-\infty < x < +\infty$, $\gamma\iota\alpha\ \kappa = 0$. Αυτό το μοντέλο εμπεριέχει τρεις παραμέτρους: μία παράμετρος θέσης μ, μια παράμετρος κλίμακας σ και μία παράμετρος σχήματος k. Για k > 0 προκύπτει ο τύπος II (Frechet), για k < 0 προκύπτει ο τύπος III (Weibull), ενώ για k = 0 προκύπτει ο τύπος I (Gumbel). Η ενοποίηση των τριών τύπων κατανομών σε μια οικογένεια απλοποιεί σε μεγάλο βαθμό τους στατιστικούς υπολογισμούς. Επιπροσθέτως, δεν απαιτείται η εκ των προτέρων υποκειμενική επιλογή υιοθέτησης μίας εκ των τριών οικογενειών (τύπος I, II και III), αφού η χρήση των εκάστοτε δεδομένων καθορίζει τον καταλληλότερο τύπο συμπεριφοράς της ουράς του γραφήματος, δηλαδή της καταλληλότερης τιμής της παραμέτρου k. Τέλος, η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της GEV δίνεται από τη σχέση:

$$F(x) = \begin{cases} exp\big(-(1+kz)^{-1/k}\big), & k \neq 0 \\ exp\big(-z - exp(-z)\big), & k = 0 \end{cases} \tag{2.11}$$

2.3.2.4 Generalized Pareto

Η Γενικευμένη Κατανομή Pareto (Pickands 1975) αποτελεί μια οικογένεια συνεχών θεωρητικών κατανομών, η οποία υπολογίζει την πιθανότητα για μια τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) να υπερβαίνει μια υψηλή τιμή x, προϋποθέτοντας, βέβαια, ότι αυτή η τυχαία μεταβλητή υπερβαίνει ένα δεδομένο υψηλό κατώφλι. Επιπλέον, προσδιορίζεται από τρεις παραμέτρους: τοποθεσία μ, κλίμακα σ και σχήμα k. Η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας ορίζεται ως:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma}\left(1+k\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-1-1/\kappa}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} exp\left(-\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right), & k = 0 \end{cases} \qquad (2.12)$$

ενώ η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής περιγράφεται από τη σχέση:

$$F(x) = \begin{cases} exp\left(-(1+kz)^{-1/k}\right), & k \neq 0 \\ exp\left(-z - exp(-z)\right), & k = 0 \end{cases} \qquad (2.13)$$

Τέλος, $\mu \leq x < +\infty$ $για\, k \geq 0$ και $\mu \leq x \leq \mu - \sigma/k$ $για\, \kappa < 0$.

2.3.2.5 Johnson SB

Η θεωρητική κατανομή Johnson SB (Johnson 1949) αποτελεί ένα τεσσάρων παραμέτρων μοντέλο της ομώνυμης οικογένειας κατανομών που δημοσιεύθηκε από τον Johnson το 1949. Αυτή η οικογένεια κατανομών στηρίζεται σε ένα μετασχηματισμό της τυπικής κανονικής μεταβλητής και περιλαμβάνει τέσσερις τύπους. Το Johnson SB μοντέλο ανήκει στις κατανομές που έχουν καθορισμένες οριακές συνθήκες, είτε για τη μία "ουρά", είτε και για τις δυο. Η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας, καθώς και η αθροιστική κατανομή της Johnson SB εκφράζονται αντίστοιχα ως:

$$f(x) = \frac{\delta}{\lambda\sqrt{2\pi}\, z\,(1-z)}\, exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma + \delta\, ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right), \qquad \xi \leq x \leq \xi + \lambda \qquad (2.14)$$

και

$$F(x) = \Phi\left(\gamma + \delta\, ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right) \qquad (2.15)$$

όπου γ και δ είναι συνεχείς παράμετροι σχήματος ($\delta > 0$), λ είναι συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\lambda > 0$), ξ είναι συνεχής παράμετρος θέσης και Φ είναι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της κανονικής κατανομής και $z \equiv \frac{x-\xi}{\lambda}$.

2.3.2.6 Log-Gamma

Η θεωρητική κατανομή Log-Gamma (Bartlett and Kendall 1946) ανήκει στην οικογένεια κατανομών της Gamma. Συγκεκριμένα, μια τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) X ακολουθεί την εν λόγω κατανομή, αν ο φυσικός της λογάριθμος είναι Gamma κατανεμημένος. Προσδιορίζεται από δύο θετικές παραμέτρους, κλίμακας α και σχήματος β, και η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας δίνεται από τη σχέση:

$$f(x) = \frac{\left(ln(x)\right)^{a-1}}{x\beta^{a}\Gamma(\alpha)} exp(-ln(x)/\beta), \qquad 0 < x < +\infty \tag{2.16}$$

ενώ η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής περιγράφεται από τον τύπο:

$$F(x) = \frac{\Gamma_{\ln(x)/\beta}(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} \tag{2.17}$$

2.3.2.7 Log-Logistic (3P)

Η Log-Logistic θεωρητική κατανομή (Balakrishnan et al. 1987) αποτελεί ένα συνεχές θεωρητικό μοντέλο περιγραφής μη-αρνητικών τυχαίων μεταβλητών. Όπως φαίνεται από την ονομασία της, η τριπαραμετρική θεωρητική κατανομή Log-Logistic παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με την θεωρητική κατανομή Logistic. Η κύρια διαφοροποίηση τους, ωστόσο, είναι ότι μια τυχαία μεταβλητή X κατανέμεται σύμφωνα με την πρώτη, αν και μόνο αν ο λογάριθμός της ακολουθεί τη δεύτερη κατανομή. Το εν λόγω θεωρητικό μοντέλο προσδιορίζεται από τρεις συνεχείς παραμέτρους: την παράμετρο σχήματος α, την παράμετρο κλίμακας β και την παράμετρο θέσης γ. Επιπλέον, η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας δίνεται από τη σχέση:

$$f(x) = \frac{a}{\beta}\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{a-1}\left(1+\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{a}\right)^{-2}, \ \gamma \le x < +\infty \tag{2.18}$$

ενώ η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής περιγράφεται από τον τύπο:

$$F(x) = \left(1+\left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^{a}\right)^{-1} \tag{2.19}$$

2.3.2.8 Log-Pearson 3

Μια τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί τη θεωρητική κατανομή Log-Pearson 3, η οποία προτάθηκε από το συμβούλιο υδάτινων πόρων της Η.Π.Α. (USWRC) το 1967, αν η τυχαία μεταβλητή $Y = lnX$ ακολουθεί το Pearson 3 μοντέλο. Η θεωρητική κατανομή Log-normal αποτελεί μια ειδική περίπτωση της Log-Pearson 3 κατανομής, όταν η λόξωση των λογαριθμικών δεδομένων γίνεται 0. Ο γενικός τύπος για τη συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας δίδεται από τη σχέση:

$$f(x) = \frac{1}{x\,|\beta|\,\Gamma(\alpha)} \left(\frac{ln(x)-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} exp\left(-\frac{ln(x)-\gamma}{\beta}\right) \tag{2.20}$$

όπου α και β είναι συνεχείς παράμετροι (α > 0, $\beta \neq 0$) και γ είναι συνεχής παράμετρος θέσης. Τέλος, η εξίσωση

$$F(x) = \frac{\Gamma_{(ln(x)-\gamma)/\beta}(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} \tag{2.21}$$

αποτελεί την συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της Log-Pearson 3. Τέλος, $0 < x \leq e^{\gamma}$ για $\beta < 0$ και $e^{\gamma} \leq x < +\infty$ για $\beta > 0$.

2.3.2.9 Lognormal (3P)

Σύμφωνα με τη θεωρία των πιθανοτήτων, η τριπαραμετρική θεωρητική κατανομή Lognormal (Kolmogorov 1961) αποτελεί μια συνεχή κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής (τ.μ.), της οποίας ο λογάριθμος είναι κατανεμημένος με βάση την κανονική κατανομή. Με άλλα λόγια, αν η τ.μ. X ακολουθεί την κατανομή Lognormal (συχνά αναφερόμενη και ως κατανομή του Galton), τότε η $Y = lnX$ ακολουθεί την κανονική κατανομή. Ο γενικός τύπος για τη συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας δίδεται από τη σχέση:

$$f(x) = \frac{exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\,(x-\gamma)-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{(x-\gamma)\,\sigma\,\sqrt{2\,\pi}} \quad , \quad \gamma < x < +\infty \tag{2.22}$$

όπου σ και μ είναι συνεχής παράμετρος $(\sigma, \mu > 0)$, γ είναι η συνεχής παράμετρος θέσης, φ είναι η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας της κανονικής κατανομής και Φ είναι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της κανονικής κατανομής. Τέλος, η εξίσωση

$$F(x) = \Phi\left(\frac{ln(x-\gamma)-\mu}{\sigma}\right) \tag{2.23}$$

αποτελεί την συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της Lognormal (3P).

2.3.3 Υπολογισμός της βέλτιστης κατανομής

Ο λόγος προσαρμογής ενός στατιστικού μοντέλου στα δεδομένα είναι η εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού από τον οποίο αυτά προήλθαν. Αυτά τα συμπεράσματα είναι ευαίσθητα στην ακρίβεια της προσαρμοζόμενης θεωρητικής κατανομής και γι αυτό το λόγο θεωρείται αναγκαίος ο έλεγχος καλής προσαρμογής. Με άλλα λόγια, ένας έλεγχος καλής προσαρμογής μετράει τη συμβατότητα ενός τυχαίου δείγματος με την εκάστοτε θεωρητική κατανομή.

Στην παρούσα διατριβή, υιοθετήθηκαν τρεις σημαντικοί, μη παραμετρικοί, έλεγχοι: το Kolmogorov-Smirnov τεστ, το Anderson-Darling τεστ και το X^2 τεστ. Οι έλεγχοι αυτοί χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του επιπέδου προσαρμογής των εξήντα-ένα (61) θεωρητικών κατανομών στα πραγματικά δεδομένα έντονης βροχόπτωσης που μελετώνται. Δεδομένου ότι τα στατιστικά των ελέγχων καλής προσαρμογής υποδηλώνουν την απόκλιση μεταξύ των πραγματικών καταγραφών έντονης βροχόπτωσης και των προσαρμοσμένων -στο εκάστοτε μοντέλο- υψών, η θεωρητική κατανομή που παρουσιάζει τη μικρότερη στατιστική τιμή (statistic value) αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο μοντέλο, σύμφωνα με τον κάθε μη παραμετρικό έλεγχο καλής προσαρμογής. Στηριζόμενοι σ’ αυτό το γεγονός, οι εξήντα – μία (61) θεωρητικές κατανομές που υιοθετήθηκαν στην συγκεκριμένη μελέτη, ταξινομήθηκαν από το 1 (καλύτερο προσαρμοσμένο μοντέλο) έως το 61 (λιγότερο προσαρμοσμένο μοντέλο). Εν συνεχεία, “απομονώθηκαν” οι θεωρητικές κατανομές που εμφανίστηκαν στην πρώτη θέση της κατάταξης για τον κάθε έλεγχο καλής προσαρμογής. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την επιλογή της καλύτερης, εκ των τριών, κατανομής σε ετήσια, αλλά και σε εποχιακή βάση, περιγράφεται στην επόμενη παράγραφο.

Τέλος, με σκοπό την απόκτηση μιας πιο ολοκληρωμένης εικόνας των αποτελεσμάτων, γίνεται χρήση των γραφικών ελέγχων καλής προσαρμογής: Ποσοστιαίο διάγραμμα (Q – Q plot), διάγραμμα Πιθανότητας (P – P plot), καθώς και του διαγράμματος Πυκνότητας (Density Plot). Έπεται μια σύντομη περιγραφή των εμπειρικών, καθώς και των μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής που προαναφέρθηκαν.

- **Ποσοστιαίο διάγραμμα (Q-Q plot)**

<u>Ορισμός</u>: Δεδομένου ενός διατεταγμένου δείγματος ανεξάρτητων παρατηρήσεων $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$, που προήλθε από πληθυσμό με εκτιμούμενη συνάρτηση κατανομής $\hat{F}$, ένα ποσοστιαίο διάγραμμα αποτελείται από τα εξής σημεία:

$$\left\{\left(\hat{F}^{-1}(\mathrm{i}/(\mathrm{n}+1)), \mathrm{x_i}\right), \text{όπου } \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{n}\right\} \tag{2.24}$$

Η ονομασία ***"Quantile – Quantile Plot"*** προέρχεται από το γεγονός ότι οι ποσότητες $\mathrm{x_i}$ και $\hat{F}^{-1}(\mathrm{i}/(\mathrm{n}+1))$ παρέχουν εκτιμήσεις του $(i/(n+1))^{ου}$ τεταρτημορίου (quantile) της κατανομής F. Εάν η $\hat{F}$ αποτελεί ικανοποιητική εκτίμηση της F, τότε το αντίστοιχο διάγραμμα θα πρέπει να αποτελείται από σημεία που τείνουν να τοποθετηθούν κοντά στην διαγώνιο *(x = y)* που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

- **Διάγραμμα Πιθανότητας (P-P plot)**

<u>Ορισμός</u>: Δεδομένου ενός διατεταγμένου δείγματος ανεξάρτητων παρατηρήσεων $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$, που προήλθε από πληθυσμό με εκτιμούμενη συνάρτηση κατανομής $\hat{F}$, ένα διάγραμμα Πιθανότητας αποτελείται από τα εξής σημεία:

$$\left\{\left(\hat{F}(\mathrm{x_i}), i/(n+1)\right), \text{όπου } \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{n}\right\} \tag{2.25}$$

Εάν η $\hat{F}$ αποτελεί ένα ικανοποιητικό μοντέλο κατανομής του πληθυσμού, τα πλοταρισμένα σημεία θα πρέπει να προσεγγίζουν την διαγώνιο του γραφήματος *(x = y)*. Σημαντικές αποκλίσεις από την γραμμικότητα δηλώνουν την ακαταλληλότητα της θεωρητικής κατανομής $\hat{F}$ να προσεγγίσει τα εκάστοτε δεδομένα.

Καθένα από τα προαναφερθέντα διαγράμματα (Q-Q και P-P) βασίζεται στην σύγκριση θεωρητικών – εμπειρικών εκτιμήσεων της συνάρτησης κατανομής και περιέχουν την ίδια πληροφορία εκφρασμένη σε διαφορετική κλίμακα. Ωστόσο, ο έλεγχος μέσω των παραπάνω γραφημάτων δεν μπορεί να είναι αξιόπιστος, διότι δεν βασίζεται σε κάποιο στατιστικό κριτήριο. Συνήθως, εφαρμόζονται για την απόκτηση μιας πρώτης εποπτικής εικόνας και για τον έλεγχο τυχόν εκτροπών σε σχέση με τις αναμενόμενες παρατηρήσεις. Για μια πιο ολοκληρωμένη – τεκμηριωμένη σύγκριση των θεωρητικών - εμπειρικών εκτιμήσεων της συνάρτησης κατανομής, εφαρμόζονται οι αναλυτικές μέθοδοι.

- **Διάγραμμα Πυκνότητας (Density Plot)**

Αυτό το γράφημα αποτελεί μια σύγκριση της Συνάρτησης Πυκνότητας – Πιθανότητας (Probability Density Function – PDF) ενός προσαρμοσμένου στα δεδομένα μοντέλου και του αντίστοιχου ιστογράμματος (πραγματικά δεδομένα) της ίδιας βάσης δεδομένων. Όσον αφορά στη Συνάρτηση Πυκνότητας – Πιθανότητας, αυτή αποτελεί το συνεχές θεωρητικό ανάλογο του γνωστού Ιστογράμματος των εμπειρικών δεδομένων. Όπως ακριβώς η άθροιση των τιμών της συνάρτησης κατανομής πιθανοτήτων για όλες τις δυνατές διακριτές τιμές μιας τυχαίας ποσότητας θα πρέπει να ισούται με την μονάδα, έτσι και το ολοκλήρωμα οποιασδήποτε Συνάρτησης Πυκνότητας – Πιθανότητας για όλες τις επιτρεπτές τιμές του x θα πρέπει να ισούται με τη μονάδα.

- **Kolmogorov-Smirnov (K-S) τεστ**

Σκοπός: Το Kolmogorov-Smirnov τεστ (Chakravarty et al. 1967) αποτελεί ένα κριτήριο ελεύθερης κατανομής (Free Distribution Test), το οποίο χρησιμοποιείται για τον έλεγχο καλής προσαρμογής ενός τυχαίου δείγματος σε μια δεδομένη συνεχή θεωρητική κατανομή.

Το κριτήριο αυτό βασίζεται στη διαφορά της εμπειρικής συνάρτησης κατανομής (που προέρχεται από το δείγμα) και της αναμενόμενης F_0. Συνεπώς, αρχικά πρέπει να οριστεί η εμπειρική συνάρτηση κατανομής. Έτσι, αν $x_1, x_2, \ldots, x_n$ είναι ένα τυχαίο δείγμα, η ***εμπειρική συνάρτηση κατανομής (Empirical Cumulative Distribution Function)*** του δείγματος αυτού ορίζεται ως

$$\hat{F_n}(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I\{X_i \le x\} \tag{2.26}$$

όπου $I\{X_i \leq x\} = 1$ ή 0 ανάλογα με το αν $X_i \leq x$ ή όχι. Η ECDF αποτελεί εκτίμηση της συνάρτησης κατανομής των X_i, διότι σύμφωνα με το νόμο των μεγάλων αριθμών και θέτοντας $Y_i = I\{X_i \leq x\}$ ισχύει ότι:

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I\{X_i \leq x\} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} E(Y_1) = 0P(Y_1 = 0) + 1P(Y_1 = 1) = P(Y_1 = 1)$$

$$= P(X_1 \leq x) = F(x)$$

για κάθε x. Επομένως, υπό την H_0, η ECDF θα πρέπει να τείνει στην F_0. Αντίθετα, αν δεν ισχύει η H_0, αναμένεται σημαντική απόκλιση της ECDF από την F_0. Για την κατασκευή ενός ελέγχου με βάση αυτόν τον συλλογισμό, θα πρέπει να οριστεί μία «απόσταση» μεταξύ των δύο κατανομών (της ECDF και της F_0) και να απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση (H_0) όταν αυτή η απόσταση υπερβαίνει κάποιον αριθμό.

Ορισμός: Αν *F*, *G* είναι δύο συναρτήσεις κατανομής στον *R*, τότε η ποσότητα

$$d_k(F, G) = \sup_{x\in R}\{|F(x) - G(x)|\} \tag{2.27}$$

καλείται ***απόσταση Kolmogorov*** μεταξύ της F και της G. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το ***Kolmogorov-Smirnov τεστ*** ορίζεται ως εξής:

H_0: τα δεδομένα ακολουθούν μια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή

H_a: τα δεδομένα δεν ακολουθούν την συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή

Στατιστική συνάρτηση:

$$D_n = d_k(\hat{F}_n, F_0) = \sup_{x\in R}\{|\hat{F}_n(x) - F_0(x)|\} \tag{2.28}$$

Επίπεδο σημαντικότητας: α

Κρίσιμη τιμή: Η μηδενική υπόθεση (H_0) απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α, όταν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης D_n, είναι μεγαλύτερη από μια κρίσιμη τιμή που υπολογίζεται από έναν πίνακα.

Χαρακτηριστικά-Περιορισμοί: Ο έλεγχος Kolmogorov-Smirnov πλεονεκτεί σε σχέση με άλλους ελέγχους καλής προσαρμογής, καθώς η κατανομή της στατιστικής συνάρτησης D_n δεν εξαρτάται από την κατανομή από την οποία προέρχεται το δείγμα F_0. Ωστόσο, ένας από τους βασικούς περιορισμούς που παρουσιάζει, είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε συνεχείς θεωρητικές κατανομές. Τέλος, ο έλεγχος αυτός τείνει να είναι πιο ευαίσθητος στο κέντρο της κατανομής απ' ότι στα άκρα αυτής.

- **Anderson - Darling (A-D) τεστ**

Σκοπός: Το Anderson - Darling τεστ (Stephens, 1974) είναι ένα κριτήριο ελεύθερης κατανομής (Free Distribution Test), το οποίο χρησιμοποιείται για τον έλεγχο καλής προσαρμογής ενός τυχαίου δείγματος σε μια δεδομένη συνεχή θεωρητική κατανομή.

Ορισμός: Το ***Anderson – Darling τεστ*** ορίζεται ως εξής:

H_0: τα δεδομένα ακολουθούν μια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή

H_a: τα δεδομένα δεν ακολουθούν την συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή

Στατιστική συνάρτηση:

$$A^2 = -N - S \tag{2.29}$$

όπου

$$S = \sum_{i=1}^{N} \frac{(2i-1)}{N} [lnF(Y_i) + \ln(1 - F(Y_{N+1-i}))] \tag{2.30}$$

και F: η αθροιστική συνάρτηση της συγκεκριμένης θεωρητικής κατανομής

Επίπεδο σημαντικότητας: α

Κρίσιμη τιμή: Ο έλεγχος αυτός είναι μονόπλευρος και η υπόθεση ότι η κατανομή είναι μιας συγκεκριμένης μορφής (H_0), απορρίπτεται αν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης A, είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή.

Χαρακτηριστικά-Περιορισμοί: Ο έλεγχος Anderson – Darling αποτελεί τροποποίηση του Kolmogorov – Smirnov ελέγχου και προσδίδει ιδιαίτερη βαρύτητα στις ακραίες τιμές των κατανομών, σε σχέση με την "συμπεριφορά" του K-S. Στο K-S τεστ, όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, οι κρίσιμες τιμές δεν εξαρτώνται από την υπό μελέτη θεωρητική κατανομή. Αντίθετα, στο Anderson – Darling τεστ χρησιμοποιούνται συγκεκριμένες θεωρητικές κατανομές με απώτερο σκοπό τον υπολογισμό των κρίσιμων τιμών. Αποτέλεσμα αυτού αφενός είναι να επιτρέπεται η πραγματοποίηση ενός πιο ευαίσθητου ελέγχου στα δεδομένα, το οποίο αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα του τεστ A-D, και αφετέρου είναι το γεγονός ότι οι κρίσιμες τιμές πρέπει να υπολογίζονται για κάθε κατανομή, το οποίο καταμετράται στα αρνητικά σημεία του ελέγχου. Τέλος, μαθηματικοί τύποι και πίνακες με κρίσιμες τιμές έχουν δημοσιευθεί (Stephens, 1974, 1976, 1977, 1979) για λίγες θεωρητικές κατανομές, μεταξύ των οποίων είναι η κανονική, η ομοιόμορφη, η lognormal, η εκθετική, η Weibull, η Gumbel, η γενικευμένη Pareto και η logistic κατανομή.

- **X^2 τεστ**

Σκοπός: Το X^2 τεστ (Snedecor and Cochran, 1989) αποτελεί ένα απαραμετρικό κριτήριο, το οποίο χρησιμοποιείται για τον έλεγχο καλής προσαρμογής ενός τυχαίου δείγματος σε μια δεδομένη θεωρητική κατανομή.

Ορισμός: Το ***X^2 τεστ*** ορίζεται ως εξής:

H_0: τα δεδομένα ακολουθούν μια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή

H_a: τα δεδομένα δεν ακολουθούν την συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή

Στατιστική συνάρτηση: Αφού τα δεδομένα ομαδοποιηθούν σε k κλάσεις, η στατιστική συνάρτηση X^2 ορίζεται ως

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} (O_i - E_i)^2 / E_i \tag{2.31}$$

όπου O_i είναι η παρατηρούμενη συχνότητα για την i κλάση και E_i είναι η αναμενόμενη συχνότητα για την ίδια κλάση. Η αναμενόμενη συχνότητα E_i υπολογίζεται από την σχέση

$$E_\iota = N(F(Y_u) - F(Y_l)) \tag{2.32}$$

όπου F είναι η αθροιστική συνάρτηση για την υπό εξέταση θεωρητική κατανομή, Y_u είναι το ανώτατο όριο της i κλάσης, Y_l είναι το κατώτατο όριο της i κλάσης και N είναι το μέγεθος του δείγματος.

Επίπεδο σημαντικότητας: α

Κρίσιμη τιμή: Το παραπάνω στατιστικό, ακολουθεί προσεγγιστικά, την κατανομή X^2 με k-c βαθμούς ελευθερίας, όπου k είναι το πλήθος των κατηγοριών και c είναι το πλήθος των εκτιμώμενων παραμέτρων (συμπεριλαμβανομένων των παραμέτρων *location*, *scale* και *shape*) +1. Για παράδειγμα, για μια Weibull κατανομή τριών παραμέτρων, το c=3+1=4. Επομένως, η μηδενική υπόθεση ότι τα δεδομένα προέρχονται από έναν πληθυσμό με συγκεκριμένη κατανομή, απορρίπτεται όταν

$$X^2 > X^2_{1-a,k-c} \tag{2.33}$$

όπου $X^2_{1-a,k-c}$ είναι η X^2 κρίσιμη τιμή με k-c βαθμούς ελευθερίας και επίπεδο σημαντικότητας α.

Χαρακτηριστικά-Περιορισμοί: Ο έλεγχος X^2, τις περισσότερες φορές, δεν αποτελεί τον καλύτερο έλεγχο καλής προσαρμογής για συνεχή δεδομένα, καθώς προϋποθέτει την ομαδοποίηση αυτών (επιμερισμός του πεδίου τιμών των παρατηρήσεων σε k σύνολα $A_1, A_2, \ldots, A_k$), με συνέπεια την απώλεια πληροφορίας. Επιπλέον, ο διαμερισμός αυτός, συνήθως, είναι αυθαίρετος, διότι το βέλτιστο πλάτος των κλάσεων εξαρτάται από την εκάστοτε κατανομή. Επομένως, στην περίπτωση που τα δεδομένα προέρχονται από συνεχή κατανομή, προτιμάται ο έλεγχος Kolmogorov-Smirnov, ο οποίος βασίζεται στην εμπειρική συνάρτηση κατανομής του δείγματος (ECDF) και δεν προϋποθέτει κάποια ομαδοποίηση των δεδομένων ή ο έλεγχος Anderson-Darling. Ο έλεγχος X^2 προτιμάται όταν τα δεδομένα είναι κατηγορικά και παίρνουν τιμές σε ένα πεπερασμένο σύνολο. Επιπλέον, η στατιστική συνάρτηση X^2 για να ακολουθεί την κατανομή X^2 με k-c βαθμούς ελευθερίας, απαιτεί η αναμενόμενη συχνότητα E_i με $i=1, \ldots, k$ να είναι τουλάχιστον 5 (Pearson, 1900). Καθώς, όμως, ο περιορισμός αυτός είναι αρκετά αυστηρός, προτάθηκε από τον Cochran μια πιο "ελαστική" προσέγγιση, σύμφωνα με την οποία πρέπει όλες οι αναμενόμενες συχνότητες να είναι μεγαλύτερες της μονάδας, ενώ το πολύ 20% των E_i να είναι μικρότερα του 5. Παρόλα αυτά, σε μικρά δείγματα, όταν δεν ισχύει κανένας από τους παραπάνω δυο περιορισμούς, απαιτείται σύμπτυξη των ομάδων που περιέχουν τις ακραίες τιμές σε μια ομάδα, έτσι ώστε X^2 προσέγγιση να είναι έγκυρη.

2.3.3.1 Παραγωγή τυχαίων αριθμών

Αποσκοπώντας στην παραγωγή εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης στη περιοχή της Θεσσαλονίκης, οι παράμετροι των τριών βέλτιστων, σύμφωνα με τα αποτελέσματα των απαραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής, θεωρητικών κατανομών χρησιμοποιήθηκαν για την κάθε μελετώμενη χρονική περίοδο. Η εν λόγω διαδικασία επιτεύχθηκε με την εφαρμογή του Mersenne Twister αλγορίθμου (Matsumoto και Nishimura, 1998). Ο αλγόριθμος αυτός παράγει μία ακολουθία λέξεων (word vectors), οι οποίες αποτελούν διανύσματα σειράς (row vectors) w-διάστασης μέσα από ένα πεδίο δύο στοιχείων, $F_2 = \{0, 1\}$. Αυτές οι λέξεις-διανύσματα ορίζονται ως ομοιόμορφοι ψευδοτυχαίοι ακέραιοι αριθμοί, οι οποίοι λαμβάνουν τιμές μεταξύ των 0 και 2w-1. Διαιρώντας με το 2w-1, η κάθε λέξη-διάνυσμα θεωρείται πραγματικός αριθμός που ανήκει στο διάστημα [0, 1]. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος στηρίζεται στην ακόλουθη γραμμική επανάληψη:

$$x_{k+n} := x_{k+m} \oplus (x_k^u | x_{k+1}^{\prime})A, \qquad k = 0, 1, \dots \tag{2.34}$$

όπου ο ακέραιος n είναι ο βαθμός επανάληψης, ο ακέραιος r (ο οποίος εμπεριέχεται στον ορισμό του x_k^u) ανήκει στο [0, w-1], ο ακέραιος m παίρνει τιμές από το [1, n] και στο σταθερό $w \times w$ πίνακας A καταχωρούνται τιμές από το F_2. Τέλος, η αριθμογεννήτρια Mersenne Twister έχει περίοδο $2^{19937} - 1$ $(> 10^{6000})$ και διέρχεται από πολυάριθμους ελέγχους για την διασφάλιση της στατιστικής της τυχαιότητας (randomness).

Επιπροσθέτως, αξίζει να σημειωθεί ότι στην παρούσα μελέτη οι παράμετροι της κάθε κατανομής εκτιμήθηκαν με μια από τις παρακάτω μεθόδους: μέθοδος των Ροπών, μέθοδος της Μέγιστης Πιθανοφάνειας, μέθοδος των Ελαχίστων Τετραγώνων και μέθοδος των L-Ροπών. Στον Πίνακα 2.3 επιγραμματικά παρουσιάζεται η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των παραμέτρων κάθε θεωρητικού μοντέλου, ενώ παρακάτω ακολουθεί μια συνοπτική περιγραφή της κάθε μεθόδου.

- **Μέθοδος των Ροπών**

Η μέθοδος των ροπών προτάθηκε από τον Karl Pearson το 1891, εφαρμόζεται σε κατανομές που υπάρχουν ροπές k-τάξης και περιγράφεται ως εξής:

Έστω $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ τυχαίο δείγμα από κατανομή με σ.π.π. $f(x; \underline{\theta})$. Λαμβάνονται οι m πρώτες δειγματικές ροπές:

$$m'_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k\,, k = 1, \dots, m \tag{2.35}$$

Πίνακας 2.3 *Παρουσίαση της μεθόδου εκτίμησης των παραμέτρων κάθε χρησιμοποιηθείσας κατανομής.*

	Κατανομή	**Μέθοδος Εκτίμησης Παραμέτρων**		**Κατανομή**	**Μέθοδος Εκτίμησης Παραμέτρων**
1	Beta	Μέγ.Πιθανοφάνεια	32	Kumaraswamy	Μέγ.Πιθανοφάνεια
2	Burr	Μέγ.Πιθανοφάνεια	33	Laplace	Ροπές
3	Burr (4P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	34	Levy	Μέγ.Πιθανοφάνεια
4	Cauchy	Μέγ.Πιθανοφάνεια	35	Levy (2P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια
5	Chi-Squared	Ροπές	36	Log-Gamma	Ροπές
6	Chi-Squared (2P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	37	Log-Logistic	Ελάχιστα Τετράγωνα
7	Dagum	Μέγ.Πιθανοφάνεια	38	Log-Logistic (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια
8	Dagum (4P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	39	Log-Pearson 3	Ροπές
9	Erlang	Ροπές	40	Logistic	Ροπές
10	Erlang (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	41	Lognormal	Μέγ.Πιθανοφάνεια
11	Error	Μέγ.Πιθανοφάνεια	42	Lognormal (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια
12	Error Function	Ροπές	43	Nakagami	Ροπές
13	Exponential	Ροπές	44	Normal	Μέγ.Πιθανοφάνεια
14	Exponential (2P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	45	Pareto	Μέγ.Πιθανοφάνεια
15	Fatigue Life	Μέγ.Πιθανοφάνεια	46	Pareto 2	Μέγ.Πιθανοφάνεια
16	Fatigue Life (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	47	Pearson 5	Μέγ.Πιθανοφάνεια
17	Frechet	Ελάχιστα Τετράγωνα	48	Pearson 5 (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια
18	Frechet (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	49	Pearson 6	Μέγ.Πιθανοφάνεια
19	Gamma	Ροπές	50	Pearson 6 (4P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια
20	Gamma (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	51	Pert	Μέγ.Πιθανοφάνεια
21	Gen. Extreme Value	L - Ροπές	52	Power Function	Μέγ.Πιθανοφάνεια
22	Gen. Gamma	Μέγ.Πιθανοφάνεια	53	Rayleigh	Ροπές
23	Gen. Gamma (4P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	54	Rayleigh (2P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια
24	Gen. Pareto	L - Ροπές	55	Reciprocal	Μέγ.Πιθανοφάνεια
25	Gumbel Max	Ροπές	56	Rice	Μέγ.Πιθανοφάνεια
26	Gumbel Min	Ροπές	57	Student's t	Ροπές
27	Hyperbolic secant	Ροπές	58	Triangular	Μέγ.Πιθανοφάνεια
28	Inv. Gaussian	Ροπές	59	Uniform	Ροπές
29	Inv. Gaussian (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια	60	Weibull	Ελάχιστα Τετράγωνα
30	Johnson SB	Ροπές	61	Weibull (3P)	Μέγ.Πιθανοφάνεια
31	Johnson SU	Ροπές			

και εξισώνονται με τις αντίστοιχες ροπές του πληθυσμού:

$$\mu'_k = E(X^k) = \int x^k f(x;\underline{\theta})dx = g_k(\theta)\,, k = 1, \dots, m. \tag{2.36}$$

Τότε, προκύπτει το σύστημα

$$g_k(\theta) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k, \tag{2.37}$$

η επίλυση του οποίου δίδει τους εκτιμητές της παραμέτρου θ, οι οποίοι καλούνται ***ροποεκτιμητές***.

- **Μέθοδος της Μέγιστης Πιθανοφάνειας**

Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Gauss το 1821, αλλά πιστώθηκε στον Fisher, διότι ήταν ο πρώτος που ερεύνησε τις ιδιότητες της μεθόδου το 1922.

Έστω $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ τυχαίο δείγμα από κατανομή με σ.π.π. $f(x;\underline{\theta})$.

Πιθανοφάνεια (likelihood) (Κολυβά-Μαχαίρα, 1998) ονομάζεται η κοινή κατανομή του δείγματος $\underline{X}$, όταν η κατανομή θεωρείται συνάρτηση της παραμέτρου $\underline{\theta}$ για δοσμένη τιμή του δείγματος και συμβολίζεται:

$$L(\underline{\theta}/\underline{x}) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\underline{\theta}) \text{ ή πιο απλά } L(\underline{\theta}/\underline{x}) = L(\underline{\theta}).$$

Η $L(\underline{\theta})$ ονομάζεται συνάρτηση πιθανοφάνειας καθότι εκφράζει πόσο πιθανοφανείς, ή διαφορετικά πόσο σύμφωνες με το συγκεκριμένο δείγμα X=x, είναι οι διάφορες τιμές τις παραμέτρου $\underline{\theta}$.

Έστω $L(\underline{\theta}/\underline{x})$ η συνάρτηση πιθανοφάνειας του τυχαίου δείγματος $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$. Ο εκτιμητής $\hat{\underline{\theta}}$ λέγεται ***εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας*** της παραμέτρου $\underline{\theta}$ (Κολυβά-Μαχαίρα, 1998) αν:

$$L(\hat{\underline{\theta}}/\underline{x}) = \max_{\underline{\theta}\in\Omega} L(\underline{\theta}/\underline{x}), \tag{2.38}$$

ή ισοδύναμα αν ο $\hat{\underline{\theta}}$ μεγιστοποιεί την συνάρτηση $lnL(\underline{\theta}/\underline{x})$.

Όταν η συνάρτηση πιθανοφάνειας $L(\theta)$ είναι διαφορίσιμη τότε ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας $\underline{\theta}$ είναι η λύση της εξίσωσης πιθανοφάνειας:

$\frac{\partial lnL(\theta/x)}{\partial\theta} = 0$ που ικανοποιεί την σχέση $\frac{\partial^2 lnL(\theta/\underline{x})}{\partial\theta^2} < 0$.

- **Μέθοδος των Ελαχίστων Τετραγώνων**

Έστω (X,Y) μια δισδιάστατη τ.μ. με μια κάποια συνάρτηση κατανομής. Η συνάρτηση $f(X)$ για την οποία ελαχιστοποιείται η παράσταση $E\big(Y - f(X)\big)^2$ λέγεται ***καμπύλη παλινδρόμησης του Y στο X*** (Κολυβά-Μαχαίρα, 1998)**.**

Μερικές φορές, όμως, επειδή η καμπύλη $E(Y/X = x)$ είναι δύσκολο να βρεθεί, είτε είναι αρκετά πολύπλοκη, γίνεται αναζήτηση μιας απλής καμπύλης που να βρίσκεται "πλησιέστερα" στην τ.μ. Y. Συνήθως, αυτή η καμπύλη είναι η ευθεία γραμμή $\alpha + \beta x$. Η ευθεία $y = \alpha + \beta x$ που ελαχιστοποιεί την ποσότητα $E\big(Y - (\alpha + \beta X)\big)^2$ λέγεται ***ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης του Y στο X*** (Κολυβά-Μαχαίρα, 1998).

Υποθέτοντας ότι η τ.μ. Y έχει μέση τιμή *EY*, η μορφή αυτής είναι:

$$EY = h\big(x; \underline{\theta}\big), \qquad (2.39)$$

όπου h είναι η συνάρτηση της ελεγχόμενης μεταβλητής x και της άγνωστης παραμέτρου $\underline{\theta}$. Η πραγματική τιμή της τ.μ. Y είναι:

$$Y = h\big(x; \underline{\theta}\big) + e, \qquad (2.40)$$

όπου e είναι το τυχαίο σφάλμα που πραγματοποιείται όταν αντικαθίσταται η Y με την συνάρτηση $h\big(x; \underline{\theta}\big)$ και γίνεται η υπόθεση ότι:

$$E(e) = 0 \text{ και } var(e) = \sigma^2. \qquad (2.41)$$

Εν συνεχεία, έστω ένα τυχαίο δείγμα n παρατηρήσεων $\underline{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$, τότε:

$$Y_i = h\big(x_j; \underline{\theta}\big) + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \qquad (2.42)$$

Η προσέγγιση της Υ από την συνάρτηση $h(x;\underline{\theta})$ είναι τόσο καλύτερη όσο το σφάλμα e είναι μικρότερο. Ακριβέστερα, η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων για την εκτίμηση της παραμέτρου $\underline{\theta}$ έγκειται στην εκλογή της τιμής $\underline{\hat{\theta}}$ που ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων, δηλαδή

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - h(x_i;\underline{\theta})\right)^2. \tag{2.43}$$

Η τιμή $\underline{\hat{\theta}}$ της παραμέτρου $\underline{\theta}$ που ελαχιστοποιεί το άθροισμα λέγεται ***εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων*** της $\underline{\theta}$ (Κολυβά-Μαχαίρα, 1998).

Τέλος, η συνάρτηση $h(x;\underline{\theta})$ θεωρείται γραμμική συνάρτηση της παραμέτρου $\underline{\theta}$, διότι εκτός του ότι το γραμμικό μοντέλο είναι εύκολο να μελετηθεί, υπάρχουν πολλές συναρτήσεις που μπορούν να μετασχηματιστούν σε γραμμικές.

- **Μέθοδος των L-ροπών**

Έστω $X(F)$ η αντίστροφη συνάρτηση μιας τ.μ. Χ που έχει την F ως συνάρτηση κατανομής. Έστω $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ τυχαίο δείγμα που προέρχεται από την κατανομή F και $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ οι διατεταγμένες παρατηρήσεις του δείγματος. Τότε η ***L-ροπή*** της τ.μ. Χ από όπου προέρχεται αυτό το δείγμα, δίδεται από την σχέση

$$\lambda_r = r^{-1} \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{k} E\left(X_{(r-k)}\right), \qquad r = 1, 2, \dots \tag{2.44}$$

Το “L” δίδει έμφαση στο ότι το λ_r είναι μια γραμμική συνάρτηση των αναμενόμενων διατεταγμένων παρατηρήσεων. Αυτή η μέθοδος εκτίμησης παρουσιάζει βασικά πλεονεκτήματα σε σχέση με την κλασική μέθοδο των ροπών. Οι εκτιμητές οι οποίοι προκύπτουν από την μέθοδο των L-ροπών είναι πιο ανθεκτικοί στην επίδραση των ακραίων παρατηρήσεων (outliers), καθώς και λιγότερο μεροληπτικοί με αποτέλεσμα σε περιπτώσεις μικρών δειγμάτων να είναι πιο ακριβείς ακόμα και από τους εκτιμητές μέγιστης πιθανοφάνειας.

2.3.3.2 Μέθοδος της απόλυτης απόκλισης

Οι τυχαίοι αριθμοί που παράχθηκαν από τον Mersenne Twister αλγόριθμο για κάθε μια από τις τρεις θεωρητικές κατανομές με την καλύτερη προσαρμογή στα ωριαία δεδομένα έντονης βροχόπτωσης της μελετώμενης περιόδου, θεωρήθηκαν ως οι εκτιμώμενες τιμές που προήλθαν από τα πραγματικά ύψη βροχόπτωσης. Έπειτα, η επιλογή του αντιπροσωπευτικότερου μοντέλου εκτίμησης των έντονων κατακρημνίσεων υλοποιήθηκε δια μέσω του υπολογισμού της απόλυτης απόκλισης (Mayooran and Laheetharan, 2014) μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων υψών, ετήσια και εποχιακά, ως εξής:

$$AD = \left|\sum_{i=1}^{n}(x_i - \widehat{x_i})\right|, (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.45)$$

όπου x_i είναι οι πραγματικές καταγραφές έντονης βροχόπτωσης και $\widehat{x_i}$ είναι τα εκτιμώμενα ύψη έντονης βροχόπτωσης. Τέλος, η θεωρητική κατανομή που παρουσιάζει την ελάχιστη απόλυτη απόκλιση μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων τιμών, αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο μοντέλο εκτίμησης των ετήσιων και εποχιακών ακραίων βροχοπτώσεων στη Θεσσαλονίκη κατά την περίοδο 1947-2003.

2.3.4 Εκτιμώμενα ύψη βροχόπτωσης (Return Levels)

Αφού προσδιορίστηκε η θεωρητική κατανομή που παρουσιάζει την καλύτερη προσαρμογή στα πραγματικά δεδομένα έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για την χρονική περίοδο 1947 – 2003, τόσο σε ετήσια, όσο και σε εποχιακή κλίμακα, η εκτίμηση των υψών βροχόπτωσης για διάφορες περιόδους επανάληψης, καθώς και ο υπολογισμός της πιθανότητας εμφάνισης μιας μέγιστης τιμής ίσης ή μεγαλύτερης μιας δοσμένης τιμής x είναι εξίσου σημαντικές και παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Έτσι, η περίοδος επανάληψης (Return Period - T) ορίζεται ως εξής:

$$T = \frac{1}{p} \quad (2.46)$$

όπου p είναι η πιθανότητα εμφάνισης μιας ετήσιας μέγιστης τιμής ίσης ή μεγαλύτερης μιας δοσμένης τιμής x (Hershfield, 1973). Επομένως, εξ' ορισμού, η περίοδος επανάληψης εμπεριέχει πλήθος καταγραφών τέτοιου μεγέθους, ώστε να ενυπάρχει κατά μέσο όρο μία καταγραφή που είτε να ισοδυναμεί είτε να υπερβαίνει τη δοσμένη τιμή x. Η ονομασία οφείλεται στο γεγονός ότι οι καταγεγραμμένες τιμές της μεταβλητής λαμβάνονται σε σταθερά χρονικά διαστήματα (έτη), που λαμβάνουν μονάδες ίδιες με αυτές της περιόδου επανάληψης.

Τώρα, αν n είναι το πλήθος των καταγραφών και m είναι η σειρά μιας δοσμένης τιμής σε μια φθίνουσα ταξινομημένη λίστα ($x_1 > x_2 > x_3 \ldots > x_m$), τότε η πιθανότητα υπέρβασης της m-*οστής* μεγαλύτερης τιμής, x_m, είναι :

$$P(X \geq x_m) = \frac{m}{n}. \tag{2.47}$$

Επιπλέον, ένα δοσμένο εκτιμούμενο ύψος x_T με περίοδο επανάληψης T μπορεί να ξεπεραστεί μια φορά σε T έτη (RamachandraRao και Hamed, 2000). Ως εκ τούτου,

$$P(X \geq x_T) = \frac{1}{T}. \tag{2.48}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΝΤΟΝΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ

3.1 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΝΤΟΝΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ

Η διεύρυνση του υδρολογικού κύκλου, η οποία αποτελεί συνέπεια της παγκόσμιας θέρμανσης, αντικατοπτρίζεται στην ατμόσφαιρα μέσω της αύξησης των νεφώσεων, των ροών λανθάνουσας θερμότητας, καθώς και της αύξησης των κλιματικών ακραίων περιστατικών (Huntington 2006, IPCC 2007). Έναν από τους βασικότερους πρόδρομους της προαναφερθείσας διεύρυνσης, αποτελεί η αυξημένη πιθανότητα εμφάνισης ακραίων βροχοπτώσεων και πλημμύρων. Συνεπώς, ιδιαίτερης σημασίας χρήζουν οι αλλαγές που ενδέχεται να επέλθουν στις ακραίες βροχοπτώσεις, καθώς έχουν άμεσο αντίκτυπο στο περιβάλλον, στην κοινωνία, στην οικονομία, αλλά και στον ίδιο τον άνθρωπο.

Οι έρευνες, οι οποίες έχουν πραγματοποιηθεί και μελετούν τις ακραίες βροχοπτώσεις, είναι πολυάριθμες (Jones 2000, Higgins et al. 2000, Liebmann et al. 2001, Casas et al. 2003, Kostopoulou and Jones 2005, Knapp et al. 2008, Nastos and Zerefos 2008, Beguería et al. 2009, Gevorgyan 2013). Ωστόσο, ο προσδιορισμός της έντονης βροχόπτωσης χρήζει υψίστης σημασίας σε αυτές τις μελέτες, αφού ο μη πλήρως τεκμηριωμένος καθορισμός ενός κατωφλιού είναι πολύ πιθανόν να οδηγήσει σε αμφισβητήσιμα αποτελέσματα. Οι New et al. (2001) χαρακτηριστικά αναφέρουν ότι οι ορισμοί των έντονων βροχοπτώσεων διαφέρουν μεταξύ των περισσοτέρων ερευνών, με αποτέλεσμα η σύγκριση των συμπερασμάτων να θεωρείται προβληματική.

Για τον καθορισμό του κατωφλιού της έντονης βροχόπτωσης, χρησιμοποιούνται δυο βασικές τεχνικές, οι παραμετρικές και οι μη παραμετρικές.

Η πρώτη τεχνική χαρακτηρίζεται ως παραμετρική, διότι τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά γνωρίσματα των θεωρητικών κατανομών που χρησιμοποιούνται, εξαρτώνται από τις αριθμητικές τιμές των παραμέτρων αυτών. Συγκεκριμένα, η τεχνική αυτή βασίζεται στη μελέτη της στατιστικής συμπεριφοράς μιας ακολουθίας ανεξαρτήτων τυχαίων μεταβλητών που αποτελούν είτε τα απόλυτα μέγιστα (Block Maxima) καθορισμένων χρονικών διαστημάτων (π.χ. σε μηνιαία, ετήσια βάση), είτε μια ακολουθία τιμών X_i που υπερβαίνουν ένα υψηλό κατώφλι (Peak Over Threshold). Στην περίπτωση της χρήσης της μεθόδου Block Maxima, λαμβάνονται υπόψιν μόνο οι απόλυτες μέγιστες τιμές καθορισμένων χρονικών διαστημάτων, με αποτέλεσμα ορισμένες "ακραίες" παρατηρήσεις να απουσιάζουν από την ακολουθία των ανεξαρτήτων τυχαίων μεταβλητών. Οι Feng et al. (2007) αποτελούν τους πρώτους ερευνητές που εφήρμοσαν την GEV κατανομή και κατά συνέπεια την μέθοδο Block Maxima (BM) για την μοντελοποίηση της ετήσιας ακραίας βροχόπτωσης στην Κίνα. Όσον αφορά στη χρήση της μεθόδου Peak Over Threshold (POT), φαίνεται να είναι πιο αποτελεσματική, δεδομένης της αντιπροσωπευτικής επιλογής του κατωφλιού. Η μέθοδος αυτή προτάθηκε τόσο από τους Anagnostopoulou και Tolika (2012), όσο και από τους McNeil και Saladin (1997) ως η καλύτερη παραμετρική προσέγγιση της προσαρμογής μιας στατιστικής κατανομής στην "ουρά" μιας άγνωστης κατανομής.

Η δεύτερη τεχνική αναφέρεται σε δείκτες, οι οποίοι ορίζονται είτε με τη χρήση ενός απολύτου κατωφλιού, είτε με τη χρήση των ποσοστιαίων σημείων (percentiles).

Οι μεν πρώτοι περιγράφουν το σύνολο των ημερών ή των τιμών που υπερβαίνουν μια καθορισμένη απόλυτη τιμή. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο δείκτης ακραίας βροχόπτωσης R30, ο οποίος προτάθηκε από μια ερευνητική ομάδα κλιματολόγων στο πλαίσιο του προγράμματος ανίχνευσης της κλιματικής αλλαγής CLIVAR, και ορίζεται ως ο αριθμός των ημερών με βροχόπτωση μεγαλύτερη ή ίση των 30mm/ημέρα (Peterson et al. 2001). Οι Karagiannidis et al. (2011) μελετώντας τα επεισόδια εξαιρετικής βροχόπτωσης στην Ευρώπη που σχετίζονται με τα κυκλωνικά συστήματα των μεσαίων γεωγραφικών πλατών, συνέκλιναν ότι το κατώφλι των 60mm αποτελεί την βέλτιστη λύση. Σε μια αντίστοιχη προσέγγιση του προβλήματος από τους Bocheva et al. (2010), κρίθηκε αντιπροσωπευτικό το κατώφλι των 100mm/ημέρα για την κλιματολογική ανάλυση των συνοπτικών καταστάσεων που προκαλούν "καταρρακτώδη" βροχόπτωση (torrential precipitation) στη Βουλγαρία. Τέλος, οι

Groisman et al. (1999) πρότειναν ως τιμή κατωφλιού τα 25.4mm/ημέρα για περιοχές στα μεσαία γεωγραφικά πλάτη (ΗΠΑ, Μεξικό, Κίνα και Αυστραλία), ενώ για τις βορειότερες περιοχές (Ρωσία, Καναδά, Πολωνία και Νορβηγία) όρισαν τα 50.8mm/ημέρα.

Οι δε δεύτεροι δείκτες απαιτούν τη μελέτη της "ουράς" της εκάστοτε κατανομής. Έτσι, αν το μήκος της υπό μελέτη κλιματικής σειράς είναι n και x_1, x_2, ..., x_m, ..., x_n είναι οι παρατηρήσεις τοποθετημένες σε αύξουσα σειρά, τότε το ποσοστιαίο σημείο P_a ορίζεται ως η τιμή x_m, για την οποία το $\alpha\%$ των παρατηρήσεων είναι μικρότερες από αυτή και το υπόλοιπο $(1\text{-}\alpha)\%$ των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες από αυτή. Τις τιμές που ανήκουν στο 5% του άνω τμήματος της κατανομής όλων των ημερήσιων τιμών βροχόπτωσης, χρησιμοποίησαν οι Houssos and Bartzokas (2006) για τη μελέτη των ακραίων βροχοπτώσεων στην ΒΔ Ελλάδα. Αντίστοιχη είναι η επιλογή του κατωφλιού ακραίας βροχόπτωσης στην Ανατολική Μεσόγειο από τους Tolika et al. (2007), οι οποίοι πέραν του ακραίου δείκτη που ορίζεται από το 95^{ο} ποσοστιμόριο, εφήρμοσαν και αυτόν που ορίζεται από το 90^{ο} ποσοστιαίο σημείο. Τέλος, μια διαφορετική εικόνα προσδιορισμού του κατωφλιού ακραίας βροχόπτωσης στην Κίνα εισήγαγαν οι Da-Quan et al. (2008), υπολογίζοντας το μέσο όρο των 95^{ων} ποσοστιμορίων των ημερήσιων τιμών βροχόπτωσης των 30 ετών μεταξύ του 1961 και του 1990.

Οι δείκτες, οι οποίοι βασίζονται στη χρήση ποσοστιαίων σημείων, παρουσιάζουν εμφανές πλεονέκτημα σε σχέση με αυτούς που βασίζονται σε καθορισμένα απόλυτα κατώφλια, καθώς σε αυτούς της δεύτερης τεχνικής γίνεται σύγκριση των ίδιων τμημάτων των κατανομών των έντονων βροχοπτώσεων. Απόρροια αυτού, βέβαια, είναι οι τελευταίοι να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μελέτη και τη σύγκριση ευρύτερων περιοχών που παρουσιάζουν διαφορετικά κλιματολογικά χαρακτηριστικά (Haylock and Nicholls 2000, Klein Tank and Können 2003). Από την άλλη πλευρά, όμως, οι δείκτες που βασίζονται στη χρήση ενός καθορισμένου απολύτου κατωφλιού αποτελούν σημαντικό εργαλείο για τη μελέτη του αντίκτυπου που φέρουν τα ακραία περιστατικά στην κοινωνία και το περιβάλλον (Klein Tank and Können 2003). Οι πληροφορίες που λαμβάνονται για τις ακραίες βροχοπτώσεις σε χωρική και χρονική κλίμακα, είναι χρήσιμες για το σχεδιασμό και την κατασκευή έργων, όπως φράγματα και αστικά συστήματα αποχέτευσης, τη διαχείριση των υδάτινων πόρων, καθώς και την πρόληψη των ζημιών από πλημμύρες. Επομένως, η ακριβής εκτίμηση της συχνότητας και του μεγέθους των έντονων βροχοπτώσεων θα μπορούσε να συντελέσει στην επίτευξη ενός πιο αποτελεσματικού σχεδιασμού των υδραυλικών κατασκευών σε περιοχές όπου η βροχόπτωση παρουσιάζει ιδιαίτερη μεταβλητότητα λόγω ορογραφικών και τοπογραφικών επιρροών.

Ωστόσο, στις έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί παγκοσμίως, οι ακραίες βροχοπτώσεις μελετώνται, κατά κύριο λόγο, με τη χρήση των ημερήσιων δεδομένων βροχόπτωσης μιας μεμονωμένης ή μιας ευρύτερης περιοχής. Σύμφωνα, όμως, με τους Kanae et al. (2004) η μελέτη των εξαιρετικά ακραίων περιστατικών βροχόπτωσης, που ανάγεται σε μικρότερη χρονική κλίμακα, μπορεί να αποκαλύψει μια πιο αποτελεσματική παρουσίαση των παρατηρούμενων τάσεων. Αξιοσημείωτο, βέβαια, είναι το γεγονός ότι οι καταιγίδες που σημειώνονται κατά τους θερινούς μήνες χαρακτηρίζονται για την πολύ μικρή χρονική τους διάρκεια. Για το λόγο αυτό, αρκετές είναι οι μελέτες που αφορούν στις ακραίες βροχοπτώσεις και αξιοποιούν ωριαία δεδομένα (Fujibe, 1998, Sato and Takahashi, 2000). Παρά ταύτα, στην Ελλάδα και ειδικότερα στην περιοχή της Θεσσαλονίκης, οι μελέτες οι οποίες έχουν πραγματοποιηθεί με τη χρήση ωριαίων τιμών βροχόπτωσης είναι ολιγάριθμες. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η μελέτη της ημερήσιας μεταβλητότητας της βροχόπτωσης στην Θεσσαλονίκη από τους Giles and Flocas (1990), οι οποίοι χρησιμοποίησαν τα ωριαία δεδομένα του μετεωρολογικού σταθμού του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου για την περίοδο 1947 – 1985. Σε μία παρόμοια προσπάθεια οι Philandras et al. (2010) ανέλυσαν τη μεταβλητότητα και την τάση της ετήσια και εποχιακής μέσης και μέγιστης ωριαίας βροχόπτωσης στην Αθήνα και στη Θεσσαλονίκη.

Για το λόγο αυτό, στην παρούσα διατριβή κρίθηκε σκόπιμο να καθοριστεί μια τιμή **ωριαίου κατωφλιού** της έντονης βροχόπτωσης στην περιοχή της Θεσσαλονίκης. Στη συνέχεια, περιγράφεται η όλη διαδικασία που υιοθετήθηκε για τον ακριβή - ποσοτικό ορισμό του κατωφλιού αυτού.

3.2 ΩΡΙΑΙΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΝΤΟΝΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ ΣΤΗ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

Σύμφωνα με το Glossary of Meteorology (Huschke, 1959), η βροχόπτωση χαρακτηρίζεται ως ισχυρή (heavy) όταν η ραγδαιότητα της υπερβαίνει τα 7.62mm/h. Θεωρώντας τον χαρακτηρισμό αυτό ως βάση για τον προσδιορισμό του ωριαίου κατωφλιού ακραίας βροχόπτωσης στην Θεσσαλονίκη, υιοθετήθηκε το εξής σύνολο υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών {3.5mm/h, 4.0mm/h, 4.5mm/h, 5.0mm/h, 5.5mm/h, 6.0mm/h, 6.5mm/h, 7.0mm/h, 7.5mm/h, 8.0mm/h}.

Με τη χρήση του παραπάνω συνόλου, *η ημερήσια βροχόπτωση για κάθε υποψήφιο ακραίο κατώφλι ορίζεται ως η μεγαλύτερη ωριαία τιμή βροχόπτωσης που υπερβαίνει το n - υποψήφιο ωριαίο κατώφλι καθ' όλη την διάρκεια του 24-ώρου*. Στην περίπτωση που οι ωριαίες τιμές βροχόπτωσης σε μια ημέρα δεν ξεπερνούν το *n* - υποψήφιο ωριαίο κατώφλι, τότε η ημερήσια βροχόπτωση θεωρείται 0. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, τη δημιουργία *n* σετ δεδομένων (ένα για κάθε υποψήφιο ωριαίο κατώφλι), τα οποία περιλαμβάνουν τις ημερήσιες τιμές βροχόπτωσης της Θεσσαλονίκης για τη χρονική περίοδο 1947 – 2003. Για τον προσδιορισμό των ημερήσιων ακραίων τιμών βροχόπτωσης της υπό μελέτη περιόδου και περιοχής, αφαιρέθηκαν από τα *n* σετ δεδομένων οι μηδενικές τιμές. Στη συνέχεια, αυτά τα σύνολα δεδομένων περιγράφηκαν από τις θεωρητικές κατανομές που παρουσιάζουν την καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα σύμφωνα με το τεστ καλής προσαρμογής των Kolmogorov-Smirnov, με απώτερο σκοπό τη δημιουργία των αθροιστικών κατανομών αυτών.

Στον Πίνακα 3.1Α απεικονίζονται οι θεωρητικές κατανομές που προσεγγίζουν ικανοποιητικότερα τα δεδομένα των ημερήσιων ακραίων τιμών βροχόπτωσης μέσα από ένα σύνολο 30 θεωρητικών κατανομών για κάθε υποψήφιο ωριαίο κατώφλι, οι τιμές των στατιστικών συναρτήσεων του K-S τεστ (statistic), οι p-τιμές (p-values), καθώς και οι κρίσιμες τιμές αυτών (critical values) σε διαφορετικά επίπεδα σημαντικότητας, ενώ στον Πίνακα 3.1Β δίδεται μια εικόνα των τιμών των παραμέτρων των προαναφερθέντων θεωρητικών κατανομών. Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 3.1Α, τα σύνολα που εμπεριέχουν τις τιμές βροχόπτωσης που υπερβαίνουν τα ωριαία κατώφλια των 3.5mm/h, 4.0mm/h, 4.5mm/h, 7.0mm/h και 8.0mm/h αντίστοιχα, περιγράφονται ικανοποιητικότερα από την θεωρητική κατανομή Generalized Pareto. Αυτό εύκολα αποδεικνύεται, καθώς η τιμή της ελεγχοσυνάρτησης (statistic) για κάθε ένα από τα τελευταία σύνολα τιμών είναι μικρότερη της κρίσιμης τιμής (critical value) στα επίπεδα σημαντικότητας 0.2, 0.1, 0.05, 0.02 και 0.01. Επιπλέον, οι p-τιμές είναι 0.1995, 0.3319, 0.4905, 0.9116 και 0.8284 για τα σύνολα των υποψήφιων κατωφλιών 3.5mm/h, 4.0mm/h, 4.5mm/h, 7.0mm/h και 8.0mm/h, αντίστοιχα, γεγονός που αποτελεί ισχυρή ένδειξη υπέρ της αποδοχής της υπόθεσης ότι τα δεδομένα ακολουθούν την Generalized Pareto κατανομή (μηδενική υπόθεση). Παρόμοια είναι και η εικόνα που παρατηρείται στα σύνολα που περιλαμβάνουν τις τιμές βροχόπτωσης που ξεπερνούν τα κατώφλια των 5.0mm/h, 6.0mm/h και 6.5mm/h. Τα δεδομένα των συνόλων αυτών παρουσιάζουν καλύτερη προσαρμογή στην 4-παραμέτρων κατανομή Johnson SB, καθώς η υπόθεση

Πίνακας 3.1 ***A)*** *Παρουσίαση των θεωρητικών κατανομών που προσεγγίζουν καλύτερα τα δεδομένα των ημερήσιων ακραίων βροχοπτώσεων για κάθε υποψήφιο ωριαίο κατώφλι και των κρίσιμων τιμών αυτών (critical values) σε διάφορα επίπεδα σημαντικότητας.* ***B)*** *Παρουσίαση των παραμέτρων της κάθε θεωρητικής κατανομής που προέκυψαν για το κάθε σετ ημερήσιων ακραίων τιμών βροχόπτωσης των υποψηφίων ωριαίων κατωφλιών.*

A

υποψ. κατώφλι	θεωρ. κατανομή	statistic	P-value	critical value				
				a=0.2	a=0.1	a=0.05	a=0.02	a=0.01
3.5mm/h	Gen.Pareto	0.0364	0.1995	0.0366	0.0417	0.0463	0.0517	0.0555
4.0mm/h	Gen.Pareto	0.0347	0.3319	0.0396	0.0451	0.0501	0.0560	0.0601
4.5mm/h	Gen.Pareto	0.0331	0.4905	0.0429	0.0489	0.0543	0.0607	0.0651
5.0mm/h	Johnson SB	0.0341	0.5543	0.0465	0.0530	0.0589	0.0658	0.0706
5.5mm/h	Fatigue Life	0.0274	0.8674	0.0498	0.0567	0.0630	0.0704	0.0755
6.0mm/h	Johnson SB	0.0427	0.4209	0.0525	0.0598	0.0664	0.0743	0.0797
6.5mm/h	Johnson SB	0.0382	0.6547	0.0566	0.0645	0.0716	0.0800	0.0859
7.0mm/h	Gen.Pareto	0.0315	0.9116	0.0612	0.0698	0.0775	0.0866	0.0930
7.5mm/h	Weibull(3P)	0.0389	0.7839	0.0647	0.0738	0.0819	0.0915	0.0982
8.0mm/h	Gen.Pareto	0.0396	0.8284	0.0690	0.0786	0.0873	0.0976	0.1047

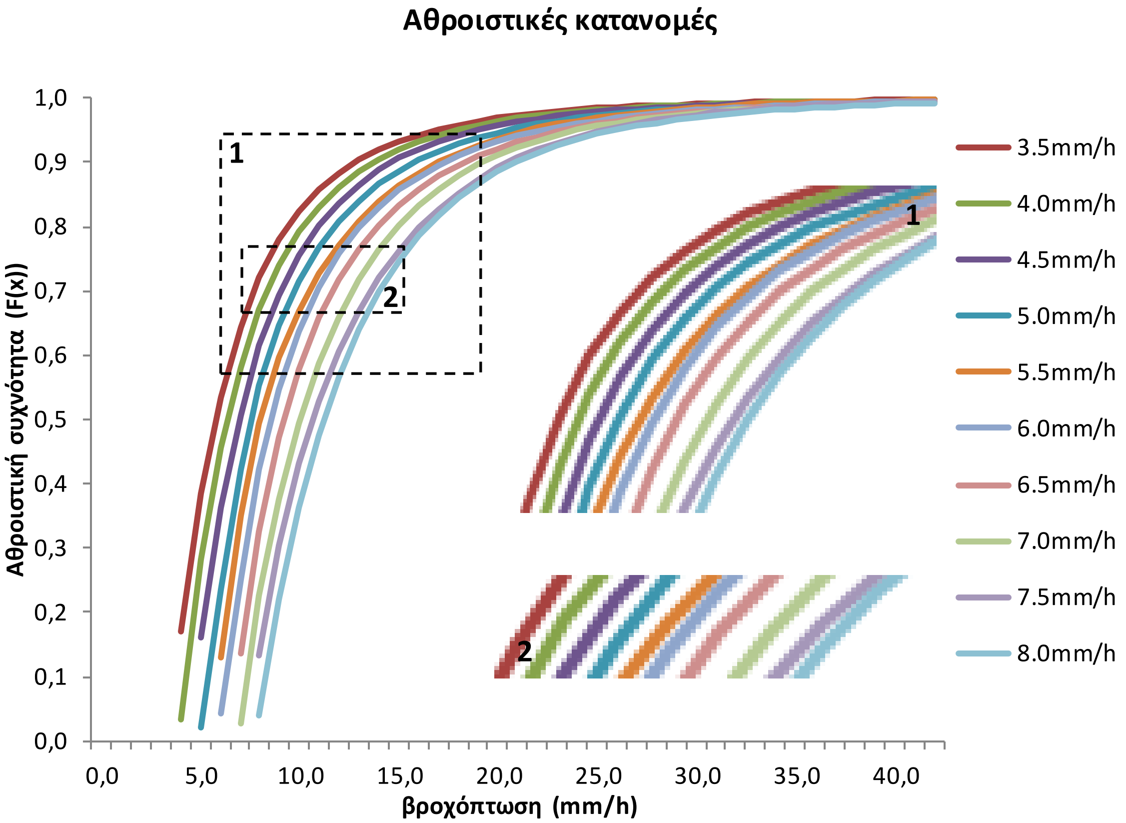
B

υποψ. κατώφλι	θεωρ. κατανομή	παράμετροι θεωρητικής κατανομής			
3.5mm/h	Gen.Pareto	**k** = 0.2369	**σ** = 3.0667	**μ** = 3.4204	
4.0mm/h	Gen.Pareto	**k** = 0.2276	**σ** = 3.2500	**μ** = 3.8847	
4.5mm/h	Gen.Pareto	**k** = 0.2212	**σ** = 3.4155	**μ** = 4.3848	
5.0mm/h	Johnson SB	**γ** = 3.0713	**δ** = 0.8813	**λ** = 95.4470	**ξ** = 4.7200
5.5mm/h	Fatigue Life	**α** = 1.2074	**β** = 2.8377	**γ** = 5.2109	
6.0mm/h	Johnson SB	**γ** = 2.9708	**δ** = 0.8767	**λ** = 92.4590	**ξ** = 5.5638
6.5mm/h	Johnson SB	**γ** = 2.9242	**δ** = 0.8796	**λ** = 91.5130	**ξ** = 6.0626
7.0mm/h	Gen.Pareto	**k** = 0.1858	**σ** = 4.2843	**μ** = 6.8827	
7.5mm/h	Weibull(3P)	**α** = 0.8526	**β** = 4.9016	**γ** = 7.5000	
8.0mm/h	Gen.Pareto	**k** = 0.1633	**σ** = 4.6855	**μ** = 7.8102	

αυτή επιβεβαιώνεται με τον έλεγχο μικρότερης ανοχής σε εσφαλμένη απόρριψη της H_0, όπως με επίπεδο σημαντικότητας 0.01. Τέλος, τα δεδομένα έντονης βροχόπτωσης που υπερβαίνουν τα κατώφλια των 5.5mm/h και 7.5mm/h προσεγγίζονται ικανοποιητικότερα από τις κατανομές 3-παραμέτρων Fatigue Life και Weibull, αντίστοιχα. Η κρίσιμη τιμή σε επίπεδο σημαντικότητας 0.01 για το υποψήφιο κατώφλι των 5.5mm/h είναι 0.0755, ενώ για το υποψήφιο κατώφλι των 7.5mm/h αγγίζει τα 0.0982mm/h. Τόσο η πρώτη, όσο και η δεύτερη κρίσιμη τιμή είναι αρκετά μικρότερη της αντίστοιχης παρατηρηθείσας τιμής πιθανότητας (p-value) 0.8674 και 0.7839. Επιπλέον, θεωρείται προφανές ότι αφού η H_0 γίνεται αποδεκτή στο επίπεδο σημαντικότητας 0.01, τότε γίνεται αποδεκτή και στα υπόλοιπα μεγαλύτερα επίπεδα σημαντικότητας 0.2, 0.1, 0.05 και 0.02, γεγονός που επαληθεύεται από τις τιμές του Πίνακα 3.1Α.

3.2.1 Οπτικός προσδιορισμός του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης

Στη συνέχεια της παρούσας διατριβής, με τη χρήση των θεωρητικών κατανομών που αναφέρθηκαν στον Πίνακα 3.1, υπολογίστηκαν οι αθροιστικές κατανομές των δεδομένων βροχόπτωσης για κάθε υποψήφιο ωριαίο κατώφλι και απεικονίστηκαν σε ένα κοινό γράφημα (Σχήμα 3.1), με απώτερο σκοπό τον οπτικό προσδιορισμό του ωριαίου κατωφλιού βροχόπτωσης στην περιοχή της Θεσσαλονίκης για την περίοδο 1947 - 2003. Αυτό επιτυγχάνεται με την παρατήρηση ενδεχόμενης απότομης αλλαγής στην κλίση μεταξύ των διαδοχικών αθροιστικών κατανομών. Σύμφωνα με το Σχήμα 3.1, η μεταβολή της κλίσης μεταξύ των διαδοχικών καμπυλών φαίνεται να είναι μηδαμινή, δεδομένου ότι λαμβάνεται υπόψιν η μετατόπιση των καμπυλών που οφείλεται στη χρήση διαφορετικών ωριαίων κατωφλιών. Εξαίρεση φαίνεται να αποτελεί μια πιο εμφανής διαφορά στην κλίση των καμπυλών που σημειώνεται μεταξύ των αθροιστικών κατανομών των δεδομένων βροχόπτωσης που υπερβαίνουν τα 6.5mm/h και 7.0mm/h. Η διαφορά αυτή γίνεται καλύτερα αντιληπτή μέσα από τις μεγεθύνσεις των περιοχών 1 και 2. Η πρώτη περιοχή εστιάζει στο τμήμα εκείνο του γραφήματος στο οποίο σημειώνονται μεταβολές στην κλίση των διαδοχικών καμπυλών, ενώ η δεύτερη περιοχή αποτελεί το υποσύνολο της περιοχής 1 με την πιο αισθητή διαφοροποίηση. Απόρροια αυτών είναι η απόκτηση μιας πρώτης εποπτικής εικόνας σχετικά με τον προσδιορισμό του ωριαίου κατωφλιού βροχόπτωσης στη



Σχήμα 3.1 Απεικόνιση της αθροιστικής κατανομής που ακολουθούν τα δεδομένα βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003 για κάθε υποψήφιο ωραίο κατώφλι. Τα σημεία με το μεγαλύτερο ενδιαφέρον παρουσιάζονται στις μεγεθύνσεις των περιοχών 1 και 2.

Θεσσαλονίκη, σύμφωνα με την οποία έντονη θεωρείται η βροχόπτωση που υπερβαίνει τα 6.5mm/h.

3.2.2 Ποσοτικός προσδιορισμός του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης

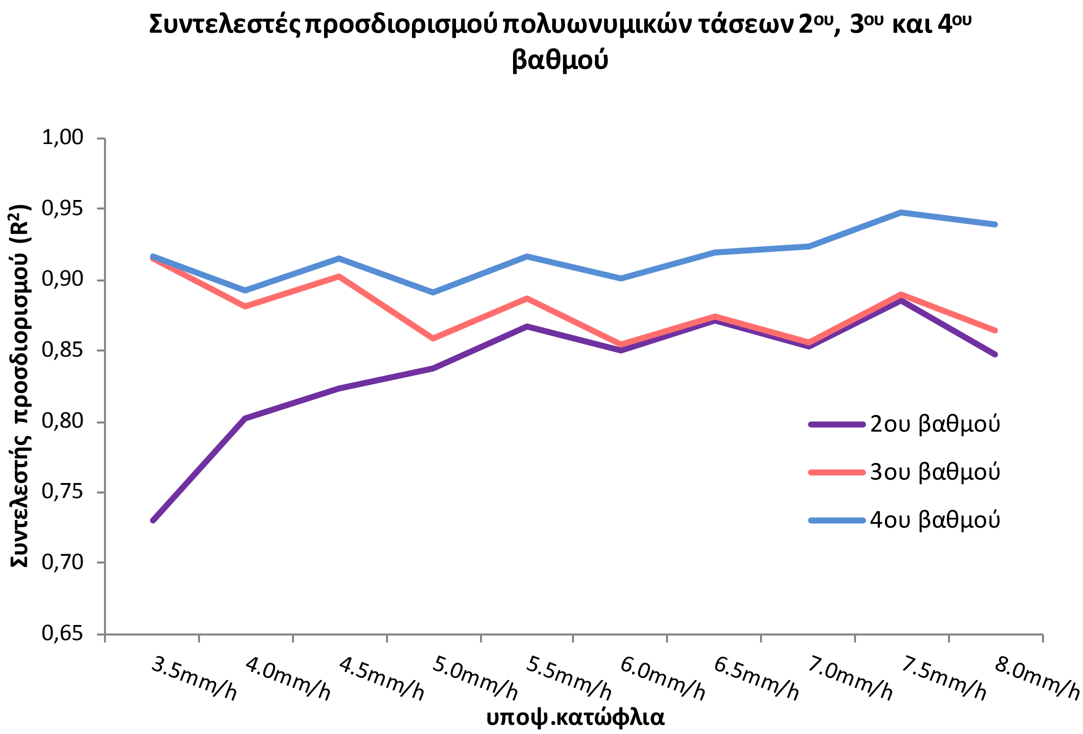
Λόγω του γεγονότος ότι ο καθορισμός του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης μέσω της παραπάνω μεθόδου (Παράγραφος 3.2.1) δεν αποτελεί αξιόπιστη μέθοδο, καθώς είναι εποπτικός - υποκειμενικός και μπορεί να διαφέρει μεταξύ των εκάστοτε ερευνητών, η χρήση μιας ποσοτικής - αντικειμενικής μεθόδου κρίθηκε αναγκαία. Το μαθηματικό εργαλείο το οποίο χρησιμοποιήθηκε για τον τεκμηριωμένο - ποσοτικό προσδιορισμό του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης είναι η καμπύλη πολυωνυμικής τάσης, καθώς μέσω αυτής μπορεί να οριστεί αριθμητικά η κλίση της αθροιστικής κατανομής με την χρήση των συντελεστών των ανεξαρτήτων μεταβλητών. Για τον καθορισμό της απότομης μεταβολής της κλίσης των αθροιστικών κατανομών, υπολογίστηκαν οι διαφορές μεταξύ των παραπάνω συντελεστών. Επομένως, *το ωριαίο κατώφλι έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη ορίζεται ως το υποψήφιο κατώφλι του οποίου οι συντελεστές της πολυωνυμικής τάσης της αθροιστικής κατανομής παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη διαφορά σε σχέση με τους συντελεστές της πολυωνυμικής τάσης της αθροιστικής κατανομής του επομένου υποψηφίου κατωφλιού*. Αναλυτικά, η διαδικασία η οποία ακολουθήθηκε είναι η εξής:

α) Αρχικά, υπολογίστηκαν οι πολυωνυμικές τάσεις 3^{ου} βαθμού των αθροιστικών κατανομών των δεδομένων βροχόπτωσης που ξεπερνούν τα υποψήφια ωριαία κατώφλια.

Στην παρούσα διατριβή γίνεται χρήση των πολυωνυμικών τάσεων 3^{ου} βαθμού, καθώς ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 της παλινδρόμησης αυτής λαμβάνει τιμές μεταξύ 0.855 έως 0.916, γεγονός που αποδεικνύει την πολύ καλή προσαρμογή της τάσης στα δεδομένα (Πίνακας 3.2). Από το Σχήμα 3.2 φαίνεται ότι οι συντελεστές προσδιορισμού R^2 των πολυωνυμικών παλινδρομήσεων 2^{ου} και 4^{ου} βαθμού κυμαίνονται σε εξίσου ικανοποιητικά επίπεδα. Ωστόσο, η εμφανής διαφορά που σημειώνεται μεταξύ των συντελεστών προσδιορισμού R^2 των παλινδρομήσεων 2^{ου} βαθμού των αθροιστικών κατανομών των κατωφλιών από 3.5mm/h έως 5.5mm/h και των συντελεστών προσδιορισμού R^2 των παλινδρομήσεων 3^{ου} βαθμού των αθροιστικών κατανομών των αντίστοιχων κατωφλιών, αποτέλεσε το κριτήριο για την επιλογή της χρήσης των πολυωνυμικών τάσεων 3^{ου} βαθμού. Όσον αφορά στη μη χρήση των πολυωνυμικών τάσεων 4^{ου} βαθμού, κρίθηκε ότι η προσθήκη μιας επιπλέον παραμέτρου δεν συμβάλλει

Πίνακας 3.2 *Παρουσίαση των συντελεστών προσδιορισμού R^2 των πολυωνυμικών τάσεων 2^{ου}, 3^{ου} και 4^{ου} βαθμού των αθροιστικών κατανομών κάθε υποψήφιου κατωφλιού.*

υποψ.κατώφλια	**R^2**		
	2^{ου} βαθμού	**3^{ου} βαθμού**	**4^{ου} βαθμού**
3.5mm/h	0,730	0,916	0,916
4.0mm/h	0,803	0,881	0,893
4.5mm/h	0,824	0,902	0,916
5.0mm/h	0,837	0,859	0,891
5.5mm/h	0,867	0,887	0,916
6.0mm/h	0,850	0,855	0,901
6.5mm/h	0,871	0,874	0,920
7.0mm/h	0,853	0,856	0,924
7.5mm/h	0,886	0,890	0,948
8.0mm/h	0,847	0,864	0,939

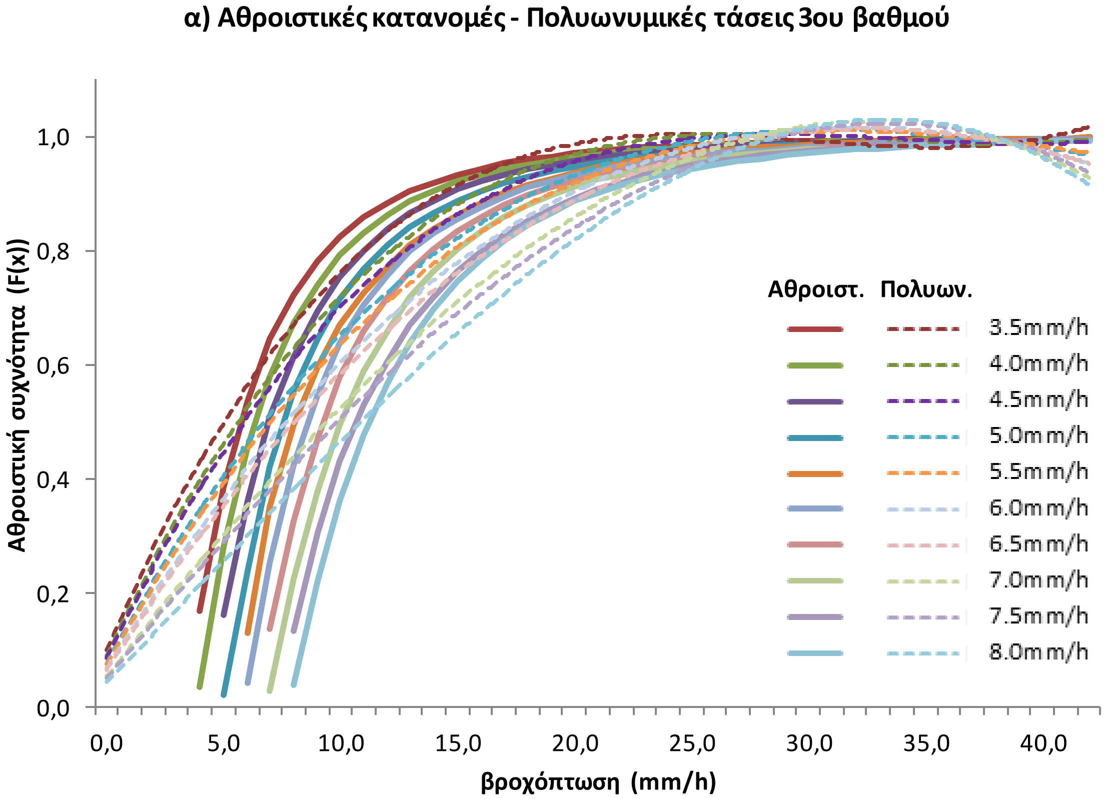


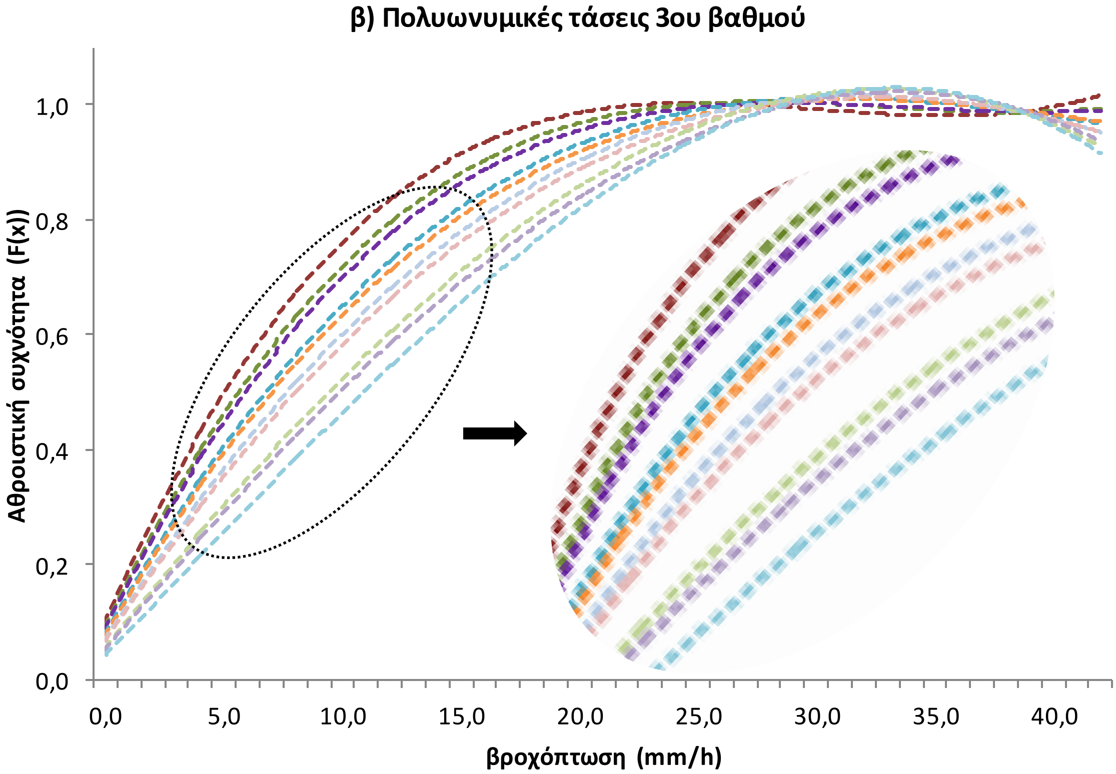
Σχήμα 3.2 *Γραφική αναπαράσταση των συντελεστών προσδιορισμού R^2 των πολυωνυμικών παλινδρομήσεων 2^{ου} (μπλε γραμμή), 3^{ου} (κόκκινη γραμμή) και 4^{ου} (πράσινη γραμμή) βαθμού των αθροιστικών κατανομών κάθε υποψήφιου ωριαίου κατωφλιού βροχόπτωσης για την χρονική περίοδο 1947-2003, στην περιοχή της Θεσσαλονίκης.*

σημαντικά στο αποτέλεσμα (Πίνακας 3.2 και Σχήμα 3.2), παρά το γεγονός της καλύτερης προσαρμογής που παρουσιάζουν τα δεδομένα σε σύγκριση με τις πολυωνυμικές παλινδρομήσεις 2^{ου} και 3^{ου} βαθμού.

Επιπλέον, αξίζει να σημειωθεί ότι για την αποτελεσματικότερη σύγκριση των πολυωνυμικών τάσεων 3^{ου} βαθμού των αθροιστικών κατανομών των δεδομένων βροχόπτωσης που ξεπερνούν τα υποψήφια ωριαία κατώφλια, κρίθηκε αναγκαίος ο ορισμός της αρχής των αξόνων ως αφετηρία των παλινδρομήσεων αυτών (Σχήμα 3.3α και β).

Στο Σχήμα 3.3α με συνεχόμενες γραμμές απεικονίζονται οι αθροιστικές κατανομές των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών, ενώ με διακεκομμένες γραμμές ίδιου χρώματος περιγράφονται οι πολυωνυμικές τάσεις 3^{ου} βαθμού αυτών, οι οποίες εν συνεχεία παρουσιάζονται "απομονωμένες" στο Σχήμα 3.3β για την απόκτηση μιας καλύτερης εποπτικής εικόνα αυτών. Από το Σχήμα 3.3β παρατηρείται η ύπαρξη μιας πιο εμφανούς διαφοράς μεταξύ των πολυωνυμικών τάσεων 3^{ου} βαθμού των 6.5mm/h και 7.0mm/h συγκριτικά με τις διαφορές μεταξύ των πολυωνυμικών τάσεων των





Σχήμα 3.3 α) *Απεικόνιση της αθροιστικής κατανομής που ακολουθούν τα δεδομένα βροχόπτωσης για κάθε υποψήφιο ωραίο κατώφλι (συνεχόμενη γραμμή) στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003, καθώς και της πολυωνυμικής τάσης 3ου βαθμού αυτής (διακεκομμένη γραμμή),* ***β)*** *Απεικόνιση μόνο της πολυωνυμικής τάσης 3ου βαθμού της αθροιστικής κατανομής κάθε υποψήφιου ωραίου κατωφλιού, με εστίαση στο τμήμα με τις εντονότερες διαφοροποιήσεις μεταξύ των διαδοχικών καμπυλών.*

υπολοίπων ωριαίων κατωφλιών. Το γεγονός αυτό φαίνεται να συγκλίνει με το αποτέλεσμα που διεξήχθη από τον οπτικό προσδιορισμό του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης της Παραγράφου 3.2.1, σύμφωνα με το οποίο, έντονη θεωρείται η βροχόπτωση που ξεπερνάει τα 6.5mm/h.

β) Στη συνέχεια, υπολογίστηκαν οι απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των συντελεστών των πολυωνυμικών τάσεων των αθροιστικών κατανομών των διαδοχικών υποψήφιων κατωφλιών, δηλαδή

$$\boldsymbol{\Delta = \left|\alpha_{(i+1)j} - \alpha_{ij}\right|}$$

όπου

$\boldsymbol{\alpha_{ij}}$: οι συντελεστές της πολυωνυμικής τάσης της αθροιστικής κατανομής του υποψήφιου κατωφλιού

$\boldsymbol{\alpha_{(i+1)j}}$: οι συντελεστές της πολυωνυμικής τάσης της αθροιστικής κατανομής του επόμενου υποψήφιου κατωφλιού

Το $\boldsymbol{i}$ λαμβάνει τιμές από το 1 μέχρι και το 10, καθώς δέκα είναι τα υποψήφια μελετώμενα κατώφλια, ενώ αντίθετα το $\boldsymbol{j}$ λαμβάνει τις τιμές από το 1 έως και το 3 μιας και χρησιμοποιούνται οι 3^{ου} βαθμού πολυωνυμικές τάσεις των αθροιστικών κατανομών των υποψήφιων κατωφλιών. Το σημείο στο οποίο παρατηρείται η μεγαλύτερη απόλυτη

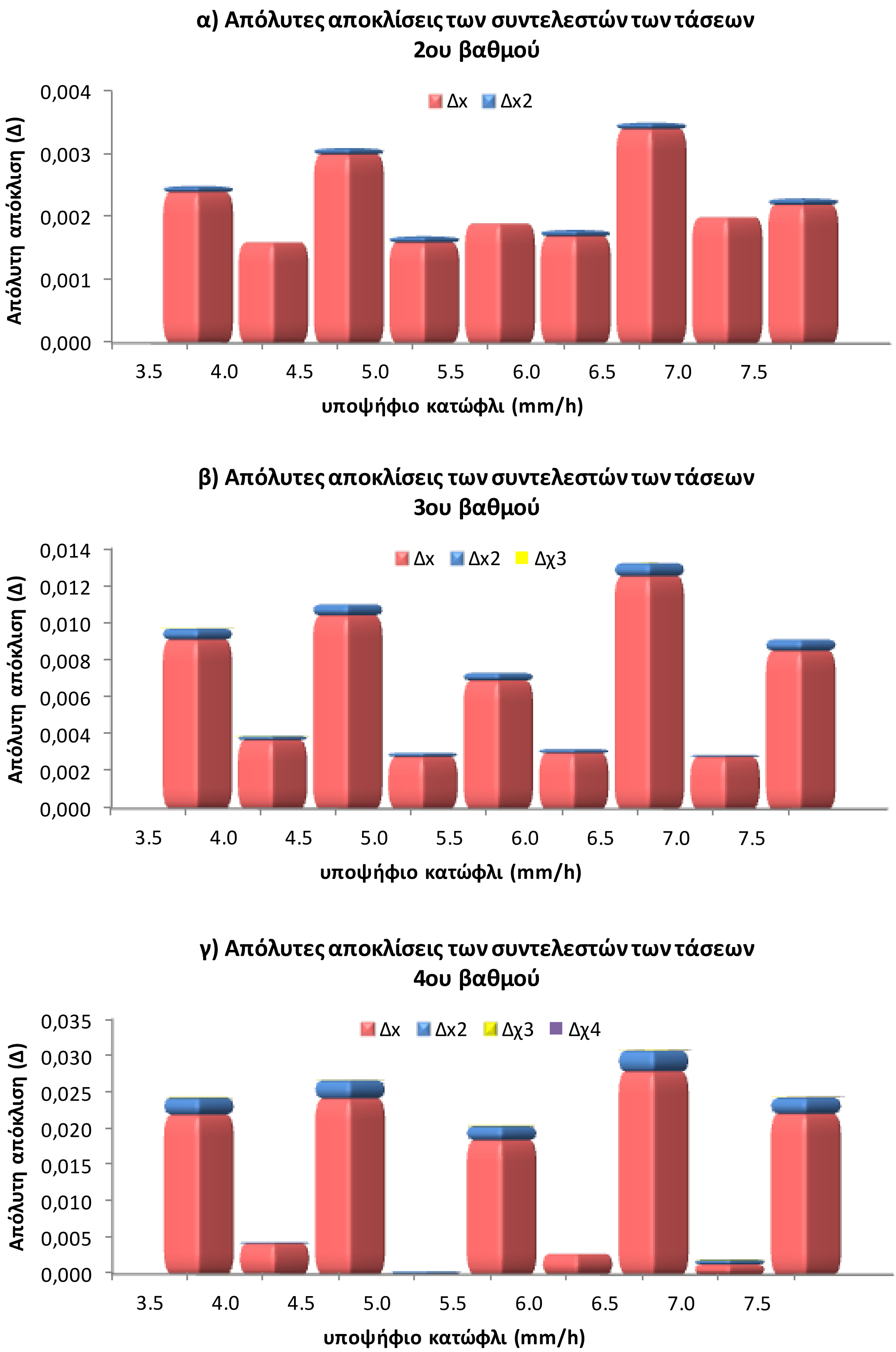
Πίνακας 3.3. *Παρουσίαση των συντελεστών της πολυωνυμικής τάσης 3^{ου} βαθμού της αθροιστικής κατανομής κάθε υποψήφιου κατωφλιού (α_{ij}), καθώς και των απολύτων αποκλίσεων αυτών μεταξύ των διαδοχικών υποψήφιων κατωφλιών (Δ) ποσοτικά.*

	α_{ij}			**$\Delta = \left\|\alpha_{(i+1)j} - \alpha_{ij}\right\|$**		
υποψ. κατώφλια	**x^3**	**x^2**	**x**	**Δx^3**	**Δx^2**	**Δx**
3.5mm/h	0,000	-0,003	0,102	-	-	-
4.0mm/h	0,000	-0,003	0,093	0,000	0,001	0,009
4.5mm/h	0,000	-0,003	0,089	0,000	0,000	0,004
5.0mm/h	0,000	-0,002	0,079	0,000	0,001	0,010
5.5mm/h	0,000	-0,002	0,076	0,000	0,000	0,003
6.0mm/h	0,000	-0,001	0,069	0,000	0,000	0,007
6.5mm/h	0,000	-0,001	0,066	0,000	0,000	0,003
7.0mm/h	0,000	-0,001	0,054	0,000	**0,001**	**0,013**
7.5mm/h	0,000	0,000	0,051	0,000	0,000	0,003
8.0mm/h	0,000	0,000	0,042	0,000	0,001	0,009

απόκλιση αποτελεί το σημείο όπου συναντάται η μεγαλύτερη αλλαγή στην κλίση των αθροιστικών καμπυλών και κατά συνέπεια, μέσω αυτού, ορίζεται ποσοτικά το ωριαίο κατώφλι έντονης βροχόπτωσης στην Θεσσαλονίκη.

Στον Πίνακα 3.3 οι απόλυτες αποκλίσεις υπολογίστηκαν με στρογγύλευση στο ψηφίο των δεκάκις χιλιοστών, καθώς η χρήση περισσοτέρων δεκαδικών ψηφίων δεν κρίθηκε αναγκαία. Επιπλέον, όπως προκύπτει από τον πίνακα αυτό, οι απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των συντελεστών του x είναι αυτές που συμβάλλουν καθοριστικά στη διεξαγωγή του αποτελέσματος, σε σύγκριση με τις απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των συντελεστών του x^2, οι οποίες λόγω της μικρής τάξης μεγέθους τους δεν παρουσιάζουν εμφανή εικόνα. Συγκεκριμένα, αξιοσημείωτη είναι η απόλυτη απόκλιση των 0.010 μονάδων, που παρατηρείται μεταξύ του συντελεστή του x της πολυωνυμικής τάσης 3^{ου} βαθμού της αθροιστικής κατανομής των 4.5mm/h και του αντίστοιχου συντελεστή της πολυωνυμικής τάσης 3^{ου} βαθμού της αθροιστικής κατανομής των 5.0mm/h. Επιπροσθέτως, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η διαφορά των 0.009 μονάδων, που σημειώνεται μεταξύ του συντελεστή του x της πολυωνυμικής παλινδρόμησης 3^{ου} βαθμού της αθροιστικής κατανομής των 7.5mm/h και του αντίστοιχου συντελεστή της τάσης 3^{ου} βαθμού της αθροιστικής κατανομής των 8.0mm/h. Ωστόσο, η μέγιστη απόλυτη απόκλιση (0.013) εμφανίζεται ανάμεσα στον συντελεστή του x της πολυωνυμικής τάσης 3^{ου} βαθμού της αθροιστικής κατανομής των 6.5mm/h και στον αντίστοιχο συντελεστή της πολυωνυμικής τάσης 3^{ου} βαθμού της αθροιστικής κατανομής των 7.0mm/h. Παρόμοιο φαίνεται να είναι και το σήμα που δίδει η απόλυτη απόκλιση μεταξύ των συντελεστών του x^2 των προαναφερθέντων υποψήφιων ωριαίων κατωφλίων, δεδομένου ότι λαμβάνει τη μεγαλύτερη από τις δύο τιμές που εμφανίζονται στη συγκεκριμένη στήλη (Δx^2) του Πίνακα 3.3. Τέλος, οι συντελεστές του x^3 για όλα τα μελετώμενα κατώφλια είναι κατά προσέγγιση μηδέν, καθώς και οι απόλυτες αποκλίσεις που άγονται από αυτούς. Αυτό έχει ως συνέπεια, η χρήση πολυωνυμικών παλινδρομήσεων με περισσότερες από δυο ανεξάρτητες μεταβλητές (3^{ου} και 4^{ου} βαθμού) να συμβάλλει στο αποτέλεσμα μόνο ως προς την ακρίβεια, γεγονός που επιβεβαιώνεται και από το Σχήμα 3.4.

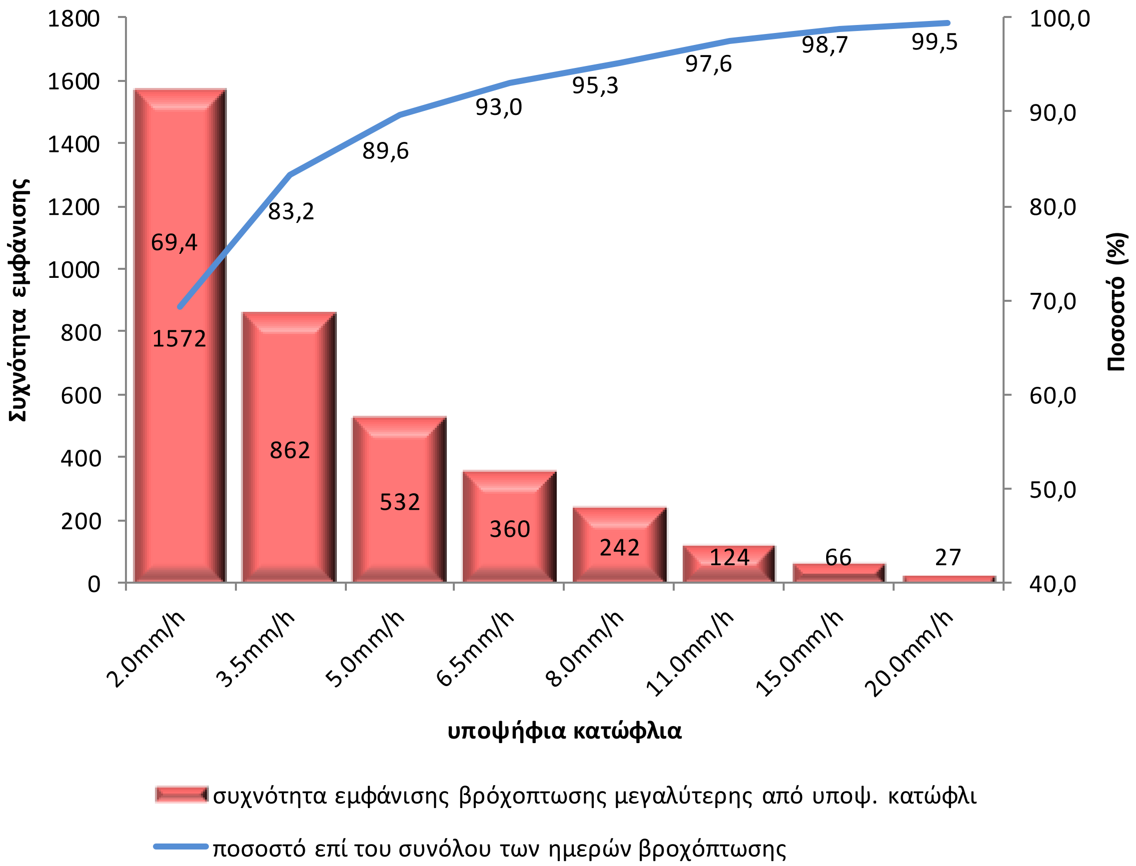
Σύμφωνα με το τελευταίο, οι απόλυτες αποκλίσεις των συντελεστών των πολυωνυμικών τάσεων 2^{ου}, 3^{ου} και 4^{ου} βαθμού (Σχήμα 3.4 α, β και γ, αντίστοιχα) συγκλίνουν ποιοτικά στο ίδιο αποτέλεσμα, ενώ διαφέρουν ποσοτικά, καθώς σε κάθε ένα από τα σχήματα μετέχει διαφορετικός αριθμός ανεξαρτήτων μεταβλητών. Παρά



Σχήμα 3.4 *Γραφική αναπαράσταση των απολύτων αποκλίσεων των συντελεστών των πολυωνυμικών τάσεων α) 2ου, β) 3ου και γ) 4ου βαθμού των αθροιστικών κατανομών των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών έντονης βροχόπτωσης στην περιοχή της Θεσσαλονίκης, για την χρονική περίοδο 1947-2003. Οι απόλυτες αποκλίσεις των συντελεστών των x, x^2, x^3 και x^4 απεικονίζονται με μπλε, κόκκινη, πράσινη και μωβ απόχρωση αντίστοιχα.*

ταύτα, λόγω της πολύ μικρής τάξης μεγέθους των συντελεστών του x^3 και του x^4, οι απόλυτες αποκλίσεις αυτών των όρων φαίνεται να απουσιάζουν πλήρως από τη γραφική αναπαράσταση (πράσινη και μωβ απόχρωση αντίστοιχα), υποδηλώνοντας με αυτό τον τρόπο τη μηδαμινή ποσοτικά συμβολή τους στο αποτέλεσμα. Η τελευταία αυτή παρατήρηση επιβεβαιώνει τη μη αναγκαιότητα της χρήσης των πολυωνυμικών παλινδρομήσεων 4^{ου} βαθμού, που αναφέρθηκε σε προηγούμενο σημείο της Παραγράφου 3.2.2.

Απόρροια όλων των ανωτέρω είναι ότι ***η τιμή των 6.5mm/h αποτελεί το ωριαίο κατώφλι έντονης βροχόπτωσης στην περιοχή της Θεσσαλονίκης***.



Σχήμα 3.4 *Γραφική αναπαράσταση της συχνότητας εμφάνισης βροχόπτωσης μεγαλύτερης ή ίσης από το υποψήφιο κατώφλι (κόκκινοι ράβδοι), καθώς και του ποσοστού αυτής ως προς το σύνολο των ημερών βροχόπτωσης (μπλε γραμμή).*

Εν κατακλείδι, όπως φαίνεται από το Σχήμα 3.4, η τιμή του κατωφλιού που θα επιλεγεί δεν πρέπει να είναι αρκετά υψηλή, καθώς μειώνεται ραγδαία το μέγεθος του δείγματος, με αποτέλεσμα τη διεξαγωγή μη έγκυρων συμπερασμάτων. Από την άλλη πλευρά, η επιλογή ενός σχετικά μικρού κατωφλιού βροχόπτωσης, μπορεί να οδηγήσει σε ισχυρή αυτοσυσχέτιση των δεδομένων που υπερβαίνουν το κατώφλι αυτό, απορρίπτοντας κατά συνέπεια ένα πιθανό θεωρητικό μοντέλο που θα μπορούσε να περιγράψει ικανοποιητικά τα στατιστικά στοιχεία των άκρων (Wilks, 2006). Ωστόσο, το κατώφλι των 6.5mm/h που επιλέχθηκε στην παρούσα διατριβή αντιπροσωπεύει το 93% του συνόλου των ημερών βροχόπτωσης. Το γεγονός αυτό διασφαλίζει τον εντοπισμό των πραγματικά έντονων βροχοπτώσεων της περιόδου 1947-2003 και καθιστά το κατώφλι αυτό ως τη βέλτιστη λύση για τον προσδιορισμό της έντονης βροχόπτωσης στην Θεσσαλονίκη.

3.2.3 Εξαγωγή επιμέρους συμπερασμάτων

Σ' αυτή την παράγραφο παρατίθενται τα συμπεράσματα τα οποία εξάγονται από τα αποτελέσματα των προηγούμενων παραγράφων του κεφαλαίου αυτού.

Συνοψίζοντας, λοιπόν, προκύπτουν τα εξής:

- Η θεωρητική κατανομή Generalized Pareto προσεγγίζει ικανοποιητικότερα τις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για το 50% των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών σύμφωνα με τον Kolmogorov-Smirnov μη παραμετρικό έλεγχο, γεγονός που συνάδει με την ευρεία χρησιμότητά της σε μελέτες που αφορούν ακραία φαινόμενα.
- Εξίσου, αντιπροσωπευτική είναι και η προσέγγιση των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης στην υπό μελέτη περιοχή από την 4-παραμέτρων θεωρητική κατανομή Johnson SB για το 30% των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών, όπως προκύπτει από τον προαναφερθέν έλεγχο καλής προσαρμογής.
- Σύμφωνα με τον οπτικό προσδιορισμό του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης στην Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947 – 2003, έντονη θεωρείται η βροχόπτωση που υπερβαίνει τα 6.5mm/h, καθώς η μεταβολή που παρατηρείται στην κλίση μεταξύ των διαδοχικών αθροιστικών κατανομών των δεδομένων βροχόπτωσης που υπερβαίνουν τα 6.5mm/h και 7.0mm/h, είναι πιο "εμφανής".
- Όσον αφορά στον ποσοτικό προσδιορισμό του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης στην μελετώμενη περιοχή, τα αποτελέσματα που άγονται από την χρήση των μαθηματικών εκφράσεων των 3ου βαθμού πολυωνυμικών τάσεων των αθροιστικών κατανομών των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών, ταυτίζονται με

αυτά του οπτικού προσδιορισμού. Με άλλα λόγια, η τιμή των 6.5mm/h αποτελεί το ωριαίο κατώφλι έντονης βροχόπτωσης στην περιοχή της Θεσσαλονίκης.

- Το κατώφλι των 6.5mm/h αντιπροσωπεύει το 93% του συνόλου των ημερών βροχόπτωσης, γεγονός που διασφαλίζει τον εντοπισμό των πραγματικά έντονων βροχοπτώσεων των 57 χρόνων της μελετώμενης περιόδου στη Θεσσαλονίκη.
- Η χρήση των 3ου βαθμού πολυωνυμικών τάσεων των αθροιστικών κατανομών των υποψηφίων ωριαίων κατωφλιών κρίνεται ως η πιο συνετή, καθώς ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 της 2ου βαθμού πολυωνυμικής παλινδρόμησης παρουσιάζει ασθενέστερη προσαρμογή στα δεδομένα για το 50% των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών. Αντίθετα, παρά τη σχεδόν τέλεια προσαρμογή στα δεδομένα του συντελεστή προσδιορισμού R^2 της 4ου βαθμού πολυωνυμικής τάσης των αθροιστικών κατανομών, κρίνεται μη σκόπιμη η προσθήκη μιας επιπλέον παραμέτρου, καθώς η συμβολή αυτής στο αποτέλεσμα δεν είναι αξιοπαρατήρητη.
- Ο προσδιορισμός του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης στην παρούσα διατριβή πραγματοποιείται ουσιαστικά και κατά κύριο λόγο, από υπολογισμό των απολύτων αποκλίσεων μεταξύ των συντελεστών του x των 3ου βαθμού πολυωνυμικών τάσεων των αθροιστικών κατανομών των διαδοχικών υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών, καθώς οι απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των συντελεστών των x^2 και x^3 είναι πολύ μικρής τάξης μεγέθους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΩΡΙΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ ΕΝΤΟΝΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ ΣΤΗ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται προσαρμογή των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης που καταγράφηκαν στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003, δηλαδή αυτών που υπερέβησαν το κατώφλι των 6.5mm/h που υιοθετήθηκε στην παρούσα διατριβή, σε ένα σύνολο θεωρητικών κατανομών (Παράρτημα, Πίνακας 1), τόσο σε ετήσια, αλλά και σε εποχιακή βάση. Οι θεωρητικές αυτές κατανομές κατατάχθηκαν σε αύξουσα σειρά, η οποία προέκυψε από την εφαρμογή τριών μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής (Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-squared), λαμβάνοντας ουσιαστικά υπόψιν το βαθμό συμφωνίας του κάθε θεωρητικού μοντέλου με την πραγματικότητα. Κατά συνέπεια, η κατανομή που τοποθετείται στην πρώτη θέση της κατάταξης περιγράφει αντιπροσωπευτικότερα τις έντονες βροχοπτώσεις στη Θεσσαλονίκη για κάθε έλεγχο καλής προσαρμογής. Εν συνεχεία, από τα τρία αυτά θεωρητικά μοντέλα (το πρώτο σε κατάταξη από κάθε έλεγχο) επιλέχθηκε αυτό που προσεγγίζει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τις ωριαίες τιμές έντονης βροχόπτωσης για κάθε χρονική περίοδο (έτος, χειμώνας, άνοιξη, καλοκαίρι, φθινόπωρο). Τέλος, γίνεται εκτίμηση των υψών βροχόπτωσης για διάφορες περιόδους επανάληψης, καθώς και εκτίμηση των περιόδων επανάληψης των δέκα (10) εντονότερων ωριαίων τιμών βροχόπτωσης της μελετώμενης περιόδου, σε ετήσια κλίμακα.

4.1 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΩΡΙΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ ΕΝΤΟΝΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ ΣΕ ΕΤΗΣΙΑ ΒΑΣΗ

4.1.1 Κατάταξη εξήντα-ένα θεωρητικών μοντέλων σύμφωνα με τρεις μη παραμετρικούς ελέγχους καλής προσαρμογής

Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζεται η ετήσια κατάταξη των εξήντα-μία (61) συνεχών θεωρητικών κατανομών που παρατίθενται στο Παράρτημα (Πίνακας 1), σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής των θεωρητικών αυτών μοντέλων στα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης ($\geq$ 6.5mm/h) που σημειώθηκαν στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947 – 2003. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.1, η θεωρητική κατανομή Johnson SB καταλαμβάνει την πρώτη θέση στην ετήσια κατάταξη σύμφωνα με τον έλεγχο καλής προσαρμογής Kolmogorov-Smirnov με στατιστικό 0.03822. Ωστόσο, το αποτέλεσμα αυτό είναι διαφορετικό για τους ελέγχους Anderson-Darling και Chi-Squared, οι οποίοι φαίνεται να συμφωνούν ότι η θεωρητική κατανομή Generalized Pareto παρουσιάζει τη βέλτιστη προσαρμογή στα ωριαία δεδομένα έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη. Αξιοσημείωτο, βέβαια, είναι το γεγονός ότι το τελευταίο θεωρητικό μοντέλο περιγράφει αρκετά ικανοποιητικά τις ωριαίες τιμές έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα και με τον Kolmogorov-Smirnov έλεγχο, μιας και τοποθετείται μόλις στην τρίτη θέση του πίνακα. Αξιόλογες, ωστόσο, είναι και οι θέσεις που καταλαμβάνει η Johnson SB κατανομή σύμφωνα με τους Anderson-Darling (δεύτερη θέση) και Chi-Squared (ένατη θέση) ελέγχους. Όσον αφορά στις θεωρητικές κατανομές με τη χειρότερη προσαρμογή, σε συμφωνία φαίνεται να βρίσκονται και οι τρείς έλεγχοι (K-S, A-D, X^2), καθώς συγκλίνουν στη θεωρητική κατανομή Student's t με στατιστικά 0.98857, 1420.7 και 26127, αντίστοιχα. Τέλος, οι κατανομές Erlang (3P), Johnson SU και Nakagami δεν δύνανται να περιγράψουν τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης της υπό μελέτη περιοχής και χρονικής περιόδου, ενώ με N/A συναντώνται οι κατανομές στις οποίες δεν μπορεί να εφαρμοστεί κάποιος από τους προαναφερθέντες ελέγχους καλής προσαρμογής.

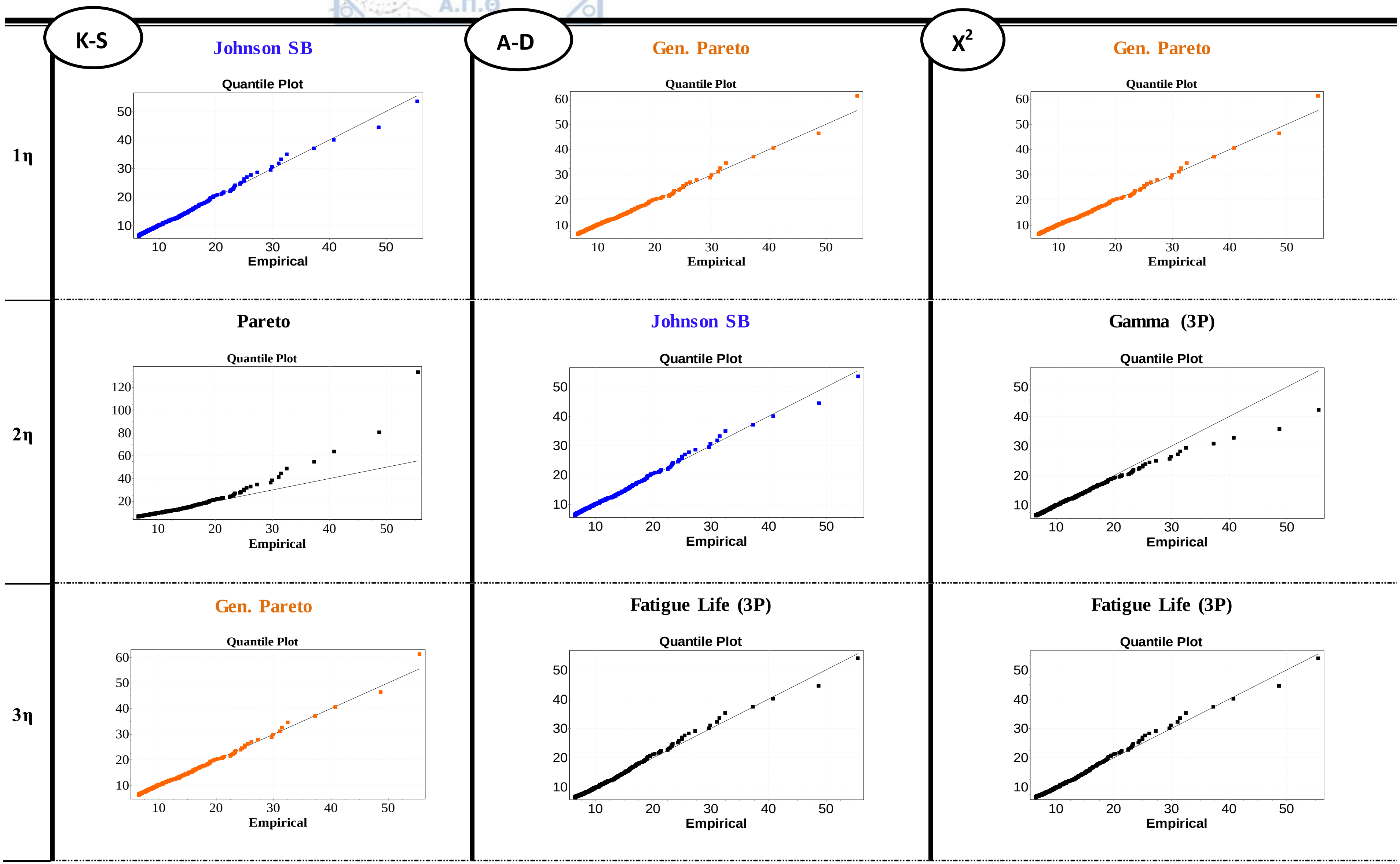
Για την απόκτηση μιας πιο εποπτικής εικόνας της "βέλτιστης" κατανομής των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003, παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.1 τα ποσοστιαία διαγράμματα (Quantile Plots) των πέντε

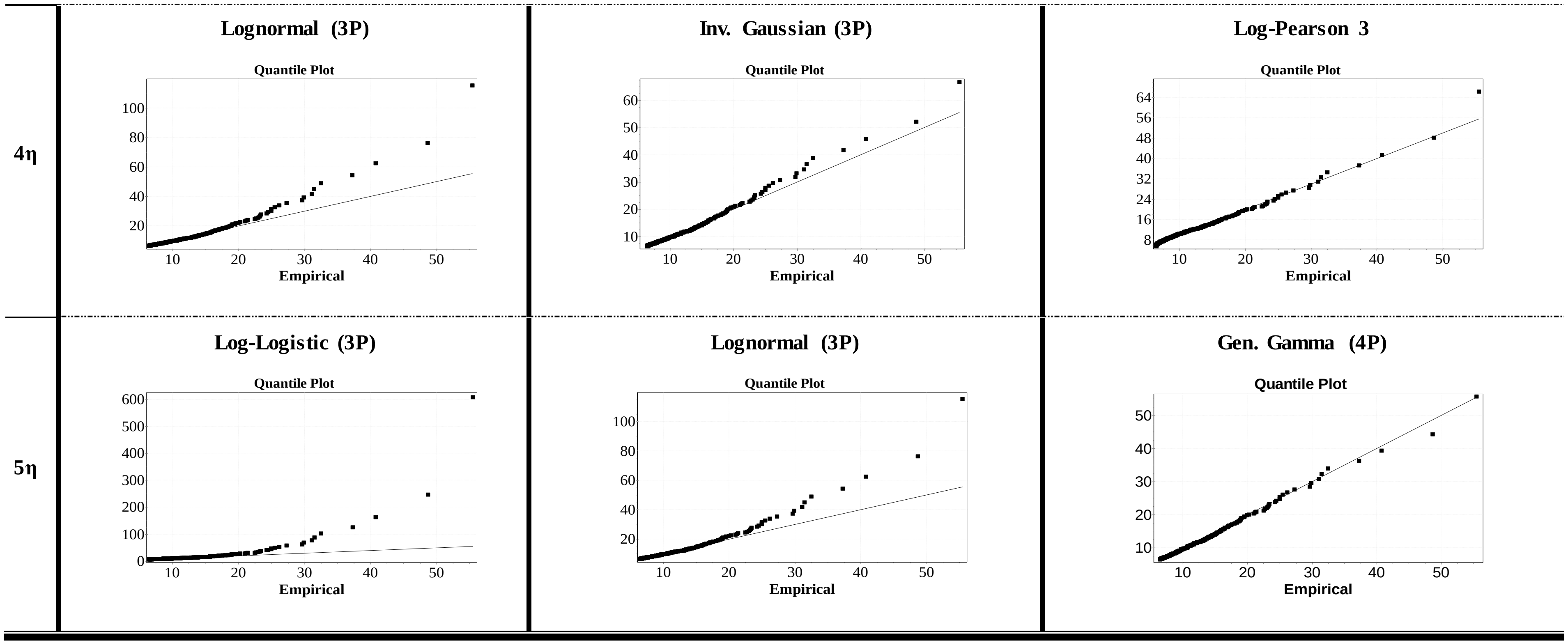
Πίνακας 4.1 *Παρουσίαση της ετήσιας κατάταξης (rank) των θεωρητικών κατανομών, μαζί με τα στατιστικά τους (statistic) σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής. Με N/A (No Applicable) συναντάται η μη εφαρμογή του ελέγχου στην αντίστοιχη κατανομή, ενώ ως No fit ερμηνεύεται η μη προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα. Η απεικόνιση της καλύτερης θεωρητικής κατανομής για κάθε έλεγχο γίνεται με έντονη απόχρωση.*

Distribution		Kolmogorov-Smirnov		Anderson-Darling		Chi-Squared	
		Statistic	Rank	Statistic	Rank	Statistic	Rank
1	Beta	0,10102	18	15,564	23	47,655	27
2	Burr	N/A		N/A		N/A	
3	Burr (4P)	0,09275	16	69,243	47	N/A	
4	Cauchy	0,22762	43	26,911	33	72,987	37
5	Chi-Squared	0,16199	28	12,877	19	31,235	22
6	Chi-Squared (2P)	0,10533	20	14,731	21	54,404	28
7	Dagum	0,95476	56	1123,700	56	12161,000	50
8	Dagum (4P)	0,10268	19	16,484	26	20,868	15
9	Erlang	0,30380	48	27,397	37	79,075	38
10	Erlang (3P)			No fit			
11	Error	0,22347	39	27,193	35	83,554	39
12	Error Function	0,85344	55	581,780	55	2170,600	49
13	Exponential	0,43634	50	63,650	43	223,620	44
14	Exponential (2P)	0,08981	15	29,953	41	21,199	16
15	Fatigue Life	0,13462	27	11,697	17	29,145	21
16	Fatigue Life (3P)	0,05503	8	1,272	3	6,174	3
17	Frechet	0,09591	17	3,357	11	13,049	10
18	Frechet (3P)	0,05583	10	2,142	7	17,661	13
19	Gamma	0,22854	44	18,265	28	54,784	29
20	Gamma (3P)	0,05151	7	11,771	18	5,583	2
21	Gen. Extreme Value	0,07777	13	2,654	9	9,549	8
22	Gen. Gamma	0,16395	29	16,105	24	41,952	25
23	Gen. Gamma (4P)	0,06935	12	16,242	25	6,681	5
24	**Gen. Pareto**	0,04932	3	**0,648**	**1**	**5,358**	**1**
25	Gumbel Max	0,21619	36	16,952	27	38,280	24
26	Gumbel Min	0,26076	45	60,946	42	N/A	
27	Hypersecant	0,19891	33	24,859	31	58,579	30
28	Inv. Gaussian	0,20853	34	13,781	20	47,578	26
29	Inv. Gaussian (3P)	0,05048	6	1,528	4	8,235	6
30	**Johnson SB**	**0,03822**	**1**	0,659	2	9,765	9
31	Johnson SU			No fit			
32	Kumaraswamy	0,22052	38	92,640	49	N/A	
33	Laplace	0,22347	40	27,193	36	83,554	40
34	Levy	0,44082	53	116,020	52	458,180	47
35	Levy (2P)	0,17187	30	14,832	22	98,514	41
36	Log-Gamma	0,12415	24	7,466	12	26,461	17
37	Log-Logistic	0,12854	25	9,921	15	28,375	18
38	Log-Logistic (3P)	0,04989	5	2,871	10	19,643	14
39	Log-Pearson 3	0,08495	14	2,373	8	6,419	4

40	Logistic	0,19491	32	25,062	32	65,793	33
41	Lognormal	0,12899	26	10,394	16	37,645	23
42	Lognormal (3P)	0,04946	4	1,652	5	13,731	11
43	Nakagami			No fit			
44	Normal	0,21697	37	29,164	39	66,519	35
45	Pareto	0,04722	2	29,856	40	8,759	7
46	Pareto 2	0,43914	51	64,464	45	216,480	43
47	Pearson 5	0,10767	21	7,550	13	28,854	20
48	Pearson 5 (3P)	0,05522	9	2,058	6	15,581	12
49	Pearson 6	0,10791	22	7,632	14	28,834	19
50	Pearson 6 (4P)	0,11094	23	72,661	48	N/A	
51	Pert	0,29472	47	93,587	50	164,250	42
52	Power Function	0,36013	49	65,151	46	374,160	45
53	Rayleigh	0,22752	42	21,313	29	60,993	32
54	Rayleigh (2P)	0,21424	35	28,234	38	71,444	36
55	Reciprocal	0,43946	52	199,130	53	414,330	46
56	Rice	0,22392	41	21,804	30	65,863	34
57	Student's t	0,98857	57	1420,700	57	26127,000	51
58	Triangular	0,51531	54	287,190	54	714,850	48
59	Uniform	0,27412	46	109,140	51	N/A	
60	Weibull	0,18035	31	27,131	34	59,648	31
61	Weibull (3P)	0,05598	11	64,335	44	N/A	

(5) θεωρητικών μοντέλων που προσεγγίζουν ικανοποιητικότερα τα πραγματικά δεδομένα, όπως προέκυψε από τον Πίνακα κατάταξης 4.1, για τον κάθε μη παραμετρικό έλεγχο καλής προσαρμογής. Σύμφωνα με τα ποσοστιαία αυτά διαγράμματα, τα θεωρητικά μοντέλα Generalized Pareto και Johnson SB φαίνεται να περιγράφουν σε αρκετά ικανοποιητικό βαθμό τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης, καθώς τα απεικονιζόμενα σημεία αυτών τείνουν να τοποθετηθούν πολύ κοντά στη διαγώνιο που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Το οπτικό αυτό συμπέρασμα φαίνεται να συνάδει με τα αποτελέσματα των αναλυτικών μεθόδων, γεγονός που αιτιολογεί και την πρώτη θέση των θεωρητικών αυτών μοντέλων στον Πίνακα 4.1. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον φαίνεται να παρουσιάζουν οι κατανομές Fatigue Life (3P), Inv. Gaussian (3P), Generalized Gamma (4P) και Log-Pearson 3, καθώς τα εμπειρικά διαγράμματα αυτών μαρτυρούν καλή συμφωνία μεταξύ του μοντέλου και των πραγματικών καταγραφών. Το συμπέρασμα αυτό επαληθεύεται από την τοποθέτηση των κατανομών αυτών ανάμεσα στα μοντέλα με τις καλύτερες προσαρμογές στις πραγματικές παρατηρήσεις και για τους τρεις ελέγχους καλής προσαρμογής


K-S
A-D
X²
1η
2η
3η
Johnson SB
Gen. Pareto
Gen. Pareto
Pareto
Johnson SB
Gamma (3P)
Gen. Pareto
Fatigue Life (3P)
Fatigue Life (3P)
Quantile Plot
Empirical



Σχήμα 4.1 *Απεικόνιση των εμπειρικών ελέγχων καλής προσαρμογής (ποσοστιαίο διάγραμμα) των πέντε (5) πρώτων στην ετήσια κατάταξη του Πίνακα 4.1 θεωρητικών μοντέλων για κάθε έναν από τους αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared. Η βέλτιστη θεωρητική κατανομή σύμφωνα με τον K-S έλεγχο, και τους A-D και X^2 ελέγχους απεικονίζεται με μπλε και πορτοκαλί απόχρωση, αντίστοιχα.*

(Πίνακας4.1), με εξαίρεση το μοντέλο Generalized Gamma (4P), το οποίο καταλαμβάνει την 25η θέση, σύμφωνα με τον Anderson - Darling έλεγχο. Αξιοσημείωτο, ωστόσο, είναι το γεγονός ότι η θεωρητική κατανομή Log-Pearson 3 δείχνει να προβλέπει αρκετά ικανοποιητικά ακόμη και τα πιο έντονα ύψη βροχόπτωσης που καταγράφηκαν την μελετώμενη περίοδο στη Θεσσαλονίκη, εξαιρουμένου του απολύτου μεγίστου των 55,5mm/h. Εν αντιθέσει, οι αναλυτικοί έλεγχοι καλής προσαρμογής (K-S, A-D, X^2) δεν φαίνεται να συμφωνούν ιδιαίτερα με το quantile plot του Log-Pearson 3 μοντέλου, διότι τοποθετούν την κατανομή αυτή στην 13η, 9η και 5η θέση, αντίστοιχα. Όσον αφορά στα ποσοστιαία διαγράμματα των θεωρητικών κατανομών Gamma (3P), Log-Logistic (3P), Lognormal (3P) και Pareto, προϊδεάζουν για μια καθόλου καλή προσαρμογή των μοντέλων αυτών στα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης της περιόδου 1947-2003 στη Θεσσαλονίκη, καθώς οι παρατηρήσεις αποκλίνουν σημαντικά από την ευθεία y=x. Οι μη παραμετρικοί, ωστόσο, έλεγχοι καλής προσαρμογής έρχονται σε αντίθεση με τα παραπάνω αποτελέσματα, κατατάσσοντας τις κατανομές αυτές στις πρώτες θέσεις του Πίνακα 4.1.

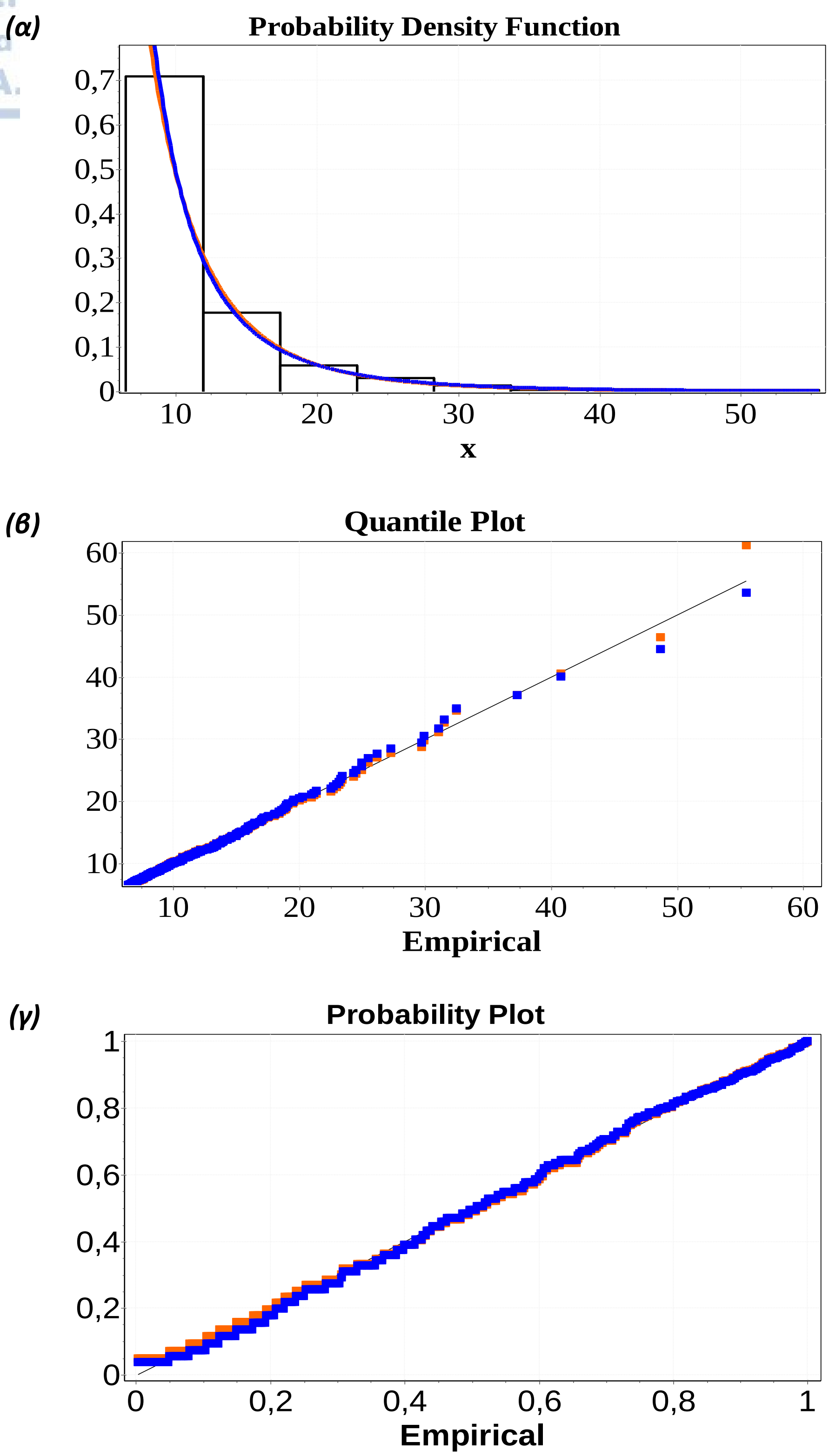
Τέλος, οι κατατάξεις που παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.1 σύμφωνα με τους μη παραμετρικούς ελέγχους Anderson-Darling και Chi-Squared, φαίνονται αντιπροσωπευτικότερες της κατάταξης που πραγματοποιείται από τον Kolmogorov-Smirnov έλεγχο. Η αδυναμία του τελευταίου ελέγχου να περιγράψει τα άκρα της εκάστοτε κατανομής, γίνεται εύκολα αντιληπτή στα θεωρητικά μοντέλα της 2ης, 4ης και 5ης θέσης, όπου οι Pareto, Lognormal (3P) και Log-Logistic (3P) κατανομές αντίστοιχα, υπερεκτιμούν σε σημαντικό βαθμό τα υπερβαίνοντα των 25mm/h ύψη έντονης βροχόπτωσης. Αντίθετα, στις κατατάξεις των άλλων δύο αναλυτικών ελέγχων, είναι εμφανής η ιδιαίτερη βαρύτητα που προσδίδεται στις ακραίες τιμές του εκάστοτε μοντέλου, καθώς τα εμπειρικά διαγράμματα των πέντε (5) πρώτων στην κατάταξη θεωρητικών κατανομών κάθε ελέγχου, μαρτυρούν πολύ καλή συμφωνία μεταξύ του μοντέλου και των πραγματικών καταγραφών. Εξαίρεση, βέβαια, φαίνεται να αποτελούν οι τριπαραμετρικές κατανομές, Lognormal και Gamma, για τον Anderson-Darling και Chi-Squared έλεγχο, αντίστοιχα, καθώς τα απεικονιζόμενα σημεία των ποσοστιαίων διαγραμμάτων τους παρουσιάζουν εμφανή αποκλίνουσα συμπεριφορά.

4.1.2 Βέλτιστη προσαρμογή των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης

Από το σύνολο των εξήντα-ένα (61) θεωρητικών μοντέλων που υιοθετήθηκαν στην παρούσα διατριβή, η προσοχή επικεντρώνεται στις τρεις θεωρητικές κατανομές που καταλαμβάνουν τις καλύτερες θέσεις σύμφωνα με τους τρεις αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής. Ανακεφαλαιώνοντας, όπως προέκυψε από τον Πίνακα 4.1, η θεωρητική κατανομή Johnson SB προσεγγίζει ικανοποιητικότερα τις πραγματικές καταγραφές σύμφωνα με τον Kolmogorov-Smirnov έλεγχο, ενώ η κατανομή Generalized Pareto αποτελεί το ιδανικότερο μοντέλο πρόβλεψης των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα με τον Anderson-Darling, καθώς και με τον Chi-Squared έλεγχο, σε ετήσια βάση. Ωστόσο, το ενδιαφέρον έγκειται στην επιλογή ενός εκ των δύο θεωρητικών μοντέλων και συγκεκριμένα στην επιλογή αυτού που προσεγγίζει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003.

Μια πρώτη σύγκριση αυτών πραγματοποιείται μέσω της απεικόνισης των συναρτήσεων πυκνότητας-πιθανότητας, των ποσοστιαίων διαγραμμάτων και των διαγραμμάτων πιθανότητας των Johnson SB (μπλε απόχρωση) και Generalized Pareto (πορτοκαλί απόχρωση) μοντέλων σε ένα κοινό γράφημα (Σχήμα 4.2)

Σύμφωνα με το ποσοστιαίο γράφημα (Σχήμα 4.2β), τα σημεία των προαναφερθέντων μοντέλων, τείνουν να ταυτιστούν με την ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, γεγονός που μαρτυρά την αρκετά ικανοποιητική προσαρμογή και των δύο κατανομών στο σύνολο των δεδομένων. Φανερή, ωστόσο, είναι η αδυναμία της Generalized Pareto κατανομής να προσομοιώσει την απολύτως μέγιστη ωριαία τιμή των 55,5mm που καταγράφηκε το 1995 στη Θεσσαλονίκη. Παρά ταύτα, όλα τα υπόλοιπα "πορτοκαλί σημεία", αυτά δηλαδή που αντικατοπτρίζουν το Generalized Pareto μοντέλο, τοποθετούνται εγγύτερα στην ευθεία y=x, σε σύγκριση με τα "μπλε σημεία", τα οποία αντιπροσωπεύουν την Johnson SB κατανομή. Το αποτέλεσμα αυτό φαίνεται να δικαιώνει σε μεγάλο βαθμό τους αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής Anderson-Darling και Chi-Squared, καθώς ορθά συνέκλιναν στο Generalized Pareto μοντέλο για την αντιπροσωπευτικότερη εκτίμηση των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης στην υπό μελέτη περιοχή, σε ετήσια κλίμακα. Ένα από τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα του Anderson-Darling ελέγχου, άλλωστε, είναι ότι προσδίδει ιδιαίτερη βαρύτητα στις ακραίες τιμές των κατανομών. Απεναντίας, ο μη παραμετρικός έλεγχος καλής προσαρμογής Kolmogorov-Smirnov τείνει να είναι πιο ευαίσθητος στο κέντρο της κατανομής απ' ότι



Σχήμα 4.2 *Σύγκριση των Johnson SB (μπλε απόχρωση) και Generalized Pareto (πορτοκαλί απόχρωση) μοντέλων με την χρήση* ***(α)*** *της συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας (Probability Density Function),* ***(β)*** *του ποσοστιαίου διαγράμματος (Quantile Plot) και* ***(γ)*** *του διαγράμματος πιθανότητας (Probability Plot).*

στα άκρα αυτής, αιτιολογώντας με αυτό τον τρόπο την "αποκλίνουσα" εικόνα που παρουσιάζουν τα υπερβαίνοντα των 20mm/h απεικονιζόμενα σημεία του Johnson SB μοντέλου σε σχέση με αυτά του Generalized Pareto μοντέλου (μπλε και πορτοκαλί απόχρωση, αντίστοιχα), εξαιρουμένου, βέβαια, του μεγίστου των 55,5mm/h που εμφανίζει διαφορετική συμπεριφορά.

Από την άλλη πλευρά, στο διάγραμμα πιθανότητας (Σχήμα 4.2γ) εμπεριέχεται η ίδια πληροφορία με το ποσοστιαίο διάγραμμα, εκφρασμένη, όμως, σε διαφορετική κλίμακα. Ωστόσο, αυτή η διαφοροποίηση κλίμακας μπορεί να συμβάλει σημαντικά στο αποτέλεσμα, καθώς κάτι που εμφανίζεται ως ικανοποιητική προσαρμογή στη μία περίπτωση, μπορεί να μην αποτελεί ιδιαίτερα ικανοποιητική προσέγγιση στην άλλη περίπτωση. Χαρακτηριστικά, στο Σχήμα 4.2γ παρατηρείται μια πλήρη ταύτιση των δυο μοντέλων με τη διαγώνιο του γραφήματος, αποτέλεσμα που δεν συμφωνεί απόλυτα με την "αποκλίνουσα" συμπεριφορά των εξαιρετικά ακραίων τιμών στο ποσοστιαίο διάγραμμα. Αντίστοιχη του διαγράμματος πιθανότητας φαίνεται να είναι και η απεικόνιση των συναρτήσεων πυκνότητας-πιθανότητας των θεωρητικών μοντέλων Johnson SB και Generalized Pareto (Σχήμα 4.2α), σύμφωνα με την οποία και τα δύο μοντέλα περιγράφουν εξίσου ικανοποιητικά τις πραγματικές καταγραφές βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη την χρονική περίοδο 1947-2003. Αξίζει να σημειωθεί, βέβαια, ότι το τελευταίο γράφημα περιλαμβάνει λιγότερη πληροφορία συγκριτικά με τα άλλα δυο διαγράμματα του Σχήματος 4.2, καθώς η μορφή του ιστογράμματος μεταβάλλεται συναρτήσει του αριθμού των κλάσεων, με αποτέλεσμα η εκτίμηση να θεωρείται άκρως υποκειμενική.

Ο αρχικός στόχος, εντούτοις, επιτυγχάνεται πλήρως με τη χρήση των τιμών των παραμέτρων των κατανομών Johnson SB και Generalized Pareto, οι οποίες προέκυψαν από την προσαρμογή των προαναφερθέντων μοντέλων στα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη. Κατά συνέπεια, λαμβάνοντας υπόψιν τις τιμές των παραμέτρων του Πίνακα 4.2, καθώς και τις σχέσεις των παραγράφων 2.3.2.4 και 2.3.2.5, οι μαθηματικές εκφράσεις των δύο θεωρητικών μοντέλων, Johnson SB και Generalized Pareto, διαμορφώθηκαν αντίστοιχα ως εξής:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2,9242+0,87963\,\ln\left(\frac{x-6,0626}{-x+97,5756}\right)} e^{-t^2/2} dt \quad \mathbf{(4.1)}$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = exp\left(-\left(1+0,19922\,\frac{x-6,2947}{4,0384}\right)^{-1/0,19922}\right) \quad \mathbf{(4.2)}$$

Πίνακας 4.2 *Παρουσίαση των τιμών των παραμέτρων, καθώς και των απολύτων αποκλίσεων μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης, των θεωρητικών κατανομών που προσεγγίζουν βέλτιστα τα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για την περίοδο 1947-2003 σε ετήσια βάση, σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής.*

έλεγχος καλής προσαρμογής	**θεωρητική κατανομή**	**παράμετροι**				**απόλυτη απόκλιση**
K-S	**Johnson SB**	***γ***	***δ***	***λ***	***ξ***	40,9
		2,9242	0,87963	91,513	6,0626	
A-D και X^2	**Gen. Pareto**	***k***	***σ***	***μ***		10,8
		0,19922	4,0384	6,2947		

Εν συνεχεία, υιοθετήθηκαν οι σχέσεις (4.1) και (4.2) για την παραγωγή εκτιμώμενων τιμών για το Johnson SB και το Generalized Pareto μοντέλο, αντίστοιχα, με απώτερο σκοπό τον υπολογισμό της απόλυτης απόκλισης μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης κάθε μοντέλου (Πίνακας 4.2). Όπως φαίνεται από την τελευταία στήλη του Πίνακα 4.2, η απόλυτη απόκλιση που σημειώνεται μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων τιμών του Johnson SB μοντέλου αγγίζει τις 40,9 μονάδες. Αντίθετα, οι Anderson-Darling και Chi-Squared έλεγχοι δικαίως υπέδειξαν το Generalized Pareto ως το καταλληλότερο μοντέλο για την πρόβλεψη των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη σε ετήσια κλίμακα, καθώς η απόλυτη απόκλιση μεταξύ των πραγματικών και υπολογισμένων τιμών πλησιάζει μόλις τις 10,8, κατά προσέγγιση, μονάδες. Η διαφορά αυτή που παρατηρείται μεταξύ των απολύτων αποκλίσεων των Johnson SB και Generalized Pareto κατανομών, καθιστά τη δεύτερη κατανομή αντιπροσωπευτικότερη και ικανότερη να περιγράψει, στο βέλτιστο δυνατό βαθμό, τις ωριαίες τιμές έντονης βροχόπτωσης που καταγράφηκαν στη μελετώμενη περιοχή και περίοδο, ετησίως.

Εν κατακλείδι, συνυπολογιζόμενων των εμπειρικών, καθώς και των μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής, ***η θεωρητική κατανομή Generalized Pareto αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο***, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-μία κατανομών, ***μοντέλο εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης που σημειώθηκαν στην περιοχή της Θεσσαλονίκης την χρονική περίοδο 1947-2003, σε ετήσια βάση***.

4.2 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΩΡΙΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ ΕΝΤΟΝΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ ΣΕ ΕΠΟΧΙΑΚΗ ΒΑΣΗ

4.2.1 Κατανομή των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης το χειμώνα

4.2.1.1 Κατάταξη εξήντα-ένα θεωρητικών μοντέλων σύμφωνα με τρεις μη παραμετρικούς ελέγχους καλής προσαρμογής

Στον Πίνακα 4.3 παρουσιάζεται η κατάταξη των εξήντα-μία (61) συνεχών θεωρητικών κατανομών, που παρατίθενται στο Παράρτημα (Πίνακας 1), σύμφωνα με τα αποτελέσματα των Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχων καλής προσαρμογής των θεωρητικών αυτών μοντέλων στα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης ($\geq$ 6.5mm/h) που καταγράφηκαν στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947 – 2003, το χειμώνα.

Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα του μη παραμετρικού ελέγχου Kolmogorov-Smirnov, το θεωρητικό μοντέλο Johnson SB τοποθετείται στην πρώτη θέση της χειμερινής κατάταξης, γεγονός που ταυτίζεται απόλυτα με το αποτέλεσμα που λαμβάνεται από την ετήσια κατάταξη. Ωστόσο, όσον αφορά στα αποτελέσματα των Anderson-Darling και Chi-Squared αναλυτικών ελέγχων, οι κατανομές που προσεγγίζουν βέλτιστα τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης στην υπό μελέτη περιοχή, διαφέρουν σε ετήσια και χειμερινή κλίμακα. Με άλλα λόγια, η πρώτη θέση της χειμερινής κατάταξης καταλαμβάνεται από τις θεωρητικές κατανομές Johnson SB και Frechet (3P) για τους προαναφερθέντες αντίστοιχα ελέγχους, εν αντιθέσει με τα ετήσια ύψη έντονης βροχόπτωσης, στα οποία οι τελευταίοι έλεγχοι συγκλίνουν από κοινού στη θεωρητική κατανομή Generalized Pareto. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, εντούτοις, παρουσιάζει το θεωρητικό μοντέλο Johnson SB, καθώς πέραν της πρώτης θέσης στην οποία συναντάται τόσο για τον Kolmogorov-Smirnov, όσο και για τον Anderson- Darling έλεγχο, τοποθετείται στην έκτη, μόλις, θέση σύμφωνα με το Chi-Squared τεστ. Επιπροσθέτως, αξίζει να σημειωθεί, ότι το θεωρητικό μοντέλο Frechet (3P), προσεγγίζει και αυτό με τη σειρά του αρκετά ικανοποιητικά τα χειμερινά ωριαία ύψη ακραίας βροχόπτωσης, καθώς σύμφωνα με τους αναλυτικούς ελέγχους Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling κατατάσσεται στην 8^{η} και 7^{η} θέση του πίνακα, αντίστοιχα.

Ιδιαίτερη, ωστόσο, προσοχή - μελέτη "απαιτούν" και τα θεωρητικά μοντέλα, τα οποία κατατάχθηκαν στη δεύτερη, αλλά και στην τρίτη θέση του πίνακα κατάταξης για τον κάθε έλεγχο καλής προσαρμογής, καθώς τα μοντέλα αυτά αποτελούν με την σειρά τους μερικές από τις καλύτερες επιλογές προσέγγισης των πραγματικών καταγραφών έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, μέσα από ένα σύνολο 61 συνεχών θεωρητικών κατανομών. Συγκεκριμένα, χαρακτηριστική είναι η παρουσία του μοντέλου Generalized Pareto στη δεύτερη θέση της κατάταξης για δύο από τους τρεις αναλυτικούς ελέγχους (Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling), ενώ ο Chi-squared έλεγχος καλής προσαρμογής τοποθετεί το διπαραμετρικό μοντέλο Erlang στην ανάλογη θέση, με στατιστικό 0,979. Επιπλέον, η τρίτη καλύτερη προσέγγιση των ωριαίων έντονων βροχοπτώσεων της περιόδου 1947-2003 πραγματοποιείται από τις θεωρητικές κατανομές Kumaraswamy, Fatigue Life (3P) και Log-Logistic (3P), όπως προκύπτει από τα στατιστικά των Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared αναλυτικών ελέγχων, αντίστοιχα. Τέλος, αξιοπρόσεκτο είναι το γεγονός ότι το μοντέλο Generalized

Πίνακας 4.3 *Παρουσίαση της χειμερινής κατάταξης (rank) των θεωρητικών κατανομών, μαζί με τα στατιστικά τους (statistic) σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής. Με N/A (No Applicable) συναντάται η μη εφαρμογή του ελέγχου στην αντίστοιχη κατανομή, ενώ ως No fit ερμηνεύεται η μη προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα. Η απεικόνιση της καλύτερης θεωρητικής κατανομής για κάθε έλεγχο γίνεται με έντονη απόχρωση.*

Distribution		Kolmogorov-Smirnov		Anderson-Darling		Chi-Squared	
		Statistic	Rank	Statistic	Rank	Statistic	Rank
1	Beta	0,14315	21	8,878	47	N/A	
2	Burr	0,10377	12	33,335	57	N/A	
3	Burr (4P)	0,13550	19	8,288	45	N/A	
4	Cauchy	0,23465	46	3,810	41	11,783	42
5	Chi-Squared	0,31098	51	3,969	42	2,916	22
6	Chi-Squared (2P)	0,37461	54	16,345	54	30,890	50
7	Dagum	0,29291	50	8,735	46	20,004	45
8	Dagum (4P)	0,15818	25	2,467	32	2,369	14
9	Erlang	0,19909	37	1,650	22	0,979	2
10	Erlang (3P)	0,10514	14	2,025	26	3,074	24
11	Error	0,22310	43	2,737	35	9,250	40
12	Error Function	0,99217	59	243,440	59	9445,100	53
13	Exponential	0,51163	55	11,963	52	24,803	48
14	Exponential (2P)	0,10514	13	3,096	38	3,074	23
15	Fatigue Life	0,16868	31	1,544	21	2,233	12
16	Fatigue Life (3P)	0,10293	11	0,438	3	2,440	17

17	Frechet	0,11275	17	0,692	10	3,355	27
18	Frechet (3P)	0,09577	8	0,586	7	**0,921**	**1**
19	Gamma	0,16788	30	1,667	23	2,709	21
20	Gamma (3P)	0,14099	20	9,099	49	N/A	
21	Gen. Extreme Value	0,11130	16	0,654	9	3,655	28
22	Gen. Gamma	0,16964	32	1,766	24	3,844	29
23	Gen. Gamma (4P)	0,11007	15	2,020	25	2,406	16
24	Gen. Pareto	0,07581	2	0,358	2	1,459	7
25	Gumbel Max	0,14783	22	1,215	12	2,620	20
26	Gumbel Min	0,23554	47	6,130	44	11,990	43
27	Hypersecant	0,20937	39	2,532	33	9,036	39
28	Inv. Gaussian	0,15982	27	1,390	17	1,449	5
29	Inv. Gaussian (3P)	0,09638	9	0,517	5	2,115	11
30	**Johnson SB**	**0,07254**	**1**	**0,319**	**1**	1,449	6
31	Johnson SU			No fit			
32	Kumaraswamy	0,08191	3	1,453	18	2,519	19
33	Laplace	0,23680	48	3,002	37	11,991	44
34	Levy	0,53189	56	17,748	56	58,865	51
35	Levy (2P)	0,21184	40	2,122	27	10,119	41
36	Log-Gamma	0,15348	24	1,234	13	3,237	25
37	Log-Logistic	0,15025	23	1,291	15	3,989	31
38	Log-Logistic (3P)	0,08586	5	0,587	8	1,207	3
39	Log-Pearson 3	0,12102	18	0,707	11	2,501	18
40	Logistic	0,19462	36	2,380	30	7,828	38
41	Lognormal	0,16635	29	1,507	19	3,277	26
42	Lognormal (3P)	0,08697	6	0,482	4	2,297	13
43	Nakagami	0,22433	45	2,187	29	1,315	4
44	Normal	0,17629	34	2,390	31	6,306	35
45	Pareto	0,08383	4	3,747	40	2,402	15
46	Pareto 2	0,59552	57	16,885	55	24,115	47
47	Pearson 5	0,16148	28	1,307	16	4,007	32
48	Pearson 5 (3P)	0,09819	10	0,582	6	1,812	9
49	Pearson 6	0,15832	26	1,280	14	3,883	30
50	Pearson 6 (4P)	0,18658	35	9,157	50	N/A	
51	Pert			No fit			
52	Power Function	0,21935	42	3,215	39	7,488	36
53	Rayleigh	0,33196	53	4,952	43	5,480	34
54	Rayleigh (2P)	0,21381	41	2,561	34	7,580	37
55	Reciprocal	0,31780	52	13,301	53	27,478	49
56	Rice	0,20656	38	2,143	28	1,665	8
57	Student's t	0,98857	58	173,810	58	2984,100	52
58	Triangular	0,28099	49	9,040	48	21,422	46
59	Uniform	0,22423	44	9,695	51	N/A	
60	Weibull	0,17606	33	2,803	36	4,008	33
61	Weibull (3P)	0,08843	7	1,534	20	1,821	10

Extreme Value, παρά τη γενικότερα ευρεία χρήση του ως εργαλείο "πρόβλεψης" ακραίων βροχοπτώσεων, στην παρούσα μελέτη συναντάται στην 13η (κατά μέσο όρο) θέση της κατάταξης για τους δυο πρώτους ελέγχους (16η και 9η αντιστοίχως), ενώ σύμφωνα με τον τρίτο έλεγχο τοποθετείται σχεδόν στη μέση της κατάταξης (28η θέση).

Από την άλλη πλευρά, οι τρεις μη παραμετρικοί έλεγχοι που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή, συγκλίνουν στη θεωρητική κατανομή Error Function, ως την κατανομή που παρουσιάζει τη χειρότερη προσαρμογή στις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη τη μελετώμενη περίοδο για το χειμώνα. Ειδικότερα, τα στατιστικά αυτών αγγίζουν τις 0.99217, 243.44 και 9445.1 μονάδες, αντιστοίχως. Εν κατακλείδι, να σημειωθεί ότι οι κατανομές Johnson SU και Pert δεν εμφάνισαν καμία προσαρμογή στα πραγματικά δεδομένα έντονης βροχόπτωσης για το σύνολο των ελέγχων, ενώ ο έλεγχος Chi-squared δεν δύναται να εφαρμοστεί στα εξής θεωρητικά μοντέλα: Beta, Burr, Burr (4P), Gamma (3P), Pearson 6 (4P) και Uniform.

Στη συνέχεια της παραγράφου αυτής, ακολουθεί το Σχήμα 4.3, στο οποίο πραγματοποιείται μια εποπτική απεικόνιση των "βέλτιστων" μοντέλων πρόβλεψης των χειμερινών ωριαίων έντονων βροχοπτώσεων, η οποία επιτυγχάνεται με τη χρήση ενός εμπειρικού ελέγχου καλής προσαρμογής. Αναλυτικότερα, όμοια με το Σχήμα 4.1 της Παραγράφου 4.1.1, στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζονται τα ποσοστιαία διαγράμματα (Quantile Plots) των πέντε (5) θεωρητικών μοντέλων, που προσεγγίζουν ικανοποιητικότερα τις χειμερινές καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για κάθε αναλυτικό έλεγχο καλής προσαρμογής.

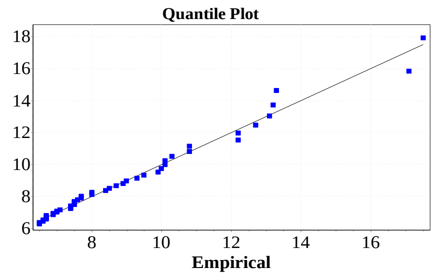
Από μια πρώτη εικόνα του Σχήματος 4.3, γίνεται εμφανής η αδυναμία των θεωρητικών μοντέλων να προσομοιώσουν επιτυχώς τις υψηλότερες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης της χειμερινής περιόδου (αυτές που υπερβαίνουν τα 12mm/h). Εντονότερη, εντούτοις, είναι η απόκλιση των δυο απολύτων μεγίστων χειμερινών υψών, 17.1 και 17.5mm/h, από την ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Το γεγονός αυτό εξηγείται εν μέρει αν ληφθεί υπόψιν ότι τα δυο τελευταία ύψη υπερβαίνουν σημαντικά τις υπόλοιπες πραγματικές καταγραφές (σχεδόν 4mm), με αποτέλεσμα η προσαρμογή των θεωρητικών κατανομών σε αυτά να είναι ανεπιτυχής. Βέβαια, αξίζει να τονιστεί ότι αν και στα τριπαραμετρικά μοντέλα Fatigue Life και Inv. Gaussian παρατηρείται ταύτιση του ενός, εκ των δύο, μεγίστου (17.1mm/h) με την ευθεία y=x, τα μοντέλα αυτά αδυνατούν να περιγράψουν την πλειοψηφία των πραγματικών παρατηρήσεων.

Μη παραλείποντας την ευρεία δυσχέρεια των μοντέλων να προβλέψουν τις υπερβαίνουσες των 12mm/h βροχοπτώσεις, η καλύτερη προσέγγιση των πραγματικών δεδομένων σύμφωνα με τον εμπειρικό έλεγχο καλής προσαρμογής του Σχήματος 4.3, φαίνεται να δίδεται από τις θεωρητικές κατανομές Johnson SB και Generalized Pareto. Το συμπέρασμα αυτό, μάλιστα, συνάδει με την κατάταξη που προέκυψε από τα στατιστικά των Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling ελέγχων του Πίνακα 4.3, σύμφωνα με την οποία τα παραπάνω μοντέλα τοποθετούνται στην 1η και 2η θέση και για τους δυο ελέγχους, αντιστοίχως. Επιπλέον, αξιοσημείωτη περίπτωση φαίνεται να αποτελεί η θεωρητική κατανομή Kumaraswamy, τεσσάρων παραμέτρων, καθώς το ποσοστιαίο διάγραμμα αυτής παρουσιάζει μια από τις καλύτερες προσεγγίσεις των πραγματικών καταγραφών έντονης βροχόπτωσης, συγκριτικά με τις προσεγγίσεις των υπολοίπων μοντέλων. Σε συμφωνία βρίσκεται ο Kolmogorov-Smirnov αναλυτικός έλεγχος, κατατάσσοντας το προαναφερθέν μοντέλο στην τρίτη καλύτερη θέση του Πίνακα 4.3.

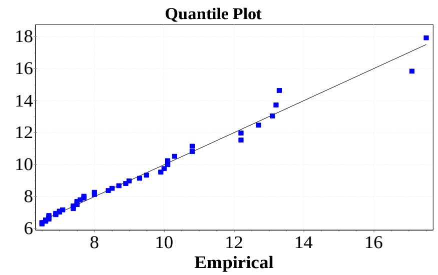
Αντίθετα, αν και ο Chi-squared μη παραμετρικός έλεγχος υπέδειξε την κατανομή Frechet (3P) ως το βέλτιστο εργαλείο πρόβλεψης των ωριαίων έντονων βροχοπτώσεων του χειμώνα, το ποσοστιαίο διάγραμμα αυτής απεικονίζει εντυπωσιακή απόκλιση της απολύτου μέγιστης καταγραφής (17.5mm/h) από την ευθεία y=x. Με άλλα λόγια, το θεωρητικό μοντέλο Frechet (3P) υπερτιμά την εντονότερη βροχόπτωση που σημειώθηκε το χειμώνα της μελετώμενης περιόδου στη Θεσσαλονίκη κατά 22.5mm. Παρόμοια είναι και η εικόνα που παρουσιάζουν οι εμπειρικοί έλεγχοι των μοντέλων Pareto, Log-Logistic (3P) και Lognormal (3P). Όσον αφορά στα quantile plots των θεωρητικών κατανομών Erlang, Nakagami και Inv.Gaussian, παρά την 2η, 4η και 5η θέση που κατέχουν αντιστοίχως σύμφωνα με τα στατιστικά του Chi-Squared αναλυτικού ελέγχου, μαρτυρούν τη γενικότερη δυσχέρεια αυτών να προσομοιώσουν τόσο τις μικρότερες, όσο και τις υψηλότερες χειμερινές καταγραφές των ωριαίων έντονων βροχοπτώσεων στη Θεσσαλονίκη. Η πλήρης αδυναμία των προαναφερθέντων κατανομών, η οποία συγκεκριμένα εκφράζεται με μια τάση υποεκτίμησης των πραγματικών υψών έντονης βροχόπτωσης στα άκρα του εκάστοτε μοντέλου, θα μπορούσε σαφώς να δικαιολογηθεί. Από τη μια πλευρά, η ικανοποιητική περιγραφή ενός ακραίου φαινομένου, όπως οι έντονες βροχοπτώσεις μιας περιοχής, απαιτεί τη χρήση της μέγιστης δυνατής πληροφορίας, γεγονός που δεν μπορεί να επιτευχθεί από τα διπαραμετρικά μοντέλα Erlang, Nakagami και Inv.Gaussian. Από την άλλη πλευρά, ο μη παραμετρικός έλεγχος Chi-Squared δεν αποτελεί, τις περισσότερες φορές, τον καλύτερο αναλυτικό έλεγχο καλής

1η

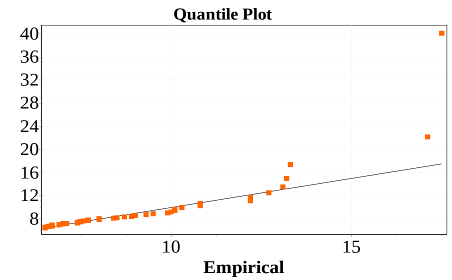
K-S — Johnson SB



A-D — Johnson SB

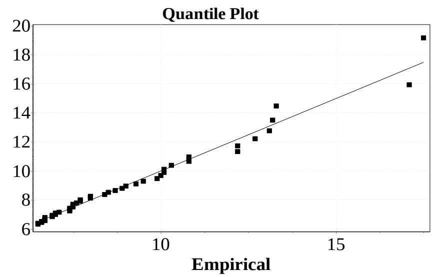


X^2 — Frechet (3P)

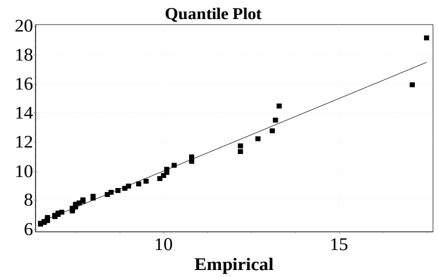


2η

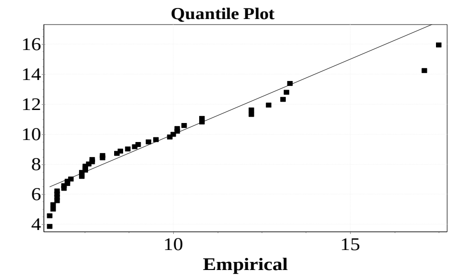
K-S — Gen. Pareto



A-D — Gen. Pareto

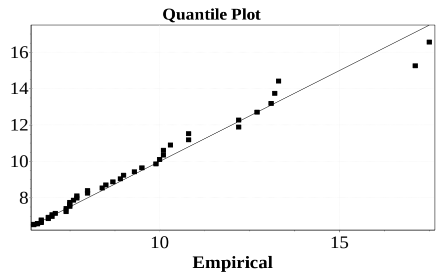


X^2 — Erlang

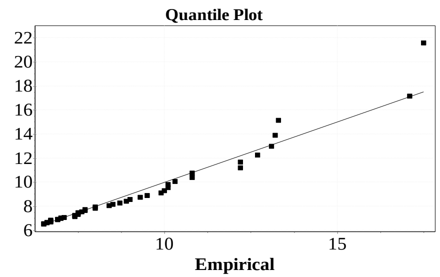


3η

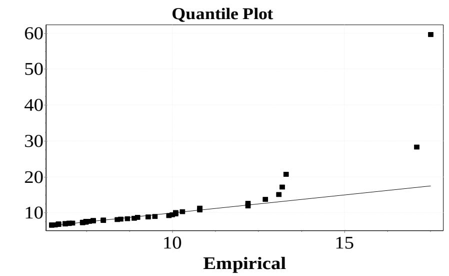
K-S — Kumaraswamy

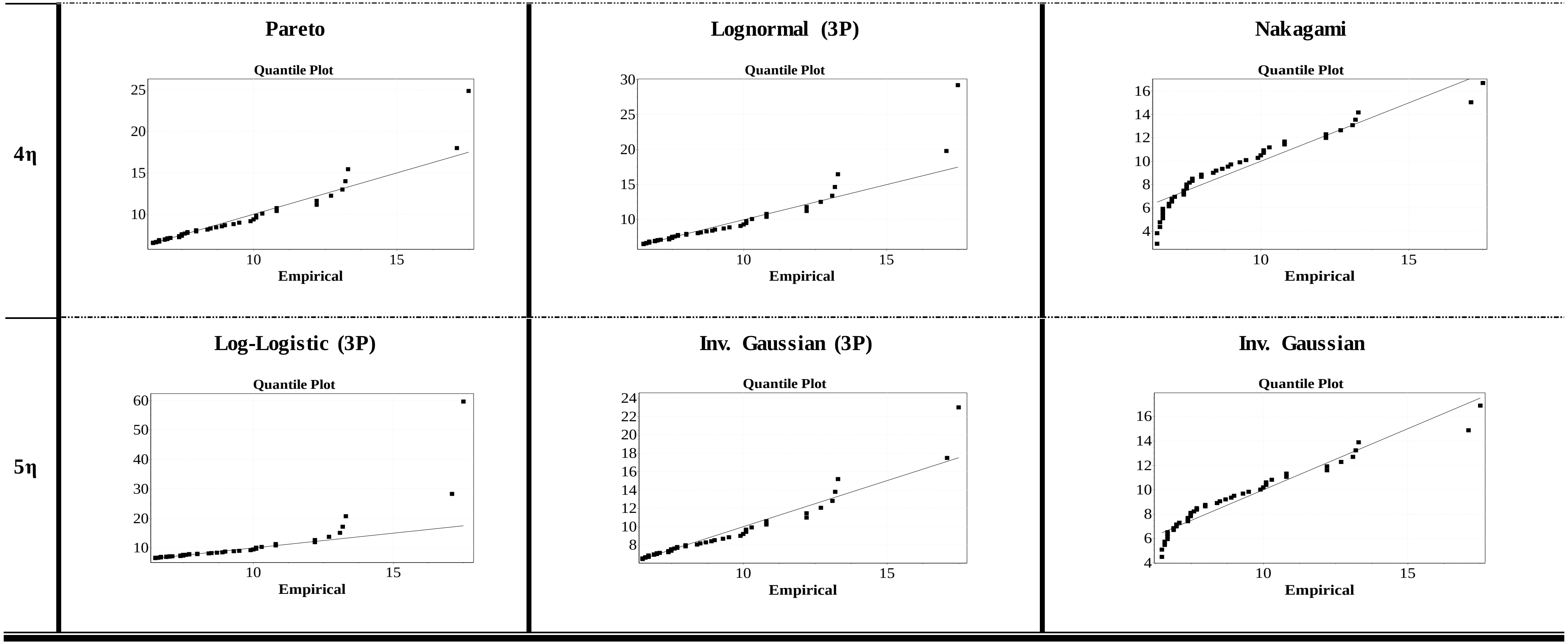


A-D — Fatigue Life (3P)



X^2 — Log-Logistic (3P)





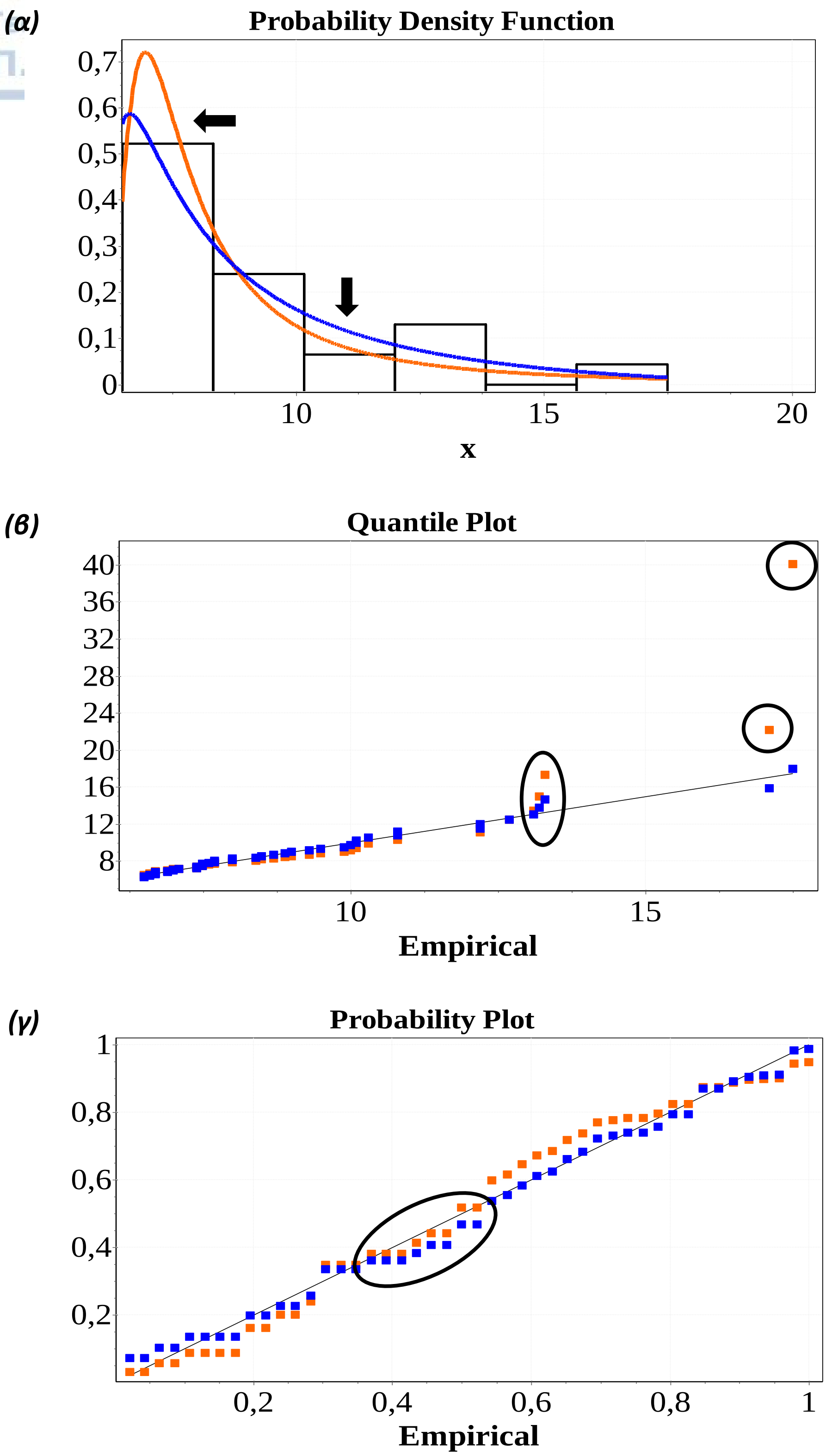
Σχήμα 4.3 *Απεικόνιση των εμπειρικών ελέγχων καλής προσαρμογής (ποσοστιαίο διάγραμμα) των πέντε (5) πρώτων στη χειμερινή κατάταξη του Πίνακα 4.3 θεωρητικών μοντέλων για κάθε έναν από τους αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared. Η βέλτιστη θεωρητική κατανομή σύμφωνα με τους K-S και A-D ελέγχους, και τον* X^2 *έλεγχο απεικονίζεται με μπλε και πορτοκαλί απόχρωση, αντίστοιχα.*

προσαρμογής για συνεχή δεδομένα, καθώς προϋποθέτει την ομαδοποίηση αυτών, με συνέπεια την απώλεια πληροφορίας.

4.2.1.2 Βέλτιστη προσαρμογή των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης

Από το σύνολο των εξήντα-ένα (61) θεωρητικών μοντέλων που υιοθετήθηκαν στην παρούσα διατριβή, το ενδιαφέρον εστιάζεται στις τρεις θεωρητικές κατανομές που καταλαμβάνουν τις καλύτερες θέσεις σύμφωνα με τα αποτελέσματα των τριών αναλυτικών ελέγχων καλής προσαρμογής. Ανακεφαλαιώνοντας, όπως προκύπτει από την Παράγραφο 4.2.1.1, η θεωρητική κατανομή Johnson SB προσεγγίζει αντιπροσωπευτικότερα τις πραγματικές καταγραφές σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling ελέγχους, ενώ η κατανομή Frechet (3P) αποτελεί το ιδανικότερο μοντέλο πρόβλεψης των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα με τον Chi-Squared έλεγχο, σε χειμερινή βάση. Ωστόσο, ο απώτερος σκοπός της μελέτης αυτής έγκειται στην επιλογή ενός, εκ των δύο, θεωρητικού μοντέλου, που θα περιγράφει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τα ωριαία χειμερινά ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003. Όπως και σε ετήσια κλίμακα (Παράγραφος 4.1.2), η επίτευξη του στόχου πραγματοποιείται με τον υπολογισμό της απόλυτης απόκλισης μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης καθενός από τα παραπάνω μοντέλα. Παρά ταύτα, μια οπτική πρώτη σύγκριση των δυο "υποψήφιων" θεωρητικών μοντέλων κρίνεται επιθυμητή, καθώς συντελεί στην εις βάθος κατανόηση των αριθμητικών αποτελεσμάτων (απόλυτες αποκλίσεις). Δια του λόγου το αληθές, στο Σχήμα 4.4 απεικονίζονται οι θεωρητικές κατανομές Johnson SB (μπλε απόχρωση) και Frechet (3P) (πορτοκαλί απόχρωση) από κοινού στα εξής οπτικά γραφήματα: συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας (α), ποσοστιαίο διάγραμμα (β) και διάγραμμα πιθανότητας (γ).

Ξεκινώντας από το Σχήμα 4.4α, παρατηρείται μια ευκρινής διαφοροποίηση στην προσέγγιση των πραγματικών χειμερινών καταγραφών έντονης βροχόπτωσης στην υπό μελέτη περιοχή από τις συναρτήσεις πυκνότητας-πιθανότητας των θεωρητικών μοντέλων Johnson SB και Frechet (3P). Κατά γενική παραδοχή, οι εν λόγω κατανομές χαρακτηρίζονται από θετική ασυμμετρία (θετική λόξωση), καθώς οι περισσότερες παρατηρήσεις ομαδοποιούνται αριστερά του μέσου, συγκεντρώνοντας τις ακραίες τιμές στα δεξιά αυτού. Επιπροσθέτως, η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας του θεωρητικού μοντέλου Frechet (3P) παρουσιάζεται λεπτόκυρτη, εν συγκρίσει με τη συνάρτηση



Σχήμα 4.4 *Σύγκριση των Johnson SB (μπλε απόχρωση) και Frechet (3P) (πορτοκαλί απόχρωση) μοντέλων με τη χρήση (α) της συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας (Probability Density Function), (β) του ποσοστιαίου διαγράμματος (Quantile Plot) και (γ) του διαγράμματος πιθανότητας (Probability Plot).*

πυκνότητας – πιθανότητας της Johnson SB κατανομής, της οποίας η κορυφή δε διακρίνεται από την ίδια οξύτητα. Απόρροια αυτού είναι το γεγονός ότι η τελευταία κατανομή προσεγγίζει ικανοποιητικότερα τα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης τη μελετώμενης περιόδου και περιοχής σε σχέση με την Frechet (3P) κατανομή, εξαιρουμένων, ωστόσο, των τιμών που περιλαμβάνονται στην τρίτη κλάση του ιστογράμματος. Η επιλογή, άλλωστε, του αριθμού των κλάσεων είναι άκρως υποκειμενική, με αποτέλεσμα η μορφή της κατανομής να αποτελεί συνάρτηση της.

Σύμφωνα με το ποσοστιαίο γράφημα (Σχήμα 4.4β), το θεωρητικό μοντέλο, το οποίο αντιπροσωπεύει βέλτιστα τις χειμερινές καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, γίνεται ευκόλως αντιληπτό. Συγκεκριμένα, τα μπλε απεικονιζόμενα σημεία του γραφήματος αυτού, είτε ταυτίζονται, είτε τείνουν να ταυτιστούν με τη διερχόμενη από την αρχή των αξόνων ευθεία. Εξίσου ικανοποιητική είναι και η προσομοίωση των υπερβαινουσών των 12.0mm/h τιμών από τη Johnson SB θεωρητική κατανομή, καθώς τα μπλε σημεία φανερώνουν αμελητέα απόκλιση από τη διχοτόμο των 1ου και 3ου τεταρτημορίων. Από την άλλη πλευρά, παρά την εμφανώς καλή προσαρμογή της Frechet (3P) κατανομής στην πλειοψηφία των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης, η αδυναμία της να περιγράψει τις υπερβαίνουσες των 12.0mm/h καταγραφές είναι αισθητή. Χαρακτηριστική, μάλιστα, είναι η υπερεκτίμηση των δύο απολύτων μεγίστων τιμών, 17.1mm/h και 17.5mm/h, της υπό μελέτης περιόδου, όπως επισημάνθηκε και σε προηγούμενο σημείο της παραγράφου. Με άλλα λόγια, το αποτέλεσμα που προκύπτει από το ποσοστιαίο γράφημα συνάδει με αυτό των Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling μη παραμετρικών ελέγχων, υποδεικνύοντας τη θεωρητική κατανομή Johnson SB ως το αντιπροσωπευτικότερο εργαλείο πρόγνωσης των χειμερινών ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης της χρονικής περιόδου 1947-2003 στη Θεσσαλονίκη.

Όσον αφορά στο διάγραμμα πιθανότητας (Σχήμα 4.4γ), τα δύο προαναφερθέντα μοντέλα δεν παρουσιάζουν διακριτή διαφορά. Απεναντίας, τα πορτοκαλί και μπλε απεικονιζόμενα σημεία τοποθετούνται γύρω και πάνω στην ευθεία y=x, υποδηλώνοντας την αρκετά ικανοποιητική προσαρμογή και των δυο μοντέλων. Παρ’ όλα ταύτα, η λεπτομερέστερη παρατήρηση του διαγράμματος φανερώνει ότι τα ποσοστιαία σημεία της Johnson SB θεωρητικής κατανομής τοποθετούνται εγγύτερα από τα αντίστοιχα της Frechet (3P) στην ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, εξαιρουμένων αυτών που απεικονίζονται μεταξύ των 35ο και 55ο ποσοστιμορίων.

Η επιλογή, ωστόσο, του θεωρητικού μοντέλου που περιγράφει αντιπροσωπευτικότερα τα ύψη των ωριαίων έντονων βροχοπτώσεων στη Θεσσαλονίκη για την χρονική περίοδο 1947-2003 το χειμώνα, πραγματοποιείται με τη χρήση των τιμών των παραμέτρων των κατανομών Johnson SB και Frechet (3P), διαδικασία που ακολουθήθηκε, άλλωστε, και στην Παράγραφο 4.1.2 για την επιλογή του μοντέλου με τη βέλτιστη προσαρμογή στις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης σε ετήσια κλίμακα. Υπενθυμίζοντας την εν λόγω διαδικασία, οι τιμές των παραμέτρων για τα θεωρητικά μοντέλα του Πίνακα 4.4, υπολογίστηκαν με την προσαρμογή των χειμερινών καταγραφών ωριαίας έντονης βροχόπτωσης στην εκάστοτε κατανομή. Λαμβάνοντας υπόψιν τις τιμές αυτές σε συνδυασμό με τις μαθηματικές εκφράσεις των κατανομών Johnson SB και Frechet, οι οποίες παρουσιάζονται στις παραγράφους 2.3.2.5 και 2.3.2.2, οι τελευταίες διαμορφώθηκαν αντιστοίχως ως εξής:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{1,5516+0,7941363\ln\left(\frac{x-6,1414}{-x+22,5494}\right)} e^{-t^2/2} dt \tag{4.3}$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = exp\left(-\left(\frac{1,6926}{x-5,7653}\right)^{1,5006}\right) \tag{4.4}$$

Κατόπιν, υιοθετήθηκαν οι σχέσεις (4.3) και (4.4) για την παραγωγή εκτιμώμενων τιμών για το Johnson SB και το Frechet (3P) μοντέλο αντίστοιχα, με απώτερο σκοπό τον υπολογισμό της απόλυτης απόκλισης μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης κάθε μοντέλου σε χειμερινή βάση. Όπως προκύπτει από τον Πίνακα 4.4, η απόλυτη απόκλιση που σημειώνεται μεταξύ των πραγματικών και υπολογισμένων ωριαίων υψών του Johnson SB θεωρητικού μοντέλου, υπερβαίνει κατ'

Πίνακας 4.4 *Παρουσίαση των τιμών των παραμέτρων, καθώς και των απολύτων αποκλίσεων μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης, των θεωρητικών κατανομών που προσεγγίζουν βέλτιστα τα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης το χειμώνα στη Θεσσαλονίκη για την περίοδο 1947-2003, σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής.*

έλεγχος καλής προσαρμογής	**θεωρητική κατανομή**	**παράμετροι**				**απόλυτη απόκλιση**
K-S και A-D	**Johnson SB**	***γ***	***δ***	***λ***	***ξ***	12,1
		1,5516	0,79413	16,408	6,1414	
X^2	**Frechet (3P)**	***α***	***β***	***γ***		62,0
		1,5006	1,6926	5,7653		

ελάχιστο τις 12 μονάδες. Εν αντιθέσει, η απόλυτη απόκλιση που παρατηρείται μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων ωριαίων υψών της Frechet (3P) θεωρητικής κατανομής, αγγίζει τις 62,0 μονάδες. Η διαφορά των, κατά προσέγγιση, 50 μονάδων που απαντάται μεταξύ των απολύτων αποκλίσεων των παραπάνω κατανομών, καθιστά την επιλογή του "βέλτιστου", σε χειμερινή κλίμακα, μοντέλου, προφανή. Με άλλα λόγια, το τεσσάρων παραμέτρων θεωρητικό μοντέλο Johnson SB δικαίως προτάθηκε από τους δύο, εκ των τριών, ελέγχους καλής προσαρμογής ως το βέλτιστο εργαλείο πρόβλεψης των ωραίων έντονων βροχοπτώσεων που καταγράφηκαν στη μελετώμενη περιοχή και περίοδο, το χειμώνα.

Εν κατακλείδι, συνυπολογιζομένων των εμπειρικών, καθώς και των μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής, ***η θεωρητική κατανομή Johnson SB αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο***, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-μία κατανομών, ***μοντέλο εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης που σημειώθηκαν στην περιοχή της Θεσσαλονίκης την χρονική περίοδο 1947-2003, σε χειμερινή βάση***.

4.2.2 Κατανομή των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης την άνοιξη

4.2.2.1 Κατάταξη εξήντα-ένα θεωρητικών μοντέλων σύμφωνα με τρεις μη παραμετρικούς ελέγχους καλής προσαρμογής

Στον Πίνακα 4.5 παρουσιάζεται η εαρινή κατάταξη των εξήντα-μία (61) συνεχών θεωρητικών κατανομών, που παρατίθενται στο Παράρτημα (Πίνακας 1), σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής των μοντέλων αυτών στα πραγματικά εαρινά ύψη έντονης βροχόπτωσης (≥ 6.5mm/h) που σημειώθηκαν στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947 – 2003. Όπως προκύπτει από τον Πίνακα 4.5, η θεωρητική κατανομή Log-Logistic (3P) αποτελεί το ιδανικότερο μοντέλο προσομοίωσης των εαρινών καταγραφών έντονης βροχόπτωσης της μελετώμενης περιόδου και περιοχής σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Kolmogorov-Smirnov μη παραμετρικού ελέγχου. Όσον αφορά στην κατάταξη που προκύπτει από τους Anderson-Darling και Chi-Squared αναλυτικούς ελέγχους, η πρώτη θέση καταλαμβάνεται αντιστοίχως από την Johnson SB, με στατιστικό 0.445, και την Generalized Extreme Value θεωρητική κατανομή, με στατιστικό 2.121.

Πίνακας 4.5 *Παρουσίαση της εαρινής κατάταξης (rank) των θεωρητικών κατανομών, μαζί με τα στατιστικά τους (statistic) σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής. Με N/A (No Applicable) συναντάται η μη εφαρμογή του ελέγχου στην αντίστοιχη κατανομή, ενώ ως No fit ερμηνεύεται η μη προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα. Η απεικόνιση της καλύτερης θεωρητικής κατανομής για κάθε έλεγχο γίνεται με έντονη απόχρωση.*

	Distribution	Kolmogorov-Smirnov		Anderson-Darling		Chi-Squared	
		Statistic	Rank	Statistic	Rank	Statistic	Rank
1	Beta	0,14419	19	3,468	17	21,364	26
2	Burr	0,14793	23	9,481	44	N/A	
3	Burr (4P)	0,15897	24	9,698	45	N/A	
4	Cauchy	0,19559	30	6,362	27	14,305	15
5	Chi-Squared	0,22835	38	4,723	24	31,720	38
6	Chi-Squared (2P)	0,17998	27	7,012	35	14,268	14
7	Dagum	0,57277	57	81,735	57	211,660	48
8	Dagum (4P)	0,12507	17	8,802	43	N/A	
9	Erlang	0,27999	48	6,506	29	38,582	41
10	Erlang (3P)			No fit			
11	Error	0,26556	46	7,854	38	30,316	35
12	Error Function	0,89844	58	183,910	58	799,550	49
13	Exponential	0,45445	53	17,451	51	73,768	43
14	Exponential (2P)	0,11131	14	2,518	12	9,059	12
15	Fatigue Life	0,17784	26	3,748	19	22,936	28
16	Fatigue Life (3P)	0,08523	10	0,508	6	10,225	13
17	Frechet	0,09241	11	1,241	10	8,580	10
18	Frechet (3P)	0,07870	5	0,488	5	6,013	5
19	Gamma	0,21015	35	4,880	25	33,258	39
20	Gamma (3P)	0,20048	33	7,814	37	20,423	23
21	**Gen. Extreme Value**	0,08509	9	0,741	8	**2,121**	**1**
22	Gen. Gamma	0,19724	31	4,690	23	24,204	30
23	Gen. Gamma (4P)	0,11452	16	1,599	11	7,012	8
24	Gen. Pareto	0,07605	2	8,210	40	N/A	
25	Gumbel Max	0,19732	32	4,413	21	25,509	31
26	Gumbel Min	0,30080	50	14,361	49	28,848	33
27	Hypersecant	0,24498	41	6,857	32	20,699	24
28	Inv. Gaussian	0,19374	29	3,931	20	29,652	34
29	Inv. Gaussian (3P)	0,07916	6	0,469	2	6,861	7
30	**Johnson SB**	0,07842	3	**0,445**	**1**	4,803	3
31	Johnson SU			No fit			
32	Kumaraswamy	0,18196	28	13,714	48	N/A	
33	Laplace	0,26556	47	7,854	39	30,316	36
34	Levy	0,47700	56	29,590	54	122,780	47
35	Levy (2P)	0,21191	36	4,950	26	31,384	37
36	Log-Gamma	0,14514	21	2,676	13	18,566	19
37	Log-Logistic	0,14789	22	3,076	16	16,240	16
38	**Log-Logistic (3P)**	**0,07067**	**1**	0,547	7	8,135	9

39	Log-Pearson 3	0,08149	8	0,877	9	5,836	4
40	Logistic	0,23859	40	6,700	31	19,461	20
41	Lognormal	0,16633	25	3,481	18	19,773	21
42	Lognormal (3P)	0,07861	4	0,482	3	3,762	2
43	Nakagami	0,37635	51	11,265	46	52,819	42
44	Normal	0,23100	39	6,960	34	21,815	27
45	Pareto	0,11336	15	4,425	22	8,779	11
46	Pareto 2	0,45760	54	17,674	52	74,456	44
47	Pearson 5	0,14350	18	2,709	14	16,411	17
48	Pearson 5 (3P)	0,07955	7	0,487	4	6,014	6
49	Pearson 6	0,14504	20	2,783	15	16,418	18
50	Pearson 6 (4P)	0,10982	13	8,786	42	N/A	
51	Pert	0,29339	49	12,744	47	26,679	32
52	Power Function	0,20806	34	15,837	50	N/A	
53	Rayleigh	0,25053	42	6,526	30	20,107	22
54	Rayleigh (2P)	0,25753	43	7,419	36	24,031	29
55	Reciprocal	0,44195	52	37,065	55	91,510	45
56	Rice	0,25917	44	6,425	28	33,952	40
57	Student's t	0,98857	59	337,580	59	7360,800	50
58	Triangular	0,47621	55	44,507	56	111,290	46
59	Uniform	0,26109	45	18,663	53	N/A	
60	Weibull	0,21549	37	6,865	33	21,206	25
61	Weibull (3P)	0,10917	12	8,606	41	N/A	

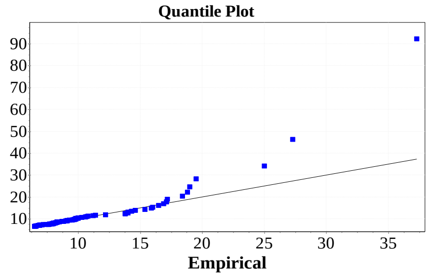
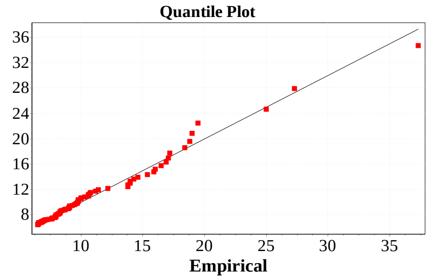
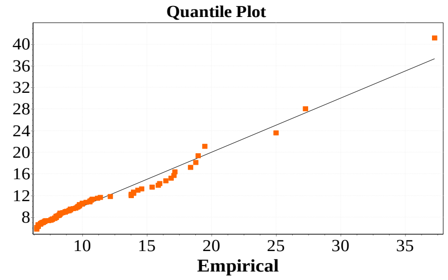
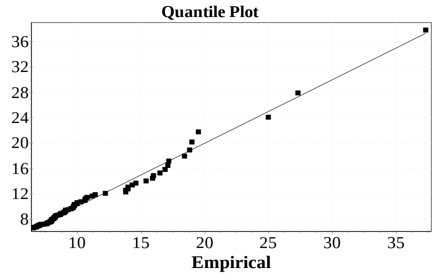
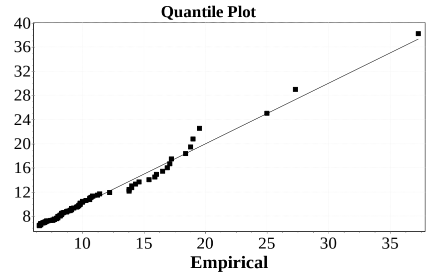
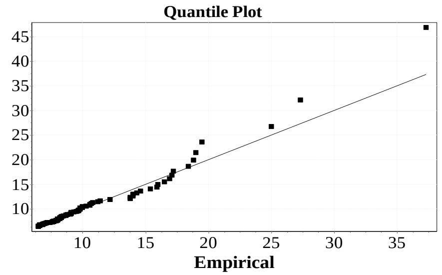
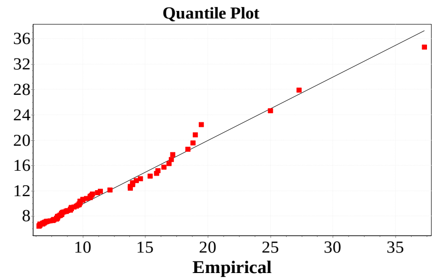
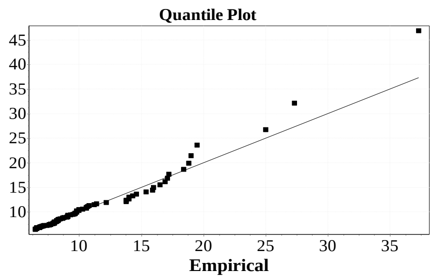
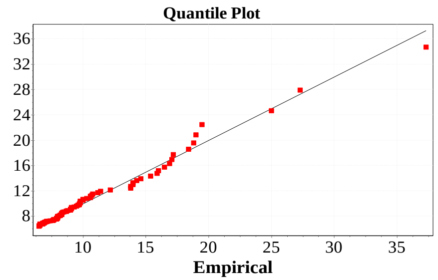
Ιδιαίτερου ενδιαφέροντος, ωστόσο, χρήζει η θέση των προαναφερθέντων βέλτιστων μοντέλων στην εαρινή κατάταξη των υπόλοιπων ελέγχων καλής προσαρμογής. Συγκεκριμένα, αξιοσημείωτη φαίνεται να είναι η θέση στην οποία τοποθετείται η θεωρητική κατανομή Log-Logistic (3P) από τους Anderson-Darling και Chi-Squared μη παραμετρικούς ελέγχους, καθώς απαντάται ανάμεσα στα δέκα (10) αντιπροσωπευτικότερα μοντέλα του Πίνακα 4.5 (7η και 9η θέση αντίστοιχα). Όσον αφορά, τώρα, στο βέλτιστο μοντέλο προσομοίωσης της εαρινής ακραίας βροχόπτωσης που υποδεικνύεται από τον Anderson-Darling μη παραμετρικό έλεγχο, απαντάται στην 3η, μόλις, θέση του πίνακα κατάταξης τόσο για τον Kolmogorov-Smirnov, όσο και για τον Chi-Squared έλεγχο καλής προσαρμογής, γεγονός που υποδηλώνει καλύτερη συμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων των τριών αναλυτικών ελέγχων. Τέλος, το Generalized Extreme Value μοντέλο αποτελεί, σαφώς, την ιδανικότερη επιλογή προσομοίωσης των εαρινών καταγραφών έντονης βροχόπτωσης για τον Chi-Squared έλεγχο, ενώ ταξινομείται ως 9η και 8η επιλογή για τους Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling μη παραμετρικούς ελέγχους, αντιστοίχως.

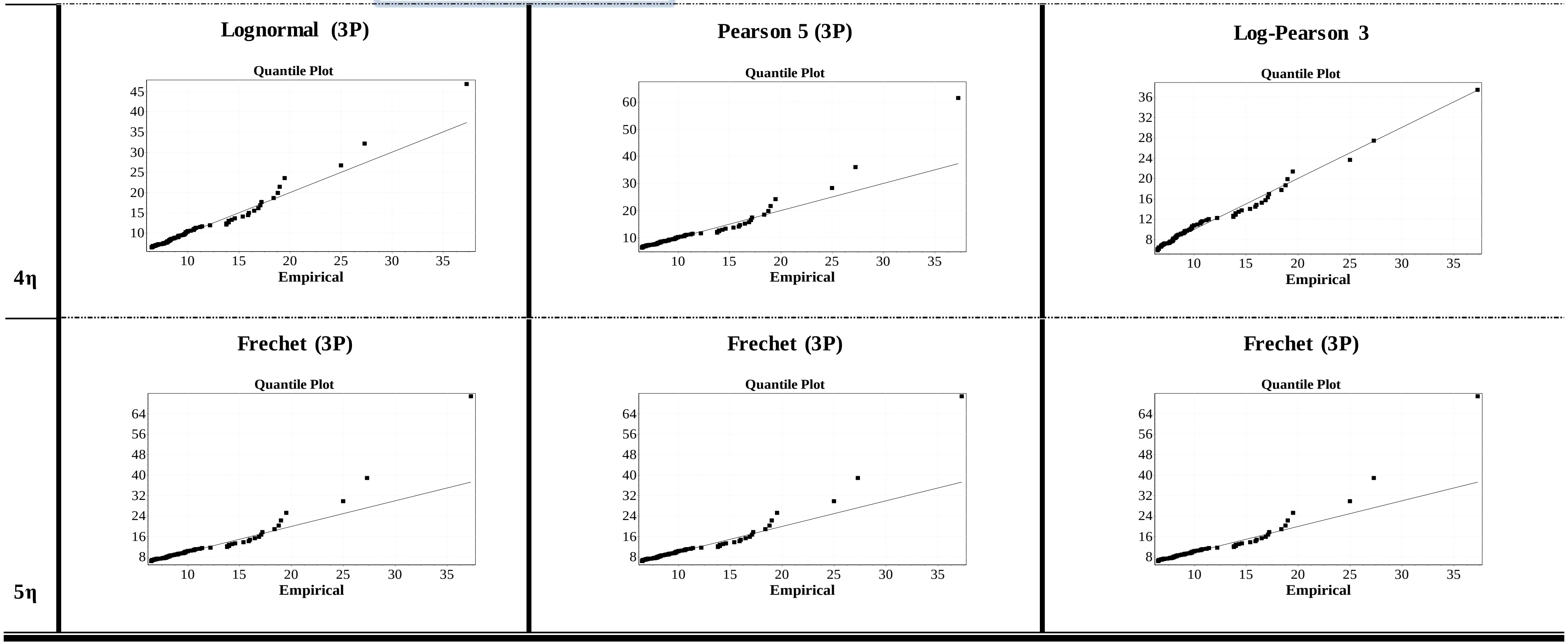
Από την άλλη πλευρά, οι τρεις μη παραμετρικοί έλεγχοι που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή, συγκλίνουν στη θεωρητική κατανομή Student's t, ως την κατανομή που παρουσιάζει τη χειρότερη προσαρμογή στα πραγματικά δεδομένα έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη τη μελετώμενη περίοδο για την άνοιξη. Ειδικότερα, τα στατιστικά αυτών αγγίζουν τις 0.98857, 337.58 και 7360.8 μονάδες, αντιστοίχως. Εν κατακλείδι, να σημειωθεί ότι οι κατανομές Erlang (3P) και Johnson SU δεν εμφάνισαν καμία προσαρμογή στις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης για το σύνολο των ελέγχων, ενώ ο έλεγχος Chi-squared δεν δύναται να εφαρμοστεί στα εξής θεωρητικά μοντέλα: Burr, Burr (4P), Dagum (4P), Generalized Pareto, Kumaraswamy, Pearson 6 (4P), Power Function, Uniform και Weibull (3P).

Στη συνέχεια της παραγράφου αυτής στο Σχήμα 4.5, όμοια με το Σχήμα 4.1 της Παραγράφου 4.1.1, παρουσιάζονται τα ποσοστιαία διαγράμματα (Quantile Plots) των πέντε (5) θεωρητικών μοντέλων, που προσεγγίζουν ικανοποιητικότερα τις εαρινές καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για κάθε αναλυτικό έλεγχο καλής προσαρμογής.

Από μία πρώτη εικόνα των ποσοστιαίων διαγραμμάτων του προαναφερθέντος σχήματος παρατηρείται η εξαιρετική προσαρμογή και των πέντε (5) βέλτιστων θεωρητικών κατανομών κάθε μη παραμετρικού ελέγχου στις, ελάσσονες των 13mm/h, εαρινές καταγραφές έντονης βροχόπτωσης, καθώς τα απεικονιζόμενα σημεία αυτών φαίνεται να παρουσιάζουν πλήρη ταύτιση με την ευθεία y = x. Από την άλλη πλευρά, οι καταγραφές που εμφανίζονται μεταξύ των 13mm/h και 20mm/h τείνουν να αποκλίνουν από την εν λόγω γραμμική συνάρτηση, με τις μεν πρώτες εξ' αυτών (13mm/h – 18mm/h) να παρουσιάζουν τάση υποεκτίμησης των έντονων βροχοπτώσεων, σε αντίθεση με τις τελευταίες (18mm/h – 20mm/h) που εμφανίζουν τάση υπερεκτίμησης των ακραίων υψών. Η "ασυνέπεια" αυτή που παρατηρείται στις κατανομές των εαρινών έντονων βροχοπτώσεων στη Θεσσαλονίκη, θα μπορούσε εν μέρει να οφείλεται στη μεταβατικότητα που χαρακτηρίζει τη μελετώμενη εποχή, δεδομένου ότι κυριαρχείται, τόσο από μεμονωμένες καταιγίδες που παράγουν έντονες διάσπαρτες βροχοπτώσεις, όσο και από καλά οργανωμένα καιρικά συστήματα που παράγουν εκτεταμένες κατακρημνίσεις.

Όσον αφορά, τώρα, στην εικόνα που παρουσιάζουν οι υπερβαίνουσες, των 20mm/h, καταγραφές φαίνεται να ποικίλει ανάλογα με το εκάστοτε θεωρητικό μοντέλο. Συγκεκριμένα, οι Johnson SB και Generalized Extreme Value θεωρητικές κατανομές

	K-S	A-D	X^2
1η	Log-Logistic (3P) 	Johnson SB 	Gen. Extreme Value 
2η	Gen. Pareto 	Inv. Gaussian (3P) 	Lognormal (3P) 
3η	Johnson SB 	Lognormal (3P) 	Johnson SB 



Σχήμα 4.5 *Απεικόνιση των εμπειρικών ελέγχων καλής προσαρμογής (ποσοστιαίο διάγραμμα) των πέντε (5) πρώτων στην εαρινή κατάταξη του Πίνακα 4.5 θεωρητικών μοντέλων για κάθε έναν από τους αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared. Η βέλτιστη θεωρητική κατανομή σύμφωνα με τους K-S, A-D και X^2 έλεγχους απεικονίζεται με μπλε, κόκκινο και πορτοκαλί απόχρωση, αντίστοιχα.*

προσομοιώνουν σε ικανοποιητικό βαθμό τα τρία απόλυτα μέγιστα εαρινά ύψη (25.0, 27.3 και 37.3mm/h), παρουσιάζοντας, ωστόσο, μια μικρή διαφοροποίηση ως προς το εντονότερο εξ' αυτών. Από την άλλη πλευρά, παρά το γεγονός ότι ο Kolmogorov-Smirnov έλεγχος καλής προσαρμογής υπέδειξε το τριπαραμετρικό μοντέλο Log-Logistic ως το αντιπροσωπευτικότερο για την προσομοίωση των έντονων βροχοπτώσεων στη μελετώμενη περιοχή για τη χρονική περίοδο 1947-2003, ο εμπειρικός έλεγχος Quantile Plot (Q-Q plot) απεικονίζει την αρκετά αποκλίνουσα συμπεριφορά των τριών απολύτων μεγίστων υψών για το προαναφερθέν μοντέλο. Εν αντιθέσει, η θεωρητική κατανομή Generalized Pareto, η οποία σύμφωνα με τον παραπάνω μη παραμετρικό έλεγχο τοποθετείται στη δεύτερη καλύτερη θέση του Πίνακα 4.5, φαίνεται να περιγράφει ικανοποιητικότερα τις καταγραφές των 25.0, 27.3 και 37.3mm/h, μιας και οι τρεις τείνουν να ταυτιστούν με τη διχοτόμο του πρώτου και του τρίτου τεταρτημορίου. Επιπροσθέτως, οι θεωρητικές κατανομές Inverse Gaussian (3P) και η Log-Pearson 3 παρουσιάζουν πολύ καλή προσαρμογή στα εαρινά δεδομένα έντονης βροχόπτωσης, γεγονός που συνάδει, άλλωστε, με την ευρεία εφαρμογή τους σε μελέτες ακραίων βροχοπτώσεων.

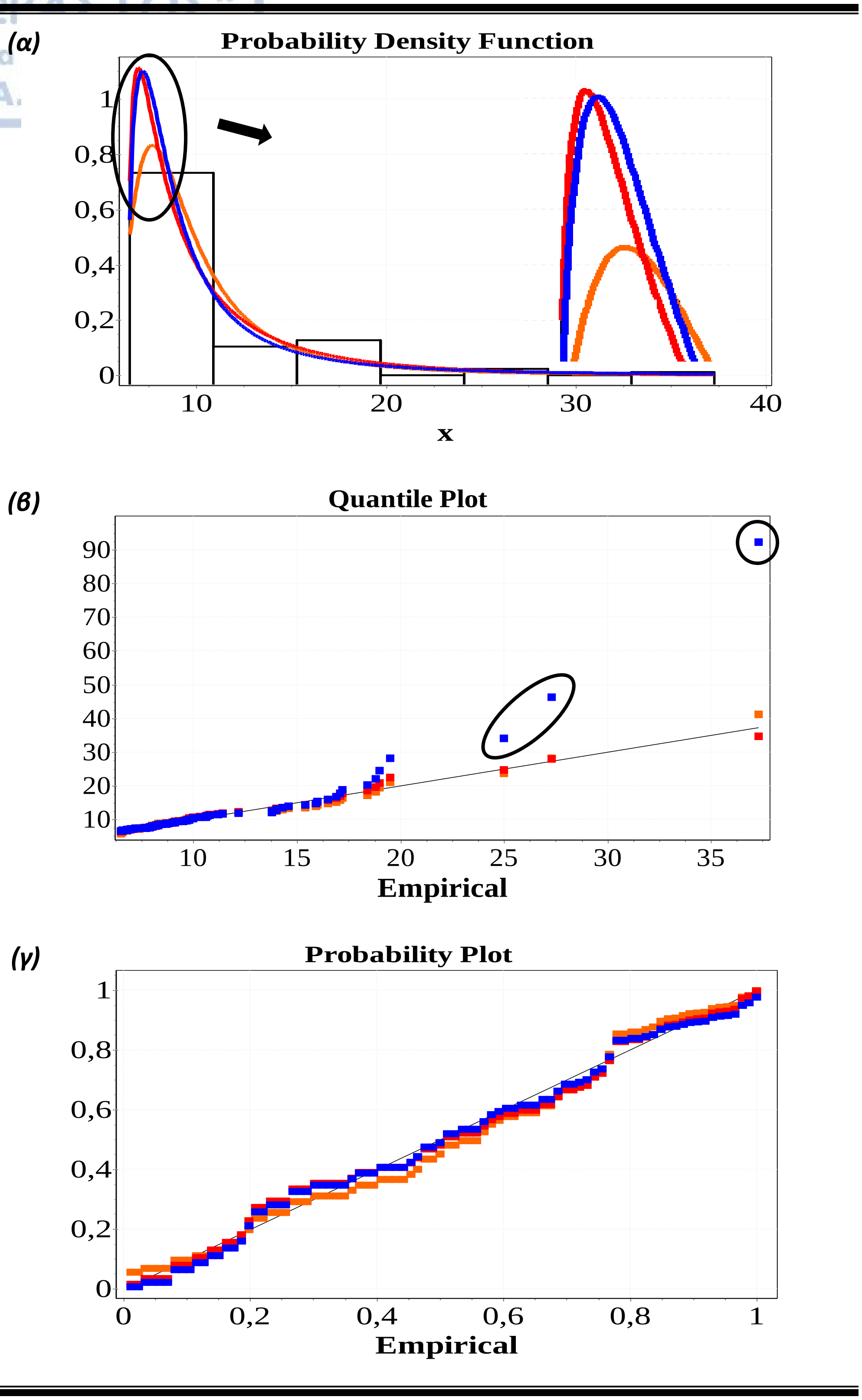
Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι παρά την αδυναμία της θεωρητικής κατανομής Lognormal (3P) να προσομοιώσει τις εντονότερες καταγραφές βροχόπτωσης, τοποθετείται μέσα στις πρώτες πέντε (5), από τις εξήντα-μία (61), θεωρητικές κατανομές σύμφωνα με τα αποτελέσματα και των τριών ελέγχων καλής προσαρμογής. Αντίστοιχη είναι και η εικόνα που παρουσιάζει το θεωρητικό μοντέλο Frechet (3P). Χαρακτηριστικά, τα αποτελέσματα των τριών μη παραμετρικών ελέγχων συγκλίνουν, κατατάσσοντας την εν λόγω κατανομή στην πέμπτη ($5^η$) καλύτερη θέση, παρά τη δυσχέρεια που παρουσιάζει στην περιγραφή των τριών, κυρίως, απολύτων μεγίστων εαρινών υψών βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για την μελετώμενη περίοδο.

4.2.2.2 Βέλτιστη προσαρμογή των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης

Από το σύνολο των εξήντα-ένα (61) θεωρητικών μοντέλων που υιοθετήθηκαν στην παρούσα διατριβή, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στις τρεις θεωρητικές κατανομές που καταλαμβάνουν την πρώτη θέση σύμφωνα με τα αποτελέσματα των τριών αναλυτικών ελέγχων καλής προσαρμογής. Ανακεφαλαιώνοντας, όπως προκύπτει από την Παράγραφο 4.2.2.1, οι θεωρητικές κατανομές Log-Logistic (3P), Johnson SB και Generalized Extreme Value προσομοιώνουν ικανοποιητικότερα τις πραγματικές καταγραφές έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared αντίστοιχα αναλυτικούς ελέγχους, σε εαρινή βάση. Εντούτοις, η επιλογή ενός, εκ των τριών, θεωρητικού μοντέλου που θα περιγράφει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τα ωριαία εαρινά ύψη βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003, αποτελεί έναν από τους κύριους στόχους της διατριβής αυτής. Συνεπώς, όπως και σε ετήσια κλίμακα (Παράγραφος 4.1.2), η επίτευξη του στόχου πραγματοποιείται με τον υπολογισμό της απόλυτης απόκλισης μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης καθενός από τα παραπάνω μοντέλα. Μολοταύτα, μια οπτική πρώτη σύγκριση των τριών "υποψήφιων" θεωρητικών μοντέλων κρίνεται επιθυμητή, καθώς συμβάλει στην εις βάθος κατανόηση των αριθμητικών αποτελεσμάτων (απόλυτες αποκλίσεις). Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 4.6 απεικονίζονται οι θεωρητικές κατανομές Log-Logistic (3P) (μπλε απόχρωση), Johnson SB (κόκκινη απόχρωση) και Gen. Extreme Value (πορτοκαλί απόχρωση) από κοινού στα εξής οπτικά γραφήματα: συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας (α), ποσοστιαίο διάγραμμα (β) και διάγραμμα πιθανότητας (γ).

Ξεκινώντας από το διάγραμμα πυκνότητας - πιθανότητας (Σχήμα 4.6α), γίνεται άμεσα αντιληπτή η διαφοροποίηση που παρατηρείται στην προσαρμογή των τριών "υποψήφιων" θεωρητικών μοντέλων στα πραγματικά εαρινά ύψη έντονης βροχόπτωσης. Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται και από τη μεγεθυμένη περιοχή του γραφήματος (περιοχή με την πιο έντονη διαφοροποίηση), η θεωρητική κατανομή Generalized Extreme Value (πορτοκαλί απόχρωση) φαίνεται να προσεγγίζει διαφορετικά τις παρατηρήσεις που απαντώνται στην πρώτη κλάση του ιστογράμματος σε σχέση με τα μοντέλα Log-Logistic (3P) και Johnson SB (μπλε και κόκκινη απόχρωση, αντίστοιχα), τα οποία βρίσκονται, σχεδόν, σε συμφωνία. Ωστόσο, παρά τη συγκλίνουσα εικόνα που παρουσιάζουν τα τελευταία δύο μοντέλα, η θεωρητική κατανομή Generalized Extreme Value φαίνεται να περιγράφει αντιπροσωπευτικότερα τα εαρινά ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης της μελετώμενης περιοχής, καθώς "ακολουθεί" ικανοποιητικότερα το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

Από την άλλη πλευρά, τα απεικονιζόμενα σημεία του ποσοστιαίου διαγράμματος (Σχήμα 4.6β) φαίνεται να παρουσιάζουν διαφορετική εικόνα από αυτή του διαγράμματος πυκνότητας – πιθανότητας. Με άλλα λόγια, η θεωρητική κατανομή Log-Logistic (3P) αδυνατεί να προσομοιώσει τα τρία απόλυτα μέγιστα ύψη έντονης βροχόπτωσης, εν συγκρίσει με τις θεωρητικές κατανομές Johnson SB και Generalized Extreme



Σχήμα 4.6 *Σύγκριση των Log-Logistic (3P) (μπλε απόχρωση), Johnson SB (κόκκινη απόχρωση) και Gen. Extreme Value (πορτοκαλί απόχρωση) μοντέλων με τη χρήση **(α)** της συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας (Probability Density Function), **(β)** του ποσοστιαίου διαγράμματος (Quantile Plot) και **(γ)** του διαγράμματος πιθανότητας (Probability Plot).*

Value, τα απεικονιζόμενα σημεία των οποίων είτε ταυτίζονται, είτε τείνουν να ταυτιστούν με την διερχόμενη από την αρχή των αξόνων ευθεία. Τέλος, όπως προκύπτει από το Σχήμα 4.6γ, δεν γίνεται διακριτή κάποια σημαντική διαφοροποίηση μεταξύ των τριών "υποψήφιων" μοντέλων, αποτέλεσμα που δεν συγκλίνει με την εικόνα των προαναφερθέντων γραφημάτων.

Η επιλογή, ωστόσο, του θεωρητικού μοντέλου που προσομοιώνει καλύτερα τα ύψη των ωριαίων έντονων βροχοπτώσεων στη Θεσσαλονίκη για τη χρονική περίοδο 1947-2003 την άνοιξη, επιτυγχάνεται με τη χρήση των τιμών των παραμέτρων των κατανομών Log-Logistic (3P), Johnson SB και Generalized Extreme Value, διαδικασία που ακολουθήθηκε, άλλωστε, και στις Παραγράφους 4.1.2 και 4.2.1.2 για την επιλογή του μοντέλου με τη βέλτιστη προσαρμογή στις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης σε ετήσια κλίμακα και σε χειμερινή κλίμακα, αντιστοίχως. Οι τιμές των παραμέτρων για τα θεωρητικά μοντέλα που εμφανίζονται στον Πίνακα 4.6, υπολογίστηκαν με την προσαρμογή των εαρινών καταγραφών ωριαίας έντονης βροχόπτωσης στην εκάστοτε κατανομή. Λαμβάνοντας υπόψιν τις τιμές αυτές σε συνδυασμό με τις μαθηματικές εκφράσεις των κατανομών Log-Logistic (3P), Johnson SB και Generalized Extreme Value, οι οποίες παρουσιάζονται στην υποπαράγραφο 2.3.2 του Κεφαλαίου 2, οι τελευταίες διαμορφώθηκαν αντιστοίχως ως εξής:

$$\boldsymbol{F(x)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{2{,}4671+0{,}8264\ln\left(\frac{x-6{,}2954}{-x+48{,}6376}\right)} e^{-t^2/2}dt \tag{4.5}$$

$$\boldsymbol{F(x)} = \left(1+\left(\frac{2{,}4442}{x-6{,}4191}\right)^{1{,}4452}\right)^{-1} \tag{4.6}$$

$$\boldsymbol{F(x)} = exp\left(-(0{,}1823x-0{,}5151)^{-2{,}6461}\right) \tag{4.7}$$

Στη συνέχεια, υιοθετήθηκαν οι σχέσεις (4.5), (4.6) και (4.7) για την παραγωγή εκτιμώμενων τιμών για τα Log-Logistic (3P), Johnson SB και Generalized Extreme Value μοντέλα αντίστοιχα, αποσκοπώντας στον υπολογισμό της απόλυτης απόκλισης μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης κάθε μοντέλου σε εαρινή βάση. Όπως προκύπτει από τον Πίνακα 4.6, η απόλυτη απόκλιση που σημειώνεται μεταξύ των πραγματικών και υπολογισμένων ωριαίων υψών του Johnson SB θεωρητικού μοντέλου, προσεγγίζει τις 29, σχεδόν, μονάδες. Από την άλλη πλευρά, η απόλυτη απόκλιση που παρατηρείται μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων

Πίνακας 4.6 *Παρουσίαση των τιμών των παραμέτρων, καθώς και των απολύτων αποκλίσεων μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης, των θεωρητικών κατανομών που προσεγγίζουν βέλτιστα τα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης την άνοιξη στη Θεσσαλονίκη για την περίοδο 1947-2003, σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής.*

έλεγχος καλής προσαρμογής	θεωρ.κατανομή	παράμετροι				απόλυτη απόκλιση
K-S	Log-Logistic (3P)	α	β	γ		81,5
		1,4452	2,4442	6,4191		
A-D	Johnson SB	γ	δ	λ	ξ	29,1
		2,4671	0,8264	54,933	6,2954	
X^2	Gen. Extreme Value	k	σ	μ		35,3
		0,37791	2,0728	8,3101		

ωριαίων υψών της Generalized Extreme Value θεωρητικής κατανομής, αγγίζει τις 35,3 μονάδες, ενώ η διαφορά μεταξύ των αντιστοίχων υψών του μοντέλου Log-Logistic (3P) είναι 81,5 μονάδες. Εν ολίγοις, το θεωρητικό μοντέλο Johnson SB δικαίως προτάθηκε από τον Anderson-Darling έλεγχο καλής προσαρμογής ως το βέλτιστο εργαλείο πρόβλεψης των ωραίων έντονων βροχοπτώσεων που καταγράφηκαν στη μελετώμενη περιοχή και περίοδο, την άνοιξη.

Εν κατακλείδι, συνυπολογιζομένων των εμπειρικών, καθώς και των μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής, ***η θεωρητική κατανομή Johnson SB αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο***, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-μία κατανομών, ***μοντέλο εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης που σημειώθηκαν στην περιοχή της Θεσσαλονίκης την χρονική περίοδο 1947-2003, σε εαρινή βάση***.

4.2.3 Κατανομή των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης το καλοκαίρι

4.2.3.1 Κατάταξη εξήντα-ένα θεωρητικών μοντέλων σύμφωνα με τρεις μη παραμετρικούς ελέγχους καλής προσαρμογής

Στον Πίνακα 4.7 απεικονίζεται η θερινή κατάταξη των εξήντα-μία (61) συνεχών θεωρητικών κατανομών, που παρατίθενται στον Πίνακα 1 του Παραρτήματος, σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής των μοντέλων αυτών στα θερινά πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης (≥ 6.5mm/h) που σημειώθηκαν στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947 – 2003. Όπως προκύπτει από τον Πίνακα 4.7, η θεωρητική κατανομή Log-Pearson 3 αποτελεί το ιδανικότερο μοντέλο προσομοίωσης των θερινών υψών έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα με τα αποτελέσματα των μη παραμετρικών ελέγχων, Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling. Όσον αφορά στην κατάταξη που προκύπτει από τα αποτελέσματα του ελέγχου καλής προσαρμογής Chi-Squared, η πρώτη θέση καταλαμβάνεται από τη θεωρητική κατανομή Log-Gamma με στατιστικό που, κατά προσέγγιση, αγγίζει τις 1.5 μονάδες. Αξιοσημείωτο, εντούτοις, είναι το γεγονός ότι η προαναφερθείσα κατανομή δεν αποτελεί ιδιαίτερα καλή επιλογή για τους δυο πρώτους ελέγχους καλής προσαρμογής, καθώς τα αποτελέσματα αυτών κατατάσσουν το εν λόγω μοντέλο στην 16η και 13η θέση του Πίνακα 4.7, αντίστοιχα. Από την άλλη πλευρά, το βέλτιστο, σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling ελέγχους, θεωρητικό μοντέλο τυγχάνει καλύτερης θέσης στην κατάταξη του Chi-Squared ελέγχου, αφού αισίως τοποθετείται στην πρώτη δεκάδα του πίνακα (8η θέση).

Όσον αφορά στην κατανομή που παρουσιάζει τη χείριστη προσαρμογή στα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947 - 2003

Πίνακας 4.7 *Παρουσίαση της θερινής κατάταξης (rank) των θεωρητικών κατανομών, μαζί με τα στατιστικά τους (statistic) σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής. Με N/A (No Applicable) συναντάται η μη εφαρμογή του ελέγχου στην αντίστοιχη κατανομή, ενώ ως No fit ερμηνεύεται η μη προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα. Η απεικόνιση της καλύτερης θεωρητικής κατανομής για κάθε έλεγχο γίνεται με έντονη απόχρωση.*

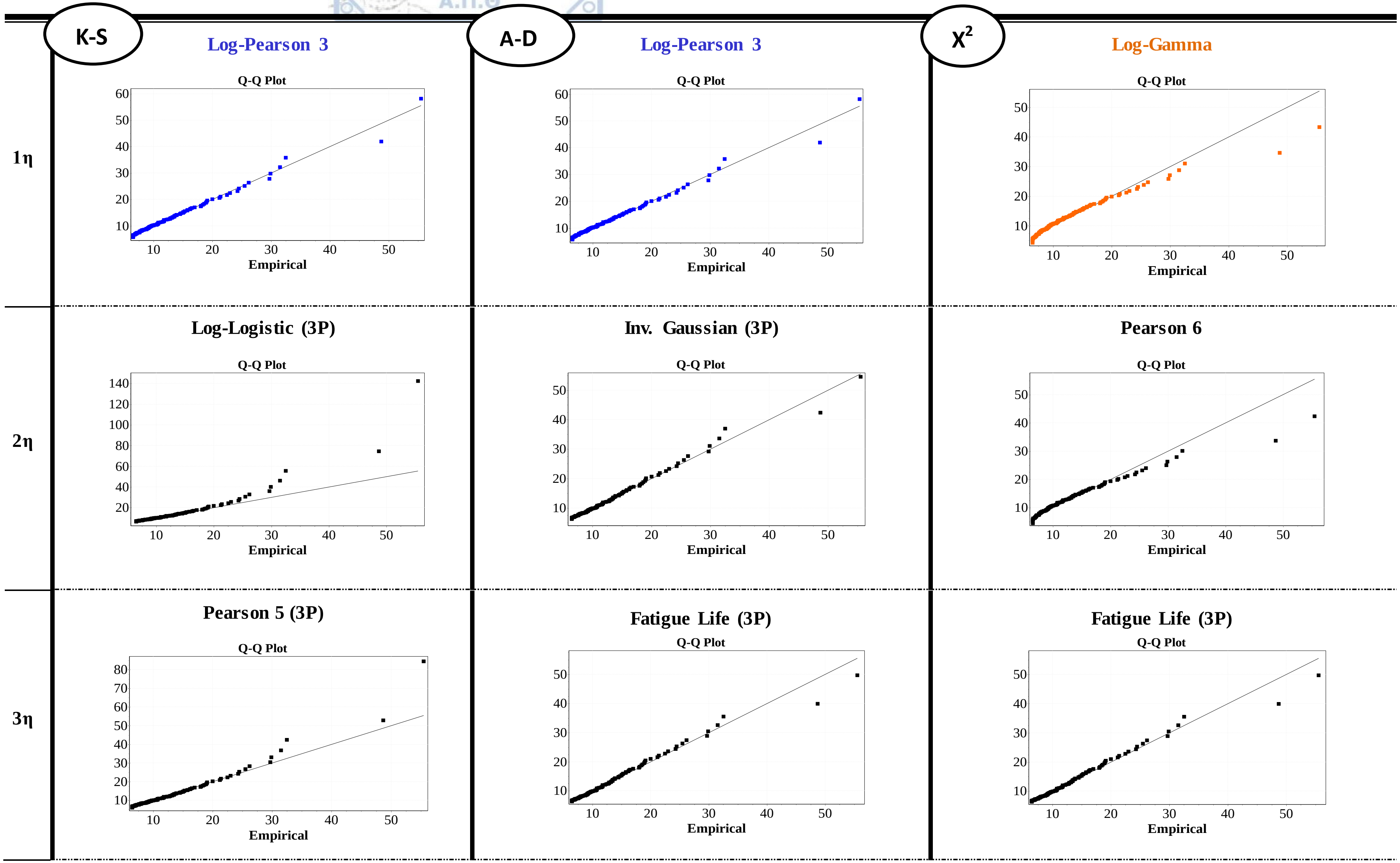
	Distribution	**Kolmogorov-Smirnov**		**Anderson-Darling**		**Chi-Squared**	
		Statistic	**Rank**	**Statistic**	**Rank**	**Statistic**	**Rank**
1	Beta	0,12025	25	22,847	45	N/A	
2	Burr	0,08518	18	1,0021	10	9,1466	18
3	Burr (4P)	0,09277	19	20,006	42	N/A	
4	Cauchy	0,19547	40	6,7499	28	13,497	25
5	Chi-Squared	0,11119	23	3,1119	17	10,677	22
6	Chi-Squared (2P)	0,08486	17	3,2908	18	10,348	21
7	Dagum	0,32426	49	34,692	49	66,801	40
8	Dagum (4P)	0,17752	33	11,706	39	18,529	30
9	Erlang	0,44439	54	37,592	52	80,441	42
10	Erlang (3P)	No fit					
11	Error	0,21079	42	8,3079	33	23,383	34
12	Error Function	0,80804	56	187,39	56	598,19	47
13	Exponential	0,3954	51	20,682	43	77,11	41
14	Exponential (2P)	0,05325	10	6,0611	24	2,8108	7
15	Fatigue Life	0,11304	24	2,6107	16	7,6583	17
16	Fatigue Life (3P)	0,05748	11	0,29993	3	1,8029	3

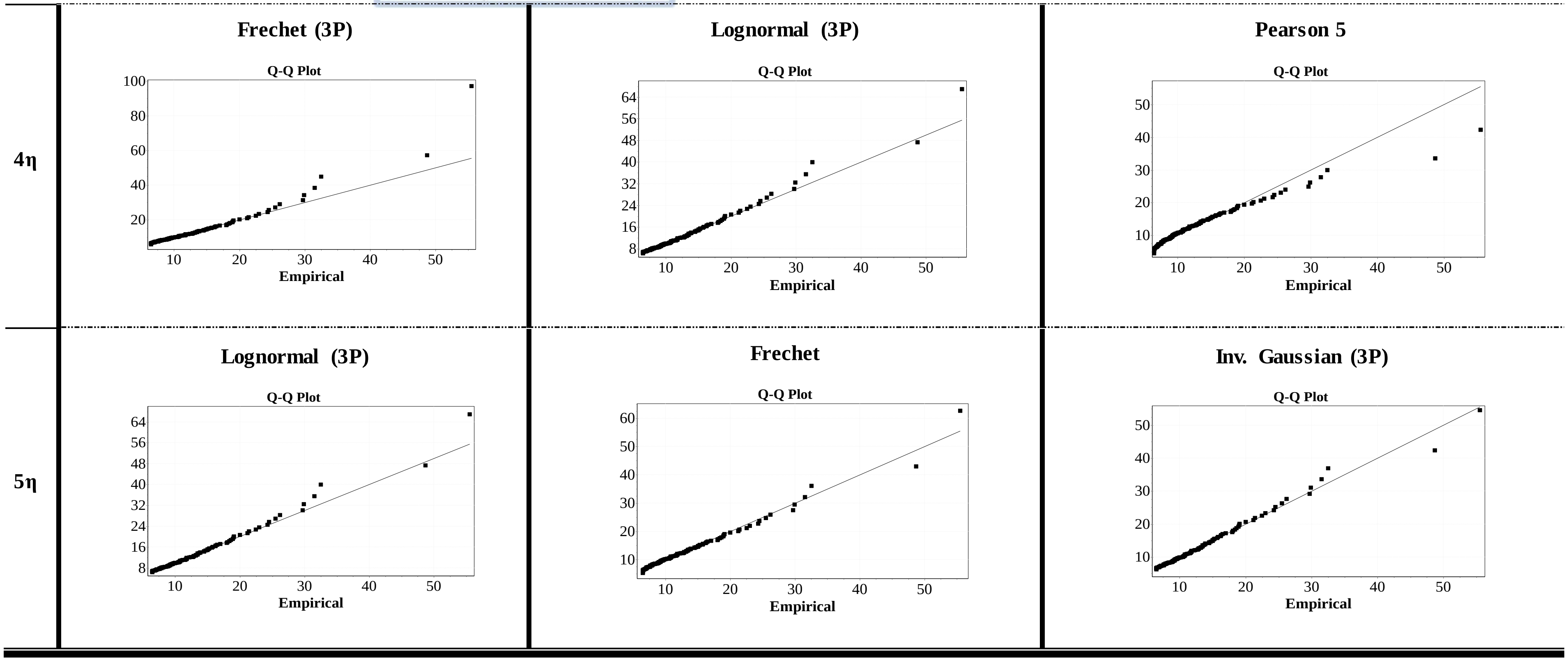
17	Frechet	0,04989	6	0,34884	5	4,1999	10
18	Frechet (3P)	0,04808	4	0,4094	8	5,1884	13
19	Gamma	0,1939	38	5,4489	23	15,535	29
20	Gamma (3P)	0,05748	12	19,463	41	N/A	
21	Gen. Extreme Value	0,05012	7	0,36292	6	5,1085	12
22	Gen. Gamma	0,13688	27	4,408	20	12,386	23
23	Gen. Gamma (4P)	0,15643	30	7,0685	29	13,918	26
24	Gen. Pareto	0,05213	9	19,404	40	N/A	
25	Gumbel Max	0,18433	36	5,0961	22	14,187	28
26	Gumbel Min	0,24535	46	21,197	44	N/A	
27	Hypersecant	0,18956	37	7,7997	30	24,181	36
28	Inv. Gaussian	0,16174	31	3,6004	19	12,677	24
29	Inv. Gaussian (3P)	0,05046	8	0,28635	2	2,5991	5
30	Johnson SB	0,09628	21	32,547	48	N/A	
31	Johnson SU			No fit			
32	Kumaraswamy	0,2153	45	29,057	47	N/A	
33	Laplace	0,21079	43	8,3079	34	23,383	35
34	Levy	0,43042	53	39,575	53	179,08	46
35	Levy (2P)	0,21293	44	8,4026	35	53,758	39
36	**Log-Gamma**	0,0831	16	1,2889	13	**1,4454**	**1**
37	Log-Logistic	0,09581	20	1,8562	14	6,7428	16
38	Log-Logistic (3P)	0,04615	2	0,50779	9	3,8994	9
39	**Log-Pearson 3**	**0,04522**	**1**	**0,26356**	**1**	3,0087	8
40	Logistic	0,18286	35	8,0044	31	29,276	37
41	Lognormal	0,10192	22	2,174	15	5,2167	14
42	Lognormal (3P)	0,04817	5	0,30997	4	2,6637	6
43	Nakagami			No fit			
44	Normal	0,19499	39	8,953	37	30,084	38
45	Pareto	0,13149	26	11,345	38	9,554	19
46	Pareto 2	0,42291	52	23,675	46	83,047	43
47	Pearson 5	0,07936	14	1,2112	11	1,9593	4
48	Pearson 5 (3P)	0,04665	3	0,37079	7	5,3257	15
49	Pearson 6	0,08018	15	1,2314	12	1,5105	2
50	Pearson 6 (4P)	0,15514	29	8,1609	32	9,7467	20
51	Pert			No fit			
52	Power Function	0,28532	48	35,339	50	N/A	
53	Rayleigh	0,18034	34	6,0747	25	19,767	31
54	Rayleigh (2P)	0,20205	41	8,5791	36	20,413	32
55	Reciprocal	0,3887	50	44,526	54	88,79	44
56	Rice	0,17318	32	6,6174	26	21,3	33
57	Student's t	0,98857	57	538,21	57	11831	48
58	Triangular	0,4605	55	69,834	55	148,63	45
59	Uniform	0,25184	47	36,052	51	N/A	
60	Weibull	0,15405	28	6,7278	27	14,115	27
61	Weibull (3P)	0,0649	13	4,7725	21	4,2624	11

για το καλοκαίρι, οι τρεις έλεγχοι καλής προσαρμογής συγκλίνουν από κοινού στη θεωρητική κατανομή Student's t. Χαρακτηριστικά, σημειώνουν στατιστικά που προσεγγίζουν τις 0.98857, 538.21 και 11831.0 μονάδες, αντιστοίχως. Επιπροσθέτως, αξίζει να υπογραμμιστεί ότι οι θεωρητικές κατανομές Erlang (3P), Johnson SU, Nakagami και Pert δεν εμφάνισαν καμία προσαρμογή στις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης για το σύνολο των ελέγχων, ενώ ο έλεγχος Chi-squared δε δύναται να εφαρμοστεί στα εξής θεωρητικά μοντέλα: Beta, Burr (4P), Gamma (3P), Generalized Pareto, Gumbel Min, Johnson SB, Kumaraswamy, Power Function και Uniform.

Για την απόκτηση μιας πιο εποπτικής εικόνας της βέλτιστης κατανομής των θερινών ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, παρουσιάζονται, ακολούθως, στο Σχήμα 4.7 τα ποσοστιαία διαγράμματα (Quantile Plots) των πέντε (5) θεωρητικών μοντέλων που προσεγγίζουν ικανοποιητικότερα τα πραγματικά δεδομένα, όπως προέκυψε από τον Πίνακα κατάταξης 4.7, για τον κάθε μη παραμετρικό έλεγχο καλής προσαρμογής.

Σύμφωνα με τα ποσοστιαία αυτά διαγράμματα, γίνεται άμεσα αντιληπτή η αρκετά ικανοποιητική προσαρμογή της θεωρητικής κατανομής Log-Pearson 3 στις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, το καλοκαίρι. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, ωστόσο, παρουσιάζουν οι δύο απόλυτα μέγιστες καταγραφές των 48.7mm/h και 55.5mm/h, καθώς παρά το γεγονός ότι απέχουν από τις υπόλοιπες παρατηρήσεις 16.0, κατ' ελάχιστο, μονάδες, προσεγγίζουν και αυτές με τη σειρά τους αξιοσέβαστα τη γραμμική συνάρτηση $y = x$. Με άλλα λόγια, τα αποτελέσματα του εμπειρικού ελέγχου για την προαναφερθείσα κατανομή φαίνεται να συνάδουν με τα αντίστοιχα των αναλυτικών ελέγχων καλής προσαρμογής, Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling. Όσον αφορά στα αποτελέσματα του μη παραμετρικού ελέγχου Chi-Squared, η θεωρητική κατανομή Log-Gamma κατατάσσεται στην πρώτη θέση του Πίνακα 4.7. Εντούτοις, το ποσοστιαίο διάγραμμα της κατανομής αυτής φαίνεται να παρουσιάζει διαφορετική εικόνα. Συγκεκριμένα, τα υπερβαίνοντα των 20mm/h απεικονιζόμενα σημεία τείνουν να αποκλίνουν από τη διχοτόμο του 1ου και του 3ου τεταρτημορίου, με εμφανή τάση υποεκτίμησης των πραγματικών υψών, η οποία γίνεται εντονότερη όσο αυξάνεται η ένταση της βροχόπτωσης. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι η θεωρητική κατανομή Log-Gamma είναι ένα διπαραμετρικό μοντέλο, γεγονός που εξηγεί, εν μέρει, τη


K-S
A-D
X^2
Log-Pearson 3
Log-Pearson 3
Log-Gamma
1η
2η
3η
Log-Logistic (3P)
Inv. Gaussian (3P)
Pearson 6
Pearson 5 (3P)
Fatigue Life (3P)
Fatigue Life (3P)
Q-Q Plot
Empirical



Σχήμα 4.7 *Απεικόνιση των εμπειρικών ελέγχων καλής προσαρμογής (ποσοστιαίο διάγραμμα) των πέντε (5) πρώτων στη θερινή κατάταξη του Πίνακα 4.7 θεωρητικών μοντέλων για κάθε έναν από τους αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared. Η βέλτιστη θεωρητική κατανομή σύμφωνα με τους K-S και A-D ελέγχους, και τον X^2 έλεγχο απεικονίζεται με μπλε, και πορτοκαλί απόχρωση, αντίστοιχα.*

δυσχέρεια αυτού να προσομοιώσει τις εντονότερες πραγματικές καταγραφές

Σχετικά με τα θεωρητικά μοντέλα που καταλαμβάνουν τις υπόλοιπες, από τις πέντε καλύτερες θέσεις (σύμφωνα πάντα με τα αποτελέσματα των μη παραμετρικών ελέγχων), παρατηρείται μια γενικότερη αδυναμία προσομοίωσης, κυρίως, των δυο απολύτων μεγίστων υψών. Παρά ταύτα, διακρίνονται και κατανομές που πέραν της προαναφερθείσας δυσχέρειας, δε δύνανται να περιγράψουν ικανοποιητικά και ένα άλλο μέρος των παρατηρήσεων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν τα εξής μοντέλα: Log-Logistic (3P), Pearson 6 και Pearson 5. Επιπροσθέτως, αξίζει να υπογραμμιστεί ότι αν και ανάμεσα στις καλύτερες κατανομές κατατάσσεται τόσο η διπαραμετρική, όσο και η τριπαραμετρική κατανομή Pearson 5, γίνεται ευκόλως κατανοητή η επιλογή της τελευταίας ως τη βέλτιστη από τις δύο. Από την άλλη πλευρά, η διπαραμετρική κατανομή Frechet φαίνεται να παρουσιάζει καλύτερη προσαρμογή στα θερινά ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης, σε σχέση με το αντίστοιχο τριπαραμετρικό μοντέλο. Τέλος, να σημειωθεί ότι η θεωρητική κατανομή Inverse Gaussian (3P) περιγράφει αρκετά ικανοποιητικά τις πραγματικές καταγραφές, σε βαθμό που "αντιγράφει" σημαντικά την προσαρμογή της Log-Pearson 3. Δεν είναι τυχαίο, άλλωστε, το γεγονός ότι κατατάσσεται στη δεύτερη θέση σύμφωνα με τα αποτελέσματα του μη παραμετρικού ελέγχου Anderson-Darling, ο οποίος χαρακτηρίζεται για τη βαρύτητα που προσδίδει στις ουρές των κατανομών.

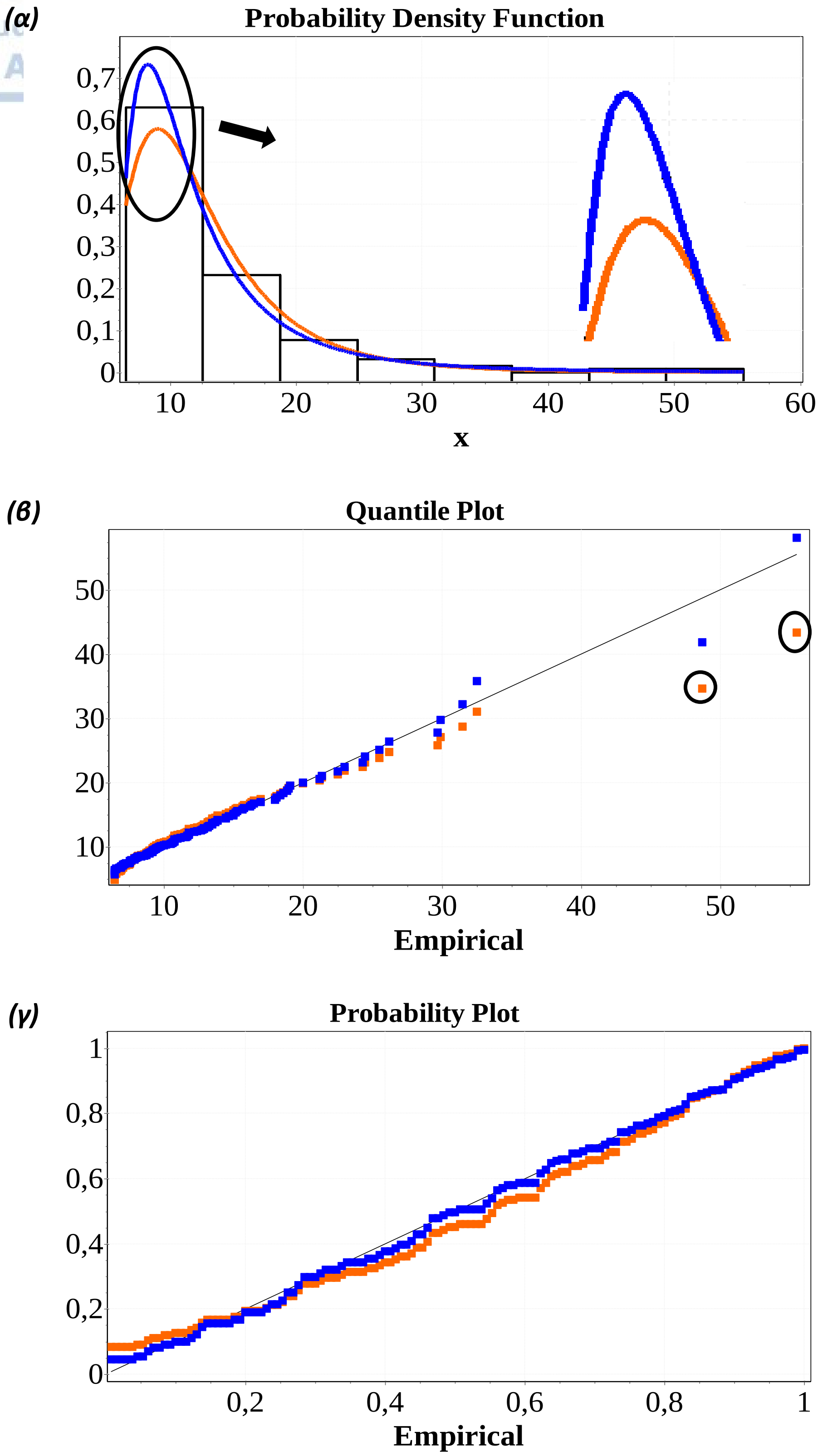
4.2.3.2 Βέλτιστη προσαρμογή των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης

Από το σύνολο των εξήντα-ένα (61) θεωρητικών μοντέλων που υιοθετήθηκαν στην παρούσα διατριβή, η προσοχή επικεντρώνεται στις τρεις θεωρητικές κατανομές που καταλαμβάνουν τις καλύτερες θέσεις σύμφωνα με τους τρεις αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής. Όπως προαναφέρθηκε, η θεωρητική κατανομή Log-Pearson 3 προσεγγίζει ικανοποιητικότερα τις πραγματικές καταγραφές σύμφωνα με τους ελέγχους Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling, ενώ η κατανομή Log-Gamma αποτελεί το ιδανικότερο μοντέλο πρόβλεψης των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα με τον Chi-Squared έλεγχο, σε θερινή βάση. Ωστόσο, η προσοχή επικεντρώνεται στην επιλογή ενός, εκ των δύο, θεωρητικών μοντέλων και συγκεκριμένα στην επιλογή αυτού που προσεγγίζει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003.

Μια πρώτη σύγκριση αυτών πραγματοποιείται μέσω της απεικόνισης των συναρτήσεων πυκνότητας - πιθανότητας, των ποσοστιαίων διαγραμμάτων και των διαγραμμάτων πιθανότητας των μοντέλων Log-Pearson 3 (μπλε απόχρωση) και Log-Gamma (πορτοκαλί απόχρωση) σε ένα κοινό γράφημα (Σχήμα 4.8).

Όπως προκύπτει από το διάγραμμα της συνάρτησης πυκνότητας - πιθανότητας (Σχήμα 4.8α), οι προαναφερθείσες θεωρητικές κατανομές παρουσιάζουν θετική ασυμμετρία, καθώς οι περισσότερες παρατηρήσεις, μεταξύ αυτών και η διάμεσος, αλλά και η μέση τιμή, βρίσκονται στα δεξιά της κορυφής. Όσον αφορά στην κύρτωση, η καμπύλη που αντιστοιχεί στο μοντέλο Log-Pearson 3 εμφανίζεται λεπτόκυρτη, μιας και έχει σχετικά μεγάλη μέγιστη συχνότητα (κορυφή) και κατά συνέπεια μεγάλη συγκέντρωση τιμών γύρω από τον αριθμητικό μέσο. Από την άλλη πλευρά, όπως φαίνεται και από το μεγεθυμένο τμήμα του γραφήματος, η κύρτωση της θεωρητικής κατανομής Log-Gamma δεν εμφανίζει την ίδια οξύτητα, υποδηλώνοντας με αυτό τον τρόπο τη μικρότερη συγκέντρωση τιμών γύρω από τη μέση τιμή. Επιπροσθέτως, διαφοροποίηση μεταξύ των θεωρητικών μοντέλων, Log-Pearson 3 και Log-Gamma, σημειώνεται, εκτός των άλλων, και στη δεύτερη κλάση του ιστογράμματος, όπου ως αναμένεται, η πορτοκαλί καμπύλη (Log-Gamma) παρουσιάζει σχετικά μεγαλύτερη συχνότητα από την αντίστοιχη της μπλε καμπύλης (Log-Pearson 3). Γενικότερα, λαμβάνοντας υπόψη τη συνάρτηση πυκνότητας - πιθανότητας, γίνεται ευκόλως αντιληπτό ότι το τελευταίο θεωρητικό μοντέλο προσαρμόζεται καλύτερα στις ωριαίες έντονες καταγραφές του καλοκαιριού, καθώς φαίνεται να "ακολουθεί" σε ικανοποιητικότερο βαθμό το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

Συγκλίνοντα είναι και τα αποτελέσματα που εξάγονται από το Σχήμα 4.8β, καθώς η σύγκριση των απεικονιζόμενων σημείων των δύο θεωρητικών κατανομών σε ένα κοινό γράφημα, υποδεικνύει ξεκάθαρα το μοντέλο Log-Pearson 3 ως αυτό με την καλύτερη προσαρμογή στα πραγματικά δεδομένα έντονης βροχόπτωσης. Αναλυτικότερα, όπως προκύπτει από το εν λόγω διάγραμμα, τα μπλε απεικονιζόμενα σημεία είτε ταυτίζονται με τη γραμμική συνάρτηση $y = x$ είτε τείνουν να την προσεγγίσουν σε αρκετά ικανοποιητικό βαθμό. Αντίθετα, τα πορτοκαλί απεικονιζόμενα σημεία εμφανίζουν στο σύνολο τους τάσεις απομάκρυνσης από τη διχοτόμο του 1ου και 3ου τεταρτημορίου, με την τάση αυτή να εντείνεται καθώς αυξάνεται η τετμημένη του γραφήματος. Τέλος, όσον αφορά στο διάγραμμα πιθανότητας (Σχήμα 4.8γ),



Σχήμα 4.8 *Σύγκριση των Log-Pearson 3 (μπλε απόχρωση) και Log-Gamma (πορτοκαλί απόχρωση) μοντέλων με τη χρήση **(α)** της συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας (Probability Density Function), **(β)** του ποσοστιαίου διαγράμματος (Quantile Plot) και **(γ)** του διαγράμματος πιθανότητας (Probability Plot).*

παρουσιάζεται ακριβώς η ίδια πληροφορία με αυτή του ποσοστιαίου διαγράμματος εκφρασμένη, όμως, σε διαφορετική κλίμακα. Όπως γίνεται εμφανές από το γράφημα αυτό, η θεωρητική κατανομή Log-Pearson 3 περιγράφει αντιπροσωπευτικότερα τα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης σε σχέση με το μοντέλο Log-Gamma, γεγονός που επιβεβαιώνεται από την εγγύτερη, στη $y = x$, τοποθέτηση της πρώτης. Καταλήγοντας, η Log-Pearson 3 ομόφωνα -γραφικά για αρχή τουλάχιστον- αποτελεί το βέλτιστο μοντέλο εκτίμησης των θερινών υψών έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη τη μελετώμενη περίοδο.

Όπως αναφέρθηκε πολλάκις σε υποπαραγράφους αυτού του κεφαλαίου, η αντικειμενική επιλογή της θεωρητικής κατανομής που προσεγγίζει βέλτιστα τα ύψη των ωριαίων έντονων βροχοπτώσεων στη μελετώμενη περιοχή και περίοδο την κάθε εποχή, πραγματοποιείται με τη χρήση των τιμών των παραμέτρων των εκάστοτε κατανομών. Εδώ, συγκεκριμένα, οι τιμές των παραμέτρων που εμφανίζονται στον Πίνακα 4.8, υπολογίστηκαν με την προσαρμογή των θερινών καταγραφών ωριαίας έντονης βροχόπτωσης στις Log-Pearson 3 και Log-Gamma κατανομές. Οι μαθηματικές εκφράσεις των κατανομών αυτών (παράγραφοι 2.3.2.8 και 2.3.2.6, αντίστοιχα) σε συνδυασμό με τις παραμέτρους του Πίνακα 4.8 αντικατοπτρίζονται στις εξής σχέσεις:

$$\boldsymbol{F(x)} = \frac{\int_0^{(lnx-1,6106)/0,2266} t^{2,6988}.e^{-t}dt}{\int_0^{\infty} t^{2,6988}.e^{-t}dt} \qquad \textbf{(4.8)}$$

$$\boldsymbol{F(x)} = \frac{\int_0^{lnx/0,0776} t^{30,566}.e^{-t}dt}{\int_0^{\infty} t^{30,566}.e^{-t}dt} \qquad \textbf{(4.9)}$$

Έπειτα, υπολογίστηκε η απόλυτη απόκλιση μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης -τιμών που παράχθηκαν δια μέσου των προαναφερθεισών σχέσεων- κάθε μοντέλου σε θερινή βάση. Όπως προκύπτει από τον Πίνακα 4.8, η απόλυτη απόκλιση που σημειώνεται μεταξύ των πραγματικών και υπολογισμένων τιμών έντονης βροχόπτωσης της θεωρητικής κατανομής Log-Pearson 3, αγγίζει, κατά προσέγγιση, τις 5 μονάδες. Αντίθετα, η απόλυτη απόκλιση που παρατηρείται ανάμεσα στα δύο σύνολα τιμών της θερινής έντονης βροχόπτωσης του διπαραμετρικού μοντέλου Log-Gamma, εκτοξεύεται, σχεδόν, στις 157 μονάδες. Η διαφορά αυτή που διακρίνεται μεταξύ των αποκλίσεων των δύο θεωρητικών μοντέλων είναι στατιστικά σημαντική και καθιστά με τη σειρά της την κατανομή Log-Pearson 3,

Πίνακας 4.8 *Παρουσίαση των τιμών των παραμέτρων, καθώς και των απολύτων αποκλίσεων μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης, των θεωρητικών κατανομών που προσεγγίζουν βέλτιστα τα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης το καλοκαίρι στη Θεσσαλονίκη για την περίοδο 1947-2003, σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής.*

έλεγχος καλής προσαρμογής	θεωρ.κατανομή	παράμετροι			απόλυτη απόκλιση
K-S και A-D	Log-Pearson 3	α	β	γ	4,8
		3,6988	0,2266	1,6106	
X^2	Log-Gamma	α	β		156,7
		31,566	0,0776		

ως την ικανότερη να προσομοιώσει τις ωριαίες έντονες βροχοπτώσεις της μελετώμενης περιοχής και περιόδου, το καλοκαίρι. Η συμφωνία, άλλωστε, των Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling ελέγχων καλής προσαρμογής προϊδέαζε εξ’ αρχής για το αποτέλεσμα αυτό.

Συνοψίζοντας, συνυπολογιζομένων των εμπειρικών, καθώς και των μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής, ***η θεωρητική κατανομή Log-Pearson 3 αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο***, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-μία κατανομών, ***μοντέλο εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης που σημειώθηκαν στην περιοχή της Θεσσαλονίκης τη χρονική περίοδο 1947-2003, σε θερινή βάση***.

4.2.4 Κατανομή των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης το φθινόπωρο

4.2.4.1 Κατάταξη εξήντα-ένα θεωρητικών μοντέλων σύμφωνα με τρεις μη παραμετρικούς ελέγχους καλής προσαρμογής

Στον Πίνακα 4.9 παρουσιάζεται η φθινοπωρινή κατάταξη των εξήντα-μία (61) συνεχών θεωρητικών κατανομών που παρατίθενται στο Παράρτημα (Πίνακας 1), σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής των θεωρητικών αυτών μοντέλων στα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης (≥ 6.5mm/h) που σημειώθηκαν στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947 – 2003. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.9, η θεωρητική κατανομή Lognormal (3P) καταλαμβάνει την πρώτη θέση στη φθινοπωρινή κατάταξη σύμφωνα με τον Kolmogorov-Smirnov έλεγχο καλής προσαρμογής με στατιστικό

Πίνακας 4.9 *Παρουσίαση της φθινοπωρινής κατάταξης (rank) των θεωρητικών κατανομών, μαζί με τα στατιστικά τους (statistic) σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής. Με N/A (No Applicable) συναντάται η μη εφαρμογή του ελέγχου στην αντίστοιχη κατανομή, ενώ ως No fit ερμηνεύεται η μη προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα. Η απεικόνιση της καλύτερης θεωρητικής κατανομής για κάθε έλεγχο γίνεται με έντονη απόχρωση.*

	Distribution	Kolmogorov-Smirnov		Anderson-Darling		Chi-Squared	
		Statistic	Rank	Statistic	Rank	Statistic	Rank
1	Beta	0,12092	12	30,468	46	N/A	
2	Burr	0,12378	13	38,09	53	N/A	
3	Burr (4P)	0,11803	11	11,644	39	6,6348	15
4	Cauchy	0,2695	45	11,66	40	28,142	41
5	Chi-Squared	0,22835	34	5,0844	19	8,839	18
6	Chi-Squared (2P)	0,17892	30	10,383	37	22,848	37
7	Dagum	0,85858	56	162,8	57	635,24	51
8	Dagum (4P)	0,16556	24	34,65	52	N/A	
9	Erlang	0,33036	50	8,1617	29	5,9451	11
10	Erlang (3P)			No fit			
11	Error	0,26022	43	9,1993	32	31,106	42
12	Error Function	0,86478	57	156,27	56	485,53	50
13	Exponential	0,4509	54	17,201	43	25,575	40
14	Exponential (2P)	0,1742	28	25,911	45	18,698	34
15	Fatigue Life	0,17437	29	4,9224	18	12,415	25
16	**Fatigue Life (3P)**	0,0766	2	**0,81347**	**1**	2,8128	3
17	Frechet	0,15205	17	2,2763	10	5,5425	10
18	Frechet (3P)	0,08462	5	1,0992	4	4,3431	6
19	Gamma	0,24895	41	5,8157	21	8,0731	16
20	Gamma (3P)	0,16988	26	10,273	35	13,342	29
21	Gen. Extreme Value	0,11471	9	1,8536	8	6,3597	14
22	Gen. Gamma	0,18969	31	5,8565	22	12,762	26
23	Gen. Gamma (4P)	0,08163	3	7,8503	27	4,3453	7
24	Gen. Pareto	0,11505	10	1,1529	6	2,9509	4
25	Gumbel Max	0,23607	38	5,5758	20	8,7546	17
26	Gumbel Min	0,28206	47	18,252	44	34,352	44
27	Hypersecant	0,23194	36	8,2887	30	23,154	38
28	Inv. Gaussian	0,23373	37	4,6687	17	5,3141	9
29	Inv. Gaussian (3P)	0,09507	8	1,0609	3	4,5951	8
30	**Johnson SB**	0,1396	14	1,4318	7	**2,3281**	**1**
31	Johnson SU			No fit			
32	Kumaraswamy	0,1733	27	33,185	49	N/A	
33	Laplace	0,26022	44	9,1993	33	31,106	43
34	Levy	0,43669	52	31,613	47	75,957	47
35	Levy (2P)	0,143	16	2,4046	11	10,142	19
36	Log-Gamma	0,16177	22	3,593	12	10,28	21
37	Log-Logistic	0,16869	25	4,1123	15	11,757	24
38	Log-Logistic (3P)	0,15386	20	10,676	38	16,985	33

39	Log-Pearson 3	0,13965	15	1,9842	9	6,023	12
40	Logistic	0,22235	33	8,1407	28	21,393	35
41	Lognormal	0,16468	23	4,5574	16	13,523	30
42	**Lognormal (3P)**	**0,07289**	**1**	1,0468	2	2,8112	2
43	Nakagami	No fit					
44	Normal	0,23077	35	8,4393	31	16,814	32
45	Pareto	0,09212	6	13,485	41	11,254	23
46	Pareto 2	0,43991	53	16,564	42	22,41	36
47	Pearson 5	0,15255	18	3,79	13	12,949	28
48	Pearson 5 (3P)	0,09384	7	1,1374	5	4,1713	5
49	Pearson 6	0,15437	21	3,8557	14	12,94	27
50	Pearson 6 (4P)	0,15256	19	34,35	51	N/A	
51	Pert	0,31992	49	32,793	48	62,031	46
52	Power Function	0,28016	46	10,288	36	41,407	45
53	Rayleigh	0,24591	40	6,7275	23	10,338	22
54	Rayleigh (2P)	0,24912	42	9,5529	34	24,811	39
55	Reciprocal	0,42253	51	60,118	54	118,24	48
56	Rice	0,24267	39	6,836	24	10,22	20
57	Student's t	0,98857	58	377,01	58	5582,5	52
58	Triangular	0,46397	55	76,664	55	161,71	49
59	Uniform	0,28744	48	33,682	50	N/A	
60	Weibull	0,20279	32	7,7607	26	15,627	31
61	Weibull (3P)	0,08433	4	7,0856	25	6,3205	13

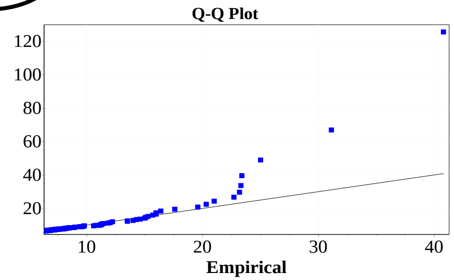
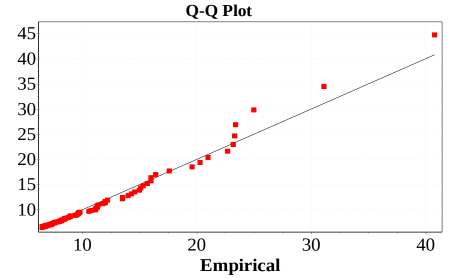
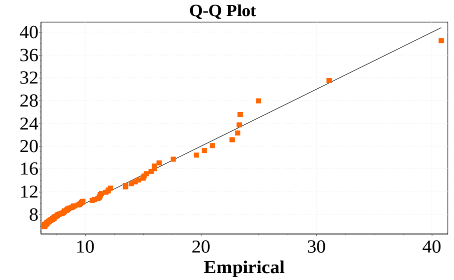
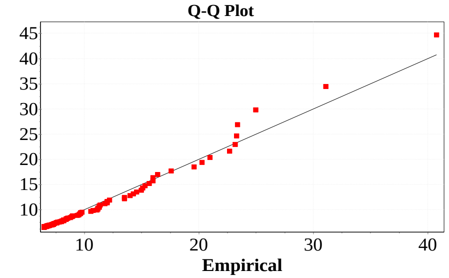
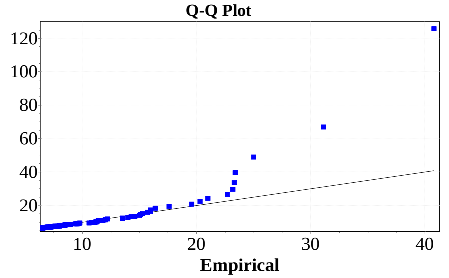
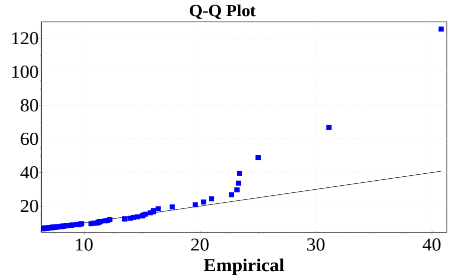
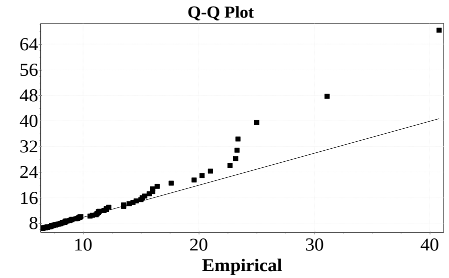
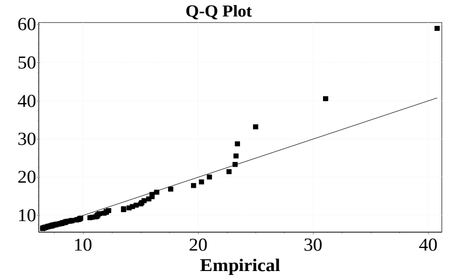
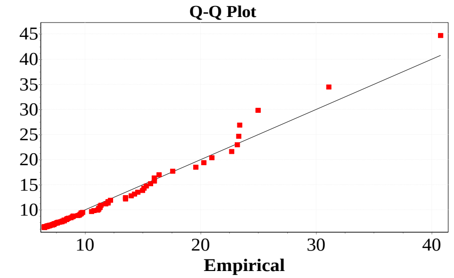
0.07289. Απεναντίας, ο μη παραμετρικός έλεγχος Anderson-Darling υποδεικνύει το τριπαραμετρικό μοντέλο, Fatigue Life, ως το πιο ικανό να προσομοιώσει τις ωριαίες έντονες βροχοπτώσεις της υπό μελέτη περιοχής, το φθινόπωρο. Από την άλλη πλευρά, η τεσσάρων παραμέτρων Johnson SB κατανομή προτείνεται ως η βέλτιστη επιλογή σύμφωνα με τα αποτελέσματα του ελέγχου καλής προσαρμογής Chi-Squared.

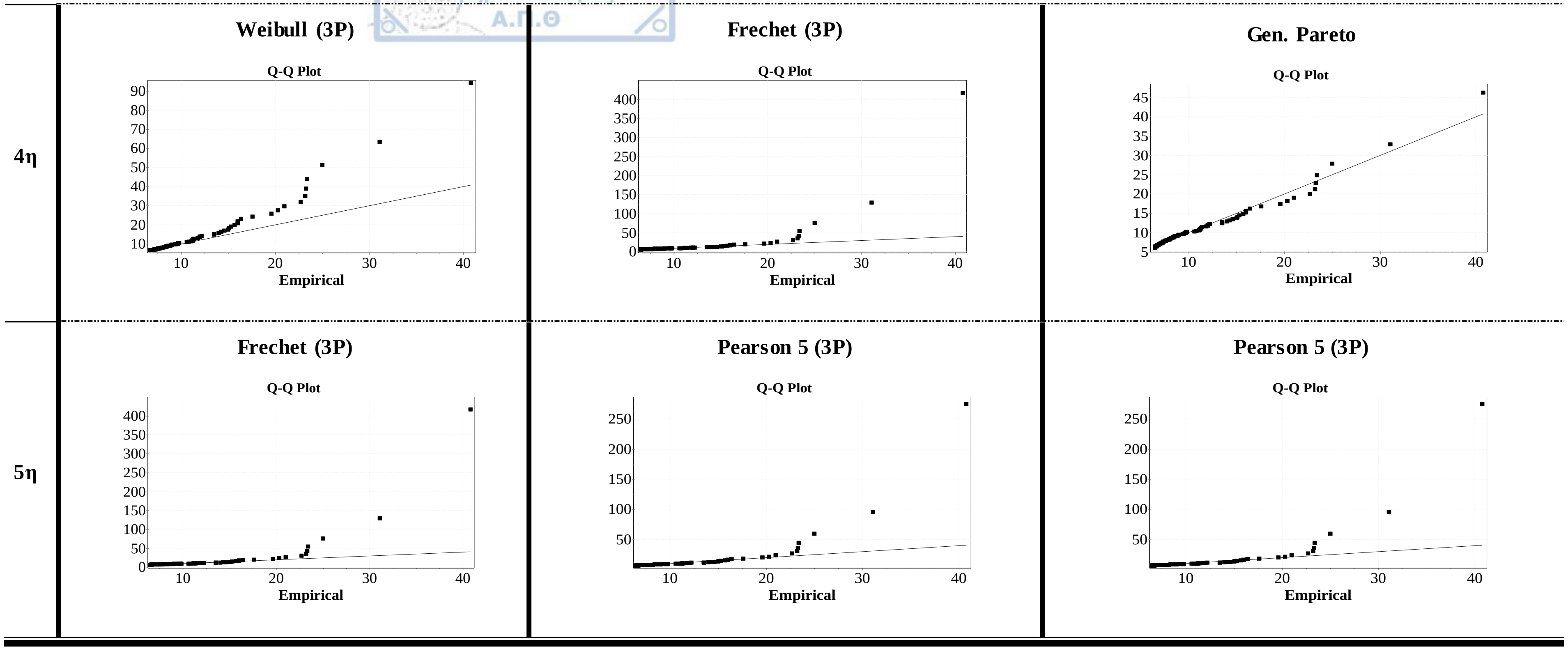
Αξιοπρόσεκτη είναι, ωστόσο, και η θέση που καταλαμβάνουν οι προαναφερθείσες βέλτιστες κατανομές στην κατάταξη των υπολοίπων ελέγχων καλής προσαρμογής. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι η θεωρητική κατανομή Lognormal (3P), η οποία τοποθετείται στην πρώτη θέση της κατάταξης σύμφωνα με τον Kolmogorov-Smirnov έλεγχο, κατατάσσεται στη δεύτερη μόλις θέση σύμφωνα τόσο με τον Anderson-Darling, όσο και με τον Chi-Squared μη παραμετρικό έλεγχο. Με άλλα λόγια, το εν λόγω μοντέλο, κατά γενική παραδοχή, απέχει ελάχιστα από την κορυφή του Πίνακα 4.9 για κάθε έλεγχο καλής προσαρμογής. Παρόμοια είναι και η εικόνα που παρουσιάζει η Fatigue Life (3P) θεωρητική κατανομή, καθώς παρά την πρώτη θέση που κατέχει σύμφωνα με τον Anderson-Darling έλεγχο, εξίσου ικανοποιητική είναι και η κατάταξη αυτής σύμφωνα με τους μη παραμετρικούς, Kolmogorov-Smirnov και Chi-Squared, ελέγχους (2η και 3η, αντίστοιχα). Τέλος, η κατανομή Johnson SB, η οποία αποτελεί το βέλτιστο μοντέλο προσομοίωσης της φθινοπωρινής έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα με τον Chi-Squared έλεγχο καλής προσαρμογής, διακρίνεται σε ικανοποιητική μεν θέση της κατάταξης των δύο, άλλων, ελέγχων (14η για τον K-S και 7η για τον A-D), αλλά όχι στο βαθμό που παρουσιάζουν οι Lognormal (3P) και Fatigue Life (3P) θεωρητικές κατανομές.

Τώρα, όσον αφορά τα θεωρητικά μοντέλα που εμφανίζουν τη χείριστη προσαρμογή στα πραγματικά φθινοπωρινά ύψη έντονης βροχόπτωσης, σε συμφωνία φαίνεται να βρίσκονται και οι τρείς έλεγχοι (K-S, A-D, X^2), καθώς συγκλίνουν στη θεωρητική κατανομή Student's t με στατιστικά 0.98857, 377.01 και 5582.5, αντίστοιχα. Τέλος, οι κατανομές Erlang (3P), Johnson SU και Nakagami δε δύνανται να περιγράψουν τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης της υπό μελέτη περιοχής και χρονικής περιόδου, ενώ ο έλεγχος Chi-squared δεν μπορεί να εφαρμοστεί στα εξής θεωρητικά μοντέλα: Beta, Burr, Dagum (4P), Kumaraswamy, Pearson 6 (4P) και Uniform.

Για την απόκτηση μιας πιο σφαιρικής άποψης σχετικά με τη βέλτιστη κατανομή των φθινοπωρινών ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, κατόπιν παρατίθενται στο Σχήμα 4.9 τα ποσοστιαία διαγράμματα (Quantile Plots) των πέντε (5) θεωρητικών μοντέλων που προσεγγίζουν ικανοποιητικότερα τα πραγματικά δεδομένα, όπως προέκυψε από τον Πίνακα 4.9, για τον κάθε μη παραμετρικό έλεγχο καλής προσαρμογής.

Σύμφωνα με τα ποσοστιαία αυτά διαγράμματα του Σχήματος 4.9, παρατηρείται η, κατά γενική παραδοχή, μη ικανοποιητική προσομοίωση των πραγματικών υψών έντονης βροχόπτωσης από την πλειοψηφία των “βέλτιστων” θεωρητικών μοντέλων. Αυτή η αδυναμία σημειώνεται, κυρίως, στις υπερβαίνουσες των 17.0mm/h (κατά προσέγγιση) καταγραφές, καθώς τείνουν να απομακρύνονται είτε λίγο είτε περισσότερο από την ευθεία που σχηματίζει με τον xx΄ άξονα γωνία ίση με π/4 ακτίνια. Ανάλογη εικόνα παρουσιάζει και η θεωρητική κατανομή Lognormal (3P),η οποία προτάθηκε ως βέλτιστη από τον έλεγχο καλής προσαρμογής Kolmogorov-

	A-D	K-S	X^2
1η	Lognormal (3P) 	Fatigue Life (3P) 	Johnson SB 
2η	Fatigue Life (3P) 	Lognormal (3P) 	Lognormal (3P) 
3η	Gen. Gamma (4P) 	Inv. Gaussian (3P) 	Fatigue Life (3P) 



Σχήμα 4.9 *Απεικόνιση των εμπειρικών ελέγχων καλής προσαρμογής (ποσοστιαίο διάγραμμα) των πέντε (5) πρώτων στη φθινοπωρινή κατάταξη του Πίνακα 4.9 θεωρητικών μοντέλων για κάθε έναν από τους αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared. Η βέλτιστη θεωρητική κατανομή σύμφωνα με τους K-S, A-D και X^2 έλεγχους απεικονίζεται με μπλε, κόκκινο και πορτοκαλί απόχρωση, αντίστοιχα.*

Smirnov. Όπως φαίνεται από το ποσοστιαίο γράφημα αυτής, τα απεικονιζόμενα σημεία, από το προαναφερθέν σημείο και έπειτα, αποκλίνουν σημαντικά από τη γραμμική συνάρτηση y = x, με διακριτή τάση υπερεκτίμησης των πραγματικών υψών. Χαρακτηριστικά, η εν λόγω κατανομή υπερεκτιμά την απόλυτα μέγιστη τιμή κατά 80.0 σχεδόν χιλιοστά. Ωστόσο, αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι παρά την αδυναμία του μοντέλου Lognormal (3P) να προσομοιώσει τις εντονότερες καταγραφές, τοποθετείται στη δεύτερη, μόλις, θέση της φθινοπωρινής κατάταξης τόσο για τον Anderson-Darling, όσο και για τον X^2 έλεγχο καλής προσαρμογής. Από την άλλη πλευρά, οι θεωρητικές κατανομές Fatigue Life (3P) και Johnson SB που τοποθετούνται στην πρώτη θέση για τους δύο τελευταίους ελέγχους, αντίστοιχα, φαίνεται να παρουσιάζουν καλύτερη προσαρμογή στα φθινοπωρινά ύψη έντονης βροχόπτωσης, μιας και οι αποκλίσεις των απεικονιζόμενων σημείων από την ευθεία y = x είναι μικρού μεγέθους. Χαρακτηριστικό της καλής προσαρμογής της Fatigue Life (3P) είναι το γεγονός ότι τοποθετείται ανάμεσα στις πέντε (5) καλύτερες κατανομές για κάθε μη παραμετρικό έλεγχο (2η θέση για K-S και 3η θέση για X^2).

Όσον αφορά στα υπόλοιπα θεωρητικά μοντέλα που εμφανίζονται ανάμεσα στα πέντε (5) καλύτερα της φθινοπωρινής κατάταξης, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην κατανομή Generalized Pareto. Το μοντέλο αυτό φαίνεται να περιγράφει αρκετά ικανοποιητικά τις τρεις απόλυτα μέγιστες καταγραφές, ενώ παρουσιάζει μια μικρή δυσχέρεια στην περιγραφή των υψών από 18.0 έως 23.0mm/h. Τέλος, οι θεωρητικές κατανομές Generalized Gamma (4P), Inverse Gaussian (3P), Weibull (3P), Frechet (3P)και Pearson 5 (3P) δεν προσεγγίζουν καθόλου ικανοποιητικά τις πραγματικές παρατηρήσεις, καθώς όπως παρατηρείται από τον εμπειρικό έλεγχο καλής προσαρμογής, η υπερεκτίμηση των έντονων βροχοπτώσεων αγγίζει μέχρι και τις 350.0 μονάδες.

4.2.4.2 Βέλτιστη προσαρμογή των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης

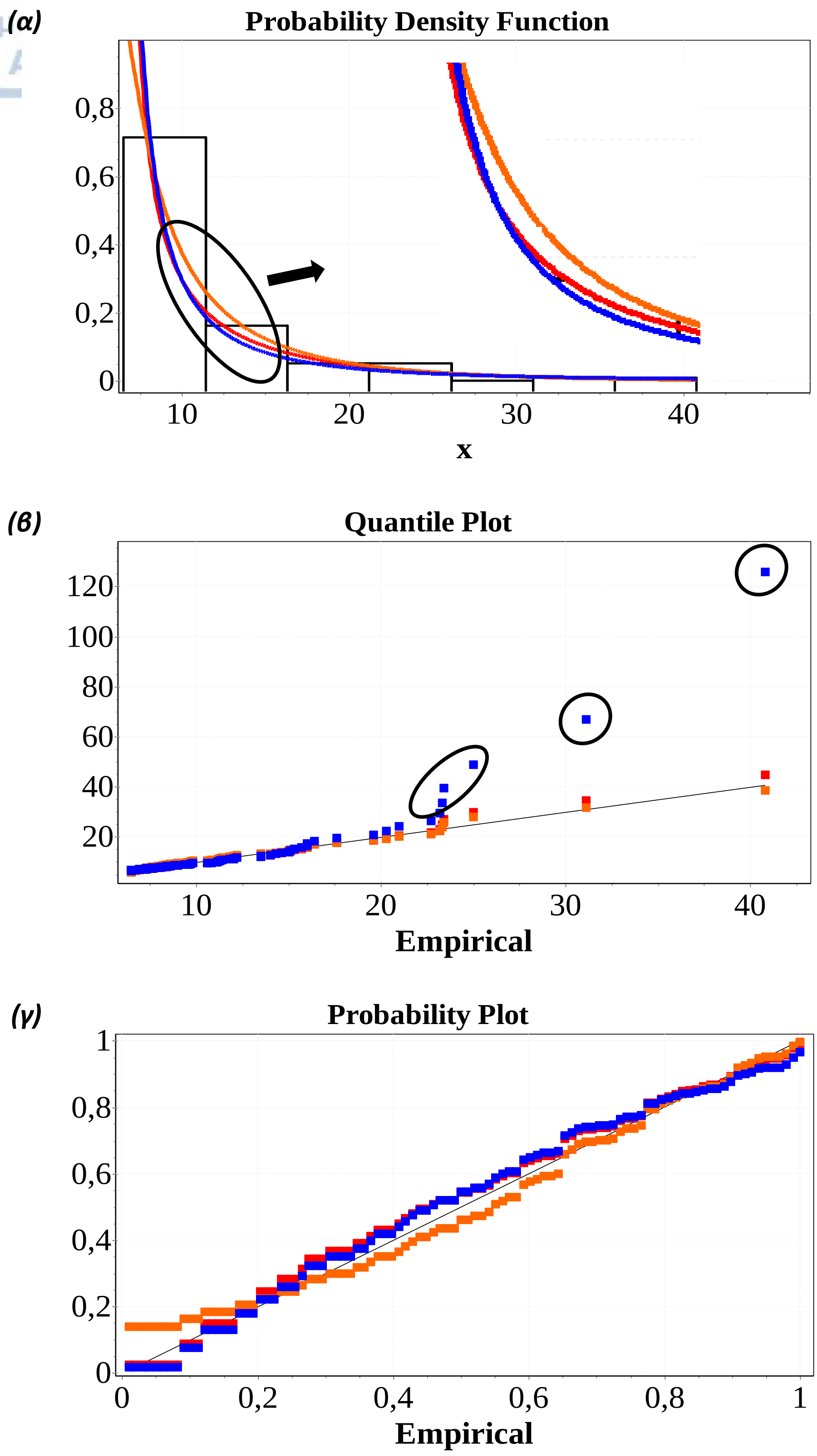
Υπενθυμίζοντας τη διαδικασία που ακολουθήθηκε, από το σύνολο των εξήντα-ένα (61) θεωρητικών μοντέλων που υιοθετήθηκαν στην παρούσα μελέτη, το ενδιαφέρον εστιάζεται στις τρεις θεωρητικές κατανομές που καταλαμβάνουν τις καλύτερες θέσεις σύμφωνα με τους τρεις αναλυτικούς ελέγχους καλής προσαρμογής. Επομένως, όπως προαναφέρθηκε, η θεωρητική κατανομή Lognormal (3P) προσεγγίζει ικανοποιητικότερα τις πραγματικές καταγραφές σύμφωνα με τον Kolmogorov-Smirnov έλεγχο, ενώ οι κατανομές Fatigue Life

(3P) και Johnson SB αποτελούν τα ιδανικότερα μοντέλα εκτίμησης των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα με τους Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους, αντιστοίχως, σε ετήσια βάση. Ωστόσο, η προσοχή επικεντρώνεται στην επιλογή ενός εκ των τριών θεωρητικών μοντέλων και συγκεκριμένα στην επιλογή αυτού που προσεγγίζει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη την περίοδο 1947-2003.

Μια πρώτη οπτική σύγκριση αυτών πραγματοποιείται μέσω της απεικόνισης των συναρτήσεων πυκνότητας-πιθανότητας, των ποσοστιαίων διαγραμμάτων και των διαγραμμάτων πιθανότητας των μοντέλων Lognormal (3P) (μπλε απόχρωση), Fatigue Life (3P) (κόκκινη απόχρωση) και Johnson SB (πορτοκαλί απόχρωση) σε ένα κοινό γράφημα (Σχήμα 4.10).

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.10α, και οι τρεις προαναφερθείσες θεωρητικές κατανομές παρουσιάζουν θετική ασυμμετρία, μιας και η πλειοψηφία των παρατηρήσεων βρίσκεται στα δεξιά του γραφήματος. Ωστόσο, ένα “παράδοξο” που παρατηρείται, αν θα μπορούσε να χαρακτηριστεί τοιουτοτρόπως, είναι η απουσία κορυφής από το γράφημα, γεγονός που θα μπορούσε ενδεχομένως να αποδοθεί στη σχετικά μεγάλη διαφορά συχνοτήτων που σημειώνεται ανάμεσα στην πρώτη και τη δεύτερη κλάση του ιστογράμματος. Επιπλέον, στα δεξιά του διαγράμματος, απεικονίζεται σε μεγέθυνση η περιοχή του γραφήματος, που συναντάται η μεγαλύτερη διαφοροποίηση μεταξύ των καμπυλών των τριών κατανομών. Όπως διακρίνεται από την εν λόγω περιοχή, η συνάρτηση

Περνώντας, στη συνέχεια, στο από κοινού ποσοστιαίο διάγραμμα (Σχήμα 4.10β) πυκνότητας - πιθανότητας του μοντέλου Johnson SB τείνει να αποκλίνει από τις αντίστοιχες των κατανομών Lognormal (3P) και Fatigue Life (3P), οι οποίες εμφανίζουν μεταξύ τους παρόμοια εικόνα με μικρές διαφορές. Συγκεκριμένα, οι δυο τελευταίες σχεδόν ταυτίζονται στην πρώτη κλάση του ιστογράμματος συχνοτήτων, ενώ στη δεύτερη κλάση η θεωρητική κατανομή Fatigue Life (3P) δείχνει να προσεγγίζει μια ελαφρώς μεγαλύτερη συχνότητα παρατηρήσεων. των τριών θεωρητικών κατανομών, γίνεται άμεσα αντιληπτή η αδυναμία του μοντέλου Lognormal (3P) να προβλέψει τις υπερβαίνουσες των 23.0mm/h καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, το φθινόπωρο. Απεναντίας, τα απεικονιζόμενα σημεία των Fatigue Life (3P) (κόκκινη απόχρωση) και Johnson SB (πορτοκαλί απόχρωση) σχεδόν ταυτίζονται με τη διερχόμενη, από την αρχή των αξόνων, ευθεία y = x, γεγονός που μαρτυρά την αρκετά ικανοποιητική προσαρμογή των προαναφερθέντων μοντέλων ακόμα και



Σχήμα 4.10 *Σύγκριση των Lognormal (3P) (μπλε απόχρωση), Fatigue Life (3P) (κόκκινη απόχρωση) και Johnson SB (πορτοκαλί απόχρωση) μοντέλων με τη χρήση* ***(α)*** *της συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας (Probability Density Function),* ***(β)*** *του ποσοστιαίου διαγράμματος (Quantile Plot) και* ***(γ)*** *του διαγράμματος πιθανότητας (Probability Plot).*

στις απόλυτα μέγιστες καταγραφές της ωριαίας έντονης βροχόπτωσης. Ωστόσο, τα αποτελέσματα του ποσοστιαίου διαγράμματος ως προς αυτές τις δύο κατανομές, έρχονται σε αντίθεση με αυτά του γραφήματος της συνάρτησης πυκνότητας - πιθανότητας (Σχήμα 4.10α) και του διαγράμματος πιθανότητας (Σχήμα 4.10γ). Με άλλα λόγια, στα τελευταία δύο διαγράμματα, πλήρη σχεδόν ταύτιση παρουσιάζουν οι θεωρητικές κατανομές Lognormal (3P) και Fatigue Life (3P), ενώ στο Σχήμα 4.10β τα μοντέλα Fatigue Life (3P) και Johnson SB. Καταλήγοντας, μιας και η οπτική αναγνώριση της βέλτιστης κατανομής είναι σαφώς υποκειμενική και γεννά ερωτηματικά, η αντιπροσωπευτικότερη, εκ των τριών, κατανομή θα προσδιοριστεί με τον υπολογισμό των απολύτων αποκλίσεων, ακολούθως.

Όπως έχει, ήδη, αναφερθεί από την πρώτη, κιόλας, παράγραφο αυτού του κεφαλαίου (4.1.2), ο αρχικός στόχος, επιτυγχάνεται πλήρως με τη χρήση των τιμών των παραμέτρων των κατανομών Lognormal (3P), Fatigue Life (3P) και Johnson SB, οι οποίες προέκυψαν από την προσαρμογή των προαναφερθέντων μοντέλων στα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη. Ο συνδυασμός των τιμών των παραμέτρων του Πίνακα 4.10 με τις μαθηματικές εκφράσεις των εν λόγω θεωρητικών μοντέλων, οι οποίες παρουσιάζονται στις παραγράφους 2.3.2.9, 2.3.2.1 και 2.3.2.5, αναπαρίσταται, αντίστοιχα, ως εξής:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{-0{,}285+0{,}597\ln(x-6{,}4564)} e^{-t^2/2}dt \tag{4.8}$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{0{,}559\left(\sqrt{\frac{x-6{,}3854}{1{,}6621}}-\sqrt{\frac{1{,}6621}{x-6{,}3854}}\right)} e^{-t^2/2}dt \tag{4.9}$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2{,}2549+0{,}79684\ln\left(\frac{x-5{,}6788}{60{,}5978-x}\right)} e^{-t^2/2}dt \tag{4.10}$$

Οι παραπάνω σχέσεις χρησιμοποιήθηκαν για την παραγωγή εκτιμώμενων τιμών για τα Lognormal (3P), Fatigue Life (3P) και Johnson SB μοντέλα, αντίστοιχα. Έπειτα, υπολογίστηκε η απόλυτη απόκλιση μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης κάθε μοντέλου (Πίνακας 4.10). Όπως φαίνεται από την τελευταία στήλη του Πίνακα 4.10, η απόλυτη απόκλιση που σημειώνεται μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων τιμών του μοντέλου Lognormal (3P) αγγίζει τις 95.3 μονάδες. Αντίθετα, οι απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των πραγματικών και υπολογισμένων τιμών της φθινοπωρινής

Πίνακας 4.10 *Παρουσίαση των τιμών των παραμέτρων, καθώς και των απολύτων αποκλίσεων μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης, των θεωρητικών κατανομών που προσεγγίζουν βέλτιστα τα πραγματικά ύψη έντονης βροχόπτωσης το φθινόπωρο στη Θεσσαλονίκη για την περίοδο 1947-2003, σύμφωνα με τους Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared ελέγχους καλής προσαρμογής.*

έλεγχος καλής προσαρμογής	θεωρ.κατανομή	παράμετροι				απόλυτη απόκλιση
K-S	**Lognormal (3P)**	**σ**	**μ**	**γ**		95,3
		1,675	0,47763	6,4564		
A-D	**Fatigue Life (3P)**	**α**	**β**	**γ**		26,1
		1,7883	1,6621	6,3854		
X^2	**Johnson SB**	**γ**	**δ**	**λ**	**ξ**	85,5
		2,2549	0,79684	54,919	5,6788	

έντονης βροχόπτωσης των θεωρητικών κατανομών Fatigue Life (3P) και Johnson SB, προσεγγίζουν τις 26.1 και 85.5 μονάδες, αντιστοίχως. Η αναγνώριση του βέλτιστου μοντέλου εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη τη φθινοπωρινή περίοδο, γίνεται ευκόλως αντιληπτή, καθώς η απόλυτη απόκλιση που παρατηρείται μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων τιμών της θεωρητικής κατανομής Fatigue Life (3P) απέχει παρασάγγας από τις υπόλοιπες. Με άλλα λόγια, ο μη παραμετρικός έλεγχος Anderson-Darling δικαίως υπέδειξε, για ακόμη μια φορά, την εν λόγω κατανομή ως την καταλληλότερη για την προσομοίωση των ωριαίων έντονων βροχοπτώσεων στη μελετώμενη περιοχή και περίοδο, το φθινόπωρο.

Καταλήγοντας, συνυπολογιζομένων των εμπειρικών, καθώς και των μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής, ***η θεωρητική κατανομή Fatigue Life (3P) αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο***, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-μία κατανομών, ***μοντέλο εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης που σημειώθηκαν στην περιοχή της Θεσσαλονίκης τη χρονική περίοδο 1947-2003, σε φθινοπωρινή βάση***.

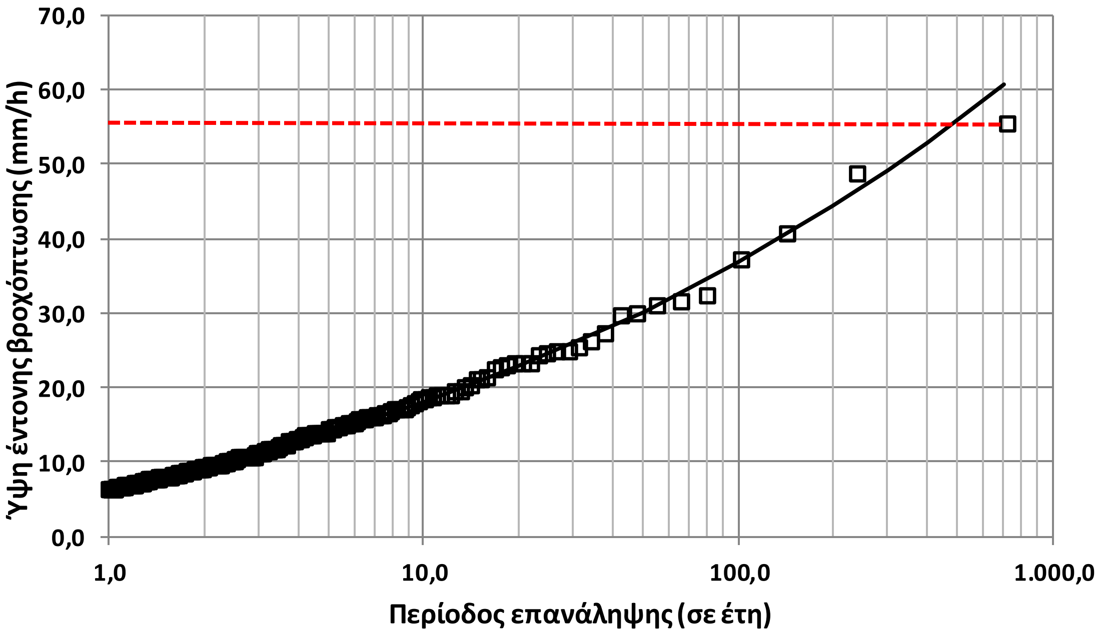
4.3 ΕΚΤΙΜΩΜΕΝΑ ΥΨΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ

Γενικά, η παραγωγή εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης για διάφορες περιόδους επανάληψης είναι υψίστης σημασίας και ανεκτίμητου ενδιαφέροντος. Στην παρούσα μελέτη, χρησιμοποιήθηκε η θεωρητική κατανομή Generalized Pareto (καθώς αποδείχθηκε στην Παράγραφο 4.1.2 ότι αποτελεί το βέλτιστο μοντέλο προσομοίωσης των ωριαίων έντονων καταγραφών, ετησίως) για την παραγωγή των εκτιμώμενων υψών (x_T) έντονης βροχόπτωσης σε ετήσια βάση για τις εξής προκαθορισμένες περιόδους επανάληψης: 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 300, 400 και 700 έτη (Πίνακας 4.11, αριστερά). Επιπλέον, στη δεξιά πλευρά του παρακάτω πίνακα, παρουσιάζονται οι περίοδοι επιστροφής των δέκα (10) απόλυτων μεγίστων καταγραφών έντονης βροχόπτωσης (x_m) που σημειώθηκαν στη Θεσσαλονίκη τη μελετώμενη χρονική περίοδο.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον προαναφερθέν πίνακα, προβλέπεται ότι η βροχόπτωση των 9.3 ή περισσοτέρων χιλιοστών ανά ώρα, θα λάβει χώρα στη μελετώμενη περιοχή μια φορά κάθε δύο (2), κατά προσέγγιση, έτη. Αντίθετα, η περίοδος επιστροφής της απόλυτα μέγιστης έντονης βροχόπτωσης, που καταγράφηκε στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947-2003 (η οποία αντιστοιχεί σε 55.5mm/h) είναι, κατά προσέγγιση, 720 έτη. Τέλος, σημαντικό είναι να τονιστεί, πως το μοντέλο Generalized Pareto δίνει εκτιμώμενο ύψος 55.5mm/h για βάθος χρόνου 485 ετών, στοιχείο που υποδηλώνει ότι το εν λόγω μοντέλο προσδίδει μικρότερη της πραγματικής περίοδο επανάληψης στην απόλυτα μέγιστη καταγραφή της μελετώμενης περιόδου (Σχήμα 4.11)

Πίνακας 4.11 *Παρουσίαση των εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης (x_T) που προέκυψαν από προκαθορισμένες περιόδους επανάληψης, στα αριστερά, και των εκτιμώμενων περιόδων επανάληψης (T) των δέκα (10) απολύτων μέγιστων καταγραφών έντονης βροχόπτωσης της μελετώμενης περιόδου, στα δεξιά.*

P (πιθανότητα εμφάνισης)	T (περίοδος επανάληψης σε έτη)	x_T (εκτιμώμενο ύψος σε mm/h)	P (πιθανότητα εμφάνισης)	T (περίοδος επανάληψης σε έτη)	x_m (εκτιμώμενο ύψος σε mm/h)
0,5000	2	9,3	0,0014	720	55,5
0,2000	5	13,9	0,0042	240	48,7
0,1000	10	18,1	0,0069	144	40,8
0,0500	20	22,8	0,0097	103	37,3
0,0200	50	30,2	0,0125	80	32,5
0,0100	100	36,8	0,0153	65	31,5
0,0050	200	44,3	0,0181	55	31,1
0,0033	300	49,2	0,0208	48	29,9
0,0025	400	52,9	0,0236	42	29,7
0,0014	700	60,8	0,0264	38	27,3



Σχήμα 4.11 *Απεικόνιση των περιόδων επανάληψης (σε έτη) των υψών έντονης βροχόπτωσης (σε mm/h) που καταγράφηκαν στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947-2003.*

4.4 ΕΞΑΓΩΓΗ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ

Σ' αυτή την παράγραφο παρατίθενται επιγραμματικά τα τέσσερα κυριότερα συμπεράσματα, τα οποία εξάγονται από τα αποτελέσματα των προηγούμενων παραγράφων του κεφαλαίου αυτού.

Συνοψίζοντας, λοιπόν, προκύπτουν τα εξής:

- Το βέλτιστο μοντέλο προσομοίωσης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947-2003, σε ετήσια κλίμακα, είναι η θεωρητική κατανομή Generalized Pareto.
- Όσον αφορά στα θεωρητικά μοντέλα που παρουσιάζουν την καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα έντονης βροχόπτωσης σε εποχιακή βάση, οι θεωρητικές κατανομές Johnson SB, Log-Pearson και Fatigue Life (3P) αναγνωρίστηκαν ως τα αντιπροσωπευτικότερα και καταλληλότερα μοντέλα για την περιγραφή των πραγματικών καταγραφών έντονης βροχόπτωσης, το χειμώνα και την άνοιξη, το καλοκαίρι, και το φθινόπωρο, αντίστοιχα.

- Οι ελάχιστες απόλυτες αποκλίσεις που υπολογίστηκαν ανάμεσα στις πραγματικές και εκτιμώμενες τιμές -τιμές που προήλθαν από την παραγωγή τυχαίων αριθμών με τη συνδρομή των παραμέτρων των επιλεγμένων θεωρητικών κατανομών-, υποδείχθηκαν, κατά κύριο λόγο, από τον Anderson-Darling έλεγχο καλής προσαρμογής, τόσο σε ετήσια, όσο και σε εποχιακή βάση.
- Τέλος, όσον αφορά στα εκτιμώμενα ετήσια ύψη έντονης βροχόπτωσης (return levels), η Generalized Pareto κατανομή κρίθηκε κατάλληλη για τα υπό μελέτη δεδομένα, καθώς η θεωρητική καμπύλη και οι εμπειρικές εκτιμήσεις εμφάνισαν ικανοποιητική συμφωνία, εξαιρουμένου του απολύτου μεγίστου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής είναι η μελέτη των στατιστικών χαρακτηριστικών των έντονων βροχοπτώσεων στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947 - 2003, με τη χρήση ωριαίων τιμών. Δύο ήταν τα κύρια στάδια εκπόνησης της μελέτης αυτής:

Πρώτον, προσδιορίστηκε το ωριαίο κατώφλι της έντονης βροχόπτωσης στη μελετώμενη περιοχή, με την εφαρμογή μιας καινοτόμου μεθοδολογίας.

Δεύτερον, αναγνωρίστηκε, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-μία (61) θεωρητικών κατανομών, το θεωρητικό μοντέλο με τη βέλτιστη προσαρμογή στις, υπερβαίνουσες του επιλεγμένου κατωφλιού, ωριαίες τιμές βροχόπτωσης, σε ετήσια και εποχιακή κλίμακα.

Τέλος, εκτιμήθηκαν τα ύψη έντονης βροχόπτωσης για διάφορες, καθορισμένες, περιόδους επανάληψης, ενώ υπολογίστηκαν και οι περίοδοι επιστροφής μερικών απολύτων μεγίστων καταγραφών της μελετώμενης περιόδου.

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν παρέχουν σημαντικές πληροφορίες για την κατανομή που ακολουθούν οι ωριαίες έντονες κατακρημνίσεις στη Θεσσαλονίκη, καθώς η μελέτη τέτοιων φαινομένων, σε μικρότερη χρονική κλίμακα και σε τοπικό επίπεδο, συμβάλλει σημαντικά στην αποφυγή καταστροφών σχετικών με αυτά.

Ο προσδιορισμός του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη πραγματοποιήθηκε, ουσιαστικά και κατά κύριο λόγο, με τον υπολογισμό των απολύτων αποκλίσεων μεταξύ των συντελεστών των 3ου βαθμού πολυωνυμικών τάσεων των αθροιστικών κατανομών κάποιων -τεκμηριωμένα- επιλεγμένων υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών. Αναλυτικότερα, τα συμπεράσματα, τα οποία εξάγονται από το πρώτο μέρος της διατριβής είναι τα εξής:

- Η τιμή των 6.5 mm/h ορίζεται, τόσο οπτικά, όσο και ντετερμινιστικά, ως το ωριαίο κατώφλι της έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη, τη χρονική περίοδο 1947 - 2003. Ανάλογες μελέτες προσδιορισμού του ωριαίου κατωφλιού έντονης βροχόπτωσης για τη μελετώμενη περιοχή δεν έχουν εκπονηθεί και για το λόγο αυτό καθιστούν τη συγκεκριμένη έρευνα αξιοπρόσεκτη.

- Επιπλέον, το κατώφλι των 6.5 mm/h αντικατοπτρίζει το 93% του συνόλου των ημερών βροχόπτωσης, γεγονός που διασφαλίζει τον εντοπισμό των πραγματικά έντονων βροχοπτώσεων των 57 χρόνων της μελετώμενης περιόδου στη Θεσσαλονίκη.
- Η χρήση των 3ου βαθμού πολυωνυμικών τάσεων των αθροιστικών κατανομών των υποψηφίων ωριαίων κατωφλιών κρίνεται ως η πιο συνετή, καθώς ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 της 2ου βαθμού πολυωνυμικής παλινδρόμησης παρουσιάζει ασθενέστερη προσαρμογή στα δεδομένα για το 50% των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών. Αντίθετα, παρά τη σχεδόν τέλεια προσαρμογή στα δεδομένα του συντελεστή προσδιορισμού R^2 της 4ου βαθμού πολυωνυμικής τάσης των αθροιστικών κατανομών, κρίνεται μη σκόπιμη η προσθήκη μιας επιπλέον παραμέτρου, καθώς η συμβολή αυτής στο αποτέλεσμα δεν είναι αξιοπαρατήρητη.
- Οι απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των συντελεστών του x των 3ου βαθμού πολυωνυμικών τάσεων των αθροιστικών κατανομών των διαδοχικών υποψήφιων κατωφλιών, είναι αυτές που συμβάλλουν καθοριστικά στον προσδιορισμό του ωριαίου κατωφλιού, σε σύγκριση με τις απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των συντελεστών των x^2 και x^3, οι οποίες λόγω της πολύ μικρής τάξης μεγέθους τους δεν παρουσιάζουν εμφανή εικόνα.
- Η θεωρητική κατανομή Generalized Pareto περιγράφει αντιπροσωπευτικότερα τις ωριαίες καταγραφές έντονης βροχόπτωσης στη Θεσσαλονίκη για το 50% των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών σύμφωνα με τον Kolmogorov-Smirnov αναλυτικό έλεγχο καλής προσαρμογής, γεγονός που συνάδει με την ευρεία χρησιμότητά της σε μελέτες που αφορούν ακραία φαινόμενα (Li et al. 2005, Deka et al. 2009, Deidda 2010, Toreti et al. 2010).
- Εξίσου, ικανοποιητική είναι και η προσομοίωση των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης στην υπό μελέτη περιοχή από την 4-παραμέτρων θεωρητική κατανομή Johnson SB για το 30% των υποψήφιων ωριαίων κατωφλιών, όπως προκύπτει από τον προαναφερθέν έλεγχο καλής προσαρμογής. Αξίζει να σημειωθεί, άλλωστε, ότι η κατανομή αυτή προτάθηκε από τον Johnson (1949) για τη μελέτη των

βροχοπτώσεων, της απορροής, καθώς και του ελέγχου των πλημμυρών.

Στη συνέχεια της διατριβής, έγινε προσαρμογή των υπερβαινουσών του προσδιορισθέντος κατωφλιού ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης σε ένα σύνολο θεωρητικών κατανομών, τόσο σε ετήσια, αλλά και σε εποχιακή βάση. Οι θεωρητικές αυτές κατανομές κατατάχθηκαν σε αύξουσα σειρά, η οποία προέκυψε από την εφαρμογή τριών μη παραμετρικών ελέγχων καλής προσαρμογής (Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling και Chi-Squared), λαμβάνοντας ουσιαστικά υπόψιν το βαθμό συμφωνίας του κάθε θεωρητικού μοντέλου με την πραγματικότητα. Επομένως, η κατανομή που τοποθετήθηκε στην πρώτη θέση της κατάταξης προσομοιώνει ικανοποιητικότερα τις έντονες βροχοπτώσεις στη Θεσσαλονίκη για κάθε έλεγχο καλής προσαρμογής. Κατόπιν, από τα τρία αυτά θεωρητικά μοντέλα -το πρώτο σε κατάταξη από κάθε έλεγχο- επιλέχθηκε αυτό που προβλέπει στο βέλτιστο δυνατό βαθμό τις ωριαίες καταγραφές έντονης κατακρήμνισης για κάθε χρονική περίοδο (έτος, εποχές). Τέλος, βρέθηκαν περίοδοι επανάληψης (έτη) για συγκεκριμένα βροχομετρικά επεισόδια (χιλιοστά), αλλά και εκτιμώμενα ύψη βροχόπτωσης για συγκεκριμένες περιόδους επανάληψης, ετησίως. Το μέρος αυτό της μελέτης παρήγαγε τα εξής βασικά και με γενική ισχύ συμπεράσματα:

- Σε ετήσια κλίμακα:
    - Η θεωρητική κατανομή Johnson SB προσεγγίζει ικανοποιητικότερα τις πραγματικές καταγραφές σύμφωνα με τον Kolmogorov-Smirnov έλεγχο, ενώ η κατανομή Generalized Pareto αποτελεί το ιδανικότερο μοντέλο πρόβλεψης των ωριαίων τιμών έντονης βροχόπτωσης σύμφωνα με τους Anderson-Darling και Chi-Squared μη παραμετρικούς ελέγχους.
    - Όσον αφορά στη θεωρητική κατανομή με τη χειρότερη προσαρμογή, σε συμφωνία βρίσκονται και οι τρεις έλεγχοι καλής προσαρμογής (K-S, A-D, X^2), καθώς συνέκλιναν στο θεωρητικό μοντέλο Student's t.
    - Επιπλέον, οι κατανομές Erlang (3P), Johnson SU και Nakagami δεν είναι σε θέση να περιγράψουν τα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης της υπό μελέτη περιοχής και χρονικής περιόδου.
    - Σύμφωνα με τον εμπειρικό έλεγχο του ποσοστιαίου διαγράμματος (Quantile Plot), τα απεικονιζόμενα σημεία των Johnson SB και Generalized Pareto μοντέλων, τείνουν να ταυτιστούν με την ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, γεγονός που μαρτυρά την αρκετά ικανοποιητική προσαρμογή και των δύο κατανομών στο σύνολο των δεδομένων.

- Στο διάγραμμα πιθανότητας (Probability Plot) παρατηρείται πλήρη ταύτιση των δυο μοντέλων με τη διαγώνιο του γραφήματος, ενώ αντίστοιχη είναι και η εικόνα του διαγράμματος της συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας.
- Η θεωρητική κατανομή Generalized Pareto αποτελεί το αντιπροσωπευτικότερο, μέσα από ένα σύνολο εξήντα-μία κατανομών, μοντέλο εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης που σημειώθηκαν στην περιοχή της Θεσσαλονίκης τη χρονική περίοδο 1947-2003, καθώς η απόλυτη απόκλιση που σημειώθηκε μεταξύ των πραγματικών και υπολογισμένων τιμών της Generalized Pareto κατανομής διαφέρει αισθητά από την αντίστοιχη του Johnson SB μοντέλου.
- Η περίοδος επανάληψης της απόλυτα μέγιστης έντονης βροχόπτωσης (55.5 mm/h), που καταγράφηκε στη Θεσσαλονίκη τη χρονική περίοδο 1947-2003, είναι, κατά προσέγγιση, 720 έτη. Από την άλλη πλευρά, το θεωρητικό μοντέλο Generalized Pareto δίνει εκτιμώμενο ύψος 55.5 mm/h για βάθος χρόνου 485 ετών, στοιχείο που υποδηλώνει ότι το εκτιμηθέν μοντέλο προσδίδει μικρότερη της πραγματικής περίοδο επανάληψης στην απόλυτα μέγιστη καταγραφή της μελετώμενης περιόδου.
- Τέλος, παρά το γεγονός ότι ο υπολογισμός των περιόδων επανάληψης, καθώς και των εκτιμώμενων υψών έντονης βροχόπτωσης ενέχει αβεβαιότητες ως προς τις πιθανοτικές απόρροιες, αποδεικνύεται πως η γνώση αυτών, σε τοπική κλίμακα, θα μπορούσε να αποτελέσει ένα πολύτιμο εργαλείο για το σχεδιασμό των καταλλήλων υποδομών αποφυγής των καταστροφών. Όπως, χαρακτηριστικά, αναφέρουν οι Pakalidou and Karacosta (2018), οι αριθμοί αυτοί θεωρούνται ακριβείς με κάποιο βαθμό εμπιστοσύνης, καθώς οι αβεβαιότητες οφείλονται στη μη προβλεψιμότητα της φύσης.

➢ Σε εποχιακή κλίμακα:

- Το χειμώνα, οι θεωρητικές κατανομές Johnson SB και Frechet (3P) τοποθετούνται στην πρώτη θέση της κατάταξης σύμφωνα με τα αποτελέσματα των μη παραμετρικών ελέγχων, Kolmogorov-Smirnov και Anderson-Darling, και Chi-Squared, αντίστοιχα. Την άνοιξη, η κατανομή Log-Logistic (3P) αποτελεί το ιδανικότερο μοντέλο προσομοίωσης των καταγραφών έντονης βροχόπτωσης της μελετώμενης περιόδου και περιοχής σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Kolmogorov-Smirnov ελέγχου, ενώ οι Anderson-Darling και Chi-Squared αναλυτικοί έλεγχοι, υποδεικνύουν αντιστοίχως τις θεωρητικές κατανομές, Johnson SB και Generalized Extreme Value. Από την άλλη πλευρά, οι Kolmogorov-Smirnov και Anderson-

Darling έλεγχοι προτείνουν αμφότεροι το μοντέλο Log-Pearson 3 ως το καταλληλότερο για την πρόβλεψη των θερινών υψών έντονης βροχόπτωσης, σε αντίθεση με τον υπολείποντα έλεγχο που υποδεικνύει την κατανομή Log-Gamma. Τέλος, όσον αφορά τη φθινοπωρινή κατάταξη που προέκυψε σύμφωνα με τα αποτελέσματα των αναλυτικών ελέγχων καλής προσαρμογής (K-S, A-D, X^2), οι Lognormal (3P), Fatigue Life (3P) και Johnson SB κατανομές αποτελούν, αντίστοιχα, τα βέλτιστα μοντέλα εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης κατακρήμνισης στη Θεσσαλονίκη.

- Όσον αφορά στη θεωρητική κατανομή με τη χείριστη προσαρμογή, σε συμφωνία βρίσκονται και οι τρεις έλεγχοι καλής προσαρμογής (K-S, A-D, X^2), καθώς συνέκλιναν στο θεωρητικό μοντέλο Error Function το χειμώνα, ενώ υπέδειξαν την κατανομή Student's t την άνοιξη, το καλοκαίρι και το φθινόπωρο.
- Επιπροσθέτως, στα ωριαία ύψη έντονης βροχόπτωσης της υπό μελέτη περιοχής δεν παρουσίασε καμία προσαρμογή η κατανομή Johnson SU για όλες τις εποχές, η Erlang (3P) για όλες τις εποχές εξαιρουμένου του χειμώνα, η Nakagami για το καλοκαίρι και το φθινόπωρο, ενώ η Pert μόνο για το χειμώνα.
- Σύμφωνα με τα ποσοστιαία διαγράμματα (Quantile Plot), το καλοκαίρι, η πλειοψηφία των βέλτιστων μοντέλων παρουσίασε υποεκτίμηση των απολύτων μέγιστων καταγραφών έντονης βροχόπτωσης, ενώ τις υπόλοιπες εποχές κυριάρχησε υπερεκτίμηση των μεγίστων υψών κατακρήμνισης. Το γεγονός αυτό θα μπορούσε να ερμηνευθεί λαμβάνοντας υπόψιν τη τάση υποεκτίμησης των ακραίων βροχοπτώσεων, των πολύ χαμηλών θερμοκρασιών, ή των πολύ υψηλών θερμοκρασιών από τα μοντέλα, καθώς η ανάλυση και η αριθμητική τους διάδοση (diffusion), η οποία διασφαλίζει την ευστάθεια τους σε μεγάλα τρεξίματα, περιορίζει το εύρος των μεταβολών των προγνωστικών μεταβλητών (Déqué 2007).
- Όσον αφορά τα αποτελέσματα του διαγράμματος πιθανότητας (Probability Plot), δεν παρατηρήθηκε ευκρινής διαφορά μεταξύ των απεικονιζόμενων σημείων των εκάστοτε κατανομών για καμία εποχή, καθώς ένα από τα κύρια μειονεκτήματα του εμπειρικού αυτού ελέγχου είναι ότι η εφαρμογή του περιορίζεται στις κατανομές με μία μόνο παράμετρο σχήματος (Chandrasekaran 2016).
- Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των απολύτων αποκλίσεων μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων τιμών των εκάστοτε κατανομών, οι θεωρητικές κατανομές Johnson SB, Log-Pearson 3 και Fatigue Life (3P) αποτελούν τα αντιπροσωπευτικότερα

μοντέλα εκτίμησης των ωριαίων υψών έντονης βροχόπτωσης που σημειώθηκαν στην περιοχή της Θεσσαλονίκης τη χρονική περίοδο 1947-2003, το χειμώνα και την άνοιξη, το καλοκαίρι, και το φθινόπωρο, αντίστοιχα. Σε ανάλογη μελέτη, από τους Olofintoye et al. (2009), η Log-Pearson 3 υποδείχθηκε ως η κατανομή με την καλύτερη προσαρμογή στις μέγιστες ημερήσιες τιμές βροχόπτωσης στη Νιγηρία, ενώ σύμφωνα με τους Pakalidou and Karacosta (2018), η κατανομή Johnson SB παρουσιάζει τη βέλτιστη προσαρμογή στις υπερβαίνουσες των 30 mm/ημέρα βροχοπτώσεων κατά τη διάρκεια της υποπεριόδου 1931 - 2015 στη Θεσσαλονίκη.

- Οι προαναφερθείσες ελάχιστες απόλυτες αποκλίσεις μεταξύ των πραγματικών και εκτιμώμενων τιμών -τιμών που προήλθαν από την παραγωγή τυχαίων αριθμών με τη χρήση των τιμών των παραμέτρων των επιλεχθέντων κατανομών-, υποδείχθηκαν ομοφώνως από τον Anderson-Darling έλεγχο καλής προσαρμογής για όλες τις εποχές. Αυτό θα μπορούσε να αποδοθεί στο γεγονός ότι συγκεκριμένος μη παραμετρικός έλεγχος δίνει μεγάλη βαρύτητα στην ουρά της εκάστοτε κατανομής (με άλλα λόγια στις ακραίες παρατηρήσεις) σε σύγκριση με τους Kolmogorov-Smirnov και Chi-Squared ελέγχους. Επομένως, ο Anderson-Darling αναλυτικός έλεγχος θα μπορούσε, κάλλιστα, να χαρακτηριστεί ως ο αποδοτικότερος έλεγχος καλής προσαρμογής των έντονων βροχοπτώσεων, ανάμεσα στους τρεις. Όπως, άλλωστε, επισήμαναν οι Ahmad et al. (1998), ο εν λόγω έλεγχος αποτελεί ένα ελκυστικό και δυνατό μέσο αξιολόγησης της καλής προσαρμογής των θεωρητικών κατανομών στα εκάστοτε δεδομένα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ahmad, M.I., Sinclair, C.D., Spurr, B.D., 1988: Assessment of flood frequency modelsusing empirical distribution function statistics. Water Resour. Res., 24 (8), 1323–1328.

Anagnostopoulou, C., and Tolika, K., 2012: Extreme precipitation in Europe: Statistical threshold selection based on climatological criteria. Theor. Appl. Climatol., 107, 479–489.

Balakrishnan, N., Malik, H.J., Puthenpura, S., 1987: Best linear unbiased estimation of location and scale parameters of the log – logistic distribution. Commun. Statist – theor. Meth., 16, 3477–3495.

Bartlett, M.S. and Kendal, D.G., 1946: The Statistical Analysis of Variance-Heterogeneity and the Logarithmic Transformation. Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society, Ser.B, 1, 128-138.

Beguería, S., Vicente-Serrano, S.M., López-Moreno, J.I., García-Ruiz, J.M., 2009: Annual and seasonal mapping of peak intensity, magnitude and duration of extreme precipitation events across a climatic gradient, North-east Iberian Peninsula. International Journal of Climatology, 29, 1759-1779.

Berger, J.O., 1985: Statistical decision theory and Bayesian analysis (2nd ed.). New York: Springer.

Birnbaum, Z.W. and Saunders, S.C., 1969: Estimation for a family of life distributions with applications to fatigue. J. Applied Probability, 6, 328–347.

Bocheva, L., Gospodinov, I., Simeonov, P., and Marinova, T., 2010: Climatological analysis of the synoptic situations causing torrential precipitation events in Bulgaria during the period 1961 – 2007. Springer, Global Environmental Change: Challenges to Science and Society in Southeastern Europe - Editors: Alexandrov, V., Knight, C.G., Gajdusek, M.F., Yotova, A., 9, 97 – 108.

Bolfarine, H., 1987: Minimax prediction in finite populations. Communications in Statistics—Theory and Methods, 16, 3683–3700.

Casas, M.C., Codina, B., Redaño, A., and Lorente, J., 2003: A methodology to classify extreme rainfall events in the western mediterranean area. Theoretical and Applied Climatology, 77, 139–150.

Chakravarty, I.M., Roy, J.D., and Laha, R.G., 1967: Handbook of Methods of Applied Statistics, Volume I, John Wiley and Sons, 392-394.

Chandrasekaran, S., 2016: Offshore structural engineering: reliability and risk assessment. CRC Press, Florida, 40.

Chu, P.S., Zhao, X., Ruan, Y., Grubbs, M., 2009: Extreme rainfall events in the Hawaiianislands. J. Appl. Meteorol. Climatol. Am. Meteor. Soc., 48, 502–516.

Da-Quan, Z., Guo-Lin, F., and Jing-Guo, H., 2008: Trend of extreme precipitation events over China in last 40 years. Chinese Physics B, 17, 736–742.

Deidda, R., 2010: A multiple threshold method for fitting the generalized Pareto distribution to rainfall time series. Hydrolology and Earth System. Sciences, 14, 2559–2575.

Deka, S., Borah, M. and Kakaty, S.C., 2009: Distributions of Annual Maximum Rainfall Series of North-East India. Eur Water, 27/28, 3–14.

Déqué, M., 2007: Frequency of precipitation and temperature extremes over France in ananthropogenic scenario: model results and statistical correction according to ob-served values. Glob. Planet. Chang., 57, 16–26.

Feng, S., Nadarajah, S., Hu, Q., 2007: Modeling extreme precipitation in China using the generalized extreme value distribution. J. Meteorol. Soc. Jpn., 85, 599–613.

Fernández-Montes, S., Seubert, S., Rodrigo, F.S., Rasilla Álvarez, D.F., Hertig, E., Esteban,P., Philipp, A., 2014: Circulation types and extreme precipitation days in the Iberianpeninsula in the transition seasons: spatial links and temporal changes. Atmos. Res., 138, 41–58.

Fisher, R.A., 1922: On the mathematical foundation of theoretical statistics. Phil. Trans. A, 222, 309-368.

Fisher, R.A., Tippett, L.H.C., 1928: Limiting forms of the frequency distribution of the largest and smallest member of a sample. Proc. Cambridge Philosophical Society, 24, 180–190.

Fujibe, F., Yamazaki, N., Katsuyama, M., and Kobayashi, K., 2005: The increasing trends of intense precipitation in Japan based on four-hourly data for a hundred years. SOLA, 1, 41–44.

Gao, M., Mo, D., Wu, X., 2016: Nonstationary modeling of extreme precipitation in China.Atmos. Res., 182, 1–9.

Gevorgyan, A., 2013: Main types of synoptic processes and circulation types generating heavy precipitation events in Armenia. Meteorology and Atmospheric Physics, 122, 91–102.

Giles, B.D., Flocas, A.A., 1990: Diurnal rainfall variations in Thessaloniki, Greece. Theor. Appl. Climatol., 41, 221–225.

Groisman, P. Y., Karl, T. R., Easterling, D. R., Knight, R. W., Jamason, P. F., Hennessy, K., Suppiah, R., Page, C.M., Wibig, J., Fortuniak, K., Razuvaev, V.N., Douglas, A., Zhai, P.M., 1999: Changes in the Probability of Heavey Precipitation: Important Indicators of Climate Change. Climate Change, 42, 243–283.

Gumbel, E.J., 1958: Statistics of Extremes. Columbia University Press, New York, 156-302.

Haylock, M., and Nicholls, N., 2000: Trends in extreme rainfall indices for an updated high quality data set for Australia, 1910-1998. International Journal of Climatology, 20, 1533–1541.

Hershfield, D., 1973: On the probability of extreme rainfall events. Bulletin of American Meteorological Society, 54, 1013-1018.

Higgins, R.W., Schemm, J.K.E., Shi, W., and Leetmaa, A., 2000: Extreme precipitation events in the Western United States related to tropical forcing. Journal of Climate, 13, 793–820.

Hirose, H., 1994: Parameter estimation in the extreme value distributions using thecontinuation method. Trans. Inf. Proces. Soc. Jpn, 35 (9), 1674–1681.

Hosking, J.R.M., 1990: L-Moments: Analysis and Estimation of Distributions Using Linear Combinations of Order Statistics, Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 52, 105-124.

Houssos, E.E., and Bartzokas, A., 2006: Advances in Geosciences Extreme precipitation events in NW Greece. Advances In Geosciences, 7, 91–96.

Huntington, T.G., 2006: Evidence for intensification of the global water cycle: Review and synthesis. Journal of Hydrology, 319, 83–95.

Huschke, R.E., 1959: Glossary of Meteorology. American Meteorological Society, Boston, Mass., 464.

IPCC, 2007: In Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, Solomon S, Qin D, Manning M, Chen Z, Marquis M, Averyt KB, Tignor M, Miller HL (eds). Cambridge University Press: Cambridge, New York, 996.

Jones, C., 2000: Occurrence of extreme precipitation events in California and relationships with the Madden–Julian oscillation. J. Climate, 13, 3576–3587.

Johnson, N.L., 1949: Systems of frequency curves generated by methods of translation. Biometrika, 36, 149-176.

Kanae, S., Oki, T., and Kashida, A., 2004: Changes in hourly heavy precipitation at Tokyo from 1890 to 1999. Journal of the Meteorological Society of Japan, 82, 241-247.

Karagiannidis, A.F., Karacostas, T., Maheras, P., and Makrogiannis, T., 2012: Climatological aspects of extreme precipitation in Europe, related to mid-latitude cyclonic systems. Theoretical and Applied Climatology, 107, 165–174.

Klein Tank, A.M.G.K., and Konnen, G.P., 2003: Trends in indices of daily temperature and precipitation extremes in Europe, 1946–99. J. Climate, 16, 3665–3680.

Knapp, A.K., Beier, C., Briske, D.D. et al., 2008: Consequences of more extreme precipitation regimes for terrestrial ecosystems. Bioscience, 58, 811–821.

Kolmogorov, A.M., 1961: A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in viscous incompressible fluid at high Reynolds number. J. Fluid Mech., 177, 133-166.

Kostopoulou, E., Jones, P.D., 2005: Assessment of climate extremes in the Eastern Mediterranean. Meteorology and Atmospheric Physics, 89, 69-85.

Koutsoyiannis, D., 2004: Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall: II. Empirical investigation of long rainfall records. Hydrol. Sci. J., 499, 591-610.

Lenderink, G., Mok, H.Y., Lee, T.C., Oldenborgh, G.J., 2011: Scaling and trends of hourly precipitation extremes in two different climate zones-Hong Kong and the Netherlands. Hydrol. Earth Syst. Sci. J., 15 (9), 3033–3041.

Li, Y., Cai, W. and Campbell, E. P., 2005: Statistical modeling of extreme rainfall in southwest Western Australia. J. Climate, 18, 852–863.

Liebmann, B., Jones, C., and Carvalho, L.D., 2001: Interannual variability of daily extreme precipitation events in the state of Sao Paulo, Brazil. Journal of Climate, 14, 208–218.

Matsumoto, M., Nishimura, T., 1998: Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator. ACM Trans. Model. Comput. Simul, 8, 3–30.

Mayooran, T., Laheetharan, A., 2014: The statistical distribution of annual maximum rainfall in Colombo District. Sri Lankan. J. Appl. Stat., 15–2.

McNeil, A., Saladin, T., 1997: The peaks over thresholds method for estimating high quantiles of loss distributions. Proceedings of XXVIIth International ASTIN Colloquium, Cairns, Australia. 23–43.

Moschou, E.C., Batelis, S.C., Dimakos, Y., Fountoulakis, I., Markonis, Y., Papalexiou, S.M., Mamassis, N., Koutsoyiannis, D., 2013: Spatial and temporal rainfall variability over Greece. In: 5th EGU Leonardo conference – Hydrofractals 2013 – STAHY'13, Kos Island, Greece, European Geosciences Union, International Association of Hydrological Sciences, International Union of Geodesy and Geophysics.

Müller, M., Kaš par, M., Řezáčová, D., Sokol, Z., 2009: Extremeness of meteorologicalvariables as an indicator of extreme precipitation events. Atmos. Res., 92, 308–317.

Nadarajah, S., Withers, C.S., 2001: Evidence of trend in return levels for daily rainfall in New Zealand. J. Hydrol. N. Z., 39, 155–166.

Nastos, P.T., and Zerefos, C.S., 2008: Decadal changes in extreme daily precipitation in

Greece. Adv. Geosci., 16, 55–62.

New, M., Todd, M., Hulme, M., Jones, P., 2001: Precipitation measurements and trends in the twentieth century. International Journal of Climatology 21, 1922 – 1999.

Olofintoye, O.O., Sule, B.F., Salami, A.W., 2009: Best-fit Probability distribution model for peak daily rainfall of selected Cities in Nigeria. New York Science Journal, 2(3).

Pakalidou, N., Karacosta, P., 2016: Statistical analysis of a 124-year period of precipitation data in Thessaloniki. In: Karacostas, T.S., Bais, A.F., Nastos, P.T. (Eds.), Perspectives on Atmospheric Sciences. Springer Atmospheric Sciences Vol. I SpringerVerlag Berlin Heidelberg, 537–543.

Pakalidou, N., Karacosta, P., 2018: Study of very long-period extreme precipitation records in Thessaloniki, Greece. Atmos Res., 208, 106-115.

Papalaskaris, T.K. and Emmanouloudis, D.A., 2015: A probability distribution of annual maximum daily rainfall of ten meteorological stations of Evros river transoundary basin, Greece. Proceedings of the 14th International Conference on Environmental Science and Technology, Rhodes, Greece.

Pearson, K., 1900: On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. Phil. Mag., 50, 157-175. Reprinted in K. Pearson (1956), 339-357.

Pearson, K., 1936: Methods of moments and method of maximum likelihood. Biometrika, 28, 34-59.

Peterson, T., Folland, C., Gruza, G., Hogg, W., Mokssit, A., and Plummer, N. , 2001: Report on the Activities of the Working Group on Climate Change Detection and Related Rapporteurs 1998-2011. WORLD CLIMATE RESEARCH PROGRAMME -WMO-TD No. 1071, 143.

Pickands, J., 1975: Statistical inference using extreme order statistics. The Annual of Statistics, 3, 119-131.

Philandras, C.M., Nastos, P.T., Paliatsos, A.G., Repapis, C.C., 2010: Study of the rain intensity in Athens and Thessaloniki, Greece. Adv. Geosci., 23, 37–45.

RamachandraRao, A., Hamed, K.H., 2000: Flood Frequency Analysis. CRC Press, Boca Raton, Florida, USA, 6–7.

Santos, M., Fragoso, M., 2013: Precipitation variability in Northern Portugal: datahomogeneity assessment and trends in extreme precipitation indices. Atmos. Res., 131, 34–45.

Sato, M., and Takahashi, M, 2000: Long-term changes in the properties of summer precipitation in the Tekyo area. Tenki, 47, 643-648.

Sen, R.S., 2008. A spatial analysis of extreme hourly precipitation patterns in India. Int.

J.Climatol., 29, 345–355.

Sharma, M.A. and Singh, J.B., 2010: Use of probability distribution in rainfall analysis. New York Science Journal, 3(9), 40-49.

Snedecor, G.W., and Cochran, W.G., 1989: Statistical Methods. Eighth Edition, Iowa State University Press.

Song, X., Song, S., Sun, W., Mu, X., Wang, S., Li, J., Li, Y., 2015: Recent changes in extreme precipitation and drought over the Songhua River Basin, China, during 1960–2013. Atmos. Res., 157, 137–152.

Stathis, D., Mavromatis, T., 2009: Characteristics of precipitation in Thessaloniki area, north Greece. Fresenius Environ. Bull., 18, 1–6.

Stephens, M.A., 1974: EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons. Journal of the American Statistical Association, 69, 730-737.

Stephens, M.A., 1976: Asymptotic Results for Goodness-of-Fit Statistics with Unknown Parameters. Annals of Statistics, 4, 357-369.

Stephens, M.A., 1977a: Goodness of Fit for the Extreme Value Distribution. Biometrika, 64, 583-588.

Stephens, M.A., 1977b:. Goodness of Fit with Special Reference to Tests for Exponentiality. Technical Report No. 262, Department of Statistics, Stanford University, Stanford, CA.

Stephens, M.A., 1979: Tests of Fit for the Logistic Distribution Based on the Empirical Distribution Function. Biometrika, 66, 591-595.

Stigler, S.M., 1981: Gauss and the Invention of Least Squares. Ann. Stat., 9, 465–474.

Tolika, K., Anagnostopoulou, C., Maheras, P., and Kutiel, H., 2007: Extreme precipitation related to circulation types for four case studies over the Eastern Mediterranean. Advances in Geosciences, 12, 87–93.

Toreti, A., Kuglitsch, F.G., Xoplaki, E., Maraun, D., Wanner, H., Luterbacher, J., 2010: Characterisation of extreme winter precipitation in Mediterranean coastal sites and associated anomalous atmospheric circulation patterns. Natural Hazards Earth Systems Sciences, 10, 1037–1050.

Twardosz, R., 2010: An analysis of diurnal variations of heavy hourly precipitation inKraków using a classification of circulation types over Poland. Phys. Chem. Earth, 35,456–461.

U.S. Water Resources Council, 1967: Guidelines for determining flood flow frequency. Hydrol. Comm., Bull. 15, Washington, D.C.

Waghaye, A.M., Siddenki, V. and Kumari, N., 2015: Design rainfall estimation using probabilistic approach for Adilabad district of Telangana (India). International Journal of Advanced Scientific and Technical Research Issue, 2, 301-318.

Wilks, D.S., 2006: Statistical methods in the atmospheric sciences. 2nd edition, Academic

Press, 467 και 627.

Winkler, J.A., 1992: Regional patterns of the diurnal properties of heavy hourly pre-cipitation. Prof. Geogr., 44, 127 –146 .

Xu, X., Du, Y., Tang, J., Wang, Y., 2011: Variations of temperature and precipitation extremes in recent two decades over China. Atmos. Res., 101, 143–154.

Zalina, M.D., Desa, M.N., Nguyen, V.T.V., Hashim, M.K., 2002: Selecting a probability distribution for extreme rainfall series in Malaysia. Water Sci. Technol., 45, 63–68.

Κολυβά-Μαχαίρα, Φ., 1998: Μαθηματική Στατιστική, Τόμος Ι, Εκτιμητική, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 40-41, 169 και 182-183.

Φαρμάκης, Ν., 2001: Στατιστική, Περιληπτική Θεωρία, Ασκήσεις, Εκδόσεις Χριστοδουλίδη, Θεσσαλονίκη, 25-27.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ. ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΕΙΣΕΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

Πίνακας 1 *Παρουσίαση των παραμέτρων, του πεδίου ορισμού, καθώς και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) του συνόλου των εξήντα-ένα (61) συνεχών θεωρητικών κατανομών που υιοθετήθηκαν στην παρούσα μελέτη.*

No	**Θεωρητική Κατανομή**	**Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (σ.π.π.)**	**Πεδίο Ορισμού**	**Παράμετροι**
1	Beta	$f(x)=\frac{1}{B(a_1,a_2)}\frac{(x-a)^{a_1-1}(b-x)^{a_2-1}}{(b-a)^{a_1+a_2-1}}$ όπου $B(a_1,a_2)=\int_0^1 t^{a_1-1}(1-t)^{a_2-1}dt \quad (a_1,a_2>0)$	$\alpha\le x\le b$	α_1: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha_1>0$) α_2: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha_2>0$) α, b: συνεχείς οριακές παράμετροι ($\alpha<b$)
2	Burr (3P)	$f(x)=\frac{ak\left(\frac{x}{\beta}\right)^{a-1}}{\beta\left(1+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{a}\right)^{k+1}}$	$\gamma\le x<+\infty$	k: συνεχής παράμετρος σχήματος ($k>0$) α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha>0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta>0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με $\gamma\equiv0$ αποδίδεται η τριπαραμετρική Burr θεωρητική κατανομή)
3	Burr (4P)	$f(x)=\frac{ak\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{a-1}}{\beta\left(1+\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{a}\right)^{k+1}}$		
4	Cauchy	$f(x)=\left(\pi\sigma\left(1+\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{2}\right)\right)^{-1}$	$-\infty<x<+\infty$	σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma>0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
5	Chi-Squared (1P)	$f(x)=\frac{X^{\nu/2-1}exp(-x/2)}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)}$	$\gamma\le x<+\infty$	ν: βαθμοί ελευθερίας (θετικός ακέραιος αριθμός) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με $\gamma\equiv0$ αποδίδεται η 1P Chi-Squared θεωρητική κατανομή)

6	Chi-Squared (2P)	$f(x) = \frac{(x-\gamma)^{\nu/2-1} exp(-(x-\gamma)/2)}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)}$ όπου $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \ (\alpha > 0)$		
7	Dagum (3P)	$f(x) = \frac{ak\left(\frac{x}{\beta}\right)^{ak-1}}{\beta\left(1+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{a}\right)^{k+1}}$	$\gamma \leq x < +\infty$	k: συνεχής παράμετρος σχήματος ($k > 0$) α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 3P Dagum θεωρητική κατανομή)
8	Dagum (4P)	$f(x) = \frac{ak\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{ak-1}}{\beta\left(1+\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{a}\right)^{k+1}}$		
9	Erlang (2P)	$f(x) = \frac{x^{m-1}}{\beta^m \Gamma(m)} exp(-x/\beta)$	$\gamma \leq x < +\infty$	m: παράμετρος σχήματος (θετικός ακέραιος αριθμός) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 2P Erlang θεωρητική κατανομή)
10	Erlang (3P)	$f(x) = \frac{(x-\gamma)^{m-1}}{\beta^m \Gamma(m)} exp(-(x-\gamma)/\beta)$ όπου $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \ (\alpha > 0)$		
11	Error	$f(x) = c_1 \sigma^{-1} exp(-\lvert c_0 z\rvert^k)$ όπου $z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}$, $c_0 = \left(\frac{\Gamma(3/k)}{\Gamma(1/k)}\right)^{1/2}$ και $c_1 = \frac{kc_0}{2\Gamma(1/k)}$	$-\infty < x < +\infty$	k: συνεχής παράμετρος σχήματος σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
12	Error Function	$f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} exp(-(hx)^2)$	$-\infty < x < +\infty$	h: συνεχής παράμετρος αντίστροφης κλίμακας ($h > 0$)
13	Exponential (1P)	$f(x) = \lambda \, exp(-\lambda \, x)$	$\gamma \leq x < +\infty$	λ: συνεχής παράμετρος αντίστροφης κλίμακας ($\lambda > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 1P Exponential θεωρητική κατανομή)
14	Exponential (2P)	$f(x) = \lambda \, exp\big(-\lambda \, (x-\gamma)\big)$		

15	Fatigue Life (2P)	$f(x)=\frac{\sqrt{x/\beta}+\sqrt{\beta/X}}{2\alpha x}\cdot\varphi\left(\frac{1}{\alpha}\left(\sqrt{\frac{x}{\beta}}-\sqrt{\frac{\beta}{x}}\right)\right)$	$\gamma < x < +\infty$	β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 2P Fatigue Life θεωρητική κατανομή)
16	Fatigue Life (3P)	$f(x)=\frac{\sqrt{(x-\gamma)/\beta}+\sqrt{\beta/(x-\gamma)}}{2\alpha(x-\gamma)}\cdot\varphi\left(\frac{1}{\alpha}\left(\sqrt{\frac{(x-\gamma)}{\beta}}-\sqrt{\frac{\beta}{(x-\gamma)}}\right)\right)$ Όπου $\varphi(x)=\frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$		
17	Frechet (2P)	$f(x)=\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1}exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right)$	$\gamma < x < +\infty$	α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 2P Frechet θεωρητική κατανομή)
18	Frechet (3P)	$f(x)=\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^{\alpha+1}exp\left(-\left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^{\alpha}\right)$		
19	Gamma (2P)	$f(x)=\frac{x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}exp(-x/\beta)$	$\gamma < x < +\infty$	α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 2P Gamma θεωρητική κατανομή)
20	Gamma (3P)	$f(x)=\frac{(x-\gamma)^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}exp(-(x-\gamma)/\beta)$ όπου $\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}t^{\alpha-1}e^{-t}dt\ (\alpha>0)$		
21	Generalized Extreme Value	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sigma}exp\left(-(1+kz)^{-\frac{1}{k}}\right)(1+kz)^{-1-\frac{1}{k}} & \gamma\iota\alpha\ k\neq 0\\ \frac{1}{\sigma}exp(-z-exp(-z)) & \gamma\iota\alpha\ k=0\end{cases}$ όπου $z\equiv\frac{x-\mu}{\sigma}$	$1+k\frac{(x-\mu)}{\sigma}>0$, $k\neq 0$ $-\infty<x<+\infty$, $\kappa=0$	k: συνεχής παράμετρος σχήματος σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
22	Generalized Gamma (3P)	$f(x)=\frac{kx^{k\alpha-1}}{\beta^{k\alpha}\Gamma(\alpha)}exp(-(x/\beta)^{k})$	$\gamma\leq x<+\infty$	k: συνεχής παράμετρος σχήματος ($k > 0$) α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 3P Generalized
23	Generalized Gamma (4P)	$f(x)=\frac{k(x-\gamma)^{k\alpha-1}}{\beta^{k\alpha}\Gamma(\alpha)}exp(-((x-\gamma)/\beta)^{k})$		

				Gamma θεωρητική κατανομή)
24	Generalized Pareto	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma}\left(1+k\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-1-1/\kappa}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma}exp\left(-\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right), & k=0 \end{cases}$ όπου $z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}$	$\mu \leq x < +\infty, \quad k \geq 0$ $\mu \leq x \leq \mu - \sigma/k, \ \kappa < 0$	k: συνεχής παράμετρος σχήματος σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
25	Gumbel Max	$f(x) = \frac{1}{\sigma}exp\big(-z - exp(-z)\big)$, όπου $z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}$	$-\infty < x < +\infty$	σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
26	Gumbel Min	$f(x) = \frac{1}{\sigma}exp\big(z - exp(z)\big)$, όπου $z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}$	$-\infty < x < +\infty$	σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
27	Hyperbolic Secant	$f(x) = \dfrac{sech\left(\frac{\pi(x-\mu)}{2\sigma}\right)}{2\sigma}$	$-\infty < x < +\infty$	σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
28	Inverse Gaussian (2P)	$f(x) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}}\ exp\left(-\frac{\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x}\right)$	$\gamma < x < +\infty$	λ: συνεχής παράμετρος ($\lambda > 0$) μ: συνεχής παράμετρος ($\mu > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 2P Inverse Gaussian θεωρητική κατανομή)
29	Inverse Gaussian (3P)	$f(x) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi(x-\gamma)^3}}\ exp\left(-\frac{\lambda(x-\gamma-\mu)^2}{2\mu^2(x-\gamma)}\right)$		
30	Johnson SB	$f(x) = \frac{\delta}{\lambda\sqrt{2\pi}\,z(1-z)}\ exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma + \delta\, ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right)$ όπου $z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}$	$\xi \leq x \leq \xi + \lambda$	γ: συνεχής παράμετρος σχήματος δ: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\delta > 0$) λ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\lambda > 0$) ξ: συνεχής παράμετρος θέσης

31	Johnson SU	$f(x) = \frac{\delta}{\lambda\sqrt{2\,\pi}\sqrt{z^2+1}}\ exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma+\delta\,ln\left(z+\sqrt{z^2+1}\right)\right)^2\right)$ όπου $z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}$	$-\infty < x < +\infty$	γ: συνεχής παράμετρος σχήματος δ: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\delta > 0$) λ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\lambda > 0$) ξ: συνεχής παράμετρος θέσης
32	Kumaraswamy	$f(x) = \frac{a_1 a_2 z^{a_1-1}(1-z^{a_1})^{a_2-1}}{(b-a)}$, όπου $z \equiv \frac{x-a}{b-a}$	$\alpha \le x \le b$	α_1: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha_1 > 0$) α_2: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha_2 > 0$) α, b: συνεχείς οριακές παράμετροι ($\alpha < b$)
33	Laplace	$f(x) = \frac{\lambda}{2}\ exp(-\lambda\lvert x-\mu\rvert)$	$-\infty < x < +\infty$	λ: συνεχής παράμετρος αντίστροφης κλίμακας ($\lambda > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης ($\mu > 0$)
34	Levy (1P)	$f(x) = \sqrt{\frac{\sigma}{2\,\pi}}\frac{exp(-0.5\sigma/x)}{(x-\gamma)^{3/2}}$	$\gamma < x < +\infty$	σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με $\gamma \equiv 0$ αποδίδεται η 1P Levy θεωρητική κατανομή)
35	Levy (2P)	$f(x) = \sqrt{\frac{\sigma}{2\,\pi}\frac{exp(-0.5\sigma/(x-\gamma))}{(x-\gamma)^{3/2}}}$		
36	Log-Gamma	$f(x) = \frac{(ln(x))^{a-1}}{x\beta^a\Gamma(\alpha)}exp(-ln(x)/\beta)$	$0 < x < +\infty$	α: συνεχής παράμετρος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος ($\beta > 0$)
37	Log-Logistic (2P)	$f(x) = \frac{a}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{a-1}\left(1+\left(\frac{x}{\beta}\right)^a\right)^{-2}$	$\gamma \le x < +\infty$	α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με $\gamma \equiv 0$ αποδίδεται η 2P Log-Logistic θεωρητική κατανομή)
38	Log-Logistic (3P)	$f(x) = \frac{a}{\beta}\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{a-1}\left(1+\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^a\right)^{-2}$		
39	Log-Pearson 3	$f(x) = \frac{1}{x\,\lvert\beta\rvert\ \Gamma(\alpha)}\left(\frac{ln(x)-\gamma}{\beta}\right)^{a-1} exp\left(-\frac{ln\,(x)-\gamma}{\beta}\right)$	$0 < x \le e^{\gamma}, \beta < 0$ $e^{\gamma} \le x < +\infty, \beta > 0$	α: συνεχής παράμετρος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος ($\beta \neq 0$) γ: συνεχής παράμετρος

40	Logistic	$f(x) = \dfrac{exp(-z)}{\sigma\left(1+exp(-z)\right)^2}$ όπου $z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}$	$-\infty < x < +\infty$	σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
41	Lognormal (2P)	$f(x) = \dfrac{exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{lnx-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{x\ \sigma\sqrt{2\pi}}$	$\gamma < x < +\infty$	σ: συνεχής παράμετρος ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με $\gamma \equiv 0$ αποδίδεται η 2P Lognormal θεωρητική κατανομή)
42	Lognormal (3P)	$f(x) = \dfrac{exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(x-\gamma)-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{(x-\gamma)\ \sigma\sqrt{2\pi}}$		
43	Nakagami	$f(x) = \dfrac{2m^m}{\Gamma(m)\Omega^m}x^{2m-1}exp\left(-\dfrac{m}{\Omega}x^2\right)$	$0 \le x < +\infty$	m: συνεχής παράμετρος ($m \ge 0.5$) Ω: συνεχής παράμετρος ($\Omega > 0$)
44	Normal	$f(x) = \dfrac{exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{\sigma\sqrt{2\pi}}$	$-\infty < x < +\infty$	σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) μ: συνεχής παράμετρος θέσης
45	Pareto	$f(x) = \dfrac{\alpha\beta^\alpha}{x^{\alpha+1}}$	$\beta \le x < +\infty$	α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$)
46	Pareto 2	$f(x) = \dfrac{\alpha\beta^\alpha}{(x+\beta)^{\alpha+1}}$	$0 \le x < +\infty$	α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$)
47	Pearson 5 (2P)	$f(x) = \dfrac{exp(-\beta/x)}{\beta\Gamma(\alpha)(x/\beta)^{\alpha+1}}$	$\gamma < x < +\infty$	α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με $\gamma \equiv 0$ αποδίδεται η 2P Pearson 5 θεωρητική κατανομή)
48	Pearson 5 (3P)	$f(x) = \dfrac{exp\left(-\beta/(x-\gamma)\right)}{\beta\Gamma(\alpha)\left((x-\gamma)/\beta\right)^{\alpha+1}}$		
49	Pearson 6 (3P)	$f(x) = \dfrac{(x/\beta)^{\alpha_1-1}}{\beta\ B(\alpha_1,\alpha_2)(1+x/\beta)^{\alpha_1+\alpha_2}}$	$\gamma \le x < +\infty$	α_1: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha_1 > 0$)

50	Pearson 6 (4P)	$f(x) = \frac{\left((x-\gamma)/\beta\right)^{a_1-1}}{\beta\, B(\alpha_1,\alpha_2)\left(1+(x-\gamma)/\beta\right)^{a_1+a_2}}$ where $B(a_1,a_2) = \int_0^1 t^{a_1-1}(1-t)^{a_2-1}dt \ (a_1,a_2>0)$		α_2: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha_2 > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με $\gamma \equiv 0$ αποδίδεται η 3P Pearson 6 θεωρητική κατανομή)
51	Pert	$f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1,\alpha_2)} \frac{(x-a)^{a_1-1}(b-x)^{a_2-1}}{(b-a)^{a_1+a_2-1}}$ where $a_1 = \frac{4m+b-5a}{b-a}$, $\alpha_2 = \frac{5b-a-4m}{b-a}$	$\alpha \le x \le b$	m: συνεχής παράμετρος "mode" ($\alpha \le m \le b$) α, b: συνεχείς οριακές παράμετροι ($\alpha < b$)
52	Power Function	$f(x) = \frac{a(x-a)^{a-1}}{(b-a)^a}$	$\alpha \le x \le b$	α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) α, b: συνεχείς οριακές παράμετροι ($\alpha < b$)
53	Rayleigh (1P)	$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2\right)$	$\gamma \le x < +\infty$	σ: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\sigma > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με $\gamma \equiv 0$ αποδίδεται η 1P Rayleigh θεωρητική κατανομή)
54	Rayleigh (2P)	$f(x) = \frac{x-\gamma}{\sigma^2} exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\gamma}{\sigma}\right)^2\right)$		
55	Reciprocal	$f(x) = \frac{1}{x\left(ln(b) - ln(a)\right)}$	$\alpha \le x \le b$	α, b: συνεχείς οριακές παράμετροι ($0 < \alpha < b$)
56	Rice	$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} exp\left(-\frac{(x^2+v^2)}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{xv}{\sigma^2}\right)$ όπου $I_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2k}}{(k!)^2}$	$0 \le x < +\infty$	v: συνεχής παράμετρος ($v \ge 0$) σ: συνεχής παράμετρος ($\sigma > 0$)
57	Student's t	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi\, v}} \frac{\Gamma\left((v+1)/2\right)}{\Gamma(v/2)} \left(\frac{v}{v+x^2}\right)^{\frac{v+1}{2}}$ όπου $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{a-1}e^{-t}dt$	$0 \le x < +\infty$	v: βαθμοί ελευθερίας (θετικός ακέραιος)

58	Triangular	$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(m-a)(b-a)}, & a \leq x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-m)(b-a)}, & m < x \leq b \end{cases}$	$\alpha \leq x \leq b$	m: συνεχής παράμετρος “mode” (α ≤ m ≤ b) α, b: συνεχείς οριακές παράμετροι (α < b)
59	Uniform	$f(x) = \frac{1}{b-a}$	$\alpha \leq x \leq b$	α, b: συνεχείς οριακές παράμετροι (α < b)
60	Weibull (2P)	$f(x) = \frac{a}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right)$	$\gamma \leq x < +\infty$	α: συνεχής παράμετρος σχήματος ($\alpha > 0$) β: συνεχής παράμετρος κλίμακας ($\beta > 0$) γ: συνεχής παράμετρος θέσης (με γ≡0 αποδίδεται η 2P Weibull θεωρητική κατανομή)
61	Weibull (3P)	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} exp\left(-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha}\right)$		